प्री-यूनिवर्सिटी भौतिकी

लेखक

डा. म.गं. भाटवडेकर, एम. एससी., पीएच.डी.
रीडर, भौतिक विज्ञान विभाग,
राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर

जी. आर. निगम, एम. एससी.
प्रवक्ता, भौतिक विज्ञान विभाग,
यूनिवर्सिटी ऑफ जोधपुर, जोधपुर

तारुलाल दशोरा, एम. एससी.
प्रवक्ता, भौतिक विज्ञान विभाग,
राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर

सज्जन सिंह चौधरी, एम. एससी.
प्रवक्ता, भौतिक विज्ञान विभाग,
राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर

रमेश बुक डिपो
जयपुर

प्रकाशक
बी० एम० माहेश्वरी
रमेश बुक डिपो
जयपुर

मूल्य १२ . ७५

मुद्रक
चन्द्रोदय प्रिन्टर्स, जयपुर

प्रस्तावना द्वितीय संस्करण

इस अल्प अवधि में द्वितीय आवृत्ति को प्रस्तुत करते समय हमें आनन्द अनुभव होता है। हमने इस संयोग से पूरा लाभ उठाकर इस पुस्तक को विद्यार्थियों के लिये अधिक हितकर बनाने का प्रयास किया है।

राजस्थान प्रदेश में गत दो वर्षों में दो नये विश्वविद्यालय स्थापित हुए। इन विश्वविद्यालयों ने अपने अलग अलग पाठ्यक्रम बनाये और वर्तमान पाठ्यक्रमों में संशोधन किये। नवीन आवृत्ति को बनाते समय इन बातों का ध्यान रखते हुए हमने, पुस्तक को राजस्थान, जोधपुर, उदयपुर इत्यादि विश्वविद्यालयों के विद्यार्थियों की आवश्यकता की ओर पूरा पूरा ध्यान दिया है।

इस पूर्णरूपेण संशोधित आवृत्ति में प्रथम आवृत्ति की सभी अच्छाइयों को रखते हुए प्राप्त सुझावों के अनुसार कुछ परिवर्तन किए गये हैं। कई चित्रों को नये सिरे से भी बनाया गया है।

पुस्तक की बहुत अधिक मांग होने के कारण द्वितीय आवृत्ति के मुद्रण में शीघ्रता करनी पड़ी है। अतएव, कुछ छोटी मोटी मुद्रण त्रुटियों की संभावना है। पुस्तक इतने कम समय में आपको उपलब्ध हो सकी, इसके लिए मुद्रक श्री चन्द्रोदय प्रिन्टर्स व प्रकाशक श्री रमेश बुक डिपो हमारे धन्यवाद के पात्र हैं।

जनवरी, १९६५ — लेखक

प्राक्कथन
(पहिली आवृत्ति)

असंख्य मित्रों एवं विद्यार्थियों के आग्रह के फलस्वरूप हमें प्री-यूनिवर्सि
का हिन्दी अनुवाद करने के लिए बाध्य होना पड़ा। प्री-यूनिवर्सिटी फिजिक्
आवृत्ति की सब अच्छाइयों को ध्यान में रख व उसके दोषों को दूर कर,
यह स्वैर अनुवाद है। उस दृष्टि से इस पुस्तक को हम प्री-यूनिवर्सिटी फिजिक्
आवृत्ति कह सकते हैं।

प्री-यूनिवर्सिटी फिजिक्स (इंगलिश) जैसे ही, इस पुस्तक की
विशेषताएँ हैं।

1. यह राजस्थान विश्वविद्यालय के पाठ्यक्रमानुसार लिखी गई है।

2. किसी भी विषय की मीमांसा—विशेषतः गणितीय भाग की—
व इतने सरल व स्पष्ट रूप से की गई है कि विद्यार्थी इसे बिना विशेष परिश्
सकता है।

3. चित्रों की प्रचुरता है। चित्रों को देख कर ही उपकरण की
कार्य प्रणाली स्पष्ट हो जाती है।

4. संख्यात्मक उदाहरण किसी भी विषय को हृदयगम करने के लिये
होते हैं। अतएव, सरल एवं कठिन दोनों प्रकार के उदाहरणों को हल किया
साथ ही कई उदाहरण विद्यार्थी के हल के लिये दिये गये हैं।

हमें पूर्ण विश्वास है कि जिस प्रकार इन गुणों के कारण प्री-यूनिवर्सि
लोकप्रिय होकर, एक वर्ष के अन्दर उसकी दूसरी आवृत्ति निकालनी पड़ी, उसी
पुस्तक भी विद्यार्थियों के लिये उपयुक्त सिद्ध होगी।

हम श्री बजरंगलाल चोटिया, प्रवक्ता, राजस्थान कॉलेज के अनुग्रही
हमें प्रकाशिकी भाग को लिखने में विशेष सहायता दी। इसी प्रकार अन्य कई
भी हमारे अनुग्रह के पात्र है जिन्होंने हमें समय समय पर अपने अमूल्य सुझाव भे

प्रकाशक श्री रमेश बुक डिपो, एवं मुद्रक चन्द्रोदय प्रिन्टर्स, जयपुर
आभारी हैं जिनके अथक परिश्रम के फलस्वरूप यह पुस्तक मुद्रित एवं प्रकाशित ह

१ सितम्बर, १९६१ लेा

विषय – सूची

अध्याय | पृष्ठ

प्राक्कथन

(पहिली आवृत्ति)

अनेक मित्रों एवं विद्यार्थियों के आग्रह के फलस्वरूप मुझे प्री-यूनिवर्सिटी फिजिक्स का हिन्दी अनुवाद करने के लिए बाध्य होना पड़ा। प्री-यूनिवर्सिटी फिजिक्स की दूसरी आवृत्ति की सब आवश्यकताओं को ध्यान में रख व उसके दोषों को दूर कर, किया गया यह स्वैर अनुवाद है। उस दृष्टि से इस पुस्तक को हम प्री-यूनिवर्सिटी फिजिक्स की तीसरी आवृत्ति कह सकते हैं।

प्री-यूनिवर्सिटी फिजिक्स (इंगलिश) जैसे ही, इस पुस्तक की निम्नलिखित विशेषताएँ हैं।

1. यह राजस्थान विश्वविद्यालय के पाठ्यक्रमानुसार लिखी गई है।

2. किसी भी विषय की मीमांसा—विशेषतः गणितीय भाग की—इस प्रकार व इतने सरल व स्पष्ट रूप से की गई है कि विद्यार्थी इसे बिना विशेष परिश्रम के समझ सकता है।

3. चित्रों की प्रचुरता है। चित्रों को देख कर ही उपकरण की बनावट व कार्य प्रणाली स्पष्ट हो जाती है।

4. संख्यात्मक उदाहरण किसी भी विषय को हृदयगम करने के लिये आवश्यक होते हैं। अतएव, सरल एवं कठिन दोनों प्रकार के उदाहरणों को हल किया गया है और साथ ही कई उदाहरण विद्यार्थी के हल के लिये दिये गये हैं।

हमें पूर्ण विश्वास है कि जिस प्रकार इन गुणों के कारण प्री-यूनिवर्सिटी फिजिक्स लोकप्रिय होकर, एक वर्ष के अन्दर उसकी दूसरी आवृत्ति निकालनी पड़ी, उसी प्रकार यह पुस्तक भी विद्यार्थियों के लिये उपयुक्त सिद्ध होगी।

हम श्री बजरंगलाल चोटिया, प्रवक्ता, राजस्थान कॉलेज के अनुग्रही हैं। इन्होंने हमें प्रकाशिकी भाग को लिखने में विशेष सहायता दी। इसी प्रकार अन्य कई शिक्षक वृन्द भी हमारे अनुग्रह के पात्र हैं जिन्होंने हमें समय-समय पर अपने अमूल्य सुझाव भेजे।

प्रकाशक श्री रमेश बुक डिपो, एवं मुद्रक चन्द्रोदय प्रिन्टर्स, जयपुर के भी हम आभारी हैं जिनके अकथ परिश्रम के फलस्वरूप यह पुस्तक मुद्रित एवं प्रकाशित हो रही है।

लेखक

१ सितम्बर, १९६१

विषय – सूची

अध्याय पृष्ठ

भाग 1 पदार्थ के सामान्य गुण (Properties of matter)

भाग 2 उष्मा (Heat)

अध्याय	पृष्ठ

भाग 6 ध्वनि (Sound)

भाग 1

पदार्थ के सामान्य गुण

अध्याय 1
मौलिक व व्युत्पन्न इकाइयाँ

1.1 प्रस्तावना—हमारे व्यवहारिक जीवन में नाप और तौल का अत्यन्त महत्त्व है। हम किसी भी वस्तु को नापना अथवा तोलना चाहते हैं। हम जानना चाहते हैं कि जयपुर से जोधपुर कितनी दूर है। रेल से वहां जाने में कितना समय लगता है। दर्जी को कपड़ा देते समय हम उसको गज और गिरह में नाप कर देते हैं। बाजार से सब्जी लाते समय हम जानना चाहते हैं कि कितने सेर आलू की आवश्यकता है। इस प्रकार जीवन में क्षण प्रतिक्षण हम वस्तुओं के नाप और तौल के विषय में जानना चाहते हैं। भौतिक विज्ञान में इस नाप और तौल के विषय में अध्ययन करना हमारा प्रथम कर्तव्य है।

1.2 इकाई और सांख्यिक मात्रा—किसी भी वस्तु को नापते अथवा तौलते समय दो बातों का ज्ञान आवश्यक है—(1) इकाई और (2) सांख्यिक मात्रा। केवल यह कहने से कि 10 सब्जी लाना कुछ बोध नहीं होता। उसी प्रकार सेर सब्जी लाने से भी पूरा तात्पर्य नहीं निकलता। हमें कहना चाहिए कि 10 सेर सब्जी लाओ। यहां 10 सांख्यिक मात्रा है और इकाई है सेर।

कई लोग मिलकर अथवा सरकार विचार विनिमय कर कोई एक मात्रा निश्चित कर लेते हैं। इसे इकाई कहते हैं। इस इकाई से जितनी अधिक गुनी कोई वस्तु बड़ी अथवा छोटी हो उसे उस वस्तु की सांख्यिक मात्रा कहते हैं।

उपरोक्त उदाहरण में सेर इकाई है और उसकी मात्रा 10 है। अर्थात् लाई गई सब्जी इकाई से 10 गुनी अधिक है। उतनी ही सब्जी को हम 20 पौण्ड भी कह सकते हैं। इनमें पौण्ड इकाई है और वह सब्जी इस इकाई की 20 गुनी है। यह दूसरी प्रणाली में है। इस प्रकार किसी वस्तु की सांख्यिक मात्रा भिन्न भिन्न प्रणाली में पृथक–पृथक होगी। जितनी बड़ी इकाई होगी उतनी ही उस वस्तु की मात्रा उस इकाई में कम होगी। उपरोक्त उदाहरण में सेर बड़ी इकाई होने से उसमें वस्तु की सांख्यिक मात्रा 10 है तथा पौण्ड छोटी इकाई होने से उसमें मात्रा 20 है। इसी उदाहरण से हम दोनों इकाइयों में सम्बन्ध भी ज्ञात कर सकते हैं। विचार करने पर यह ज्ञात होगा कि—

$$\frac{\text{एक सेर}}{\text{एक पौण्ड}} = \frac{20}{10} = 2$$

यानी 1 सेर = 2 पौण्ड अर्थात् इकाई का अनुपात सांख्यिक मात्रा के अनुपात का प्रतिलोमानुपाती होता है।

1.3 भौतिक विज्ञान में तीन राशियां हैं—(1) लम्बाई, (2) संहति और (3) समय। इन तीन राशियों से अन्य प्रकार की राशियों के विषय में ज्ञान हो जाता है।

जैसे लम्बाई अथवा दूरी और उसे तय करने में लगने वाला समय जान कर हम

पेग मालूम करते हैं; तीन दिशाओं में लम्बाई का ज्ञान कर इस किसी वस्तु का आयतन निकाल सकते हैं। ऐसी राशियां जिन्हें मौलिक (Fundamental) राशियों की सहायता से निकाला जाता है व्युत्पन्न (Derived) राशियां कहलाती हैं।

1.4 प्रचलित प्रणालियां—राशियों को नापने के लिए मुख्यतः दो प्रणालियां हैं—(1) मीट्रिक अथवा दशमलव स. ग. स. और (2) ब्रिटिश अथवा फ. प. स.। हमारे भारतवर्ष में सरकार ने पूर्ण रूप से दशमलव प्रणाली को अपनाने का निश्चय कर लिया है। दशमलव प्रणाली के अनुसार तीन मौलिक इकाइयां-(1) सेंटीमीटर, लम्बाई के लिए, (2) ग्राम, संहति के लिए व (3) सेकण्ड, समय के लिए है। अतएव इस प्रणाली को प्रायः C. G. S. अथवा स. ग. स. भी कहते हैं। ब्रिटिश प्रणाली में सम्बन्धित इकाइयां हैं-फुट, पौण्ड व सैकण्ड।

1.6 लम्बाई की इकाई—दशमलव प्रणाली के अनुसार लम्बाई की इकाई सेंटीमीटर मानी गई है। यह 1 मीटर का 100 वां भाग है। अन्तर्राष्ट्रीय समझौते के अनुसार फ्रान्स के पेरिस नगर के पास स्थित प्रयोगशाला में, 90 प्रतिशत प्लैटिनम व 10 प्रतिशत इरिडियम धातु के मिश्रण से बनी हुई एक छड़ रखी हुई है। इस पर एक विशिष्ट दूरी पर दो चिन्ह अङ्कित किए गए हैं। 0° सेंटीग्रेड ताप पर इस दूरी को एक मीटर कहते हैं। इस छड़ को एक प्रकार की फ्रेम (Frame) पर अङ्कित किया गया है।

चित्र 1.1

चित्र 1.1 देखो। इस प्रकार का प्रामाणिक मीटर मात्र संसार में केवल एक ही है। भूकम्प अथवा अनिष्टकारी सङ्कट से इस प्रकार के प्रामाणिक मीटर के नष्ट होने की संभावना है। अतएव वैज्ञानिकों ने इस दूरी को केडमियम के प्रकाश की तरङ्ग दैर्घ्य की संख्या में नापने का प्रयत्न किया है। उसके अनुसार इस प्रकार की तरङ्ग दैर्घ्य 1 मीटर की दूरी में 1,533,163·5 होती है।

आप अपनी 8 वीं कक्षा के सामान्य विज्ञान में पढ़ ही चुके हो कि किस प्रकार मीटर तथा गज के भिन्न भिन्न भाग व विभाग होते हैं।

दशमलव प्रणाली में मीटर के भाग-विभाग—

10 मिली मीटर = 1 सेंटी मीटर
10 सेंटी मीटर = 1 डेसी मीटर
10 डेसीमीटर = 1 मीटर
10 मीटर = 1 डेकामीटर
10 डेकामीटर = 1 हेक्टोमीटर
10 हेक्टो मीटर = 1 कीलो मीटर
10 किलोमीटर = 1 मैरोमीटर

छोटी लम्बाई के नापने के लिए—

$$1 \text{ माइक्रान } (\mu) = \frac{1}{1000} = 10^{-3} \text{ मिलीमीटर}$$

$$1 \text{ ऍंगस्ट्राम } (A^{\circ}) = \frac{1}{100000000} = 10^{-8} \text{ सेंटी मीटर}$$

1 माइक्रो = 10^{-6}

1 मेघा = 10^{6}

ब्रिटिश प्रणाली के अनुसार लम्बाई की इकाई गज-फुट होती है ।

1	मिल = 1/100 इंच	220	गज = 1 फर्लाङ्ग
12	इंच = 1 फीट	8	फर्लाङ्ग = 1 मील
3	फीट = 1 गज	1760	गज = 1 मील

2·54 सेंटी मीटर = १ इंच अथवा 30·5 से. मी. = एक फुट

1 प्रकाश वर्ष = प्रकाश द्वारा पार की गई दूरी

= $5{\cdot}865 \times 10^{12}$ मील

1·6093 कि. मीटर = 1 मील

1.6 संहति की इकाई–मीटर के अनुसार ही अन्तर्राष्ट्रीय समझौते से प्लेटिनम इरीडियम मिश्रण की धातु का एक विशिष्ट टुकड़ा प्रयोग शाला में रखा गया है । इस टुकड़े को किलोग्राम कहते हैं । यह संहति 0° से. ग्रे. ताप पर एक लीटर यानी 1000 घन सेंटी मीटर पानी की संहति के बराबर होती है ।

दशमलव प्रणाली में किलोग्राम के भाग-विभाग

10 मिली ग्राम = सेंटीग्राम	10 ग्राम = डेकाग्राम
10 सेंटीग्राम = 1 डेसीग्राम	10 डेकाग्राम = 1 हेक्टो ग्राम
10 डेसी ग्राम, 1000 मिलीग्राम } = 1 ग्राम	10 हेक्टोग्राम, 1000 ग्राम } = 1 किलोग्राम

10 किलोग्राम = 1 मैरी ग्राम

ब्रिटिश प्रणाली में संहति की इकाई पौंड है ।

16 ड्राम = 1 औंस	16 औंस = 1 पौण्ड
28 पौण्ड = 1 क्वार्टर	4 क्वार्टर = 1 हण्डरवेट
20 हण्डरवेट = 1 टन	2240 पौण्ड = 1 टन

1 पौण्ड = 453·6 ग्राम

0° से. ग्रे. पर 1 घन फुट पानी की संहति 62·5 पौण्ड होती है ।

1.7 समय की इकाई—दोनों प्रणालियों में समय की इकाई सेकण्ड होती है । पृथ्वी अपने अक्ष पर चक्कर लगाती है और साथ ही सूर्य के चारों ओर एक विशिष्ट कक्ष पर घूमती है । पृथ्वी के अपने अक्ष पर चक्कर लगाने के समय को एक दिन कहते हैं व सूर्य के कक्ष पर पूरा घूमने के समय को एक वर्ष । पूरे वर्ष में जब पृथ्वी कक्ष के भिन्न-भिन्न भागों पर रहती है तब एक दिन का समय भिन्न-भिन्न रहता है । पूरे वर्ष में होने वाले दिन के औसत समय को औसत सूर्यीय दिन कहते हैं । 1 सेकण्ड औसत सूर्यीय दिन का $\frac{1}{24 \times 60 \times 60} = \frac{1}{86400}$ भाग है ।

60 सेकण्ड = 1 मिनट   24 घण्टे = 1 दिन
60 मिनट = 1 घण्टा   365 दिन = 1 वर्ष

प्रत्येक चौथा वर्ष 366 दिन का होता है।

1.8 व्युत्पन्न इकाइयाँ व कतिपय परिमाणाएं—लम्बाई, संहति तथा सम इन तीन मौलिक राशियों को छोड़ कर अन्य राशियाँ जैसे वेग, बल, आयतन इत्यादि व्युत्पन्न राशियाँ कहलाती हैं। उनके नापने में प्रयुक्त होने वाली इकाइयाँ व्युत्पन्न इकाइयाँ कहलाती हैं। ये दो या दो से अधिक मौलिक राशियों से मिल कर बनती हैं।

वेग (Velocity)—जिस दर से दूरी तय की जाती है उसे वे कहते हैं।

$$\text{अतएव, वेग} = \frac{\text{लम्बाई}}{\text{समय}} = \frac{\text{से. मी.}}{\text{सेकण्ड}} = \text{से. मी. प्रति सेकण्ड}$$

अर्थात् वेग नापने की व्युत्पन्न इकाई से.मी. प्रति सेकण्ड हुई। ब्रिटिश प्रणाली में यह फीट प्रति सेकण्ड है।

त्वरण (Acceleration)—वेग में परिवर्तन की दर को त्वरण कहते हैं।

$$\text{अतएव त्वरण} = \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{समय}}$$

$$= \frac{\text{से. मी. प्रति सेकण्ड}}{\text{सेकण्ड}}$$

= से. मी. प्रति सेकण्ड प्रति सेकण्ड

ब्रिटिश प्रणाली में यह इकाई प्रति सेकन्ड है।

बल (Force)—उसे कहते हैं जो किसी वस्तु में त्वरण पैदा कर दे या पैदा करने का प्रयत्न करे।

इकाई संहति वाली वस्तु में इकाई त्वरण उत्पन्न करने वाले बल को इकाई बल कहते हैं। इस प्रकार बल = संहति × त्वरण = ग्राम×से. मी. प्रति से. प्रति से. = डाइन। इस नये व्युत्पन्न (Derived) इकाई को डाइन कहते हैं। डाइन वह बल है जो एक ग्राम संहतिवाली वस्तु में एक से. मी. प्रति से. प्रति से. त्वरण उत्पन्न करे। ब्रिटिशमान में बल की इकाई पौण्डल है। यह वह बल है जो एक पौंड संहति वाली वस्तु में एक फुट प्रति से. प्रति से. का त्वरण उत्पन्न करे।

कार्य (Work)—जब किसी बिन्दु की स्थिति जहां पर कोई बल लग रहा हो, बल की दिशा में विस्थापित होती है तब कार्य होता है। कार्य=बल× बल की दिशा में विस्थापन=डाइन×से. मी.=अर्ग। जब एक डाइन बल लगाने से बिन्दु 1 से. मी. से बल की दिशा में विस्थापित होती है तब एक अर्ग कार्य होता है। जूल कार्य की बड़ी इकाई है। 10^7 अर्ग = 1 जूल होता है। ब्रिटिश मान में कार्य की इकाई फुट पौंडल अथवा फुट पौण्ड है।

शक्ति (Power)—कार्य करने की दर को शक्ति कहते हैं। इस प्रकार
शक्ति = $\frac{\text{कार्य}}{\text{समय}} = \frac{\text{जूल}}{\text{सेकण्ड}}$ = वाट अतएव जब कार्य करने की दर 1 जूल प्रति से. होती है तब शक्ति 1 वाट होती है। किलोवाट 1000 वाट को कहते हैं। ब्रिटिश मान में शक्ति की इकाई हार्स पावर होती है। एक हार्स पावर=746 वाट। जब कार्य करने की दर 550 फुट पौंड प्रति से. होती है तब शक्ति एक हार्स पावर कहलाती है।

ऊर्जा (Energy)—किसी वस्तु की कार्य करने की क्षमता को ऊर्जा कहते हैं।

ऊर्जा = वस्तु द्वारा किया गया कार्य
= अर्ग, जूल अथवा फुट पौण्ड

इस प्रकार ये भिन्न भिन्न राशियों की व्युत्पन्न (Derived) इकाइयाँ हैं।

प्रश्न

1—किसी राशि के नापने में इकाई का क्या महत्व है ? मौलिक व व्युत्पन्न इकाइयों में क्या अन्तर है ? उदाहरण सहित समझाइये। (देखो 1.2 और 1.8)

2—मौलिक राशियों की इकाइयों को बताओ। उनका भिन्न-भिन्न प्रणालियों में आपस में क्या सम्बन्ध है ? (देखो 1.5, 1.6, 1.7,)

3—वेग, त्वरण, बल, कार्य और शक्ति की परिभाषा दो व इनकी दोनों प्रणालियो में इकाइयां दो। (देखो 1.8)

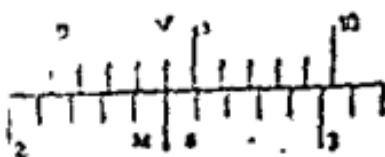
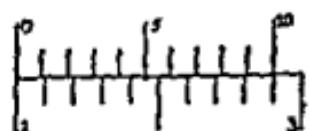
अध्याय 2

लम्बाई का माप

2.1 प्रस्तावना—जैसा कि तुम पहली कक्षाओं में पढ़ चुके हो लम्बाई नापने का मुख्य साधन मुड़ा पैमाना अथवा मीटर पैमाना होता है। किसी सीधी रेखा की लम्बाई इन पैमानों की सहायता से निकालना तुम्हें आता है। तुम जानते हो कि किस प्रकार टेढ़ी मेढ़ी रेखा की लम्बाई धागे और पैमाने की सहायता से ज्ञात की जा सकती है। पैमाने का उपयोग करते समय निम्नलिखित बातों पर विशेष ध्यान दिया जाता है—

चित्र 2.1

(1) पैमाने का उपयोग सिरे से न कर किसी अन्य अङ्क से करना चाहिए, क्योंकि सिरे प्रायः घिसे हुए रहते हैं।

(2) चिन्ह को पढ़ते समय आँख को सीधी ऊर्ध्वाधर (Vertical) रखना चाहिए। तिरछा देखने से सही चिन्ह के स्थान पर हम गलत चिन्ह को पढ़ेंगे।

2.2 वर्नियर का सिद्धान्त—पैमाने का उपयोग करते समय कई बार (चित्र 2.1) में बताए अनुसार स्थिति आ सकती है। यहाँ B बिन्दु की स्थिति 2·1 और 2·2 से. मी. चिन्ह के बीच में है। अतएव AB रेखा की लम्बाई 1·1 से. मी. से अधिक है और 1·2 से. मी. से कम। इस प्रकार, से. मी. पैमाने से हम लम्बाई का ठीक-ठीक अनुमान केवल दशमलव के पहले स्थान तक ही लगा सकते हैं। लम्बाई का अधिक सही अनुमान लगाने के लिए हमें एक सहायक पैमाने की, जिसे हम वर्नियर पैमाना कहते हैं, सहायता लेनी पड़ती है। यह वर्नियर पैमाना मुख्य पैमाने पर ही स्थित रहता है और एक स्थान से दूसरे स्थान पर पैमाने पर सरकता है। इस वर्नियर पैमाने पर प्रायः 10, 20 अथवा 25 चिन्ह अङ्कित रहते हैं। मान लो हमारे वर्नियर पैमाने पर केवल 10 चिन्ह बने हुए हैं। इन 10 चिन्हों की बीच की दूरी मुख्य पैमाने के 9 छोटे (मिलीमीटर) चिन्हों के बराबर है। अतएव वर्नियर के एक चिन्ह का मान $\frac{9}{10}$ मिलीमीटर होगा। इस प्रकार वर्नियर चिन्ह मुख्य पैमाने के छोटे चिन्ह से $1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$ मि. मी. या 0·1 मि. मी. छोटा है। मानलो किसी एक स्थिति पर वर्नियर पैमाने का शून्याङ्क (0) मुख्य पैमाने के दो से. मी. पर है। तब चित्र 2.3 के अनुसार वर्नियर पैमाने का 10 वाँ चिन्ह मुख्य पैमाने के 2·9 से. मी. से सम्पातित होगा। इसके बीच में कोई भी अन्य चिन्ह सम्पातित नहीं होगा।

चित्र 2.2

चित्र 2.3

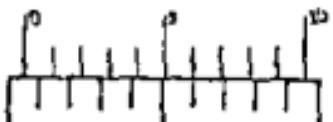
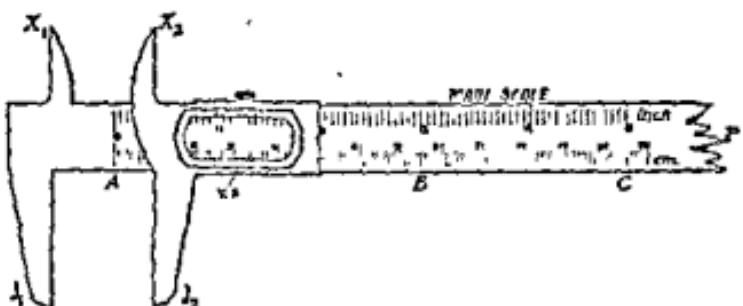
वर्नियर के पहले चिन्ह और प्रधान पैमाने के 2·1 चिन्ह में 0·1 मि. मी. का अन्तर है। दूसरे चिन्ह और 2·2 चिन्ह में 0·1 × 2 मि. मी. का अन्तर है। तीसरे में तथा 2·3 में 0·1 × 3 मि. मी. का अन्तर है। इसी प्रकार वर्नियर के 7 वें चिन्ह और प्र. पै. के 2·7 में 0·1 × 7 यानी 0·7 मि. मी. का अन्तर है। यदि वर्नियर पैमाने को इतना आगे सरकाया जाय कि उसका पहला चिन्ह प्र. पै. के 2·1 से. मी. से मिले तो वर्नियर 0·1 मि.

चित्र 2.4

मी. से आगे सरका और वर्नियर का शून्याङ्क भी 0·1 मि. मी. आगे सरका यदि वर्नियर को इतना सरकावें कि उसका 6 वां चिन्ह प्र. पै. के चिन्ह से मिल जाय तो वर्नियर का शून्याङ्क 0·1 × 6 अर्थात् 0·6 मि. मी. या ·06 से. मी. आगे सरका। देखो (चित्र 2.4) इस समय हम कहेंगे कि व. पै. के शून्याङ्क की वास्तविक स्थिति 2·0 + ·06 = 2·06 से. मी. है। चित्र 2.1 में बताए अनुसार जब B बिन्दु मुख्य पैमाने के किसी चिन्ह के ठीक सामने न आए तब वर्नियर पैमाने को खिसकाकर उसका शून्य B बिन्दु पर ले आओ। वर्नियर पैमाने के शून्याङ्क के बाईं ओर स्थित मु. पै. का चिन्ह मु. पै. का पाठ्यांक 2·1 से. मी. देगा। अब कौनसा वर्नियर चिन्ह मुख्य पैमाने के किसी चिन्ह से सम्पातित हो रहा है यह देखो। चित्र 2.2 के अनुसार चौथा वर्नियर चिन्ह सम्पातित हो रहा है। अतएव वर्नियर शून्याङ्क 2·1 से. मी. से 0·4 मि. मी. अथवा 0·04 से. मी. आगे है। इसलिए इसकी ठीक स्थिति 2·1 + 0·04 = 2·14 से. मी. हुई। इस प्रकार हम वर्नियर द्वारा लम्बाई दशमलव के दूसरे स्थान तक ज्ञात कर सकते हैं। इस वर्नियर पैमाने से हम कम से कम लम्बाई जो नाप सकते हैं वह 0·01 से. मी. के बराबर है। इसको वर्नियर का अल्पतमाङ्क (Vernier Constant) कहते हैं। यह प्रधान पैमाने के एक भाग और वर्नियर पैमाने के एक भाग के अन्तर के बराबर होता है।

2.3 वर्नियर अल्पतमाङ्क ज्ञात करने की विधि—सर्व प्रथम मु. पै. पर लगे हुए छोटे से छोटे चिन्ह का लघुतम माप ज्ञात करो। साधारणतः यह 1 मि. मी. अथवा 0·5 मि. मी. होता है। तदुपरान्त यह ज्ञात करो कि वर्नियर पर कुल कितने विभाग हैं। साधारणतः ये 10, 20 अथवा 25 होते हैं। इन विभागों की संख्या का मु. पै. के लघुतम माप में भाग दे दो। भागफल वर्नियर का अल्पतमाङ्क होगा। उपरोक्त उदाहरण में यह $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ या $\frac{0.5}{25}$ मि. मी, याने 0·1, 0·05 अथवा 0·02 मि. मी. होगा। से. मी. में यह मान 0·01, 0·005 अथवा 0·002 से. मी. होगा।

2.4 वर्नियर कैलिपर्स—यह एक अत्यन्त उपयोगी यन्त्र है। इसकी सहायता से किसी खोखली वस्तु का आन्तरिक व्यास अथवा ठोस वस्तु का बाहरी व्यास निकाला जा सकता है। उसी प्रकार किसी वस्तु की लम्बाई, यदि वह छोटी हो तो, इसकी सहायता से मालूम कर सकते हैं।

बनावट—सरल कैलिपर्स की बनावट व उपयोग तुम पढ़ ही चुके हो। वर्नियर कैलिपर्स चित्र 2.5 में बताए अनुसार होती है। एक पतली व चौड़ी लोहे अथवा अन्य किसी

धातु की पट्टिका P के एक सिरे पर समकोण एक स्थिर J_1 जबड़ा रहता है। पट्टिक पर मुख्य पैमाना M. S. से. मी. व मि. मी. में अङ्कित होता है।

चित्र 2.5

इसी पट्टिका के दूसरे किनारे पर इंच का मु. पै. अङ्कित होता है। J_1 के सम न्तर एक दूसरा जबड़ा J_2 है जो ऐसी छड़ से जुड़ा रहता कि इसे आगे-पीछे सर सकते है। इसी J_2 से जुड़ी हुई पट्टिका पर वर्नियर पैमाना V. S. अङ्कित होता है। ज J_2 आगे-पीछे सरकता है तब वर्नियर पैमाना मुख्य पैमाने पर खिसकता है। साधारण वर्नियर पैमाने पर 10 चिन्ह रहते हैं। अतएव उसका अल्पतमांक $\frac{1}{10} = 0{\cdot}1$ मि. मी. 0·01 से. मी. होता है। जब J_2 जबड़ा J_1 से सटा दिया जाय तो उस स्थिति में वर्नि यर पैमाने का शून्यांक मुख्य पैमाने के शून्यांक से सम्पातित होना चाहिये। अन्यथ शून्यांकी त्रुटि (Zero error) है।

उपयोग करने की विधि—(अधिक जानकारी के लिये लेखक द्वारा लिखि ("प्रायोगिक भौतिकी" देखो) मानलो हमें किसी बेलनाकार वस्तु, जैसे कलरी मापी क व्यास ज्ञात करना है। उस वस्तु को दोनों जबड़ों के बीच इस प्रकार रखो कि वह दोन जबड़ों को छूती हुई रहे। इस समय वर्नियर पैमाने के शून्यांक की स्थिति ज्ञात करो। उसक स्थिति का पाठ्यांक ही दी हुई वस्तु का व्यास होगा। उसकी स्थिति पढ़ने के लिए, व. पै के चिन्हों को देख कर यह ज्ञात करो कि उनका कौनसा चिन्ह मु. पै. के चिन्ह से सम्पाति (मिल) हो रहा है। इसको वर्नियर अल्पतमांक से गुणा कर मु. पै. के पाठ्यांक में जोड़ दो। योग फल कलरी मापी का व्यास होगा।

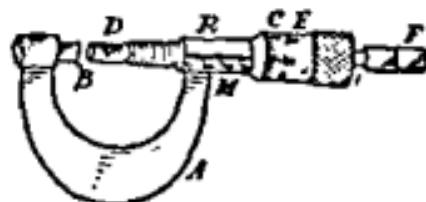
प्राय: वर्नियर कैलीपर्स में दो और जबड़े X_1 और X_2 होते हैं। ये इस प्रकार मुड़े हुए रहते हैं कि इनकी सहायता से किसी खोखली नली का अन्दरूनी व्यास सरलता से निकाला जा सकता है।

सरकने वाले जबड़े के साथ एक पतली धातु की पट्टी लगी रहती है। जब दोनों जबड़े मिले हुए हों मानो वर्नियर का पाठ्यांक शून्य हो उस समय वह पट्टी ठीक P के सिरे पर रहती है। जैसे-जैसे हम वर्नियर को आगे सरकायेंगे, वह पट्टी बाहर निकलेगी। वर्नियर कैलीपर्स के किनारे P, को जिस वस्तु की गहराई मापनी है, उसके सिरे पर लगा

कर, पट्टी को इतना बाहर निकालो कि वह वस्तु के पेंदे में छुए। इस समय वर्नियर का पाठ्यांक उसकी गहराई दे देगा।

शून्यांक की त्रुटि—जैसा कि हम ऊपर बता चुके हैं, जब J_1 और J_2 मिला दिये जायें तो वर्नियर का शून्यांक प्र. पै. के शून्यांक से मिलना चाहिये। परन्तु बनावट में त्रुटि करने से यदि दोनों शून्यांक एक दूसरे से न मिलें तो हम उसे शून्यांक की त्रुटि कहते हैं। इसको ज्ञात करने के लिये वर्नियर का कौनसा चिन्ह सम्पातित हो रहा है उसे ज्ञात करो। उसको वर्नियर अल्पतमांक से गुणा करने पर इस त्रुटि का मान आ जावेगा। यदि वर्नियर का शून्यांक प्र. पै. के शून्यांक के बाईं ओर यानी पहले है तो इस त्रुटि को प्रेक्षित पाठ्यांक में जोड़ना होगा। यदि वर्नियर का शून्यांक प्र. पै. के शून्यांक के दाईं ओर आगे है तो यह त्रुटि घटानी होगी।

2.5 सूक्ष्ममापी पेच (Screw gauge) साधारणतया वर्नियर कैलीपर्स से लम्बाई का ज्ञान दशमलव बिन्दु के द्वितीय अङ्क तक ही होता है। अतएव उसका प्रयोग मोटी वस्तुओं का व्यास ज्ञात करने में किया जाता है। तार जैसी पतली वस्तुओं का व्यास ज्ञात करने के लिये सूक्ष्म मापी पेच को काम में लेते हैं।

बनावट—यह उपकरण चित्र 2.6 में दिखाया गया है। A एक धातु का बना हुआ ढांचा (Frame) है। यह आयताकार या U की शक्ल का होता है। इसके एक सिरे पर अन्दर की ओर निकली हुई समतल गुण्डी B रहती है। D एक पेंच है। ढांचे में दूसरी ओर एक छेद रहता है जिससे मिला कर एक खोखला बेलन M लगा रहता है। इस बेलन में चूड़ियां कटी रहती हैं। बेलन के ऊपर लम्बाई के सहारे एक सूचक रेखा R होती है उसके ऊपर मुख्य पैमाना अङ्कित रहता है। इन चूड़ियों में होकर पेच D निकलता है। पेच का सिरा जो B के सामने रहता है, पूर्ण समतल होता है। दूसरे सिरे पर एक टोपी E लगी रहती है, जो घुमाने पर बेलन M पर आगे पीछे सरकती है। इसके साथ साथ पेच भी आगे पीछे सरकता है। इस टोपी की किनार ढालू होती है जिस पर एक वृत्ताकार पैमाना अङ्कित होता है। साधारणतः इस पर 100 विभाग होते हैं। जब वृत्ताकार पैमाने का शून्यांक सूचक रेखा पर होता है तो

चित्र 2.6

मु. पै. का कोई विभाग टोपी की किनार के ठीक पास में रहता है। इस स्थिति में टोपी को एक पूरा पूरा चक्कर देने पर टोपी ठीक दूसरे विभाग पर आ जायगी तथा पेच मु. पै. पर एक भाग आगे या पीछे सरक जायगा।

जब पेच का सिरा D, B से मिल जाता है तो उस समय वृत्ताकार पैमाने का शून्यांक मु. पै. के शून्यांक से मिल जाता है। यदि इस स्थिति से पेच को पूरा एक चक्कर दें तो D साधारणतः एक मि. मी. दूर हट जाता है। उस स्थिति में वृत्ताकार पैमाने का

शून्यांक सूचक रेखा के 1 मि. मी. चिन्ह के सामने आता है। यदि B और D के बीच दूरी 2 मि. मी. हो तो वृ. पै. का शून्यांक 2 मि मी. चिन्ह पर होगा। यदि B और D की दूरी 1 मि. मी. से अधिक व 2 मि. मी. से कम हो तो वृ. पै. की स्थिति इन चिन्हों के बीच होगी और अब शून्य के स्थान पर कोई दूसरा चिन्ह रहेगा। मान लो वृ. पै. का 46 वाँ भाग सूचक रेखा पर है तो D की B से दूरी हुई $1 + \frac{46}{100}$ मि. मी. अथवा 1·46 मि. मी.।

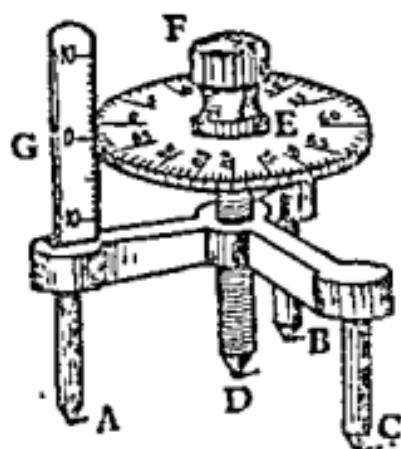
उपयोग करने की विधि—(अधिक जानकारी के लिए लेखकों की "प्रायोगिकी" देखो) जैसा कि ऊपर समझाया गया है कि पेंच को पूरा-पूरा चक्कर देने से उसका सिरा एक विभाग मु. पै. का आगे-पीछे सरकता है। इसको पेंच का चूड़ी अन्तर (Pitch) कहते हैं। साधारणतः यह एक मि. मी. होता है। कभी-कभी आधा मि. मी. होता है। इस चूड़ी अन्तर से वृत्ताकार पैमाने के कुल विभागों का भाग देने से मान आता है उसे पेंच का लघुतम माप (least count) कहते हैं। जिसे हम कम से कम इतनी दूरी अथवा लम्बाई ज्ञात कर सकते हैं। यदि हम पेंच को पूरे एक चक्कर से घुमायें तो वह एक मि. मी. आगे बढ़ता है। यदि टोपी को पर लगे हुए एक विभाग से ही घुमायें तो पेंच $\frac{1}{100}$ मि. मी. आगे बढ़ेगा। इसी को पेंच का लघुतम माप कहते हैं।

मानलो हमें किसी तार का व्यास ज्ञात करना है। पहले टोपी को घुमा कर D को B से मिला दो। इस स्थिति में वृ. पै. का शून्यांक मु. पै. के शून्यांक के ऊपर होगा। अब पेंच को दूर घुमाकर तार को B और D के बीच रखो तथा टोपी को आगे घुमाकर तार को B और D के बीच पकड़ लो। जब B और D तार के दोनों ओर सट जायें तो वृत्ताकार पैमाने की स्थिति पढ़ लो। प्रधान पैमाने के जितने चिन्ह टोपी से बाहर आगये हैं वह मु. पै. का पाठ्यांक होगा। वृत्ताकार पैमाने का कौन सा चिन्ह सूचक रेखा पर है वह वृ. पै. का पाठ्यांक होगा। इसको लघुतम माप से गुणा करने पर जो मान आवे उसको प्र. पै. के पाठ्यांक में जोड़ दो। यह कुल पाठ्यांक होगा। यही तार का व्यास होगा।

शून्यांकी संशोधन—यदि D को B से मिला देने पर वृ. पै. का शून्यांक मु. पै. के शून्यांक से न मिले तो यन्त्र में शून्यांकी त्रुटि है। इसको दूर करने के लिये वृ. पै. का इस स्थित में पाठ्यांक ले लो। इसको लघुतम माप से गुणा करने पर शून्यांकी संशोधन आ जायगा। यदि वृ. पै. का शून्यांक प्र. पै. के शून्यांक से अधिक आगे निकल गया है तो संशोधन धनात्मक होगा अन्यथा ऋणात्मक।

टिप्पणी—कई बार टोपी के सिरे पर एक पेंच F होता है जिसे रैचेट (ratchet) कहते हैं। पेंच को आगे-पीछे रैचेट को घुमाकर घुमाया जाता है। जब D, B से सट जाता है अथवा किसी अन्य वस्तु से सट जाता है तो F को घुमाने से पेंच आगे नहीं बढ़ेगा। इससे पेंच वस्तु से ठीक प्रकार सट भी जाता है और अधिक बल के

2.6 स्फिअरोमापी (Spherometer)—सूक्ष्म मापी पेच के सिद्धान्त पर ही आधारित यह एक दूसरा उपकरण होता है। किसी गोलीय धरातल का वक्रता अर्ध व्यास मालूम करने में इसका उपयोग होने के कारण इसको गोला मापी अथवा स्फिअरोमापी कहते हैं।

बनावट—चित्र 2.7 देखो। एक धातु का ढांचा तीन पैरों पर खड़ा रहता है। ये तीन पैर A, B, और C, इस प्रकार स्थित है कि इनके नुकीले सिरे एक समबाहु (equilateral) त्रिकोण बनाते हैं। तीनो पैरो के मध्य से निकलता हुआ एक पेच D होता है। इस पेच D के ऊपरी सिरे पर एक धातु की चकरी E होती है इसके किनारे- किनारे वृत्ताकार पैमाना अङ्कित होता है। इस पैमाने पर साधारणतः 100 चिन्ह अङ्कित होते हैं। इस चकरी के बीच में घुण्डी F लगी हुई होती है जिसको घुमाने से पेच घूमता है और ऊपर-नीचे सरकता है। किसी एक पैर की सीध में एक ऊर्ध्वाधर धातु की पट्टी G लगी रहती है जो चकरी को स्पर्श करती है। इसी पट्टी के ऊपर प्रधान पैमाना अङ्कित होता है। यह साधारणतः मि. मी. में अङ्कित होता है। चकरी को एक पूरा-पूरा चक्कर देने पर वह प्र. पै. पर एक मि. मी. ऊपर या नीचे सरक जाती है। सूक्ष्म मापी पेच के अनुसार इसे पेच का चूड़ी अन्तर कहते हैं। इस चूड़ी अंतर में वृत्ताकार पैमाने पर बने हुए चिन्हों का भाग देने से लघुतम माप आ जायगा। वृत्ताकार पैमाने को एक भाग से घुमाने पर पेच लघुतम माप के बराबर ऊपर नीचे सरकेगा। इस पेच के द्वारा कम से कम ऊंचाई जो ज्ञात की जा सकती है वह लघुतम माप के बराबर होती है।

चित्र 2 7

उपयोग करने की विधि—मानलो हमें किसी पट्टिका की मोटाई निकालना है। सर्व प्रथम स्फिअरोमापी का चूड़ी अंतर ज्ञात कर लघुतम माप निकाललो। तत्पश्चात यन्त्र को किसी कांच की समतल पट्टिका पर रख कर पेच को इतना घुमाओ कि उसका सिरा पट्टिका को छुए। इस स्थिति में पेच का सिरा और उसका प्रतिबिम्ब एक दूसरे को छूता हुआ दिखाई देगा। इस स्थिति में यन्त्र को तीनों टांगे तथा पेच एक ही धरातल पर होंगे। इस स्थिति में वृत्ताकार पैमाने का शून्यांक प्र. पै. के शून्यांक से मिल जायगा। अन्यथा शून्यांकी संशोधन ज्ञात करलो। अर्थात इस स्थिति में मुख्य पैमाने का तथा वृत्ताकार पैमाने का पाठ्यांक लेलो। फिर घुण्डी F को घुमाकर पेच D को ऊपर उठाओ। अब जिस पट्टिका की मोटाई ज्ञात करना है उसे केवल D के नीचे रखो तथा पेच D को इतना घुमाओ कि वह पट्टिका को छुए। वृत्ताकार पैमाने की स्थिति प्र. पै. पर ज्ञात करो। यह प्र. पै. का पाठ्यांक होगा। वृत्ताकार पैमाने का जो चिन्ह प्र. पै. के सामने हो उसे लघुतम माप से गुणाकर प्र. पै. के पाठ्यांक में जोड़ दो। यदि शून्यांकी संशोधन शून्य है तो

यही पट्टिका की मोटाई होगी। अन्यथा पहले पाठ्यांक को इसमें से घटाने पर मोटाई आ जायगी।

गोलीय धरातल का वक्रता अर्धव्यास ज्ञात करना—(पूरी जानकारी के लिये देखो "प्रायोगिक भौतिकी")।

विधि—स्फिअरोमापी को किसी कागज पर रख कर धीरे से दबाओ ताकि उसके पैरों के निशान कागज पर बन जायें। उन निशानों पर पेन्सिल से चिन्ह बना कर दो पैरों के बीच की दूरी ज्ञात करलो। मानलो यह 'a' से. मी. है। इसके लिये दूरी AB, BC,CA, को नाप कर मध्यमान निकालो। इसके बाद यन्त्र को किसी समतल पट्टिका पर रख कर पेच को इतना घुमाओ कि उसका सिरा पट्टिका को छुए। इस स्थिति में यन्त्र का पाठ्यांक लेलो। मानलो यह 'r_1' है। पेच को ऊपर घुमाकर छोड़ दो। फिर गोलीय धरातल की वस्तु को समतल पट्टिका पर रखो और यन्त्र को उस गोलीय धरातल पर रख कर पेच को इतना घुमाओ कि वह गोलीय धरातल के सबसे ऊपर वाले सिरे को छुए (यदि धरातल अवतल है तो सबसे नीचे वाले सिरे पर छुएगा)। देखो चित्र (2.9) यह स्थिति D_2 पर बताई गई है। इस स्थिति में यन्त्र का पाठ्यांक लेलो। मानलो यह 'r_2' है। r_2 में से r_1 को घटाने पर गोलीय धरातल कीऊंचाई DD_1 आ जायगी; इसको h कहते हैं। इस प्रकार h का मान $r_2 - r_1$ से. मी. होगा। गोलीय धरातल का वक्रता अर्ध-व्यास R निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है–

$$R = \frac{a^2}{6h} + \frac{h}{2} \quad \dots \quad \dots \quad (1)$$

सूत्र की सिद्धता—देखो चित्र (2.8) मानलो VWXYZ किसी गोले का एक भाग है जिसका वक्रता केन्द्र O है। उदाहरण के लिये किसी अवतल अथवा उत्तल दर्पण या लैंस को ले लीजिये। VW गोलाईदार सतह है और XYZ समतल। यदि स्फिअरोमापी को किसी काच की समतल पट्टिका पर रख कर पेच को उससे सटाया जाय तो A, B, C और D एक ही तल में रहेंगे। अब यदि यन्त्र को किसी गोलीय धरातल पर रख कर पेच को उससे ... जाय तो A, B और C तो एक .. में रहेंगे और D उनके ऊपर रहेगा D_1 पर। DD_1 यह दूरी h के बराबर। यदि किसी पैर A की स्थिति D से जोड़ दिया जाय तो A D O

चित्र 2.8

एक समकोण त्रिभुज (rt. angled triangle) होगा। AO = R गोले का वक्रता अर्ध-व्यास है चूंकि O गोले का केन्द्र है और A गोले के सतह पर कोई बिन्दु।

चूंकि ADO एक समकोण त्रिभुज है, इसलिये कर्ण (Hypotenuse) का वर्ग दूसरी भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होगा अतएव, देखो चित्र 2.9

$$AO^2 = OD^2 + AD^2$$

परन्तु $OD = OD_1 - DD_1 = R - h$

चूंकि $OD_1 = OA = R$ है और $DD_1 = h$ है

मानलो $AD = b$ है। यह एक पैर और केन्द्रीय पेच की दूरी है। इन राशियों का मान उपरोक्त समीकरण (2) में स्थानापन्न करने से,

$$R^2 = (R - h)^2 + b^2$$

या $\quad R^2 = R^2 - 2Rh + h^2 + b^2$

या $\quad R^2 - R^2 + 2Rh = b^2 + h^2$

या $\quad 2Rh = h^2 + b^2$

$$\therefore \quad R = \frac{b^2}{2h} + \frac{h^2}{2h}$$

$$= \frac{b^2}{2h} + \frac{h}{2} \quad \cdots\cdots \quad (3)$$

चित्र 2.9

R का मान 'a' के मान से भी सम्बन्धित किया जा सकता है। 'a' यन्त्र के पैरों के बीच की दूरी है। यदि यन्त्र को किसी कागज पर रख कर दबाया जाय तो उसके तीन पैर तीन बिन्दु A, B और C बनायेंगे। इनको जोड़ने से एक समबाहु त्रिभुज ABC बनेगा।

चित्र 2.10

केन्द्रीय पेच की स्थिति D पर होगी। यदि AD को जोड़ कर आगे बढ़ाया जाय तो यह रेखा CB से F बिन्दु पर मिलेगी। यह AF रेखा CB पर लम्बवत् होगी तथा CB को समद्विभाजित (Bisect) करेगी। उसी प्रकार रेखा CE है जो AB को लम्ब (Perpendicular) समद्विभाजक है। D बिन्दु उस वृत्त (AYCZ) का केन्द्र है जो ABC से गुजरता है। उपरोक्त सूत्र में प्रयुक्त दूरी b, AD अथवा CD के बराबर है। मान लो AB 'a' के बराबर है। अतएव $AE = EB = \frac{a}{2}$ होगी और 'a' AC के बराबर है।

यही पट्टिका की मोटाई होगी। अन्यथा पहले पाठ्यांक को इनमें से घटाने पर मोटाई आ जायगी।

गोलीय धरातल का वक्रता अर्धव्यास ज्ञात करना—(पूरी जानकारी के लिये देखो "प्रायोगिक भौतिकी")।

विधि—स्फिअरोमापी को किसी कागज पर रख कर धीरे से दबाओ ताकि उसके पैरों के निशान कागज पर बन जायें। उन निशानों पर पेन्सिल से चिन्ह बना कर दो पैरों के बीच की दूरी ज्ञात करलो। मानलो यह 'a' से. मी. है। इसके लिये दूरी AB, BC,CA, को नाप कर मध्यमान निकालो। इसके बाद यन्त्र को किसी समतल पट्टिका पर रख कर पेच को इतना घुमाओ कि उसका सिरा पट्टिका को छुए। इस स्थिति में यन्त्र का पाठ्यांक लेलो। मानलो यह 'r_1' है। पेच को ऊपर घुमाकर छोड़ दो। फिर गोलीय धरातल की वस्तु को समतल पट्टिका पर रखो और यन्त्र को उस गोलीय धरातल पर रख कर पेच को इतना घुमाओ कि वह गोलीय धरातल के सबसे ऊपर वाले सिरे को छुए (यदि धरातल अवतल है तो सबसे नीचे वाले सिरे पर छुएगा)। देखो चित्र (2.9) यह स्थिति D_1 पर बताई गई है। इस स्थिति में यन्त्र का पाठ्यांक लेलो। मानलो यह 'r_2' है। r_2 में से r_1 को घटाने पर गोलीय धरातल कीऊंचाई DD_1 आ जायगी; इसको h कहते हैं। इस प्रकार h का मान $r_2 - r_1$ से.मी. होगा। गोलीय धरातल का वक्रता अर्ध-व्यास R निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है–

$$R= \frac{a^2}{6h}+\frac{h}{2} \quad .... \quad .... \quad (1)$$

सूत्र की सिद्धता—देखो चित्र (2.8) मानलो VWXYZ किसी गोले का एक भाग है जिसका वक्रता केन्द्र O है। उदाहरण के लिये किसी अवतल अथवा उत्तल दर्पण या लैंस को ले लीजिये। VW गोलाईदार सतह है और XYZ समतल। यदि स्फिअरोमापी को किसी कांच की समतल पट्टिका पर रख कर पेच को उससे सटाया जाय तो A, B, C और D एक ही तल में रहेंगे। अब यदि यन्त्र को किसी गोलीय धरातल पर रख कर पेच को उससे सटाया जाय तो A, B और C तो एक समतल में रहेंगे और D उनके ऊपर रहेगा जैसे D_1 पर। DD_1 यह दूरी h के बराबर है। यदि किसी पैर A की स्थिति को D से जोड़ दिया जाय तो A D

एक समकोण त्रिभुज (rt. angled triangle) होगा। AO = R गोले का वक्रता अर्ध-व्यास है चूंकि O गोले का केन्द्र है और A गोले के सतह पर कोई विन्दु।

चूंकि ADO एक समकोण त्रिभुजहै, इसलिये कर्ण (Hypotenuse) का वर्ग दूसरी भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होगा अतएव, देखो चित्र 2.9

$$AO^2 = OD^2 + AD^2$$

परन्तु $OD = OD_1 - DD_1 = R - h$

चूंकि $OD_1 = OA = R$ है और $DD_1 = h$ है

मानलो $AD = b$ है। यह एक पैर और केन्द्रीय पेच की दूरी है। इन राशियों का मान उपरोक्त समीकरण (2) में स्थानापन्न करने से,

$$R^2 = (R - h)^2 + b^2$$

या $$R^2 = R^2 - 2\,Rh + h^2 + b^2$$

या $$R^2 - R^2 + 2\,Rh = b^2 + h^2$$

या $$2\,Rh = h^2 + b^2$$

$$\therefore \quad R = \frac{b^2}{2h} + \frac{h^2}{2h}$$

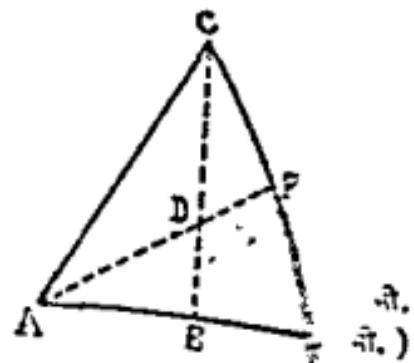
$$= \frac{b^2}{2h} + \frac{h}{2} \quad \dots \quad \dots \quad (3)$$

चित्र 2.9

R का मान 'a' के मान से भी सम्बन्धित किया जा सकता है। 'a' यन्त्र के पैरों के बीच की दूरी है। यदि यन्त्र को किसी कागज पर रख कर दबाया जाय तो इसके तीन पैर तीन बिन्दु A, B और C बनायेंगे। इनको जोड़ने से एक समबाहु त्रिभुज ABC बनेगा।

केन्द्रीय पेच की स्थिति D पर होगी। यदि AD को जोड़ कर आगे बढ़ाया जाय तो यह रेखा CB से F बिन्दु पर मिलेगी। यह AF रेखा CB पर लम्बवत् होगी तथा CB को समद्विभाजित (Bisect) करेगी। उसी प्रकार रेखा CE है जो AB को लम्ब (Perpendicular) समद्विभाजक है। D बिन्दु उस वृत्त का केन्द्र है जो ABC से गुजरता है। उपरोक्त वृत्त में [illegible] अथवा CD के बराबर है। मान लो AB 'a' के $= \frac{a}{2}$ होगी और 'a' AC

चित्र 2.10

त्रिभुज ACE में E पर समकोण है, इसलिये,

$$AC^2 = AE^2 + CE^2$$

$$\therefore CE^2 = AC^2 - AE^2$$

चूंकि $\quad AC = a$, और $AE = \frac{a}{2}$ है,

$$\therefore \quad CE^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$= a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$= \frac{3a^2}{4}$$

$$\therefore \quad CE = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

चूंकि किसी भी त्रिभुज में बिन्दु D मध्य रेखा को 2 : 1 के अनुपात में विभक्त करता है इसलिये,

$$CD = \frac{2}{3}\ CE = \frac{2}{3} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \left[\because CE = \frac{a}{2}\sqrt{3}\right]$$

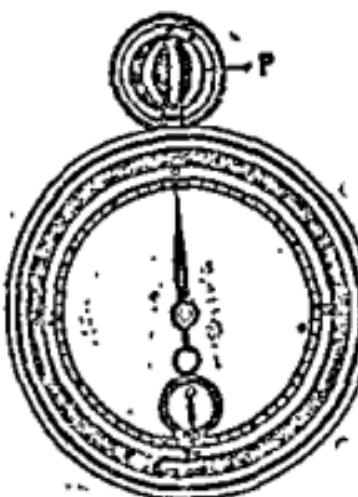
$$= \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \quad b = \frac{a\sqrt{3}}{3} \quad \left[\text{चूंकि } CD = b\right]$$

$$\therefore \quad b^2 = \frac{a^2}{9} \times 3 = \frac{a^2}{3}$$

b^2 का यह मान समीकरण (3) में स्थानापन्न करने पर

$$R = \frac{a^2}{3} \times \frac{1}{2h} + \frac{h}{2} = \frac{a^2}{6h} + \frac{h}{2} \qquad (4)$$

हमेशा h का मान बहुत ही कम रहता है अतएव सूत्र $R = \frac{a^2}{6h} + \frac{h}{2}$ में $\frac{h}{2}$ को नगण्य मानकर $R = \frac{a^2}{6h}$ ही ले लेते हैं। ध्यान रहे कि h व a की इकाई एक ही होना चाहिए (यानी से. मी.)। सूत्र (3) के उपयोग से भी R ज्ञात कर सकते हैं परन्तु इसका उपयोग इसलिये ठीक नहीं है कि A और D की दूरी ज्ञात करना कठिन है तथा पेंच को बार-बार दबाने से उनकी नोक घिस जाने का भय रहता है।

चित्र 2.11

7. समय नापना—समय का अन्तर विराम घड़ी (Stop watch) (चित्र 2.11) से नापते हैं। यह एक प्रकार की घड़ी होती है जिसमें बड़ा कांटा बड़े वृत्ताकार पैमाने पर घूमता है। इसमें बड़ा कांटा सैकंड का पाठ्यांक देता है। एक छोटा कांटा और होता है जो मिनट बतलाता है। घड़ी की चाबी की घुण्डी को दबाने से घड़ी चलने लग जाती है। पुनः उसको दबाने से वह बन्द हो जाती है। इस स्थिति में पाठ्यांक ले लेते हैं। इसके बाद घुण्डी को पुनः दबाने पर सब कांटे पुनः शून्यांक पर आ जाते हैं। इसके बाद घड़ी को पुनः प्रयोग में ले सकते हैं।

पौराणिक काल में लोग दिन में सूर्य की स्थिति से और रात्रि में तारों की स्थिति से समय ज्ञात करते थे। इसके पश्चात् रेत अथवा जल की घड़ियें बनाई गई। वर्तमान-काल में कमानी की तथा लोलक की घड़ियां प्रयोग में लाई जाती हैं। आजकल परमाणु घड़ियें बनाई गई हैं जिनके समय में हजारों वर्षों में एक सैकिन्ड का भी अन्तर नहीं होगा।

प्रश्न

1—वर्नियर कैलीपर्स द्वारा किसी छड़ का व्यास किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 2.4)

2—सूक्ष्म मापी पेच का वर्णन करो तथा उसकी सहायता से किसी तार का अर्ध व्यास किस प्रकार ज्ञात करोगे। (देखो 2.5)

3—स्फिअरोमापी का यह नाम क्यों रखा गया है ? इससे किसी उत्तल अथवा का वक्रता अर्ध व्यास कैसे निकालोगे ? (देखो 2.6)

संख्यात्मक प्रश्न—

किसी दर्पण की ऊंचाई 0·145 से. मी. है तथा यन्त्र के पैरों की दूरी 4 से. मी. है तो दर्पण का अर्ध व्यास ज्ञात करो। (उत्तर 18·3 से. मी.)

अध्याय 3

आयतन का नाप

3.1 आयतन (Volume)—कोई वस्तु जितनी जगह घेरती है उसे उस वस्तु का आयतन कहते हैं। तुम अपने सामान्य विज्ञान में पढ़ ही चुके हो कि एक पुस्तक का आयतन सन्दूक से छोटा होता है। प्रत्येक वस्तु अपने आकारानुसार कुछ न कुछ जगह अवश्य घेरती है। जितनी अधिक उसकी लम्बाई अथवा चौड़ाई होगी उतना ही अधिक स्थान वह घेरेगी। यदि दो वस्तुओं की लम्बाई चौड़ाई एक सी हो किन्तु उनकी ऊंचाई भिन्न-भिन्न हो तो अधिक ऊंचाई वाली वस्तु अधिक स्थान घेरेगी। इस प्रकार हम देखते हैं कि किसी वस्तु का आयतन लम्बाई, चौड़ाई व ऊंचाई पर निर्भर होता है।

यदि किसी वस्तु के एक दिशा में दो सिरों के बिन्दुओं के बीच की दूरी को लम्बाई कहा जाय तो उसके लम्बवत (Perpendicular) दिशा में दो सिरों के बिन्दुओं के बीच की दूरी को चौड़ाई कहते हैं। इन दो दिशाओं की लम्बवत दिशा में दो सिरों के बिन्दु के बीच की दूरी को ऊँचाई कहते हैं। इस प्रकार यदि कोई वस्तु, जैसे सन्दूक, चित्र 3.1 के अनुसार हो, तो AB उसकी लम्बाई, BC चौड़ाई व BD ऊंचाई है।

3.2 आयतन की इकाई:—दशमलव प्रणाली के अनुसार आयतन की इकाई घन सेंटीमीटर (*cubic centimeter*) (घन से. मी.) है। यदि कोई वस्तु 1 से. मी. लम्बी, 1 से. मी. चौड़ी व 1 से. मी. मोटी हो तो वह जितनी जगह घेरेगी उसे 1 घन सेंटीमीटर आयतन कहते हैं। इस प्रकार यदि कोई वस्तु 1 मीटर लम्बी, चौड़ी व मोटी हो तो उसका आयतन 1 घन मीटर होगा। 1 मीटर के स्थान पर हम 100 से. मी. भी लिख सकते हैं और अब आयतन $100 \times 100 \times 100 = 1{,}000{,}000$ घ. से. मी. होगा। अतएव 1 घ. मी. = 1,000,000 घ. से. मी.। ठीक इसी प्रकार हम सारी सारणी जैसा कि पे० 2 पर दे रखी है बना सकते हैं।

चित्र 3.1

ब्रिटिश प्रणाली में आयतन की इकाई घन फीट है। यदि हम एक घन (cube) में जिसकी भुजा की लम्बाई 1 फुट हो तो उसका आयतन 1 घन फुट होगा। इस घन की भुजाओं को इंचों में भी बनाया जा सकता है। प्रत्येक भुजा में 12 इन्च होंगे। इस प्रकार सारे ठोस को हम कई छोटे-छोटे टुकड़ों में विभाजित कर सकते हैं। प्रत्येक टुकड़ा एक इन्च लम्बा एक इन्च चौड़ा और एक इन्च ऊंचा होगा। इस तरह के टुकड़ों की संख्या सारे ठोस में $12 \times 12 \times 12 = 1728$ होगी। अतएव 1

घन फुट 1728 घन इन्च के बराबर होगा। इस प्रकार हम लम्बाई की भिन्न-भिन्न इकाइयों के अनुसार आयतन की इकाई की सारणी बना सकते हैं।

जब हम कहते है कि किसी ठोस का आयतन 1000 घ. से. मी. है तो इसका आयतन ऐसे घन के बराबर है जिसकी भुजा 10 से. मी. है अथवा इसका आयतन ऐसे घन का 1000 गुना है जिसका आयतन एक घ. से. मी. है।

3.3 आयतन के सूत्र—वस्तुएं दो प्रकार की होती हैं—1. सुडोल 2. बेडोल (Irregular)। सुडोल वस्तुएं वे हैं जिनकी लम्बाई, चौड़ाई इत्यादि किसी नियमानुसार होती है—जैसे पुस्तक, सन्दूक, गोला, बेलन इत्यादि। बेडोल वस्तुओं का कोई निश्चित रूप नहीं होता है—जैसे पत्थर का टुकड़ा।

सुडोल वस्तुओं का आयतन निकालना आसान है। इसके लिये हमारे भिन्न-भिन्न सूत्र हैं जैसे—

(अ) आयताकार (Rectangular) ठोस का आयतन=लम्बाई×चौड़ाई×ऊँचाई

(ब) घन (Cube) का आयतन (यह आयताकार ठोस का विशेष रूप है जिसमें लम्बाई = चौड़ाई = ऊँचाई)

= लम्बाई × लम्बाई × लम्बाई
= लम्बाई^3

(क) गोले (Sphere) का आयतन = $\frac{4}{3}\pi$ × अर्ध व्यास^3 = $\frac{4}{3}\pi r^3$, यहां r = गोले का अर्ध व्यास (Radius) है।

π (पाई) एक ग्रीक अक्षर है। यहां इसका अर्थ एक विशेष अनुपात (Ratio) से है। यदि हम किसी वृत्त (Circle) की परिधि (Circumference) को नापें व उसमें उसके व्यास का भाग दे दें तो जो भागफल आयगा वह π के बराबर होगा। इसका मान 3·14 या $\frac{22}{7}$ होता है।

(ख) बेलन (Cylinder) का आयतन = π × अर्ध व्यास^2 × ऊँचाई = $\pi r^2 h$, यहां r बेलन का अर्धव्यास व ऊंचाई है।

(ग) शंकु (Cone) का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ यहां r शंकु के आधार का अर्धव्यास है और h उसकी ऊंचाई है।

चित्र 3.2, 3.3 और 3.4 में क्रमशः गोला, बेलन अथवा शंकु दिखाया गया है।

3.4 सुडोल वस्तु का आयतन निकालना—मानलो सुडोल वस्तु बेलनाकार है जैसे किसी धातु की छड़। यदि छड़ पतली है तो उसका व्यास सूक्ष्म मापी पेच से, अन्यथा वर्नियर केलिपर्स से निकालो। तुम जानते हो कि छड़ का व्यास कई भिन्न-भिन्न स्थानों पर हमेशा एक दूसरे के लम्बवत दिशा में नापना चाहिये। भिन्न-भिन्न स्थानों पर व्यास नापना इसलिये आवश्यक है कि छड़ का व्यास सब जगह एक सा न हो। एक ही स्थान पर हर दो लम्बवत दिशा में नापना इसलिये आवश्यक है कि छड़ पूर्ण रूप से बेलनाकार न हो।

चित्र 3.2

अध्याय 3

आयतन का माप

3.1 आयतन (Volume)—कोई वस्तु जितनी जगह घेरती है उसे उस वस्तु का आयतन कहते हैं। हम सभी व्यावहारिक जीवन में यह देखते ही हैं कि एक पुस्तक का आयतन संदूक से छोटा होता है। प्रत्येक वस्तु अपने आकारानुसार कुछ न कुछ जगह घेरती है। किसी वस्तु की जितनी लम्बाई चौड़ाई होगी उतना ही अधिक स्थान वह घेरेगी। यदि दो वस्तुओं की लम्बाई चौड़ाई एक सी हो किन्तु उनकी ऊँचाई भिन्न भिन्न हो तो अधिक ऊँचाई वाली वस्तु अधिक स्थान घेरेगी। इस प्रकार हम देखते हैं कि किसी वस्तु का आयतन लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई पर निर्भर होता है।

यदि किसी वस्तु के एक दिशा में दो सिरों के बिन्दुओं के बीच की दूरी को लम्बाई कहा जाए तो उसके लम्बवत (Perpendicular) दिशा में दो सिरों के बिन्दुओं के बीच की दूरी को चौड़ाई कहते हैं। इन दो दिशाओं की लम्बवत दिशा में दो सिरों के बिन्दु के बीच की दूरी को ऊँचाई कहते हैं। इस प्रकार यदि कोई वस्तु, जैसे संदूक, चित्र 3.1 के अनुसार हो, तो AB उसकी लम्बाई, BC चौड़ाई व BD ऊँचाई है।

3.2 आयतन की इकाई:—दशमलव प्रणाली के अनुसार आयतन की इकाई घन सेंटीमीटर (cubic centimeter) (घन से. मी.) है। यदि कोई वस्तु 1 से. मी. लम्बी, 1 से. मी. चौड़ी व 1 से. मी. मोटी हो तो वह जितनी जगह घेरेगी उसे 1 घन सेंटीमीटर आयतन कहते हैं। इस प्रकार यदि कोई वस्तु 1 मीटर लम्बी, चौड़ी व मोटी हो तो उसका आयतन 1 घन मीटर होगा। 1 मीटर के स्थान पर हम 100 से. मी. भी लिख सकते हैं और अब आयतन 100×100×100 = 1,000,000 घ. सें. मी. होगा। अतएव 1 घ. मी. = 1,000,000 घ. सें. मी.। ठीक इसी प्रकार हम सारी सारणी जैसा कि पे० 2 पर दे रखी है बना सकते हैं।

चित्र 3.1

ब्रिटिश प्रणाली में आयतन की इकाई घन फीट है। यदि हम एक घन (cube) लें जिसकी भुजा की लम्बाई 1 फुट हो तो उसका आयतन 1 घन फुट होगा। इस घन की भुजाओं को इंचों में भी बताया जा सकता है। प्रत्येक भुजा मे 12 इन्च होंगे। इस प्रकार सारे ठोस को हम कई छोटे-छोटे टुकड़ों में विभाजित कर सकते हैं। प्रत्येक टुकड़ा एक इन्च लम्बा एक इन्च चौड़ा और एक इन्च ऊंचा होगा। इस तरह के टुकड़ों की संख्या सारे ठोस में 12×12×12 = 1728 होगी। अतएव 1

घन फुट 1728 घन इन्च के बराबर होगा। इस प्रकार हम लम्बाई की भिन्न-भिन्न इकाइयों के अनुसार आयतन की इकाई की सारणी बना सकते हैं।

जब हम कहते है कि किसी ठोस का आयतन 1000 घ. से. मी. है तो इसका आयतन ऐसे घन के बराबर है जिसकी भुजा 10 से. मी. है अथवा इसका आयतन ऐसे घन का 1000 गुना है जिसका आयतन एक घ. से. मी. है।

3.3 आयतन के सूत्र—वस्तुएं दो प्रकार की होती हैं—1. सुडोल 2. बेडोल (Irregular)। सुडोल वस्तुएं वे है जिनकी लम्बाई, चौड़ाई इत्यादि किसी नियमानुसार होती हैं—जैसे पुस्तक, सन्दूक, गोला, बेलन इत्यादि। बेडोल वस्तुओं का कोई निश्चित रूप नहीं होता है—जैसे पत्थर का टुकड़ा।

सुडोल वस्तुओं का आयतन निकालना आसान है। इसके लिये हमारे भिन्न-भिन्न सूत्र हैं जैसे—

(अ) आयताकार (Rectangular) ठोस का आयतन=लम्बाई×चौड़ाई×ऊंचाई

(ब) घन (Cube) का आयतन (यह आयताकार ठोस का विशेष रूप है जिसमें लम्बाई = चौड़ाई = ऊंचाई)

= लम्बाई × लम्बाई × लम्बाई
= लम्बाई^3

(क) गोले (Sphere) का आयतन = $\frac{4}{3}\pi$ × अर्ध व्यास^3 = $\frac{4}{3}\pi r^3$, यहां r = गोले का अर्ध व्यास (Radius) है।

π (पाई) एक ग्रीक अक्षर है। यहां इसका अर्थ एक विशेष अनुपात (Ratio) से है। यदि हम किसी वृत (Circle) की परिधि (Circumference) को नापें व उसमें उसके व्यास का भाग दे दें तो जो भागफल आयगा वह π के बराबर होगा। इसका मान 3·14 या $\frac{22}{7}$ होता है।

(ख) बेलन (Cylinder) का आयतन = π × अर्ध व्यास^2 × ऊंचाई = $\pi r^2 h$, यहां r बेलन का अर्धव्यास व ऊंचाई है।

(ग) शंकु (Cone) का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ यहां r शंकु के आधार का अर्धव्यास है और h उसकी ऊंचाई है।

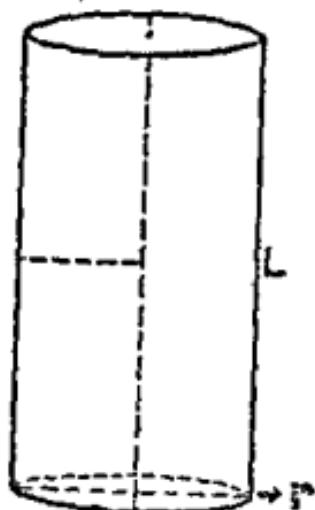
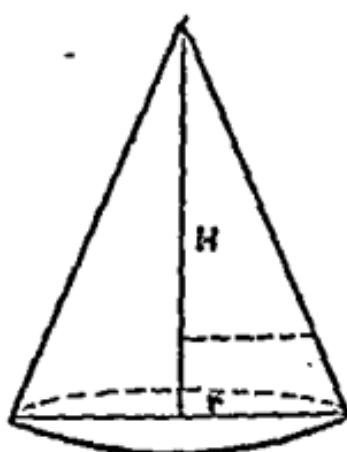
चित्र 3.2, 3.3 और 3.4 में क्रमशः गोला, बेलन अथवा शंकु दिखाया गया है।

3.4 सुडोल वस्तु का आयतन निकालना—मानलो सुडोल वस्तु बेलनाकार है जैसे किसी धातु की छड़। यदि छड़ पतली है तो उसका व्यास सूक्ष्म मापी पेच से, अन्यथा वर्नियर केलिपर्स से निकालो। तुम जानते हो कि छड़ का व्यास कई भिन्न-भिन्न स्थानों पर हमेशा एक दूसरे के लम्बवत दिशा में नापना चाहिये। भिन्न-भिन्न स्थानों पर व्यास नापना इसलिये आवश्यक है कि छड़ का व्यास सब जगह एक सा न हो। एक ही स्थान पर दो लम्बवत दिशा में नापना इसलिये आवश्यक है कि छड़ पूर्ण रूप से बेलनाकार न हो।

चित्र 3.2

छड़ की लम्बाई यदि अधिक है तो मीटर पैमाने से, अन्यथा वर्नियर केलिपर्स से निकालो। इस प्रकार अर्ध व्यास व लम्बाई मालूम कर सूत्र की सहायता से आयतन निकालो।

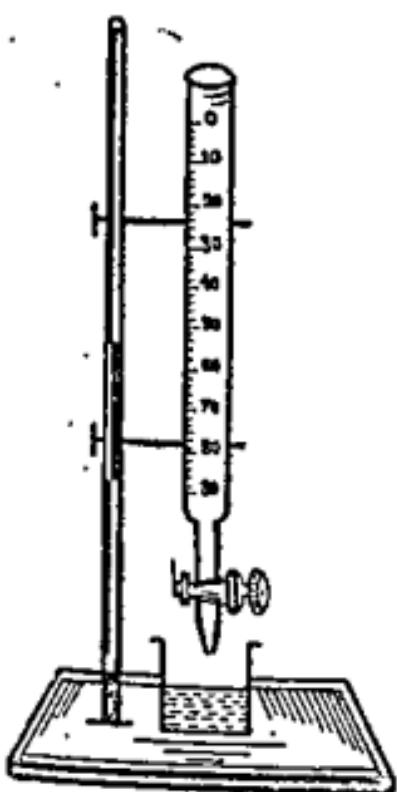
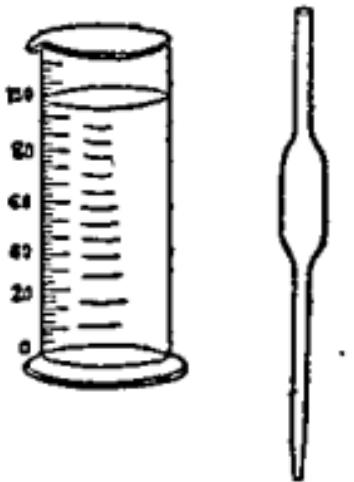
इस प्रकार किसी सुडौल वस्तु का, सूत्र में दी गई आवश्यक राशियों को ज्ञातकर आयतन निकाला जा सकता है।

चित्र 3.3

चित्र 3.4

3.5 बेडौल वस्तु का आयतन निकालना—तुम जानते हो कि ब्यूरेट, नपना गिलास, (Graduated cylinder) व पिपेट किस प्रकार के उपकरण होते हैं। तुम्हारी स्मरण शक्ति को दुहराने के लिये इन्हें चित्र 3.5 और 3.6 में बताया गया है। इनकी सहायता से हम किसी द्रव का आयतन मालूम कर सकते हैं। चूंकि बेडौल वस्तु के आयतन के लिये कोई निश्चित सूत्र नहीं होता है इसलिये इनका आयतन इन उपकरणों की सहायता से नापा जा सकता है।

नपना गिलास से पत्थर के टुकड़े का आयतन निकालना—हम जानते हैं कि जब कोई वस्तु किसी द्रव में डुबोई जाए तब वह अपने बराबर आयतन वाले द्रव को हटायेगी। इस सिद्धान्त का उपयोग बेडौल वस्तु का आयतन निकालने के लिए किया जाता है।

नपना गिलास में इतना पानी डालो कि वस्तु उसमें पूरी डूब सके। पानी की सतह को गिलास के ऊपर अंकित चिन्ह पर पढ़ो। ध्यान रहे कि पानी की सतह गोलाईदार अवतल (concave) होती है। अतएव ठीक पाठ्यांक लेने के लिये आँख को सबसे निचली सतह के ठीक सामने गिलास से अभिलम्ब (Normal) रखना चाहिये। अब धीरे से वस्तु को गिलास में डालो। पानी की सतह बढ़ जायेगी। फिर से इसका पाठ्यांक लो। इन दो पाठ्यांकों का अन्तर वस्तु का आयतन होगा।

अन्य विधियां ब्यूरेट व पिपेट के उपयोगी जानने के लिये अपनी 8 वीं कक्षा की सामान्य विज्ञान अवश्य पढ़ो।

चित्र 3.5

चित्र 3.6

संख्यात्मक उदाहरण—एक बेलनाकार छड़ का अर्धव्यास 2 से. मी. है और उसकी लम्बाई 8 से. मी. है। यदि इसको छोटी-छोटी गोलियें बनावें जिनका अर्धव्यास 0·2 से. मी. हो तो कितनी गोलियां बन सकेगी ?

बेलनाकार छड़ का आयतन = $\pi \times 2 \times 2 \times 8$ घ. से.

प्रत्येक गोली का आयतन = $\frac{4}{3} \times \pi \times {\cdot}2 \times {\cdot}2 \times {\cdot}2$ घ. से.

गोलियों की संख्या $= \dfrac{\text{कुल छड़ का आयतन}}{\text{एक गोली का आयतन}}$

$$= \frac{\pi \times 2 \times 2 \times 8}{\frac{4}{3} \times \pi \times {\cdot}2 \times {\cdot}2 \times {\cdot}2}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 8 \times 3}{4 \times {\cdot}2 \times {\cdot}2 \times {\cdot}2}$$

$$= 3000$$

प्रश्न

1. आयतन किस कहते है। इसकी इकाई बताओ। किसी सुडोल वस्तु का आयतन कैसे निकालोगे। प्रयोग करते समय किन-किन सावधानियों को ध्यान में रखना चाहिये।
(देखो 3.1, 3.2, 3.3, और 3.4)

2. किसी बेडोल वस्तु का आयतन कैसे निकालोगे। (देखो 3.5)

संख्यात्मक प्रश्न 1—एक घन का आयतन 216 घ. फी. है। उसके एक धरातल के तथा घन के कर्ण (Diagonal) की लम्बाई ज्ञात करो।
[उत्तर 6√ 2 फीट]

2. एक बेलन का आयतन 314 घ. फी. है तथा उसकी ऊंचाई 4 फीट है। उसका अर्धव्यास ज्ञात करो। [उत्तर 5 फीट]

3. एक शंकु का आयतन 942 घ. से. है। यदि उसका व्यास 6 से. मी. है तो ऊंचाई ज्ञात करो। [उत्तर 100 से. मी.]

4. एक गोले का आयतन 141·3 घन से. मी. है। उसका अर्ध व्यास ज्ञात करो। [उत्तर 1·5 से. मी]

अध्याय 4

संहति तथा भार

4.1 संहति (Mass)—वस्तु में पदार्थ की जितनी मात्रा हो उसे उस वस्तु की संहति कहते हैं।

कुर्सी बनाने में मेज की अपेक्षा कम लकड़ी लगती है। अतएव कुर्सी की संहति मेज की संहति से कम है।

हमें मालूम है कि संहति के नाप के लिये इकाई दशमलव प्रणाली में ग्राम व ब्रिटिश प्रणाली में पौंड होती है।

4.2 संहति में बदल—किसी वस्तु को एक स्थान से दूसरे स्थान पर ले जाने से उसकी संहति में कोई अन्तर नहीं आता है। जब तक वस्तु के भाग विभाग न किये जावें तथा और नहीं बढाई जावें तब तक वस्तु की संहति एक ही रहती है। अर्थात जब तक हम वस्तु का कुछ भाग अलग न करलें या उसमे और न मिलादें संहति वही रहेगी।

4.3 भार (Weight)—न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के सिद्धान्त के अनुसार (देखो कक्षा 8 का सामान्य विज्ञान) हम जानते हैं कि प्रत्येक वस्तु एक दूसरे को अपनी ओर आकर्षित करती है। यह आकर्षण बल वस्तुओं की संहति व उनके बीच की दूरी पर निर्भर करता है (देखो अध्याय 10) अतएव पृथ्वी अपनी सतह पर की वस्तुओं को अपने केन्द्र की ओर आकर्षित करती है। यह आकर्षण बल वस्तु की संहति व उसकी पृथ्वी के केन्द्र से दूरी पर निर्भर करता है। पृथ्वी के इस आकर्षण बल (Force of attraction) को वस्तु का भार कहते हैं।

जैसे जैसे वस्तु की संहति बढ़ती जाती है उसका भार भी बढ़ता जाता है। अतएव हम कहते हैं कि वस्तु का भार वस्तु की संहति के समानुपाती (Proportional) होता है।

4.4 भार में बदल—यदि किसी वस्तु को पृथ्वी के धरातल पर विषुवत रेखा वाले प्रदेश से ध्रुव प्रदेश की ओर लाया जाए तो उसके भार में परिवर्तन होता है। हम जानते हैं कि पृथ्वी पूर्ण रूप से गोला नहीं है। यह ध्रुवों पर चपटी है तथा विषुवत रेखा पर उभरी हुई है। ध्रुवीय अर्धव्यास विषुवत रेखा वाले अर्धव्यास से कम होता है। अतएव वस्तु की पृथ्वी के केन्द्र से दूरी ध्रुव प्रदेश की ओर कम होती जाती है। इस कारण वस्तु का भार अधिकाधिक होता जाता है। दूसरे शब्दों में हम कहते हैं कि अक्षांश बढने से, वस्तु की पृथ्वी के केन्द्र से दूरी कम होती है व उसका भार बढ़ता है।

इसी प्रकार एक ही अक्षांश पर यदि हम किसी वस्तु को समुद्रतल से पहाड़ की चोटी पर ले जायें तो वस्तु के भार में कमी आएगी, क्योंकि इस बार भी वस्तु की पृथ्वी के केन्द्र से दूरी बढ़ती है। यदि वस्तु को पृथ्वी के अन्दर किसी खदान में ले जाया जाए

तो प्रथम तो उसका भार बढ़ता है परन्तु अधिकाधिक गहराई में ले जाने पर भार में कमी आने लगती है। अब भार में कमी आने का कारण यह है कि पृथ्वी का ऊपरी हिस्सा वस्तु को विपरीत दिशा में आकर्षित कर रहा है। यहां तक की यदि वस्तु पृथ्वी के केन्द्र पर पहुंच जाए तो आकर्षण बल शून्य हो जायगा व वस्तु का भार भी शून्य होगा। क्योंकि वहां वस्तु सब ओर एकसी आकर्षित होगी व उस पर परिणमित (Resultant) आकर्षण बल शून्य होगा।

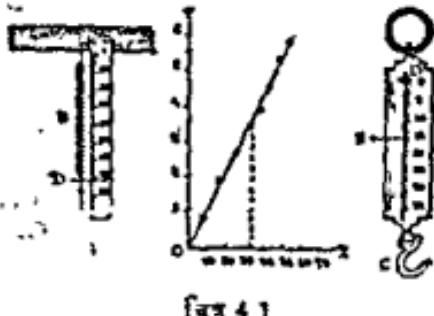
4.5 संहति व भार में अन्तर—इस प्रकार हम देखते हैं कि वस्तु की संहति व भार किसी स्थान पर एक दूसरे के समानुपाती हैं। किन्तु यदि वस्तु का स्थानान्तर किया जाय तो वस्तु के भार में परिवर्तन होगा किन्तु वस्तु की संहति स्थिर रहेगी। वस्तु में पदार्थ का मान उसकी संहति है व भार वस्तु पर पृथ्वी का आकर्षण बल।

4.6 संहति नापने के साधन—संहति नापने के लिये जो साधन काम में लाए जाते हैं उन्हे तुला कहते हैं। तुला दो प्रकार की होती हैं।

1. कमानी तुला (*Spring balance*) व 2. भौतिक तुला (Physical balance)। वास्तव में देखा जाय तो कमानी तुला से हम वस्तु की संहति न जानकर उसका भार मालूम करते हैं।

4.7 कमानी तुला—इस तुला के बारे में तुम अपनी पहली कक्षाओं के सामान्य विज्ञान में पढ़ ही चुके हो। यह चित्र में बताए अनुसार एक उपकरण है। यह एक चपटी नली है जिसके अन्दर एक कमानी B होती है। ऊपर का सिरा नली से जुड़ा रहता है और नीचे के सिरे में एक पट्टिका होती है। इस पट्टिका पर एक सुई D लगी रहती है व उसके अन्तिम सिरे पर एक आंकड़ा C होता है। अब आंकड़े से कोई वस्तु लटकाई जाती है तब वह अपने भार के कारण कमानी को नीचे की ओर खींचती है। कमानी का खिचाव उस पर रखे गये भार के समानुपाती (Proportional) होगा। देखो चित्र 4.1 (ii) इस प्रकार खिच जाने से सुई D एक पैमाने पर सरकती है। जब आंकड़े से कोई भी वस्तु नहीं लटकाई जावे तो सुई पैमाने के शून्य पर रहती है। यदि इस आंकड़े पर 25 ग्राम संहति वाली वस्तु रखी जाए तो सुई 25 ग्राम चिन्ह पर आ जाएगी।

इस तुला को यदि पृथ्वी के भिन्न-भिन्न स्थानों पर ले जाया जाए तो एक ही वस्तु होने पर यह तुला उसका भार भिन्न-भिन्न बताएगी। इस प्रकार हम इस तुला से

चित्र 4.1

वस्तु की संहति का ठीक-ठीक अनुमान नहीं लगा सकते। इस तुला पर जो चिन्ह अंकित हैं वे एक स्थान विशेष के लिये ठीक पाठ्यांक देंगे। इसलिए इस तुला का उपयोग वैज्ञानिक कार्यों में नहीं होता है। जब हम किसी वस्तु का भार मोटे रूप से मालूम करना चाहते हैं तभी इसका उपयोग किया जाता है। इसका

ाकार इतना छोटा होता है कि इसको हम सरलता से एक स्थान से दूसरे स्थान पर ले जा सकते हैं व किसी वस्तु को इससे लटका कर एक दम उसका भार मालूम कर सकते हैं। इसलिए रेल अधिकारी इसका उपयोग यात्रियों का सामान तोलने के काम में लाते हैं। रेल के स्टेशनों पर अथवा मीलों में माल से भरी हुई गाड़ियों को तोलने वाली तुला भी कमानी के आधार पर ही बनी हुई होती है।

4.8 भौतिक तुला—तुम अपनी पहली कक्षाओं के सामान्य विज्ञान में पढ़ ही चुके हो कि उत्तोलक तीन प्रकार के होते हैं। पहिले प्रकार के उत्तोलक में आलम्ब बीच में होता है और भार व बल बिन्दु उसके दोनों ओर चित्र 4.2 देखो। सन्तुलन की स्थिति में

भार×आलम्ब से भार की दूरी=बल × आलम्ब से बल की दूरी

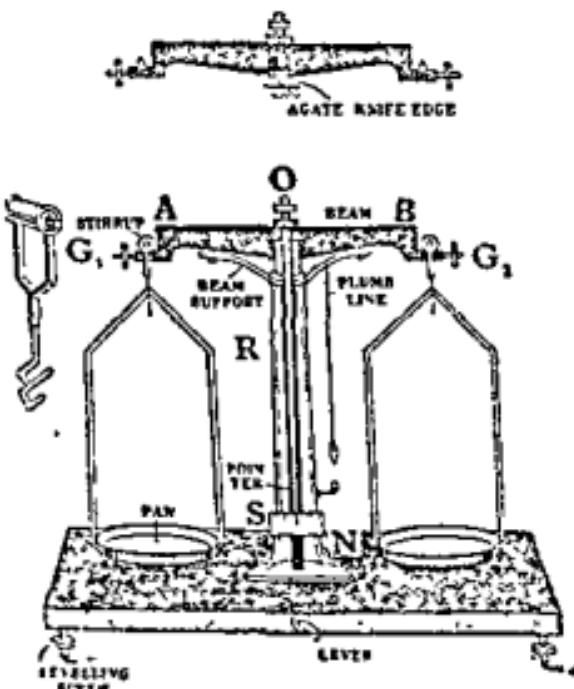
यदि आलम्ब से भार व बल बिन्दु की दूरी बराबर हो तो भार = बल होगा।

इसी सिद्धान्त पर भौतिक तुला आधारित है।

(FULCRUM)　(BODY)　(WEIGHT)

चित्र 4.2

सिद्धांत—हम जानते हैं कि बल (force) वह है जो किसी वस्तु में त्वरण (acceleration) पैदा करता है अर्थात बल स्थिर वस्तु को अपने स्थान से हटा कर उसमें वेग उत्पन्न करता है। यदि किसी वस्तु पर बल लगाया जाए किन्तु वह वस्तु किसी बिन्दु पर स्थिर है तो बल उसे अपने स्थान पर से हटाने के बजाय उसे घुमाने का प्रयत्न करेगा। उदाहरणार्थ अपने मकान का दरवाजा लो। जब इस पर बल लगाते हैं तब वह किसी अक्ष पर घूम जाता है। घुमाने की प्रवृत्ति दो बातों पर निर्भर है।

चित्र 4.3

(i) बल व (ii) बल की अक्ष से लम्बवत दूरी। बल व उसकी अक्ष से लम्बवत दूरी के गुणनफल को बल का घूर्ण (moment) कहते हैं। यदि बल लगाने से वस्तु घड़ी की सुई जैसी दिशा में घूमती है तो इसे दक्षिणावर्त बल घूर्ण (clockwise) कहते हैं। इसको हम ऋणात्मक लेते हैं। यदि वस्तु विपरीत दिशा में घूमे तो इसे वामा वर्त (Anticlockwise) कहते हैं। इसको हम धनात्मक लेते हैं।

यदि किसी वस्तु पर दो या दो से अधिक बल कार्य

रें न तदुपरान्त धातु । तुला की बनावट में स्थिर रहे तो सामान्य बल गुणों का
योग न होकर सार्थक बल गुणों के योग के। इसे बनडूरी का सिद्धान्त कहते है। इसी
सिद्धान्त पर भौतिक तुला कार्य करती है।

बनावट—भौतिक तुला की बनावट के बारे में तुम पहली सामान्य विज्ञान में
पढ़ ही चुके हो। दुहराने के लिये चित्र 4.3 देखो।

एक लकड़ी का तख्ता तीन पेचों (Levelling Screws) पर स्थित है। इसको
इनको क्षैतिज किया जा सकता है। तख्ते के मध्य में ऊर्ध्वाधर स्थिति में एक धातु का
खम्भा (Pillar) R लगा है। इस खम्भे के भीतर एक और खम्भा है जिस पर एक अगेट
पत्थर की बनी हुई तीक्ष्ण चाकू धार (Knife edge) है। उत्तोलक (Lever) की
सहायता से इस डण्डे को ऊपर उठाया जा सकता है। ऊपर करने पर यह O बिन्दु पर
जो AB धातु की डण्डी के बिल्कुल मध्य में है स्पर्श कर AB डण्डी को इसी अगेट
पत्थर की धार पर सन्तुलित करता है। यह स्थिति पृथक रूप से ऊपर के चित्र में
दिखाई है। जब हम डण्डे को नीचे करते है तब डण्डी AB टेक (Beam-support) पर स्थित रहती है। डण्डी AB के दोनों ओर O से बराबर दूरी पर दो
पलड़े तीक्ष्ण धार की सहायता से रकाब (Stirrup) से लटके रहते हैं। G_1 G_2 दो
ढिबरियाँ है जो AB डण्डी की दोनों ओर स्थित है। इन्हें थोड़ा सा आगे-पीछे
खिसकाया जा सकता है। O बिन्दु से एक संकेतक S लटका रहता है जो पैमाने N पर
घूमता है। टेक से एक साहुल सूत्र (Plumb line) लटकता रहता है जो खम्भे की
ऊर्ध्वाधर स्थिति को बताता है। यह पूरा उपकरण कांच की सन्दूक में रहता है।

कार्य:—भौतिक तुला का उपयोग करने के पहले हमें निम्न लिखित बातें ध्यान
में रखना चाहिये—

1. पेंचों द्वारा तख्ते को ठीक क्षैतिज करो जिससे साहुल सूत्र ठीक बिन्दु के
ऊपर आए।

2. अब उत्तोलक द्वारा डंडी को उठाओ। संकेतक या तो शून्य पर खड़ा रहना
चाहिये या शून्य के दोनो ओर बराबर बराबर दूरी तक घूमना चाहिये। यदि यह ऐसा
नहीं करता है तो हमें ढिबरियों G_1 G_2 का समंजन करना पड़ेगा। मानलो संकेतक
दाहिनी ओर अधिक जाता है। इस समय दाहिनी हाथ की ढिबरी को बाहर की ओर या
बाईं ओर की ढिबरी को अन्दर की ओर घुमाना चाहिये। यह कार्य अपने शिक्षक के
निरीक्षण में ही करना चाहिये।

3. ध्यान रहे कि जब भी पलड़ों को छूना हो तब डांडी टेक पर स्थित होना
चाहिये।

4. बाट बक्स जिसमें बाट रखे रहते हैं खोल कर देखो उसमें पूरे बाट होने
चाहिये।

अब जिस वस्तु को तोलना है उसे बायें पलड़े में रखो। ध्यान रहे कि डांडी नीचे
गिरी हुई होना चाहिये। अनुमान से बाट बक्स में से कोई बाट निकाल कर दाएं पलड़े

में रखो। फिर डांडी को ऊपर उठाओ व संकेतक को देखो। यदि संकेतक बाईं ओर अधिक जाता है तो वस्तु हल्की है और संतुलन की स्थिति लाने के लिये हमें पलड़े में कम बाट रखना चाहिये। अतएव डांडी को नीचे गिरा कर प्रथम बाट के स्थान पर छोटा बाट रखो। इस प्रकार बाटों का समंजन तब तक करो जब तक कि तुला संतुलित न हो जाय अर्थात् संकेतक दोनों ओर एकसा न जाय या शून्य पर न ठहरे।

अब डांडी को नीचे गिराओ। एक एक करके बाटों को बक्स में रखो व उनका मान लिखो। सबको जोड़ दो। यह वस्तु की संहति होगी।

सावधानियां:—तुला से कार्य करते समय निम्न लिखित बातें ध्यान में रखना चाहिये:—

1. वस्तु को बाएं व बाटों को दाएं पलड़े में रखो।
2. जब डांडी उठी हुई हो उसमें बाट रखना या उसमें से निकालना वर्जित है।
3. संतुलन की स्थिति देखते समय संदूक के दरवाजे बंद रहना चाहिये।
4. बाटों को हाथ से न छूना चाहिये। बाट बक्स में रखे हुए चिमटे से पकड़ कर ही उन्हें उठाना चाहिये। प्रत्येक बाट अपने अपने स्थान पर ही रखा जाए।
5. किसी गर्म वस्तु को पलड़े पर नहीं रखना चाहिये। इसी प्रकार किसी ऐसी वस्तु को पलड़े पर न रखना चाहिये जिससे कि वह गन्दा हो जाए।
6. साधारण बड़े बाट के बाद छोटा इस प्रकार तोलना सरल है।

4.9 भौतिक तुला के आवश्यक गुण—अच्छी तुला हम उस तुला को कहेंगे जिसमें निम्न लिखित गुण हों—

1. सत्यता (Trueness)
2. सुग्राहिता (Sensitiveness)
3. दृढ़ता व स्थायित्व (Rigidity and Stability)

सत्यता :—वह तुला सत्य है जिससे हम किसी वस्तु की संहति बिल्कुल ठीक ठीक मालूम कर सकें। तुला से किसी वस्तु की ठीक संहति तभी मालूम हो सकती है जब

(i) तुला की भुजाएं बराबर हों अर्थात् $OA = OB$। दूसरे शब्दों में तुला के आलम्ब (O) वाले चाकू की तीक्ष्ण धार से उन बिन्दुओं की दूरी बराबर होनी चाहिये जहां से दोनों पलड़े लटकते हैं। इस भुजा की दूरी को हम 'a' द्वारा बतावेंगे।

(ii) दोनों पलड़ों की संहति एवं भार एक सा होना चाहिए।

(iii) डांडी का गुरुत्व केन्द्र ठीक आलम्ब O के ऊर्ध्वाधर नीचे होना चाहिए।

चित्र 4.4

चित्र देखो। P, P पलड़ों का भार है। यदि A पर M का भार रखा जाय व B पर W का तो डांडी की संतुलित अवस्था में तुला के सिद्धान्त के अनुसार

$$(P + M)a = (P + W)a$$

या

$$Pa + Ma = Pa + Wa$$

या $Ma = Wa$

या $M = W$

याने M यदि वस्तु की संहति है और W भार है तो दोनों बराबर होने चाहिए।

यदि दोनों भुजाएं बराबर न हों या दोनों पलड़ों का भार एक सा न हो तो M और W भी बराबर नहीं होंगे। कोई तुला सच्ची है या नहीं इसकी परीक्षा करने के एक ही वस्तु को दोनों पलड़ों में बारी बारी से तोलो। वह एक ही आना चाहिए।

सुग्राहिता:—सुग्राही तुला वह है जो बहुत ही छोटी सी या कम संहति की वस्तु को सही तोल सके। दूसरे शब्दों में सुग्राही तुला वह है जो एक पलड़े में जरा अधिक भार रखने पर अधिक विक्षेपित हो जाए।

चित्र 4.5

* चित्र 4.5 और 4.6 देखें OA व OB तुला की भुजाएं हैं P—P पलड़ों का भार। C डांडी गुरुत्व केन्द्र है। यहां पर डांडी व सुई का कुल भार W कार्य कर रहा है।

जब A की ओर M व B की ओर N भार रख दिया जाता है तो डांडी विक्षेपित हो जाती है। मान लो यह कोण θ से विक्षेपित हुई। डांडी के विक्षेप से उसका गुरुत्व केन्द्र C भी θ कोण से विक्षेपित होगा। इस विक्षेपित अवस्था में, चूंकि डांडी संतुलित अवस्था में है, अतएव उस पर काम करने वाले बलों के लिये घूर्णों के सिद्धान्त के अनुसार

चित्र 4.6

वामावर्त बल घूर्णों का जोड़ = दक्षिणावर्त बल घूर्णों का जोड़।

बल P + N व W डांडी को दक्षिणावर्त घुमाना चाहते हैं व P + M वामावर्त अतएव

(P + N) × उनकी आलम्ब O से लम्बवत दूरी + W × उसकी O से लम्बवत दूरी = (P + M) × उनकी O से लम्बवत दूरी

या $(P+N) \times OY + W \times OZ = (P+M) \times OX \quad \cdots(1)$

त्रिभुज OAX में $\cos\theta = \dfrac{OX}{OA}$ या $OX = OA\cos\theta$

$= a\cos\theta$

---

* Foot note:—राजस्थान विश्व विद्यालय के लिए।

त्रिभुज OBY में $\cos\theta = \frac{OY}{OB}$ या $OY = OB\cos\theta$

$= a\cos\theta$

त्रिभुज OCZ में $\sin\theta = \frac{OZ}{OC}$ या $OZ = OC\sin\theta$

$= b\sin\theta$

यहां $\angle OCZ = \theta$ के व भुजा OC = आलम्ब से गुरुत्व केन्द्र की दूरी = b के।
OX, OY व OZ के मान को समीकरण (*Equation*) 1 में रखने से।

$$(P+N)\,a\cos\theta + Wb\sin\theta = (P+M)\,a\cos\theta$$

या $Pa\cos\theta + Na\cos\theta + Wb\sin\theta = Pa\cos\theta + Ma\cos\theta$

या $Wb\sin\theta = Pa\cos\theta + Ma\cos\theta - Pa\cos\theta - Na\cos\theta$

$= Ma\cos\theta - Na\cos\theta$

$= (M-N)\,a\cos\theta$

इसलिये $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{(M-N)a}{Wb}$

या $\tan\theta = \frac{(M-N)a}{Wb}$ .... (2)

चूंकि छोटे अन्तर (M – N) के लिए θ कोण बहुत अधिक नहीं रहता है अतएव $\tan\theta$ के लिए हम θ लिख सकते हैं।

$$\text{अतएव } \theta = \frac{(M-N)a}{Wb}$$

या $\theta/(M-N) = a/Wb$ .... (3)

सुग्राही तुला वह है जिसमें दोनों पलड़ों में थोड़े से भार में अन्तर (M – N) के लिए θ अधिक हो अर्थात् $\theta/M-N$ संख्या अधिक हो।

अतएव हम कह सकते हैं कि सुग्राही तुला के लिये चूंकि $\theta/M-N$ बड़ी संख्या होनी चाहिये इसलिये समीकरण 3 के अनुसार a/Wb बड़ी संख्या होनी चाहिये। अर्थात् a बड़ी व W और b छोटी होनी चाहिए। दूसरे शब्दों में सुग्राही तुला के लिये

(i) a अर्थात् तुला की भुजाएं लम्बी होनी चाहिए।

(ii) b अर्थात् आलम्ब से डांडी के गुरुत्व केन्द्र की दूरी कम होनी चाहिये।

(iii) W अर्थात्, डांडी की संहृति एवं भार कम होना चाहिये।

दृढ़ता व स्थायित्व:—दृढ़ तुला उसे कहते हैं जिसने हम भारी वस्तुओं को तोल सकें। ऐसी वस्तुओं को तोलने से उसकी भुजाएं मुड़ न जाएं। इसके लिये आवश्यक है कि तुला की भुजाएं छोटी व भारी हों।

स्थायी तुला उसे कहते हैं जो उसके पलड़ों से भार हटाने पर शीघ्र ही क्षैतिज

हो जाये । चौतिज अवस्था में लाने के लिए जो घूर्ण काम करता है वह $Wb \sin\theta$ के बराबर है । अतएव इसको बड़ा करने के लिए W व b बड़े होने चाहिये ।

अर्थात् स्थायी तुला के लिये (i) भुजाएं भारी होनी चाहिये व

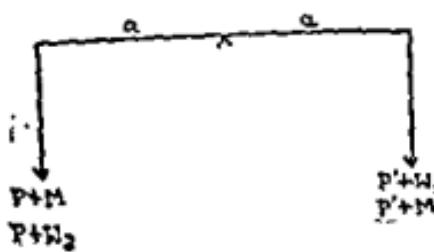
(ii) गुरुत्व केन्द्र की आलम्ब से दूरी b अधिक होनी चाहिये।

(iii) a, भुजाओं की लम्बाई कम होनी चाहिये।

सुग्राहिता व दृढ़ता और स्थायित्वः—इस प्रकार हम देखते हैं कि भौतिक तुला के सुग्राही व स्थायी होने के लिये विपरीत आवश्यकताएं हैं । या तो तुला सुग्राही हो सकती है या स्थायी ।

उपयोगानुसार तुला को स्थायी अथवा सुग्राही बनाया जाता है । साधारणतया इसे न तो अधिक सुग्राही बनाया जाता है न अधिक स्थायी । वैज्ञानिक प्रयोगों व अमूल्य वस्तुओं को तोलने के लिये सुग्राही तुला आवश्यक है तथा भारी और साधारण वस्तुएं तोलने के लिए स्थायी तुला।

4.10 दोष युक्त तुलाः—कई बार तुला बनाते समय या उसके सतत उपयोग से उसमें कई प्रकार के दोष आ जाते हैं । ऐसी तुला को दोषयुक्त तुला कहते है । इनमें मुख्य दोष है—1. पलड़ों का बराबर न होना 2. भुजाओं का बराबर न होना 3. दोनों का बराबर न होना इत्यादि । सतत उपयोग से तीक्ष्णधारें घिस जाती है । इनको जब तक बदल नहीं दिया जाता है तब तक तुला को उपयोग में नहीं ला सकते हैं ।

4.11 दोषयुक्त तुला से सही सही तोलनाः—(अ) जब दोनों भुजाएं बराबर हों किन्तु पलड़े असमान हों:—

चित्र 4.7

मानलो a, a दोनों भुजाओं की लम्बाई है व P, P' पलड़ों का भार । यदि वस्तु जिसका सही भार M है बायें पलड़े में रखी जाय व तुला को संतुलित करने के लिये दायें पलड़े में W_1 बाट रखे जाएं तो बल घूर्ण के नियमानुसार

$$a(P+M) = a(P'+W_1) \quad \ldots(1)$$

अब यदि वस्तु को दाएं पलड़े में रखा जाय व बाटों को बाएं में तो मानलो W_2 बाट आवश्यक होते हैं । अतएव

$$a(P+W_2) = a(P'+M) \quad \ldots \quad (2)$$

समीकरण (2) को समीकरण (1) से घटाने पर

$$a(P+M) - a(P+W_2) = a(P'+W_1) - a(P'+M)$$

या $$aP + aM - aP - aW_2 = aP' + aW_1 - aP' - aM$$

या $$aM - aW_2 = aW_1 - aM$$

या $$aM + aM = aW_1 + aW_2$$

या $$2aM = a(W_1 + W_2)$$
या $$2M = W_1 + W_2$$
या $$M = \frac{W_1 + W_2}{2} \qquad (3)$$

समीकरण (3) के अनुसार वस्तु का सही भार, वस्तु को दोनों पलड़ों में तोलने पर आने वाले भार के योग में 2 से भाग देने पर आने वाले भागफल के बराबर है।

(ब) पलड़ों का व भुजाओं का असमान होना (गाउस की क्रिया):— मानलो पलड़ों का भार क्रमशः P व P' है व भुजाओं की लम्बाई a व b है। वस्तु M को दोनों ओर तोलने पर मानलो उसका भार W_1 व W_2 आता है। अतएव ऊपर समझाए अनुसार अब

$$a(P + M) = b(P' + W_1) \qquad \ldots \qquad (1)$$

और $$a(P + W_2) = b(P' + M) \qquad \ldots\ldots \qquad (2)$$

यहां यह मान लिया गया है कि जब तुला को बिना वस्तु के उठाई जाती है तब उसकी तुला क्षैतिज रहती है अर्थात् $aP = bP'$ । इस कारण समीकरण (1) होगा

$$aP + aM = bP' + bW_1 \qquad \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots \qquad (3)$$

इसलिये $$aM = bW_1$$

और इसी प्रकार समीकरण (2) होगा

$$aW_2 = bM \qquad \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots \qquad (4)$$

समीकरण 4 का समीकरण 3 में भाग देने से

$$\frac{aM}{aW_2} = \frac{bW_1}{bM}$$

या $$\frac{M}{W_2} = \frac{W_1}{M}$$

या $$M^2 = W_1 W_2$$

इसलिये $$M = \sqrt{W_1 W_2}$$

अतएव वस्तु को दोनों पलड़ों में क्रमशः तोल लो व उनका गुणा कर वर्ग मूल निकालो। यही वस्तु का सही भार होगा।

(क) स्थानापन्न (Substitution) की क्रिया या बोर्डा की क्रिया:— यह सबसे अच्छी विधि है और इसका प्रयोग हमेशा किया जा सकता है।

वस्तु को बाएं पलड़े में रखो व तुला को संतुलित करने के लिये दाएं पलड़े में रेत डालो। अब वस्तु को हटाकर उसके स्थान पर बाट रखो जिससे तुला फिर से संतुलित हो जाय। वस्तु के स्थान पर जितने बाट रखने पड़ेंगे वह वस्तु की संहति होगी।

4.12 असमान लम्बाई की तुला से हानिः—मानलो तुला की भुजाओं की लम्बाई a और b से. मी. है; तथा उसके पलड़ों का भार P_1 और P_2 ग्राम है। व्यापारी आधा आधा सामान प्रत्येक पलड़े में रखकर तोलता है। मानलो उसने W

ग्राम एक पलड़े में और W ग्राम दूसरे पलड़े में रख कर तोल दिया। मानलो सामान का सही भार क्रमशः W_1 और W_2 ग्राम है। वह 2W के स्थान पर $W_1 + W_2$ देता है तो प्रत्येक अवस्था में घूर्णों का सिद्धान्त लगाने पर,

$$P_1 \times a = P_2 \times b \text{ जब कोई भार न रखा हो} \qquad (i)$$

$$(P_1 + W_1) \times a = (P_2 + W) \times b \text{ पहली अवस्था में} \qquad (ii)$$

$$(P_1 + W) \times a = (P_2 + W_2) \times b \text{ दूसरी अवस्था में} \qquad (iii)$$

(i) और (ii) से, तथा (i) और (iii) से,

$$W_1 \times a = W \times b \therefore W_1 = W \times b/a \qquad (iv)$$

$$\text{तथा } W \times a = W_2 \times b \therefore W_2 = W \times a/b \qquad (v)$$

$\therefore$ उसने अधिक दिया $= (W_1 + W_2 - 2W)$

$$\text{मतो} = \left(\frac{bW}{a} + \frac{Wa}{b} - 2W\right)$$

$$= \frac{W(a^2 + b^2 - 2ab)}{ab} = W\frac{(a-b)^2}{ab}$$

1. किसी वस्तु का भार एक पलड़े में रखने पर 20·61 ग्राम है तथा दूसरे पलड़े में रखने पर 20·73 ग्राम है। उसका सही भार ज्ञात करो।

जैसा कि ऊपर समझाया गया है वस्तु का सही भार, W निम्नलिखित सूत्र द्वारा निकाला जा सकता है।

$$W = \sqrt{W_1 W_2}$$

इस उदाहरण में $W_1 = 20·61$ और $W_2 = 20·73$ ग्राम है। इनका मान सूत्र में स्थानान्तर करने पर,

$$W = \sqrt{20·61 \times 20·73} = \sqrt{427·2453} = 20·65 \text{ ग्राम}$$

2. एक तुला की भुजाएँ बराबर हैं परन्तु उसके पलड़े असमान हैं। एक वस्तु का भार एक पलड़े में W_1 ग्राम है तथा दूसरे पलड़े में W_2 ग्राम है। दोनों पलड़ों के भार का अन्तर ज्ञात करो।

वस्तु का भार पहली और दूसरी अवस्था में चित्र में दिखाया गया है। मानलो वस्तु का सही भार M है और पलड़ों का भार P और P' है तथा भुजाएँ a हैं।

चित्र 4.4

पहली अवस्था में घूर्णों को लेने पर,

$$(P + M)\, a = (P' + W_1)\, a \quad .... \quad (i)$$

(ii) दूसरी अवस्था में धूर्णं लेने पर,

$$(P + W_2)\,a = (P' + M)\,a \quad \text{.... (ii)}$$

$$P + M = P' + W_1 \quad \text{... (iii)}$$

या $$P + W_2 = P' + M \quad \text{.... (iv)}$$

या $$M = P' - P + W_1 \quad \text{(iii) और (iv) से}$$

और $$M = P - P' + W_2$$

$$\therefore \quad P' - P + W_1 = P - P' + W_2$$

$$\therefore \quad 2\,(P' - P) = W_2 - W_1$$

$$\therefore \quad P' - P = \frac{W_2 - W_1}{2} \text{ ग्राम}$$

3. एक व्यापारी अपनी वस्तुओं को पहले एक पलड़े में रख कर और बाद में दूसरे पलड़े में रख कर बराबर मात्रा तोल कर देता है। यदि भुजाओं की लम्बाई का अनुपात 1·025 हो तो उसकी प्रतिशत हानि ज्ञात करो।

जैसा कि ऊपर समझाया गया है 2 W ग्राम वस्तु देने पर वह

$$\frac{W\,(a-b)^2}{ab} \text{ ग्राम अधिक देगा}$$

$$\therefore \text{ प्रतिशत हानि } = \frac{W\,(a-b)^2}{2\,W \times ab} \times 100 = \frac{(a-b)^2}{2ab} \times 100$$

$$= \frac{(1{\cdot}025\,b - b)^2}{2 \times 1{\cdot}025\,b \times b} \times 100 = \frac{(0{\cdot}025)^2}{2{\cdot}050} \times 100 = 0{\cdot}03\%$$

4. एक तुला की भुजाएं असमान लम्बाई की हैं। एक वस्तु का भार एक पलड़े में 158·0 ग्राम और दूसरे में 158·25 ग्राम है। भुजाओं की लम्बाई का अनुपात ज्ञात करो।

मानलो भुजाओं की लम्बाई a और b है। तो,

$a \times W = b \times 158$ (i) और $b \times W = a \times 158{\cdot}25$ (ii)

$$\therefore \frac{(i)}{(ii)} = \frac{a}{b} = \frac{b}{a} \times \frac{158}{158{\cdot}25} \quad \text{या} \quad \frac{a^2}{b^2} = \frac{158}{158{\cdot}25} = \frac{632}{633}$$

$$\therefore a/b = \sqrt{632/633}$$

सूचना:—याद रहे कि जब भी हमें कोई वस्तु अधिक मात्रा में खरीदना हो तो हमेशा आधी मात्रा को एक पलड़े में व आधी को दूसरे पलड़े में तोलकर खरीदना लाभदायक होगा। तुला में किसी भी प्रकार का दोष क्यों न हो, हमें लाभ ही रहेगा।

प्रश्न

1. संहति किसे कहते है ? संहति व भार में क्या अन्तर है ? समझाओ
(देखो 4·1 और 4.5)

2. किसी भी वस्तु का भार किस प्रकार बदलता है ? (देखो 4.4)
3. भौतिक तुला का सिद्धान्त समझाओ व उसकी बनावट का वर्णन करो। इससे कार्य करते समय किन-किन बातों को ध्यान में रखना चाहिये (देखो 4.9)
4. अच्छी तुला के क्या लक्षण हैं ? समझाओ कि सुग्राही (Sensitive) तुला स्थायी (Stable) तुला नहीं हो सकती ? (देखो 4.7)
5. दोषयुक्त तुला से ठीक-ठीक कैसे तोलोगे ? (देखो 4.11)

अध्याय 5

घनत्व व आपेक्षिक घनत्व

5.1 घनत्व (Density):—एक ही आयतन वाले लोहे व लकड़ी को देखो व उन्हें उठाने का प्रयत्न करो। तुम्हें लोहे का गोला अधिक भारी मालूम होगा। अब एक ही भार रखने वाले लोहे व लकड़ी के गोले को लो। तुम देखोगे कि लकड़ी का गोला आयतन (volume) में अधिक बड़ा दिखाई देता है। इसी बात का ज्ञान दूसरे शब्दों में कराने के लिये हम कहते हैं कि लोहे का लकड़ी से घनत्व अधिक है। एक इकाई आयतन वाली वस्तु में जितनी संहति होती है उसे उस वस्तु का घनत्व (Density) कहते हैं। उदाहरणार्थ यदि वस्तु का आयतन 10 घ. से. मी. है व उसकी संहति 80 ग्राम है तो 1 घ. से. मी. वस्तु की संहति हुई 8 ग्राम। अतएव हम कहते हैं कि वस्तु का घनत्व 8 ग्राम प्रति घ. से. मी. है। इस प्रकार स. ग. स. प्रणाली में घनत्व की इकाई ग्राम प्रति घ से. मी. है व ब्रिटिश प्रणाली में पौंड प्रति घ. फुट।

5.2 पानी का घनत्व (Density of water):—तुम पढ़ चुके हो कि एक लीटर अर्थात् 1000 घ. से. मी. पानी कि संहति एक ग्राम होती है। प्रायः यह 4° से. ग्रे. ताप पर ठीक होता है। अतएव हम कहते हैं कि पानी का घनत्व स. ग. स. प्रणाली में 1 ग्रा. प्रति घ. से. मी. है। यह घनत्व ब्रिटिश प्रणाली में 62·5 पौंड प्रति घ. फुट होता है याने 1 घन फुट पानी की संहति 62·5 पौंड या 1000 औंस होती है।

5·3. घनत्व (Density) निकालना:—किसी वस्तु का घनत्व निकालने के लिये हमें उसकी संहति (Mass) व आयतन (Volume) मालूम होना चाहिये। संहति भौतिक तुला से ज्ञात की जाती है। यदि वस्तु सुडोल हो तो उसका आयतन सूत्र द्वारा मालूम किया जाता है और बेडोल हो तो नपना गिलास (Graduated cylinder) अथवा अन्य किसी विधि से। फिर संहति में आयतन का भाग देने से वस्तु का घनत्व निकलेगा।

संख्यात्मक उदाहरण—1. एक बेलना कार (Cylindrical) वस्तु का अर्धव्यास (Radius) 2. से. मी. है तथा उसकी लम्बाई 15 से. मी. है। यदि उसकी संहति 113·4 ग्राम है तो उसका घनत्व ज्ञात करो।

हम जानते हैं कि बेलन का आयतन, $V = \pi r^2 l$ होता है। यहाँ $r = 2$ से. मी तथा $l = 15$ से. मी. है और $\pi = 3.14$ है।

$\therefore$ आयतन $= 3.14 \times 2 \times 2 \times 15$ घ. से. मी.

वस्तु की की संहति $M = 113.4$ ग्राम है।

इसलिये, उसका घनत्व, $D = \dfrac{M}{V} = \dfrac{113.4}{3.14 \times 2 \times 2 \times 15}$

$= \dfrac{113.4}{3.14 \times 60} = \dfrac{113.4}{188.40}$

$= 0.6$ ग्राम प्रति घ. से. मी.

2. किसी भी वस्तु का भार किस प्रकार बदलता है ? ··· (देखो 4.4)
3. भौतिक तुला का सिद्धान्त समझाओ व उसकी बनावट का वर्णन करो। इससे कार्य करते समय किन-किन बातों को ध्यान में रखना चाहिये (देखो 4.8)
4. अच्छी तुला के क्या लक्षण हैं ? समझाओ कि सुग्राही (Sensitive) तुला स्थायी (Stable) तुला नहीं हो सकती ? (देखो 4.7)
5. दोषयुक्त तुला से ठीक-ठीक कैसे तोलोगे ? (देखो 4.11)

अध्याय 5

घनत्व व आपेक्षिक घनत्व

5.1 घनत्व (Density):—एक ही आयतन वाले लोहे व लकड़ी को देखो व इन्हें उठाने का प्रयत्न करो। तुम्हें लोहे का गोला अधिक भारी मालूम होगा। अब एक ही भार रखने वाले लोहे व लकड़ी के गोले को लो। तुम देखोगे कि लकड़ी का गोला आयतन (volume) में अधिक बड़ा दिखाई देता है। इसी बात का ज्ञान दूसरे शब्दों में कराने के लिये हम कहते हैं कि लोहे का लकड़ी से घनत्व अधिक है। एक इकाई आयतन वाली वस्तु में जितनी संहति होती है उसे उस वस्तु का घनत्व (Density) कहते हैं। उदाहरणार्थ यदि वस्तु का आयतन 10 घ. से. मी. है व उसकी संहति 80 ग्राम है तो 1 घ. से. मी. वस्तु की संहति हुई 8 ग्राम। अतएव हम कहते हैं कि वस्तु का घनत्व 8 ग्राम प्रति घ. से. मी. है। इस प्रकार स. ग. स. प्रणाली में घनत्व की इकाई ग्राम प्रति घ. से. मी. है व ब्रिटिश प्रणाली में पौंड प्रति घ. फुट।

5.2 पानी का घनत्व (Density of water):—तुम पढ़ चुके हो कि एक लीटर अर्थात् 1000 घ. से. मी. पानी कि संहति एक ग्राम होती है। प्रायः यह 4° से. ग्रे. ताप पर ठीक होता है। अतएव हम कहते हैं कि पानी का घनत्व स. ग. स. प्रणाली में 1 ग्रा. प्रति घ. से. मी. है। यह घनत्व ब्रिटिश प्रणाली में 62·5 पौंड प्रति घ. फुट होता है याने 1 घन फुट पानी की संहति 62·5 पौंड या 1000 औंस होती है।

5·3. घनत्व (Density) निकालना:—किसी वस्तु का घनत्व निकालने के लिये हमें उसकी संहति (Mass) व आयतन (Volume) मालूम होना चाहिये। संहति भौतिक तुला से ज्ञात की जाती है। यदि वस्तु सुडौल हो तो उसका आयतन सूत्र द्वारा मालूम किया जाता है और बेडौल हो तो नपना गिलास (Graduated cylinder) अथवा अन्य किसी विधि से। फिर संहति में आयतन का भाग देने से वस्तु का घनत्व निकलेगा।

संख्यात्मक उदाहरण—1. एक बेलनाकार (Cylindrical) वस्तु का अर्धव्यास (Radius) 2. से. मी. है तथा उसकी लम्बाई 15 से. मी. है। यदि उसकी संहति 113·4 ग्राम है तो उसका घनत्व ज्ञात करो।

हम जानते हैं कि बेलन का आयतन, $V = \pi r^2 l$ होता है। यहाँ $r = 2$ से. मी तथा $l = 15$ से. मी. है और $\pi = 3·14$ है।

∴ आयतन $= 3·14 \times 2 \times 2 \times 15$ घ. से. मी.

वस्तु की की संहति $M = 113·4$ ग्राम है।

इसलिये, उसका घनत्व, $D = \frac{M}{V} = \frac{113·4}{3·14 \times 2 \times 2 \times 15}$

$= \frac{113·4}{3·14 \times 60} = \frac{113·4}{188·40}$

$= 0·6$ ग्राम प्रति घ. से. मी.

2. 125 घ. से. मी. नीले थोथे (Copper Sulphate) के घो जिसका घनत्व 1·5 ग्राम प्रति घ० से० मी० है कितना पानी मिलाया कि उसका घनत्व 1·25 ग्राम प्रति घ० से० मी० हो जाय ?

मानलो उसमें x. c. c. पानी मिलाया जाता है। पहले नीले थोथे के घो संहति, M = V. D = 125 × 1·5 = 187·5 ग्राम

बाद में मिलाने वाले पानी की संहति = x ग्राम है इसलिये अब कुल स = 187·5 + x ग्राम होगी और अब घोल का घनत्व 1·25 बराबर होगा;

∵ घनत्व= $\frac{\text{कुल संहति}}{\text{कुल आयतन}}$

∴ $1.25 = \frac{187.5 + x}{125 + x}$

या $1.25 (125 + x) = (187.5 + x)$

या $1.25 x + 125 \times 1.25 = 187.5 + x$

या $1.25 x - x = 187.5 - 125 \times 1.25$

$= 187.5 - 156.25$

या $0.25 x = 31.25$

∴ $x = 31.25/.25 = 125$ घ० से० मी०

3. एक कांच की केशिका नली (Capillary) की संहति 15·(ग्राम है। उसमें अब 10·6 से० मी० लम्बा पारा भर दिया और उसकी मा 19·13 ग्राम होती है। यदि पारे का घनत्व 13·6 ग्राम प्रति घन से० मी है तो नली के अन्दर का व्यास (Diameter) ज्ञात करो।

चित्र 5.1

केशिका नली में भरे गये पारे व संहति = 19·13−15·05 = 4·08 ग्राम

उपरोक्त पारे का आयतन

$= \frac{M}{D} = \frac{4.08}{13.6} = 0.3$ घ० से० मी०

यदि नली का अर्धव्यास r से० मी० मानलें तो 10·6 से० मी० लम्बी नली का आयतन = पारे के आयतन के = 0·3 घ० से० मी०

∴ $\pi r^2 l = 0.3$

∴ $r^2 = \frac{0.3}{\pi l} = \frac{0.3}{3.14 \times 10.6}$

∴ $r = \sqrt{\frac{0.3}{3.14 \times 10.6}}$

= 0·095 से० मी०

अंश का लघुगुणक

$\bar{1}.4771$

हर का लघुगुणक

·4969

1·0253

1·5222

लग $r = \bar{1}.4771$

$- (1.5222)$

$[\bar{3}.9549]$

$= \frac{-4+1.9549}{2} = \bar{2}.9774$

प्रति लग $\bar{2}.9774 = 0.09493$

5·4 आपेक्षिक घनत्व (Relative Density)–प्रायः हम वस्तु का तुलनात्मक घनत्व मालूम करना चाहते हैं। चूंकि पानी बहुत सामान्य पदार्थ है और सुगमता से उपलब्ध हो सकता है इसलिए हम किसी भी पदार्थ के घनत्व की तुलना पानी से करना चाहते हैं। किसी पदार्थ का घनत्व पानी के घनत्व की अपेक्षा कितना अधिक या कम है उसे हम आपेक्षिक घनत्व कहते हैं। इस प्रकार आपेक्षिक घनत्व दो घनत्वों का अनुपात (Ratio) है और इसलिए उसकी कोई इकाई नहीं होती है।

$$\frac{\text{पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व}}{\text{(Relative Density)}} = \frac{\text{पदार्थ का घनत्व (Density of Substance)}}{\text{पानी का घनत्व (Density of Water)}}$$

मानलो पदार्थ का घनत्व 8 ग्राम प्रति घ. से. मी. है।

$$\text{तो पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व} = \frac{\text{8 ग्राम प्रति घ. से. मी.}}{\text{1 ग्राम प्रति घ. से. मी.}} = 8$$

इस प्रकार पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व परिमाण में पदार्थ के घनत्व के बराबर होता है। इसका कारण यह है कि पानी का घनत्व 1 ग्राम प्रति घ. से. मी. होता है। उपर्युक्त नियम दशमलव प्रणाली में ही लागू है। ब्रिटिश प्रणाली में पानी का घनत्व 62·5 पौण्ड प्रति घ. फु. होता है। अतएव पदार्थ के आपेक्षिक घनत्व की संख्या व घनत्व की संख्या एक नहीं होती।

उदाहरणार्थ लोहे को लो। दशमलव प्रणाली में लोहे का घनत्व 7·8 ग्राम प्रति घ. से. मी. व ब्रिटिश प्रणाली में 487·5 पौण्ड प्रति घ. फु. । अतएव दोनों प्रणालियों

$$\text{के अनुसार लोहे का आपेक्षिक घनत्व} = \frac{\text{7·8 ग्राम प्रति घ. से. मी.}}{\text{1 ग्राम प्रति घ. से. मी.}} = 7·8$$

$$\text{और} = \frac{\text{487·5 पौण्ड प्रति घ. फुट.}}{\text{62·5 पौण्ड प्रति घ. फु.}} = 7·8$$

इस प्रकार आपेक्षिक घनत्व दोनों प्रणालियों में एक ही संख्या है। इसलिये पदार्थों की घनत्व सूची में हमेशा आपेक्षिक घनत्व ही दिया जाता है। यदि आपेक्षिक घनत्व दिया हो और घनत्व ज्ञात करना हो तो,

दशमलव प्रणाली में घनत्व = आपेक्षिक घनत्व

ब्रिटिश प्रणाली में घनत्व = आपेक्षिक घनत्व × 62·5

5.5. आपेक्षिक घनत्व निकालना—हम जानते हैं कि

$$\text{पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व} = \frac{\text{पदार्थ का घनत्व}}{\text{पानी का घनत्व}}$$

$$= \frac{\text{पदार्थ की संहति / पदार्थ का आयतन}}{\text{पानी की संहति / पानी का आयतन}}$$

यदि हम वस्तु के आयतन (Volume) के बराबर पानी ले कर उसकी संहति (Mass) ज्ञात करें तो

$$\text{पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व} = \frac{\text{पदार्थ की संहति}}{\text{बराबर आयतन के पानी की संहति}}$$

$$= \frac{\text{पदार्थ की संहति}}{\text{पदार्थ द्वारा हटाये गये पानी का आयतन}}$$

अतएव किसी वस्तु का आपेक्षिक घनत्व निकालने के लिये उस वस्तु की संहति ज्ञात करो। फिर उसके द्वारा कितना पानी हटाया जाएगा, यह ज्ञात करो। पानी की संहति संख्यात्मक दृष्टि से अपने आयतन के बराबर होती है। अतएव उनसे भाग देने से वस्तु का आपेक्षिक घनत्व आएगा।

संख्यात्मक उदाहरण 4—एक धातु के टुकड़े की संहति 200 ग्राम है। उसको नपना ग्लास (Graduated Cylinder) में डालने पर उसका पाठ्यांक 20 घ. से. मी. से बढ़ जाता है। तो धातु का आपेक्षिक घनत्व (Relative Density) ज्ञात करो।

धातु की संहति = 200 ग्राम

धातु द्वारा हटाये गये पानी का आयतन = 20 घ. से. मी.

अतएव बराबर आयतन वाले पानी की संहति = 20 ग्राम

$$\text{धातु का आ. घनत्व} = \frac{200}{20} = 10$$

5.6 आपेक्षिक घनत्व बोतल (Relative Density bottle):—यह

चित्र में बताए अनुसार एक कांच की शीशी होती है जिसका आयतन प्रायः 25 अथवा 50 घ. से. मी. होता है। इसको बन्द करने के लिए इसमें कांच का ढक्कन लगता है। इस ढक्कन के बाजू में एक दराज होती है अथवा मध्य में एक छेद। इस दराज अथवा छेद का होना आवश्यक है। जब हम बोतल को किसी द्रव (Liquid) से भरकर उसके ढक्कन लगाते हैं तब थोड़ा सा द्रव दराज अथवा छेद में से होकर बाहर निकल जाता है व शीशी द्रव से पूरी भर जाती है। छेद न होने से आवश्यकता से अधिक द्रव बाहर निकलने की संभावना होती है।

चित्र 5·1

5.7 आपेक्षिक घनत्व बोतल (R. D. bottle) से किसी द्रव (liquid) का आपेक्षिक घनत्व (आ. घ.) निकालना:—

आ. घ. बोतल लो। इसे अच्छी तरह से साफकर सुखा लो। फिर संहति मालूम कर लो। मान लो यह संहति W है। अब इसे पूरी तरह से पानी से भरो। ढक्कन को धीरे से बोतल में लगाओ। जब छेद में से पानी निकलना बन्द हो जाए तब बोतल को बाहर से अच्छी तरह पोंछ कर सुखा लो। पानी भरी बोतल को तोल लो। मानलो यह संहति W_1 है। अब बोतल को खाली कर सुखा लो। इसे अब जिस द्रव का आ. घ. ... हो उससे भर दो। उपरोक्त विधि से पुनः ढक्कन लगादो। बाहर से पोंछकर

फिर से तोल लो। मानलो द्रव से भरी बोतल की संहति W_2 ग्राम है। वस्तु का आ. घ. निम्न लिखित प्रकार से निकालो।

1 आ. घ. बोतल की संहति (Mass) = W ग्रा.
2 आ. घ. बोतल + पानी की संहति = W_1 ग्रा.
3 आ. घ. बोतल + द्रव की संहति = W_2 ग्रा.

2रे व 3रे पाठ्यांक में से पहला पाठ्यांक घटाने से पानी व द्रव की संहति आएगी अतएव,

पानी की संहति = 2 रा पाठ्यांक − 1 ला पाठ्यांक = $W_1 - W$ ग्राम
द्रव की संहति = 3 रा पाठ्यांक − 1 ला पाठ्यांक = $W_2 - W$ ग्राम

द्रव व पानी का आयतन एक दूसरे के बराबर है चूंकि दोनों का आयतन बोतल के बराबर है। इसलिये,

$$\text{द्रव का आपेक्षिक घनत्व (R. D.)} = \frac{\text{द्रव की संहति}}{\text{बराबर आयतन वाले पानी की संहति}} = \frac{W_2 - W}{W_1 - W}$$

इस प्रकार हम किसी भी द्रव का आपेक्षिक घनत्व निकाल सकते है।

संख्यात्मक उदाहरण—देखो उदाहरण 6 आगे

5.8. आ. घ. बोतल द्वारा छोटे छोटे ठोस के कण जैसे शीशे के छर्रों आदि का आ. घ. निकालना—

ऊपर समझाए अनुसार आ. घ. बोतल की संहति (Mass) मालूम करो। मानलो वह W ग्राम है। इसमें कुछ शीशे के छर्रे डाल कर पुनः संहति निकालो। मानलो यह W_1 ग्राम है। अब छर्रे सहित बोतल को पानी से पूरा भर दो व ढक्कन लगा कर व पोंछकर फिर उसकी संहति निकालो। मानलो यह W_2 ग्राम है। अब छर्रों को बाहर निकाल कर बोतल को केवल पानी से भर दो। इसकी संहति मानलो W_3 ग्राम है। इस प्रकार हमने निम्नलिखित पाठ्यांक लिए—

1. आ. घ. बोतल की संहति = W ग्राम
2. आ. घ. बोतल + शीशे के छर्रों की संहति = W_1 ग्राम

इसलिए शीशे के छर्रों की संहति = 2 रा पाठ्यांक − 1ला पाठ्यांक = $W_1 - W$ ग्राम

3. आ. घ. बोतल + अन्दर शीशे के छर्रे + पानी की संहति = W_2 ग्राम
4. आ. घ. बोतल + पानी की संहति = W_3 ग्राम

यदि पाठ्यांक 4 में हम छर्रों संहति ($W_1 - W$] जोड़ दें तो

5. आ. घ. बोतल + पानी + शीशे के छर्रे = $W_3 + (W_1 - W)$ ग्राम

अतएव यदि इस पाठ्यांक में से हम पाठ्यांक 3 रा घटा दें तो हमें छर्रों के बराबर पानी की संहति आ जाएगी। इसका कारण यह है कि पाठ्यांक 3 रे में छर्रे पानी के अन्दर है। अतएव उसमें छर्रों के बराबर आयतन पानी कम रहेगा। इसलिए

बराबर आयतन वाले पानी की संहति = पाठ्यांक 5 वां − पाठ्यांक 3 रा

$$= W_3 + W_1 - W - W_2 \text{ ग्राम}$$

अतएव छर्रों का आ. घ.

$$= \frac{\text{छर्रों की संहति}}{\text{बराबर आयतन के पानी की संहति}}$$

$$= \frac{(W_1 - W)}{W_3 + (W_1 - W) - W_2}$$

इस प्रकार छर्रों का आ. घ. निकाल सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण—5. आपेक्षिक घनत्व की शीशी (R.D. bottle) का तोल 27·52 ग्राम है। अब उसमें छर्रे डाल कर तौलते हैं तो उसका भार 51·25 ग्राम है। उसको फिर पानी से भरने पर उसका भार 74·15 ग्राम है। यदि उसे केवल पानी से भर कर तोला जाय तो उसका भार 52·52 ग्राम है। तो छर्रों का आपेक्षिक घनत्व (Relative Density) ज्ञात करो।

छर्रों का भार = 51·25 − 27·52 = 23·73 ग्राम

हटाये हुए पानी का भार = 52·52 + 23·73 − 74.15

= 76·25 − 74·125 = 2·1 ग्राम

∴ छर्रों का आपेक्षिक घनत्व = 23·73/2·1 = 11·3

5.9 आ. घ. बोतल द्वारा पानी में घुलनशील (Soluble) पदार्थ जैसे चीनी या नमक का आ. घ. निकालना—चूंकि चीनी पानी में घुलनशील है, इसलिए उसका आ. घ. छर्रों की तरह नहीं निकाल सकते। इसके लिये हमें नये सिद्धान्त का उपयोग करना पड़ता है।

सिद्धान्त—चीनी का आ. घ. (R. D.) = चीनी का आ. घ. किसी द्रव की तुलना में × उस द्रव का आ. घ.

सिद्धता (Proof):—

$$\text{चीनी का आ. घनत्व} = \frac{\text{चीनी की संहति (Mass)}}{\text{बराबर आयतन (Volume) के पानी की संहति}}$$

उपर्युक्त समीकरण के दाहिनी ओर की संख्या के अंश (Numerator) व हर (Denominator) को बराबर आयतन वाले किसी द्रव की संहति से गुणा करने पर,

चीनी का आ. घ. (R. D.),

$$= \frac{\text{चीनी की संहति}}{\text{बराबर आयतन के पानी की संहति}} \times \frac{\text{बराबर आयतन के द्रव की संहति}}{\text{बराबर आयतन के द्रव की संहति}}$$

$$= \frac{\text{चीनी की संहति}}{\text{बराबर आयतन के द्रव की संहति}} \times \frac{\text{बराबर आयतन के द्रव की संहति}}{\text{बराबर आयतन के पानी की संहति}}$$

= चीनी का आ० घ० द्रव की तुलना में × द्रव का आ० घ०

(R. D. of the substance with respect to liquid × R. D. of liquid) यही सिद्ध करना था।

विधि (Method):—ऊपर समझाए अनुसार चीनी का आ. घ. बोतल की सहायता से निकालो–किन्तु पानी के स्थान पर कोई ऐसा द्रव लो जिसमें चीनी घुलनशील न हो, जैसे मिट्टी का तेल। ध्यान रहे कि बोतल में जब चीनी हो और ऊपर से तेल डाला जाए तब यह विधि अत्यन्त धीरे-धीरे व सावधानी से करना चाहिये जिससे कि पेंदे में रखी हुई चीनी बाहर न आजाए। इस प्रकार हमें चीनी का द्रव की तुलना में आ. घ. मालूम हो जाएगा। अब द्रव (Liquid) का आ.घ. 5·7 में समझाए अनुसार निकालो। फिर उपरोक्त सूत्र की सहायता से चीनी का आ. घ. मालूम करो।

संख्यात्मक उदाहरण 6:—किसी प्रयोग में निम्नलिखित पाठ्यांक लिये:—

(i) आ. घ. शीशी का भार = 15·72 ग्राम
(ii) शीशी+नमक का भार = 20·52 ग्राम
(iii) शीशी + नमक + स्प्रिट का भार = 39·1 ग्राम
(iv) शीशी + स्प्रिट का भार = 36·22 ग्राम
(v) शीशी + पानी का भार = 40·72 ग्राम

तो स्प्रिट तथा नमक का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो।

शीशी के बराबर आयतन स्प्रिट का भार = 36·22 − 15·72 = 20·50 ग्राम

शीशी के बराबर आयतन पानी का भार = 40·72 − 15·72 = 25 ग्राम

∴ स्प्रिट का आपेक्षिक घनत्व $= \frac{20·5}{25} = 0·82$

शीशी में भरे गये नमक का भार = 20·52 − 15·72
(ii)−(i) = 4·80 ग्राम

हटाये हुए स्प्रिट का भार = 36·22+4·8−39·1
= 41·02−39·1 = 1·92 ग्राम

∴ नमक का आपेक्षिक घनत्व स्प्रिट के साथ = 4·8/1·92

∴ नमक का आपेक्षिक घनत्व पानी के साथ = (4·8/1·92)×0·82
= 2·05

6.10 यू (U) नली द्वारा आपेक्षिक घनत्व निकालना:—एक कांच की नली लो। उसे अंग्रेजी अक्षर U जैसे मोड़ कर ऊर्ध्वाधर स्थिति में एक लकड़ी के तख्ते पर स्थित करो। नली की दोनों भुजाओं के पीछे एक पैमाना लगा रहना अच्छा है।

चित्र 5.3

अब थोड़ा सा पारा नली में डालो। तुम देखोगे कि पारे की सतह दोनों नलियों में एक ही है। इसका कारण तुम्हें ज्ञात है ही। एक भुजा में उस द्रव को डालो जिसका आ. घ. निकालना है। इसके कारण पारे की सतह एक तरफ नीचे हो जायेगी व दूसरी तरफ ऊपर उठेगी। पारे की सतह को फिर से एक सतह पर लाने के लिये दूसरी भुजा में से पानी डालो। अब पारे की स्थिति

दोनों भुजाओं में एक तल पर आ जाए तब पानी व द्रव की ऊंचाई नाप लो। मान लो यह क्रमशः h_1 व h_2 से. मी. है।

फिर द्रव का आ. घ. (R. D.) $= \frac{\text{पानी की ऊंचाई}}{\text{द्रव की ऊंचाई}} = \frac{h_1}{h_2}$

सूत्र की सिद्धता (Proof):—चूंकि द्रव में A व B बिन्दु एक ही सतह पर हैं अतएव तुम जानते हो (पहले की कक्षा का सामान्य विज्ञान) कि इन पर दाब एक ही होना चाहिये। h_1 और h_2 वाली नली में पारे की सतह पर A और B मानलो।

इसलिये A बिन्दु पर दाब (Pressure) = B बिन्दु पर दाब (Pressure) मानलो A पर पानी की ऊंचाई h_1 व B पर द्रव की ऊंचाई h_2 से. मी. है। उनका क्रमशः घनत्व d_1 और d_2 है। यदि g गुरुत्व जनित त्वरण है तो पानी व द्रव का क्रमशः दाब h_1d_1g व h_2d_2g होगा। (देखो पहले की कक्षा का सामान्य विज्ञान) यदि वायु का दाब दोनों ओर P मान लिया जाए तो,

$$P + h_1d_1g = P + h_2d_2g$$

या $$h_1d_1g = h_2d_2g$$

या $$h_1d_1 = h_2d_2$$

$$\therefore \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\text{द्रव का घनत्व}}{\text{पानी का घनत्व}}$$

$$= \text{द्रव का आ. घनत्व}$$

संख्यात्मक उदाहरण 7:—एक (U) नली में पारा डाल कर एक ओर पानी तथा दूसरी ओर ग्लिसरीन इस प्रकार भरा गया कि पारे की सतह दोनों स्तम्भों में बराबर है। पानी के स्तम्भ की लम्बाई 40 से० मी० तथा ग्लिसरीन के स्तम्भ की लम्बाई 32 से० मी० है। ग्लिसरीन का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो।

ग्लिसरीन का आ. आपेक्षिक घनत्व (R.D.) $= \frac{\text{पानी के स्तम्भ की लम्बाई}}{\text{द्रव के स्तम्भ की लम्बाई}}$

$= 40/32 = 5/4 = 1{\cdot}25$

प्रश्न

1. घनत्व किसे कहते हैं ? आपेक्षिक घनत्व और घनत्व में क्या अन्तर है ? दोनों प्रणालियों में आपेक्षिक घनत्व एक ही क्यों होता है ? (देखो 5.1 और 5.4)
2. किसी पदार्थ का घनत्व कैसे निकालोगे ? (देखो 5.3)
3. किसी पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 5.5)
4. नमक अथवा किसी घुलनशील पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व वाली शीशी से किस प्रकार आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करोगे ? (देखो 5.9)
5. U नली द्वारा किसी द्रव का आपेक्षिक घनत्व निकालो। (देखो 5.10)
6. संख्यात्मक प्रश्न देखो अध्याय 6.

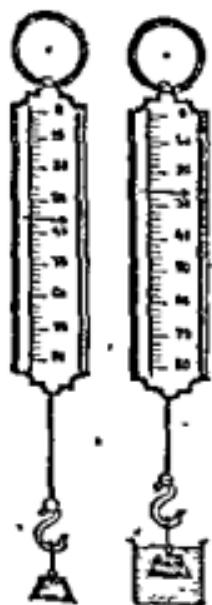
अध्याय 6

आर्किमिदीज का सिद्धान्त व उसका उपयोग

(Archimedes Principle and its Application)

6.1 आर्किमिदीज का सिद्धान्तः—आज से सैंकड़ों वर्ष पहले लगभग 287 वर्ष ईसा पूर्व आर्किमिदीज नामक वैज्ञानिक सिसली देश में पैदा हुआ था । उसने अपना सारा जीवन विज्ञान व गणित के अध्ययन में बिताया । ऐसा कहा जाता है कि एक समय उस देश के राजा हीरो ने अपने राज मुकुट का परीक्षण करने आर्किमिदीज के पास भेजा। उस समय मुकुट शुद्ध सोने का है अथवा नहीं यह जानने का कोई साधन न था । अतएव इस प्रश्न का हल निकालने में आर्किमिदीज व्यस्त हो गया । एक दिन जब वह टब में बैठे स्नान कर रहा था तब उसने अपने आपको पानी में हलका अनुभव किया और वह चिल्ला उठा "यूरेका–यूरेका" अर्थात् पा लिया । प्रायः हम सभी लोगों को यह अनुभव है कि पानी से भरी बाल्टी जब तक पानी के अन्दर रहती है तब तक हलकी प्रतीत होती है। जैसे ही वह बाहर निकाली जाती है एकदम भारी मालूम पड़ती है । इसी सिद्धान्त का उपयोग कर आर्किमिदीज यह मालूम कर सका कि ताज सोने का है अथवा नहीं ।

प्रयोगः—वस्तु को द्रव में डुबोने से उसके भार में कमी आती है यह बताने के लिये निम्न प्रयोग करो ।

चित्र 6.1

एक कमानी तुला (Spring balance) लो व उससे एक बाट लटका कर उसका भार (weight) पढ़ो । चित्र 6.1 देखो । अब कमानी तुला को ऐसा रखो कि बाट पानी के अन्दर डूबा रहे । फिर से तुला में भार पढो । तुम देखोगे कि अब भार कम है । इससे स्पष्ट हुआ कि वस्तु को किसी द्रव (Liquid) में डुबोने पर भार में कमी आती है । यदि तुला को ऊपर उठाया जाए जिससे वस्तु द्रव के बाहर निकल आए तो तुम देखोगे कि उसका भार पूर्ववत् हो गया है ।

सिद्धान्तः—आर्किमिदीज ने कई प्रयोग कर द्रव में डुबाने पर वस्तु के भार में कमी के विषय में एक सिद्धान्त बनाया जिसे आर्किमिदीज का सिद्धान्त कहते हैं । इसके अनुसार,

जब कोई वस्तु पूरी या अंशतः किसी द्रव में डुबोई जाती है तब इसके भार (weight) में कमी होती है। यह कमी वस्तु द्वारा हटाये गये द्रव (Liquid) के भार (weight) के बराबर होती है।

उदाहरणार्थ यदि 100 घ. से. मी. आयतन (Volume) वाली किसी वस्तु का भार निर्वात (Vacuum) 'शून्य में जहाँ हवा भी न हो' में 500 ग्राम हो तो जब यह वस्तु किसी द्रव में पूरी डुबोई जाएगी तब यह अपने आयतन के बराबर अर्थात्, 100 घ. से. मी. द्रव हटाएगी। इस 100 घ. से. मी. द्रव का जितना भार होगा उतनी ही वस्तु के भार में कमी होगी। यदि द्रव पानी है तो 100 घ. से. मी. पानी का भार 100 ग्राम होगा व इसलिये वस्तु का भार केवल 500 − 100 = 400 ग्राम रह जावेगा। यदि द्रव का घनत्व 2 हो तो 100 घ. से. मी. द्रव का भार 200 ग्राम होगा और वस्तु का भार द्रव में 500−200 = 300 ग्राम होगा। इस प्रकार अधिक घनत्व वाले द्रव में अधिक भार की कमी होगी। यदि द्रव का घनत्व 5 हो तो भार में कमी 500 ग्राम होगी और वस्तु का भार द्रव में 0 होगा। ऐसी हालत में वस्तु तैरने लग जायगी।

6.2. आर्किमिडीज के सिद्धान्त का प्रयोग द्वारा सत्यापन करना:—

चित्र 6.2

चित्र 6.2 में बताये अनुसार एक विशिष्ट प्रकार की तुला जिसे उत्प्लावन (Hydrostatic) तुला कहते हैं लो। इसके एक पलड़े से एक विशेष उपकरण डोलची (Bucket) व ठोस लटका रहता है। डोलची बेलनाकार (Cylindrical) होती है व ठोस भी बेलनाकार होता है। ठोस का आकार व रूप इतना होता है कि वह बिलकुल पूरा का पूरा डोलची में आ जाता है। तुला के दाहिने पलड़े में इतने बाट रखो कि यह क्षैतिज (Horizontal) अवस्था में रहे।

अब ठोस के नीचे एक पानी से भरा बीकर इस प्रकार रखो कि उसमें ठोस पूरा-पूरा डूब जाए। ध्यान रहे कि ठोस बीकर की दीवालों को न छुए। ठोस के पानी के अन्दर जाते ही तुला का सन्तुलन (Equilibrium) बिगड़ जाएगा। तुम्हें दाहिना पलड़ा भारी प्रतीत होगा। इसलिए सन्तुलन करने के लिए हमें पलड़े में से बाट निकालने पड़ेंगे।

बाट निकालने के स्थान पर यदि हम डोलची को पानी से पूरा भर दें तो भी तुला क्षैतिज अवस्था में लौट आएगी। इससे यह सिद्ध हुआ कि डोलची में भरे पानी के भार के बराबर वस्तु के भार में कमी हुई। चूंकि डोलची का आयतन बेलन के आयतन के बराबर है। अतएव यह सिद्ध हुआ कि पानी में डुबोने पर बेलन के भार में कमी बेलन के बराबर आयतन पानी के भार के समान है।

इस प्रकार आर्किमिडीज के सिद्धान्त को प्रयोग द्वारा सिद्ध किया जा सकता है।

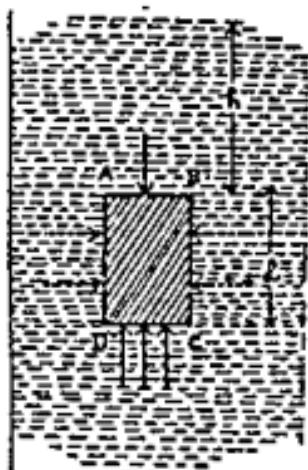
6.3 आर्किमिदीज के सिद्धान्त की मीमांसा—अब प्रश्न यह उठता है कि वस्तु को किसी द्रव में डुबोने से उसके भार में कमी क्यों होती है ? यदि हम किसी लकडी के टुकड़े को बल लगा कर पानी में डुबो दें तो बल हटाने पर यह बाहर उछल कर निकलता है। इससे यही प्रतीत होता है कि द्रव में कोई न कोई बल जिसे हम उछाल या उत्क्षेप (Upthrust) कहेंगे वस्तु के भार की दिशा के विरुद्ध दिशा में काम करता है।

T
W

चित्र 6.3

वस्तु का भार (Weight) वह बल (Force) है जिससे पृथ्वी वस्तु को अपने केन्द्र की ओर खींचती है। जब किसी वस्तु को डुबोया जाता है तब उसका यह भार (W) उसे नीचे की ओर ले जाने का प्रयास करता है। किन्तु पानी में उत्क्षेप (Upthrust) (T) बल काम कर रहा है। यह वस्तु को ऊपर की ओर फेंकने का यत्न करता है। चूंकि उत्क्षेप T वस्तु के भार W से विरुद्ध दिशा में काम करता है अतएव परिणमित बल W से कम हो जाता है। यह W–T के बराबर है और इस कारण अब वस्तु के भार में कमी मालूम होती है। ध्यान रहे कि वस्तु की संहति (Mass) स्थिर रहती है। यही सिद्धान्त चित्र 6.3 और 6.4 में भी दिखाया है।

6.4 वस्तु का सही भार—प्रायः हम वस्तु को हवा में तोलते हैं। वस्तु द्वारा हवा हटाई जाती है और इस कारण आर्किमिदीज के सिद्धान्त के अनुसार उसके भार में कमी आती है। यह कमी वस्तु द्वारा हटाई गई हवा के भार के बराबर है। चूंकि हवा बहुत हल्की होती है इसलिए हटाई गई हवा का भार नगण्य होता है। वास्तव में वस्तु के भार में कमी आ गई है। इसलिये वस्तु का सही भार निकालने के लिये हमें उसे निर्वात (Vacuum) में तोलना चाहिये। चूंकि हवा का घनत्व बहुत कम है अतः भार में कमी बहुत कम होती। अतएव साधारण काम के लिये वस्तु का हवा में भार सही भार माना जाता है।

A B
D C

चित्र 6.4

6.5 आर्किमिदीज के सिद्धान्त से वस्तु का आपेक्षिक घनत्व (R. D.) निकालना—हमें मालूम है कि,

$$\text{वस्तु का आपेक्षिक घनत्व} = \frac{\text{वस्तु की संहति}}{\text{बराबर आयतन वाले पानी की संहति}}$$

संहति (Mass) के स्थान पर यहाँ हम भार भी लिख सकते हैं चूंकि भार संहति समानुपाती (Proportional) है। अतएव,

अतएव वस्तु का आ. घ. (R. D.) = $\frac{\text{वस्तु का भार (weight)}}{\text{समायतन (equal volume) पानी का}}$

आर्किमिडीज के सिद्धान्त के अनुसार जब वस्तु पानी में पूरी डुबोई जाती है उसके भार की कमी उसके द्वारा हटाये गये पानी के भार के बराबर है। अतएव,

समायतन पानी का भार = वस्तु के भार में कमी जब वस्तु पानी में पूरी डुबोई जाती है

अतएव वस्तु का आ. घ. = $\frac{\text{वस्तु का हवा में भार (weight of body in air)}}{\text{पानी में वस्तु के भार में कमी (loss of weight in wate}}$

6.6 किसी ठोस का आर्किमिडीज के सिद्धान्त के द्वारा आ. घन (R. D.) निकालना—मानलो ठोस वस्तु ऐसी है जो पानी में घुलनशील (Solubl नहीं है। द्रव्यस्थैतिक (Hydrostatic) तुला द्वारा वस्तु का हवा में भार (W_1 निकालो। बाद में उसे पानी में पूरा डुबोकर उसका भार (W_2) निकालो। अत उसकी पानी में भार की कमी हुई (W_1-W_2).

इसलिए,

ठोस का आ. घ. (R. D.) = $\frac{\text{वस्तु का हवा में भार}}{\text{वस्तु का हवा में भार – वस्तु का पानी में भार}}$

$= W_1/(W_1-W_2)$

यदि ठोस पानी में घुलनशील हो तो प्रथम उसका किसी द्रव (Liquid) तुलनात्मक आ. घ. उपरोक्त विधि से निकालो। बाद में उसी द्रव का आ. घ. मालू कर उससे गुणा करो। गुणनफल वस्तु का आ. घ. होगा।

संख्यात्मक उदाहरण 8:—एक ठोस वस्तु का भार हवा में 62·0 ग्राम और पानी में 42 ग्राम है। वस्तु का आपेक्षिक घनत्व निकालो।

वस्तु का हवा में भार (W_1) = 62·03 ग्राम; वस्तु का पानी में भार (W_2) = 42 ग्रा

वस्तु के भार में कमी = $W_1 - W_2$ = 62·03 – 42 = 20·03 ग्राम

वस्तु के समान आयतन पानी का भार = 20·03 ग्राम

वस्तु का आपेक्षिक घनत्व = $W_1/(W_1-W_2)$ = 62·03/20·03=3·09

6.7. किसी (Liquid) द्रव का आर्किमिडीज के सिद्धान्त के द्वारा आ. घ. निकालना—एक ऐसी ठोस वस्तु लो जो पानी तथा दिए हुए द्रव में अघुलनशील हो। प्रथम वस्तु को हवा में तोल लो। मानलो यह भार W ग्राम है। अब उस वस्तु को क्रमशः पानी व दिए हुए द्रव में पूरा डुबोकर तोल लो। मानलो यह भार क्रमशः W_1 व W_2 ग्राम है। अतएव

वस्तु के भार में कमी पानी में = $W - W_1$ ग्राम और

वस्तु के भार में कमी द्रव में = $W - W_2$ ग्राम हुई।

आर्किमिडीज के सिद्धान्त के अनुसार हम जानते हैं कि वस्तु के भार में कमी उसके द्वारा हटाये गये द्रव के भार के बराबर होती है। चूंकि एक ही वस्तु को हमने पानी व द्रव में तोला है अतएव ($W-W_1$) व ($W-W_2$) समायतन (Equal

वस्तु का अधिकाधिक भाग द्रव में डूबता है, उसके द्वारा हटाये गए
एवं भार बढ़ता जाता है और इस प्रकार उत्क्षेप बढ़ता जाता है। अधिका-
वस्तु के समायतन (Equal volume) द्रव का भार होगा। अतएव
द्रव वस्तु के घनत्व से कम है तो द्रव द्वारा उत्क्षेप वस्तु के भार से कम होगा
ऐसे द्रव में डूबेगी। यदि वस्तु व द्रव का घनत्व बराबर है तब उत्क्षेप
होगा और वस्तु ठीक द्रव धरातल से तनिक सी नीचे रहेगी (It just
अवस्था में पूरी की पूरी वस्तु द्रव के भीतर है किन्तु वह पैंदे की ओर
की ओर तैरती है। यदि द्रव का घनत्व वस्तु के घनत्व से अधिक है तो
ड़ा सा ही हिस्सा द्रव के अन्दर जायेगा तब उसके द्वारा हटाए गये द्रव
स्तु के भार के बराबर हो जायेगा। चूँकि इस अवस्था में उत्क्षेप
वस्तु के भार (weight) के बराबर हो गया है अतएव वह वस्तु को
भीतर जाने से रोकेगी व वस्तु अंशतः डूबकर द्रव में तैरने लगेगी। यदि
को (बल प्रयोग कर) द्रव के अन्दर डुबोया जाय तो ऐसी अवस्था में
भार से अधिक होगा। इस प्रकार हम देखते हैं कि—

वस्तु द्रव में डूबती जायगी यदि उसका भार उत्क्षेप से अधिक है।
दि वस्तु का घनत्व (D) द्रव के घनत्व (d) से अधिक है तो वस्तु

वस्तु द्रव में तैरेगी किन्तु उसका सम्पूर्ण भाग द्रव के अन्दर
ही होगा जब उत्क्षेप वस्तु के भार के बराबर है अथवा $D = d$

वस्तु द्रव में अंशतः तैरेगी व अंशतः डूबेगी। यह तब होता है
के भार से अधिक हो या $D < d$

बातों को वस्तु के तैरने का प्रथम नियम कहते हैं।

को ज्ञात है कि यदि किसी लकड़ी के डण्डे को पानी में डाला जाय तो
) न तैरकर खड़ा तैरता है। प्रथम नियम के अनुसार इसे किसी भी
चाहिये। अतएव हमें दो और नियमों की आवश्यकता पड़ती है जिन्हें
Stable equilibrium) अवस्था में तैरने के नियम भी कहते हैं।

का द्वितीय नियम (Second law of Floating):—इसके
का भार व उत्क्षेप दोनों एक ही रेखा में एक दूसरे से विरुद्ध
करने चाहिये।

का तृतीय नियम (Third law of Floating):—इसके
का गुरुत्व केन्द्र (Centre of gravity) द्रव के उत्क्षेप केन्द्र
(Buoyancy) के नीचे होना चाहिये।

.घ. (R. D.) निकालना:—

ार्क या लकड़ी के टुकड़े का आ. घ. निकालना है। यह स्वयं पानी
ने डुबाने के लिये पानी से भारी जैसे लोहा अथवा पीतल के टुकड़े
जाता है। ऐसे टुकड़े को जो किसी हल्की वस्तु को डुबोने के काम
inker) कहते हैं।

(Sinker) को धागे द्वारा उत्प्लावन तुला से लटका कर पानी में
ानी में भार (W_1) ज्ञात करो। अब इसी धागे से हल्की वस्तु
। इस समय कार्क तो हवा में हो किन्तु लंगर पानी में डूबा रहे।
मानलो (W_2) है। अब कार्क व लङ्गर को एक दूसरे से बांधकर
ो पानी में पूर्ण रूप से डुबाओ व उनका पानी में भार (W_3)
र हमारे पास निम्न पाठ्यांक आए,

ानी में भार $= W_1$ ग्राम

पानी में + कार्क का हवा में भार $= W_2$ ग्राम

ानी में + कार्क का पानी में भार $= W_3$ ग्राम

र्क का हवा में भार $= W_2 - W_1$ ग्राम

र्क के भार की पानी में कमी $= W_2 - W_3$ ग्राम

$$\text{. घ.} = \frac{\text{कार्क का हवा में भार}}{\text{कार्क के भार की पानी में कमी}} = \frac{W_2 - W_1}{W_2 - W_3}$$

उदाहरण 11. एक मोम के टुकड़े का हवा में भार
क धातु के टुकड़े का भार पानी में 17·03 ग्राम है।
ातु के टुकड़े से बांध कर पानी में डुबाने पर दोनों का
तो मोम का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो।

का हवा में भार $= 18·03$ ग्राम

में भार $= 17·03$ ग्राम

में + लंगर का पानी में भार = 35·06 ग्राम

में + लंगर का पानी में भार = 15·23 ग्राम

को पानी में डुबोने से 35·06—15·23 ग्राम की कमी हुई

ी पानी में कमी = 19·83 ग्राम

$$\text{घनत्व} = \frac{\text{हवा में भार}}{\text{पानी में भार की कमी}} = \frac{18·03}{19·83} = 0·909$$

के तैरने के नियम (Laws of Floating Bodies):—
कि जब किसी वस्तु को द्रव में डाला जाता है तब उसके ऊपर
-पहला वस्तु का भार जो उसे नीचे की ओर ले जाने का प्रयत्न
र (upthrust) अर्थात् पानी का उछाल जो वस्तु को पानी

के बाहर ढकेलने का प्रयत्न करता है। यह उत्क्षेप आर्किमिडीज के सिद्धांत के अनुसार वस्तु द्वारा हटाये गये द्रव के भार के बराबर होता है।

जैसे जैसे वस्तु का अधिकाधिक भाग द्रव में डूबता है, उसके द्वारा हटाये गए द्रव का आयतन एवं भार बढ़ता जाता है और इस प्रकार उत्क्षेप बढ़ता जाता है। अधिकाधिक उत्क्षेप उस वस्तु के समायतन (Equal volume) द्रव का भार होगा। अतएव यदि द्रव का घनत्व वस्तु के घनत्व से कम है तो द्रव द्वारा उत्क्षेप वस्तु के भार से कम होगा और वस्तु हमेशा ऐसे द्रव में डूबेगी। यदि वस्तु व द्रव का घनत्व बराबर है तब उत्क्षेप भार के बराबर होगा और वस्तु ठीक द्रव धरातल से तनिक सी नीचे रहेगी (It just floats), इस अवस्था में पूरी की पूरी वस्तु द्रव के भीतर है किन्तु वह पेंदे की ओर न जाकर अन्दर की ओर तैरती है। यदि द्रव का घनत्व वस्तु के घनत्व से अधिक है तो जब वस्तु का थोड़ा सा ही हिस्सा द्रव के अन्दर जायेगा तब उसके द्वारा हटाए गये द्रव का भार पूर्ण वस्तु के भार के बराबर हो जायेगा। चूंकि इस अवस्था में उत्क्षेप (upthrust) वस्तु के भार (weight) के बराबर हो गया है अतएव वह वस्तु को द्रव के अधिक भीतर जाने से रोकेगी व वस्तु अंशतः डूबकर द्रव में तैरने लगेगी। यदि किसी तरह वस्तु को (बल प्रयोग कर) द्रव के अन्दर डुबोया जाय तो ऐसी अवस्था में उत्क्षेप वस्तु के भार से अधिक होगा। इस प्रकार हम देखते हैं कि—

(i) वस्तु द्रव में डूबती जायगी यदि उसका भार उत्क्षेप से अधिक है। दूसरे शब्दों में यदि वस्तु का घनत्व (D) द्रव के घनत्व (d) से अधिक है तो वस्तु द्रव में डूबेगी।

(ii) वस्तु द्रव में तैरेगी किन्तु उसका सम्पूर्ण भाग द्रव के अन्दर रहेगा। यह तभी होगा जब उत्क्षेप वस्तु के भार के बराबर है अथवा $D = d$

(iii) वस्तु द्रव में अंशतः तैरेगी व अंशतः डूबेगी। यह तब होता है जब उत्क्षेप वस्तु के भार से अधिक हो या $D < d$

उपर्युक्त बातों को वस्तु के तैरने का प्रथम नियम कहते हैं।

यह सबको ज्ञात है कि यदि किसी लकड़ी के डण्डे को पानी में डाला जाय तो वह सीधा (खड़ा) न तैरकर आड़ा तैरता है। प्रथम नियम के अनुसार इसे किसी भी अवस्था में तैरना चाहिये। अतएव हमें दो और नियमों की आवश्यकता पड़ती है जिन्हें स्थाई संतुलित (Stable equilibrium) अवस्था में तैरने के नियम भी कहते हैं।

तैरने का द्वितीय नियम (Second law of Floating):—इसके अनुसार वस्तु का भार व उत्क्षेप दोनों एक ही रेखा में एक दूसरे से विरुद्ध दिशा में काम करने चाहिये।

तैरने का तृतीय नियम (Third law of Floating):—इसके अनुसार वस्तु का गुरुत्व केन्द्र (Centre of gravity) द्रव के उत्क्षेप केन्द्र (Center of Buoyancy) के नीचे होना चाहिये।

जहाँ वस्तु का भार कार्य करता है उसे गुरुत्व केन्द्र कहते हैं और जहाँ हटाये हुए द्रव का गुरुत्व केन्द्र होता है उसे उत्प्लव केन्द्र।

इस प्रकार तैरने के नियमों से हमें ज्ञात होता है कि यदि कोई हल्की वस्तु द्रव में डाली जाय तो उसका कितना हिस्सा द्रव में डूबेगा। मानलो वस्तु का आयतन V घ. से. मी. है तथा उसका घनत्व D ग्रा. प्रति घ. से. मी. है। मानलो द्रव में डालने पर उसका v घ. से. मी. भाग द्रव के अन्दर रहता है तथा द्रव का घनत्व d ग्रा. प्रति घ. से. मी. है। अतएव उपरोक्त नियमों के अनुसार किसी तैरने वाली वस्तु के लिए,

वस्तु का भार W = वस्तु द्वारा हटाये गये द्रव का भार

वस्तु का भार = आयतन × घनत्व = V × D

हटाये हुए द्रव का भार = हटाये हुए द्रव का आयतन × द्रव का घनत्व = $v \times d$

$\therefore W = V \times D = v \times d$

इस सूत्र के द्वारा हम किसी अज्ञात राशि का मान निकाल सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण 12. एक कार्क के टुकड़े और धातु के टुकड़े को बाँध कर अल्कोहॉल में तैराने पर वह उसमें ठीक (just) तैरता है। कार्क और धातु के टुकड़ों की संहति का अनुपात ज्ञात करो।

(आ. घ. अल्कोहॉल = 0·8, कार्क = 0·25, धातु = 8)

मानलो कार्क की संहति = M_1 ग्राम और धातु की संहति = M_2 ग्राम है

∴ कार्क का आयतन $V_1 = \frac{M_1}{0.25}$ घ.से., धातु का आयतन $V_2 = \frac{M_2}{8}$ घ. से.

दोनों का आयतन $V_1+V_2 = \frac{M_1}{0.25}+\frac{M_2}{8}$

हटाये हुए अल्कोहॉल का आयतन = $\frac{M_1}{0.25}+\frac{M_2}{8}$

∴ हटाये हुए अल्कोहॉल का भार = $\left(\frac{M_1}{0.25}+\frac{M_2}{8}\right) 0.8$ ग्राम

यह बराबर होना चाहिये दोनों के भार के, अर्थात् M_1+M_2 के

$$\therefore M_1+M_2 = \left(\frac{M_1}{0.25}+\frac{M_2}{8}\right)0.8 = \left(\frac{0.8M_1}{0.25}+\frac{0.8\ M_2}{8}\right)$$

$$= \frac{16}{5} M_1 + \frac{M_2}{10}$$

या $$\frac{16}{5} M_1 - M_1 = M_2 - \frac{M_2}{10}$$

या $$\frac{11}{5} M_1 = \frac{9}{10} M_2$$

या $$\frac{M_1}{M_2} = \frac{9}{10}\times\frac{5}{11} = \frac{45}{110} = \frac{9}{23}$$

13. बर्फ का आपेक्षिक घनत्व 0·918 है तथा समुद्र के पानी का 1·031 एक बर्फ की चट्टान पानी पर तैरती है तो वह 224 घ. से. मी. बाहर निकली हुई रहती है। पूरी चट्टान का आयतन निकालो।

तैरने वाली वस्तुओं के लिये, वस्तु का भार = हटाये हुए द्रव का भार

$\therefore \quad V.D = v.d$

यहां पूर्ण वस्तु का आयतन = V घ. से. मी. v = वस्तु का आयतन जो द्रव में हो याने हटाये हुए द्रव का आयतन = V − 224 घ. से. मी. D = वस्तु का घनत्व = 0·918, d = द्रव का घनत्व = 1·03 है

उपरोक्त राशियों का मान सूत्र में रखने पर

$V \times 0{\cdot}918 = (V - 224)\ 1{\cdot}03$

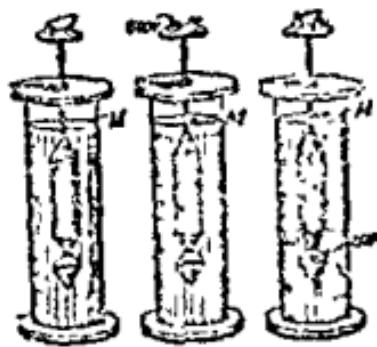
$V \times 0{\cdot}918 = 1{\cdot}03\ V - 224 \times 1{\cdot}03$

या $1{\cdot}03\ V - 0{\cdot}918\ V = 224 \times 1{\cdot}03$

$0{\cdot}112\ V = 224 \times 1{\cdot}03$

$$V = \frac{224 \times 1{\cdot}03}{{\cdot}112} = 2060 \text{ घ. से. मी.}$$

6.10. निकॉलसन का द्रव घनत्व मापी:-(Nicholson's Hydrometer) तैरने के नियमों पर आधारित एक उपयोगी उपकरण निकॉलसन ने बनाया जिसे निकॉलसन का द्रव मापी कहते हैं।

चित्र 6.5 चित्र 6.6

बनावट—चित्र 6.5 में निकॉलसन द्रव (घनत्व) मापी बतलाया गया है। प्रायः यह टिन का बना एक खोखला बेलन A रहता है। इसके नीचे एक नुकीला शिकोणे आकार का पात्र B रहता है। प्रायः इस भाग को भारी बनाया जाता है और इसलिये इसमें सीसा भर दिया जाता है। या तो यह भाग B पर स्थिर रहता है या कांटा का इधर उधर हिलाया जा सकता है। A के ऊपरी हिस्से में एक पतली डंडी रहती है व उसके ऊपर एक तोल पेंदुक D। डंडी के किसी भाग पर एक चिह्न M अंकित रहता है।

बेलन A का बड़ा होना, B का भारी होना व डण्डी का पतला होना द्रव (घनत्व) मापी के अच्छे होने के लक्षण हैं। चूंकि A खोखला है वह पानी में तैर सकता है।

कार्यः—इसके कार्य करने के लिये इसे द्रव में तैराया जाता है। अपने विशिष्ट रूप के कारण यह ऊर्ध्वाधर अवस्था में तैरता है। इसके ऊपर की पट्टिका D पर इतने बाट रखे जाते हैं कि द्रव (घनत्व) मापी M चिन्ह तक डूबे। इस अवस्था में द्रव (घनत्व) मापी द्वारा हटाये गये द्रव का भार द्रव मापी व उसके ऊपर रखे गये बाटों के भार के बराबर होता है।

6.11. निकॉलसन द्रव (घनत्व) मापी से किसी द्रव का आ. घ. निकालनाः—(पैरा 6.11, 6.12 व 6.13 के लिये लेखकों द्वारा लिखित प्रायोगिक भौतिकी देखो)

निकॉलसन द्रव (घनत्व) मापी को भौतिक तुला से तोलो। मानलो उसका भार W ग्रा० है। अब जार को पानी से भरो व उसमें द्रव मापी को तैराओ। उसे चिन्ह M तक डुबोने के लिये D पर बाट रखो। मानलो चिन्ह तक डुबाने के लिये आवश्यक बाट W_1 ग्राम है।

अतएव द्रव (घनत्व) मापी द्वारा हटाये गये पानी का भार = $W + W_1$ ग्राम। पानी को फेंक कर उसके स्थान पर जार में दिया हुआ द्रव लो व उपर्युक्त प्रयोग को दुहराओ। अब W_2 ग्राम भार आवश्यक है।

अतएव द्रवमापी द्वारा हटाये गये द्रव का भार = $W+W_2$ ग्राम

$$\text{इसलिये द्रव का आ. घ.} = \frac{\text{द्रव का भार}}{\text{समायतन पानी का भार}} = \frac{W+W_2}{W+W_1}$$

संख्यात्मक उदाहरण 14:—एक निकॉलसन द्रव (घनत्व) मापी को पानी में निश्चित चिन्ह तक डुबोने में 3·32 ग्राम ऊपर के पलड़े में रखना पड़ता है और उसी चिन्ह तक द्रव में डुबोने पर 9·41 ग्राम रखना पड़ता है। यदि द्रव का आ. घ. 1·02 है तो द्रव मापी का भार ज्ञात करो।

$$\text{द्रव का आपेक्षिक घनत्व} = \frac{W+W_2}{W+W_1}$$

$$\text{दी हुई राशियों का मान रखने पर, } 1{\cdot}02 = \frac{W+9{\cdot}41}{W+3{\cdot}32}$$

$$\text{या } 1{\cdot}02\,(W+3{\cdot}32) = W + 9{\cdot}41$$

$$1{\cdot}02\,W - W = 9{\cdot}41 - 3{\cdot}32 \times 1{\cdot}02$$

$$0{\cdot}02\,W = 9{\cdot}41 - 3{\cdot}39$$

$$W = 6{\cdot}02/0{\cdot}02 = 301 \text{ ग्राम}$$

6.12. द्रव (घनत्व) मापी (Hydrometer) से किसी ठोस (कांच का टुकड़ा) का आ. घ. निकालनाः—इस प्रयोग के लिये ठोस का छोटा सा टुकड़ा होना चाहिये ताकि उसे द्रव मापी पर रखने से वह द्रव में पूरा डूब न जाये।

अनुच्छेद 6.11 में समझाए अनुसार द्रव मापी को पानी में तैराम्रो व पट्टिका D पर बाट रखो। मानलो W ग्रा० भार रखना पड़ता है। अब बाटों को हटाम्रो व ठोस के टुकड़े को पट्टिका पर रखो। प्रायः द्रव मापी चिन्ह तक नहीं डूबेगा। उसे उसी चिन्ह तक डुबोने के लिये कुछ बाट W_1 रखने पड़ेंगे। अब द्रव मापी को जार के बाहर निकालो व नीचे के त्रिकोणी पलड़े पर कांच के टुकड़े को रखो। अब फिर से द्रव मापी को पानी में तैराम्रो। अब तुम देखोगे कि द्रव मापी को चिन्ह तक डुबोने के लिये पहिले से अधिक बाट (W_1 से अधिक) याने W_2 रखना पड़ेंगे। इस प्रकार निम्न पाठ्यांक आए–

1. चिन्ह तक डुबोने के लिए पट्टिका D पर बाट = W ग्रा.
2. चिन्ह तक डुबोने के लिये D पर बाट जब उस पर कांच का टुकड़ा है = W_1 ग्रा.
3. चिन्ह तक डुबोने के लिये D पर बाट जब कांच का टुकड़ा पानी में है = W_2 ग्रा.

यदि पाठ्यांक 1 में से 2 को घटाया जाए तो कांच के टुकड़े का भार आएगा क्योंकि इसके भार के बराबर का भार कम रखना पड़ा।

अतएव कांच के टुकड़े का हवा में भार = $W - W_1$ ग्रा.। पाठ्यांक 3 में से 2 को घटाने पर कांच के टुकड़े की पानी में हुई भार में कमी आएगी।

अतएव कांच के टुकड़े की पानी में भार की कमी = $W_2 - W_1$ ग्रा.। कांच के टुकड़े को पानी के भीतर ले जाने से उसके भार में कमी हुई इसलिये द्रव मापी को चिन्ह तक डुबोने के लिये अधिक बाट रखने होंगे।

इसलिये, कांच का आ. घ. = $\dfrac{\text{काच के टुकड़े का हवा में भार}}{\text{काच के टुकड़े की पानी में भार में कमी}} = \dfrac{W-W_1}{W_2-W_1}$

टिप्पणी:—यदि काच के टुकड़े के स्थान पर कार्क का टुकड़ा दिया जाए तो प्रयोग को ऐसे ही दुहराना चाहिये। अन्तर केवल इतना ही है कि पानी के अन्दर रखते समय काक के टुकड़े को बांधना पड़ेगा चूंकि यह हलका होने के कारण वहां नहीं ठहरेगा।

संख्यात्मक उदाहरण 15. किसी प्रयोग में, द्रवमापी को चिन्ह तक डुबोने के लिये 16·84 ग्राम रखने पड़े। जब कांच का टुकड़ा ऊपर रखा गया तो डुबाने के लिये 4·96 ग्राम रखने पड़े। जब कांच का टुकड़ा नीचे रखा तो डुबाने के लिये 9·71 ग्राम रखने पड़े। तो कांच का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो।

कांच का हवा में भार ($W - W_2$) = 16·84 − 4·96 = 11·88 ग्राम

कांच के भार में कमी ($W_2 - W_1$) = 9·71 − 4·96 = 4·75

∴ कांच का आपेक्षिक घनत्व = $\dfrac{11 \cdot 88}{4 \cdot 75} = 2 \cdot 5$

6.13. निकॉलसन द्रव (घनत्व) मापी (Nicholson's Hydrometer) को बिना तोले किसी द्रव का आ. घ. निकालना:—

मानलो हमें मिट्टी के तेल का आ. घ. निकालना है। अनुच्छेद 6.12 में समझाए अनुसार एक कांच के टुकड़े को द्रवमापी के क्रमशः ऊपर व नीचे रख कर चिन्ह तक पानी

में डुबाओ व इस प्रकार उसके भार की पानी में कमी (W_2-W_1) निकालो। W_1 व W_2 का अर्थ 6.12 में समझाए अनुसार है। अब इसी प्रयोग को मिट्टी के तेल में दुहराओ। मानलो W_1' व W_2' वे भार हैं जो द्रव मापी पर रखने पड़ते हैं जब कांच का टुकड़ा क्रमशः ऊपर व नीचे रखा जाता है। अतएव मिट्टी के तेल में कांच के टुकड़े के भार में कमी = ($W_2'-W_1'$) हुई। आर्किमिडीज के सिद्धान्त के अनुसार भार में कमी वस्तु द्वारा हटाये गये द्रव के भार के बराबर होती है। इसलिये समायतन पानी व द्रव का भार क्रमशः (W_2-W_1) व ($W_2'-W_1'$) होगा। इसलिये,

$$\text{मिट्टी के तेल का आ. घ.} = \frac{\text{मिट्टी के तेल का भार}}{\text{समायतन पानी का भार}}$$

$$= \frac{\text{वस्तु की मिट्टी के तेल में भार में कमी}}{\text{वस्तु की पानी में भार में कमी}}$$

$$= \frac{W_2' - W_1'}{W_2 - W_1}$$

संख्यात्मक उदाहरण 16. एक निकोलसन के द्रव (घनत्व) मापी को द्रव में तैरा कर उसके ऊपर के पलड़े पर एक धातु का टुकड़ा रख दिया जाता है। द्रवमापी को निश्चित चिन्ह तक डुबाने के लिये 6·5 ग्राम रखना पड़ता है। यदि धातु के टुकड़े को नीचे के पलड़े में रखें तो उसी चिन्ह तक डुबाने के लिये 10·7 ग्राम रखने पड़ते हैं। जब यह प्रयोग पानी के साथ दुहराया जाता है तो क्रमशः 8·5 और 14·8 ग्राम की आवश्यकता होती है। द्रव का आपेक्षिक घनत्व निकालो।

$$\text{द्रव का आपेक्षिक घनत्व} = \frac{\text{हटाये हुए द्रव का भार}}{\text{हटाये हुए पानी का भार}} = \frac{\text{द्रव में भार की कमी}}{\text{पानी में भार की कमी}}$$

$$\frac{10·7 - 6·5}{14·8 - 8·5} = \frac{4·2}{6·3} = \frac{2}{3} = 0·66$$

6.14. आर्किमिडीज के सिद्धान्त व तैरने के नियमों का प्रायोगिक उपयोग व कुछ उपकरणः—

(अ) किसी तार का अर्धव्यास (Radius) निकालनाः—इस प्रयोग के लिये एक लम्बा तार लो व उसका भार (W_1) निकालो। फिर पानी में डुबोकर उसका भार (W_2) निकालो। इस प्रकार तार के भार की पानी में कमी ($W_1 - W_2$) ग्रा. हुई। अतएव आर्किमिडीज के सिद्धान्त के अनुसार तार द्वारा हटाए गये पानी का भार भी ($W_1 - W_2$) ग्रा. हुआ। चूंकि 1 ग्राम पानी का आयतन 1 घ. से. मी. होता है, तार का आयतन ($W_1 - W_2$) घ. से. मी. हुआ।

तार बेलनाकार होता है। अतएव उसके आयतन V का सूत्र हुआ

$V = \pi r^2 l$, जहाँ r तार का अर्धव्यास व l लम्बाई है।

$$r = \sqrt{V/\pi l}$$

परन्तु $V = (W_1 - W_2)$ = तार का आयतन

$$r = \sqrt{\frac{(W_1 - W_2)}{l\pi}}$$

इस प्रकार उपर्युक्त सूत्र से $(W_1 - W_2)$ व तार की लम्बाई l मालूम कर तार का अर्धव्यास निकाला जाता है।

(ब) किसी केशिका नली (Capillary tube) का अन्दरूनी अर्धव्यास (Internal Radius) निकालना:—एक कांच की केशिका नली लो। उसका भार ज्ञात करो। अब केशिका नली को पारे से भर दो। जितनी लम्बाई तक पारा भरा जाए उसे नाप लो। मानलो यह l से. मी. है। पारे से भरी नली का भार निकाल कर पारे का भार ज्ञात करो। इस पारे के भार में यदि उसके घनत्व 13·6 ग्राम प्रति घ. से. मी. का भाग दिया जाए तो नली में पारे का आयतन V आएगा।

चूंकि केशिका नली बेलनाकार होती है अतएव ऊपर समझाए अनुसार,

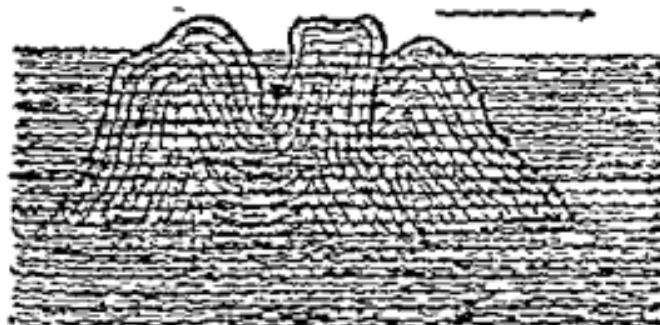
$$V = \pi r^2 l$$

l व V को मालूम कर नली का अर्धव्यास r ज्ञात करो।

संख्यात्मक उदाहरण:—देखो उदाहरण संख्या 3 पेज 36

(क) द्रवमापी व दुग्धमापी (Lactometer):—प्रायः द्रवमापी दो प्रकार के होते हैं–(1) स्थिर आयतन (Constant immersion type) व (2) स्थिर भार (Variable immersion type). पहिले प्रकार के द्रवमापी में उसे हमेशा एक निश्चित चिन्ह तक ही डुबोया जाता है और दूसरे प्रकार में द्रवमापी पर कोई बाट नहीं रखे जाते हैं और वह द्रव के घनत्व के अनुसार भिन्न-भिन्न गहराई तक डूबता है। पहिले प्रकार में मुख्य निकॉलसन द्रवमापी है जिसके बारे में तुम पढ़ ही चुके हो। दूसरे प्रकार के द्रवमापी को चित्र में बताया गया है। यह प्रायः पूरा कांच का बना रहता है और उसमें डंडी C के स्थान पर मोटी नली होती है जिस पर चिन्ह अङ्कित रहते हैं। इन चिन्हों का अंशाकन घनत्व की इकाई में किया जाता है। अधिक मान का चिन्ह सबसे नीचे होता है। जितना द्रव का घनत्व अधिक होगा उतना यह कम डूबेगा और इसलिये यह अधिक मान का चिन्ह बताएगा। चित्र 6.7 नीचे की घुण्डी में प्रायः पारा भरा रहता है। इसकी मात्रा इतनी निश्चित की जाती है जिससे कि इसका अंशाकन ठीक ठीक पाठ्यांक दे। इसके उपयोग से किसी भी द्रव का आ. घ. एकदम सोचे बिना किसी गणना के मालूम हो जाता है किन्तु इससे प्राप्त परिणाम बिलकुल ठीक नहीं माने जाते हैं। देखो संख्यात्मक उदाहरण 21.

इस प्रकार के द्रवमापी का एक विशेष रूप दुग्धमापी होता है जिसके बारे में आप अपनी 8 वीं कक्षा के सामान्य विज्ञान में पूर्ण रूप से पढ़ ही चुके हो।

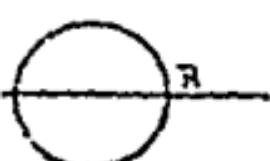
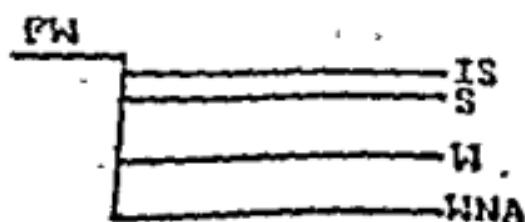
(उ) वर्फ की चट्टान (Ice Berg) चित्र 6.8 देखो। यह समुद्र में रहने वाली बर्फ की चट्टान है। प्रायः उत्तरी व दक्षिणी महासागर में जो ठण्डी धाराएं होती हैं उनमें इस प्रकार की चट्टानें प्राप्त होती हैं। हमें मालूम है कि बर्फ का घनत्व ·907 होता है जब कि खारे समुद्र का 1·026। अतएव इस प्रकार की बर्फ की चट्टान

चित्र 6.8

का अधिकांश भाग लगभग 8/9 पानी के अन्दर व बाकी का लगभग 1/9 पानी के ऊपर दिखाई देता है। अतएव घने कुहरे में जहाजों से इनकी टक्कर की आशंकाएं बढ़ जाती है। ऐसी दुर्घटनाएं प्रायः हो जाया करती हैं।

(स) लोहे का जहाज (Ship):—तुम जानते ही हो कि लोहे का आ. घ. 7·8 होता है। इतना अधिक घनत्व होने पर भी लोहे से बना जहाज पानी में क्यों तैरता है? पीतल के खाली लोटे को पानी में तैरते हुए तो तुमने देखा ही होगा। इसका कारण जहाज अथवा लोटे का अन्दर से खोखला होना तथा बाहरी सतह का विस्तार अधिक होना है। जब उसका थोड़ा सा हिस्सा पानी के अन्दर जाता है तो उनके द्वारा इतना अधिक पानी हटाया जाता है कि वस्तु के तैरने के नियमों के अनुसार जहाज अथवा लोटा पानी में तैरने लगता है। यदि हम खाली लोटे को पानी से भरने लगें तो हम जानते हैं कि वह डूब जाएगा।

चित्र में बताए अनुसार जहाजों में प्रायः एक वृत्त पर रेखा खींची जाती है जिसे प्लिमसोल रेखा कहते हैं। इस रेखा का नामकरण प्लिमसोल नामक व्यक्ति से बना है

चित्र 6.9 अ चित्र 6.9 ब

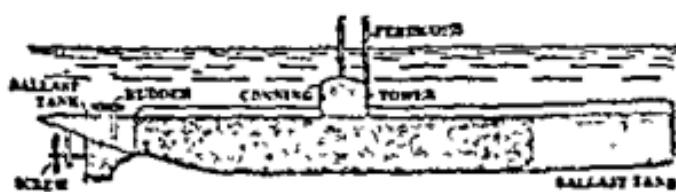
के उपलक्ष में ऐसा नियम बना कि जहाज इतना ही भर सकता है कि वह रेखा के नीचे रहे। इस रेखा पर L व R अक्षर बने रहते हैं। इसका तात्पर्य यह है कि जहाज का

प, प्राकार व बनावट देख कर व तैरने के नियमों को ध्यान में रख यह रेखा बोझा दने की सीमा लायड्स रजिस्टर आफ शिपिंग (Lloyds's Register of Shipping) रा तय की गई है।

चूँकि जहाज को कभी नदी के मीठे पानी में, कभी खारे में, कभी उत्तरी समुद्र ठण्डे जल में, तो कभी गर्म जल में चलना पड़ता है, अतएव इन सब पानियों के विभिन्न नत्व को ध्यान में रख भिन्न भिन्न सतह पर रेखायें खींची जाती हैं जो जहाज के डूबने ी सीमायें बताती हैं।

(फ) गुब्बारा व उसका एक ऊँचाई तक उड़ना (Baloon)—तुम ब्बारे के बारे में पढ़ ही चुके हो। जिस प्रकार पानी मे वस्तुएं हल्की होने के कारण तैर सकती है उसी प्रकार हवा में भी यदि वे वा से हल्की हों। तुम जानते हो कि हाइड्रोजन व हीलियम गैसें वा से हल्की होती हैं। अतएव यदि गुब्बारे को इन गैसों से भर दिया जाए तो वे हवा में तैरेंगे। हवा का घनत्व सब ऊंचाई पर एक सा नहीं होता है। जैसे जैसे हम ऊंचाई पर जाते है वैसे-वैसे हवा का घनत्व कम कम होता जाता है। अतएव गुब्बारा नीचे की भारी हवा में डूबा नही रह सकता। वह ऊचा उठता है। वह तब तक ऊंचा उठता जाता है जब तक उसके द्वारा हटाई गई हवा का भार उसके बराबर न होजाए इस अवस्था में वह एक निश्चित ऊंचाई पर उड़ता है।

चित्र 6.10

ऐसी ऊंचाई पर चढ़ कर इनमें रखे रेत के बोरे यदि फेंक दिए जाएं तो गुब्बारा हलका हो जाएगा और वह अधिक ऊंचाई तक चढ़ेगा। यदि हलकी हाइड्रोजन अथवा हीलियम बाहर निकाल दी जाए तो गुब्बारा सिकुड़ जायगा। सिकुड़ने से उसका आयतन और इस कारण इस पर हवा का उत्क्षेप या उछाल कम होगा और गुब्बारा नीचे उतरने लगेगा। देखो संख्यात्मक उदाहरण 23।

(ग) पनडुब्बी (Submarine):—इसके बारे में भी आप पढ़ ही चुके हो। चित्र में बताए अनुसार यह एक विशिष्ट प्रकार का जहाज है। आवश्यकतानुसार यह

चित्र 6.11

पानी की सतह या पानी के भीतर ही भीतर चल सकती है। पनडुब्बी में हौज होते है जिन्हें पानी से भरकर इसे आवश्यकतानुसार भारी अथवा पानी को निकाल कर हलका

किया जा सकता है। इस प्रकार वायुयानों के भार को नियंत्रित कर जाने को वायु ?? का ऊपर बनाया जाता है।

युद्ध के दिनों में शत्रुओं के जहाजों को डुबाने में व रक्षा में वायु के बाहर व-नेशन वर्ते करने में इनका उपयोग होता है। इन पर डेरिजिबल (जिसके बारे में पूर्व पढ़ोगे) नामक यंत्र लगा रहता है। इसकी सहायता से वायुयानों के अन्दर होने पर भी गुब्बारापूर्वक वस्तों के वायान पर को वायु रोक सकती है।

संख्यात्मक उदाहरण 17. सोने का आपेक्षिक घनत्व 19.3 और चाँदी का आपेक्षिक घनत्व 10.4 है। एक सोने और चाँदी के मिश्रण का क्या अनुपात है यदि उसका आपेक्षिक घनत्व 17.6 है।

मानलो सोने का आयतन V_1 घ. से. मी. तथा चाँदी का आयतन V_2 घ. से. मी.

$\therefore$ सोने की संहति $M_1 = V_1 \times 19.3$ और चाँदी की संहति $M_2 = V_2 \times 10.4$

$$\text{मिश्रण का आपेक्षिक घनत्व} = \frac{M_1 + M_2}{V_1 + V_2}$$

$$\therefore \quad 17.6 = \frac{19.3\, V_1 + 10.4\, V_2}{V_1 + V_2}$$

$$17.6\, V_1 + 17.6\, V_2 = 19.3\, V_1 + 10.4\, V_2$$

$$\text{या} \quad (19.3 - 17.6)\, V_1 = (17.6 - 10.4)\, V_2$$

$$\text{या} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{7.2}{1.7} = \frac{4.23}{1}$$

18. एक मीटर पैमाने को उसके गुरुत्व केन्द्र (बीच में) से लटकाया जाकर, एक सिरे से एक धातु का टुकड़ा लटकाते हैं और दूसरे सिरे से एक बाट, केन्द्र से 40 से. मी. दूर लटकाते हैं। यदि धातु को पूरा पानी में डुबाया जाय तो बाट को 6 से. मी. से खिसकाना पड़ता है। धातु का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो। (देखो अध्याय 7 उदाहरण 11)

19. एक वस्तु जिसका भार 200 पौण्ड और आ. घ. 4.5 है कुएं में पानी की सतह पर छोड़ दी जाती है। यदि कुएं की गहराई 50 फीट है तो उसको पेंदे तक पहुंचने में कितना समय लगेगा। एक घन फुट पानी का भार 62.4 पौण्ड है।

जब किसी वस्तु को पानी में डुबोया जाता है तो उसका भार कम हो जाता है। दूसरे शब्दों में उस पर नीचे की ओर लगने वाला बल कम हो जायगा। इसलिये उसका त्वरण भी कम हो जाएगा। मानलो उसका त्वरण हवा में g फीट प्रति से. प्रति से. है और पानी में a फीट प्रति से. प्रति से. है। उसकी संहति m ग्राम है आयतन V घ. से. मी. है। चूंकि संहति और आयतन का मान सर्वदा एक ही रहता है।

अतएव,

उसका हवा में भार	$= mg = V.D.g$
उसका पानी में भार	$= ma = V.D.a$
पानी में भार की कमी	$= mg - ma$,
	$= VDg - VDa$ .... (i)

यह कमी हटाए हुए पानी के भार के बराबर है।

हटाये हुए पानी का आयतन	$= V$ घ. से.
हटाये हुए पानी का भार	$= V.d.g.$ .... (ii)

यहाँ d पानी का घनत्व है।

आर्किमिडीज के सिद्धान्त के अनुसार,

पानी में भार की कमी = हटाए हुए पानी का भार

अतएव (i) और (ii) से,

$$VDg - VDa = Vdg$$

अथवा $$Dg - Da = dg$$

अथवा $$Da = Dg - dg$$

$$\therefore \quad a = \frac{Dg - dg}{D} = \left(1 - \frac{d}{D}\right)g$$

यहाँ पर $D = 4.5 \times 62.4$ पौण्ड प्रति घन फुट है तथा $d = 1 \times 62.4$ पौण्ड प्रति घन फुट है और $g = 32$ फीट प्रति सेकण्ड प्रति सेकण्ड है।

$$\therefore \quad a = \left(1 - \frac{1}{4.5}\right)32 = \frac{3.5}{4.5} \times 32 = \frac{7}{9} \times 32 = \frac{224}{9}$$

हम यह जानते हैं कि यदि किसी वस्तु का प्रारम्भिक वेग u हो, त्वरण a हो तो उसके द्वारा t से. में पार की गई दूरी s निम्नलिखित सूत्र द्वारा व्यक्त की जाती है।

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

यहाँ $s = 50$ फीट है, $u = 0$, $a = \frac{224}{9}$ फीट प्रति से.^{2} है और t ज्ञात करना है। इनका मान सूत्र में रखने पर,

$$50 = 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{224}{9}\right)t^2$$

$$\therefore \quad t^2 = \frac{50 \times 2 \times 9}{224}$$

$$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{50 \times 2 \times 9}{224}} = \text{लगभग 2 सेकण्ड}$$

20. एक 15 से. मी. लम्बे बेलन (*Cylinder*) का ऊपरी भ नीचे का हिस्सा पृथक २ धातुओं का बना है। धातुओं का आ. घ. क्रम 9·6 और 21·6 है। यदि यह बेलन पारे में पूरा २ डुबा हुआ तैरता है दोनों भागों की लम्बाई ज्ञात करो। (पारे का आ. घ. = 13·6)

मानलो दोनों भागों की लम्बाई l_1 और l_2 से. मी. है तथा उसका अनुप्रस्थ क (Cross-section) S वर्ग से. मी. है तो,

ऊपरी भाग का आयतन = Sl_1 घ. से. मी.

∴ ऊपरी भाग का भार = $Sl_1 . 9.6$ ग्राम

नीचे के भाग का आयतन = $S\, l_2$ घ. से. मी.

नीचे के भाग का भार = $S.\, l_2 .\, 21·6$ घ. से. मी.

∵ कुल बेलन का भार = $S. l_1\, 9·6 + S.l_2 .\, 21·$

चूंकि सारा बेलन पारे में डूबा हुआ तैरता है अतएव

हटाये हुए पारे का आयतन = $S\, l_1 + S\, l_2$

∴ हटाये हुए पारे का भार = $(S\, l_1 + S\, l_2) \times 13·6$

तैरने वाली वस्तु के नियमानुसार,

वस्तु का भार = हटाये हुए पारे का भार

∴ $Sl_1 .\, 9·6 + Sl_2 .\, 21·6 = (Sl_1 + Sl_2)\, 13·6$

या $9·6\, l_1 + 21·6\, l_2 = 13·6\, l_1 + 13·6\, l_2$

या $9·6\, l_1 - 13\,6\, l_1 = 13·6\, l_2 - 21·6\, l_2$

या $-4l_1 = -8\, l_2$

या $l_1 = 2\, l_2$

लेकिन $l_1 + l_2$ = 15 से. मी.

∴ $2l_2 + l_2$ = 15 से. मी.

∴ l_2 = 5 से. मी.

∴ l_1 = 15 − 5 = 10 से. मी.

21. एक साधारण द्रवमापी (Common hydrometer) का तना 10 से. मी. लम्बा है। द्रवमापी को मिट्टी के तेल में रखने पर पूरा पूरा अन्दर डूबता है तथा पानी में पूरा बाहर रहता है। यदि एक दूसरे द्रव में रखने पर 7 से. मी. तना बाहर रहता है तो द्रव का आ. घ. ज्ञात करो।

(मिट्टी के तेल का आ. घ. 0·78 है)

मानलो द्रव मापी की पुंगी का आयतन V घ. से. मी. है तथा तने का अनुप्रस्थ काट (Cross-section) S वर्ग से. मी. है तथा द्रव का आ. घ. d है।

चूंकि पानी में सारा तना बाहर रहता है इसलिये,

हटाये हुए पानी का आयतन = V घ. से. मी.

और हटाये हुए मिट्टी के तेल का आयतन $= V + 10 \times S$ घ. से. मी.

इसी प्रकार हटाये हुए द्रव का आयतन $= V + 3 \times S$ घ. से. मी.

प्रत्येक स्थिति में हटाये हुए द्रव का भार पूरे द्रव मापी के भार के बराबर है इसलिए,

द्रव मापी का भार $W = V = (V + 10 \times S)\, 0{\cdot}78$ ....(i)

या $W = V = (V + 3 \times S) \times d$ ....(ii)

समीकरण (i) से $V = 0{\cdot}78\, V + 10 \times 0{\cdot}78 \times S$

या $V - 0{\cdot}78\, V = 7{\cdot}8\, S$

या $0{\cdot}22\, V = 7{\cdot}8\, S$

$\therefore \quad V = \dfrac{7{\cdot}8\, S}{{\cdot}22} = \dfrac{780}{22}\, S = \dfrac{390}{11}\, S$

समीकरण (ii) से, $V = (V + 3 \times S)\, d$

$\therefore \quad \dfrac{390}{11}\, S = \left(\dfrac{390}{11}\, S + 3 \times S\right) d$

या $\dfrac{390}{11} = \left(\dfrac{390}{11} + 3\right) d = \dfrac{423}{11}\, d$

$\therefore \quad d = 390/423 = 0{\cdot}92$

22. एक खोखले गोले का भार 100 ग्राम है जब उसे मोम से भर दिया जाता है तो वह पानी में पूरा डूबा हुआ तैरता है तो गोले का अर्धव्यास ज्ञात करो। (मोम का घनत्व 0·95)

मानलो गोले का अर्ध व्यास r से. मी. है।

	तो गोले का आयतन	$= \frac{4}{3} \pi r^3$ घ. से. मी.
	मोम का आयतन	$= \frac{4}{3} \pi r^3$ घ. से. मी.
$\therefore$	मोम का भार	$= \frac{4}{3} \pi r^3 \times 0{\cdot}95$
$\therefore$	गोले का मोम सहित भार	$= \frac{4}{3} \pi r^3 \times 0{\cdot}95 + 100$
$\therefore$	हटाये हुए पानी का आयतन	$= \frac{4}{3} \pi r^3$ घ. से. मी.
	हटाये हुए पानी का भार	$= \frac{4}{3} \pi r^3$ ग्राम

तैरने वाली वस्तु के नियमानुसार, $\frac{4}{3} \pi r^3 \times 0{\cdot}95 + 100 = \frac{4}{3} \pi r^3$

या $\frac{4}{3} \pi r^3 \times 0{\cdot}95 - \frac{4}{3} \pi r^3 = -100$

या $\frac{4}{3} \pi r^3 (0{\cdot}95 - 1) = -100$

या $-\frac{4}{3} \pi r^3 (0{\cdot}05) = -100$

$\therefore \quad r^3 = \dfrac{100 \times 3}{4 \times \pi \times {\cdot}05} = \dfrac{10000 \times 3}{4 \times 3{\cdot}14 \times 5} = 7{\cdot}8$ से. मी.

23. एक गुब्बारे का आयतन 1000 घन मीटर है। यह गुब्बारा कितना भार उठा सकता है यदि उसे (*i*) हाइड्रोजन (*ii*) हीलियम से भरा जाये। हाइड्रोजन का

घनत्व 0·09 ग्राम प्रति लीटर है तथा हीलियम का घनत्व उससे 2 गुना अधिक है तथा हवा का 14 गुना अधिक है।

गुब्बारे का आयतन = 1000 घ. मीटर = 1000 ×100×100×100 घ. सें. मी.
= 1×10^9 घ. सें. मी.

∴ गुब्बारे में भरी हाइड्रोजन का आयतन = 10^9 घ. सें. मी.

∴ गुब्बारे में भरी हाइड्रोजन का भार = आयतन × घनत्व

$$= 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \text{ ग्राम}$$

हटाई हुई हवा का आयतन = 10^9 घ. सें. मी.

हटाई हुई हवा का भार = आयतन × घनत्व

$$= 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \times 14 \text{ ग्राम}$$

तैरने वाली वस्तु के नियमानुसार,

गुब्बारे का कुल भार = हटाई हुई हवा का भार

मानलो गुब्बारे पर हम W ग्राम भार रख सकते हैं तो,

W + गुब्बारे में भरी गैस का भार = हटाई हुई हवा का भार

$$\therefore \quad W + 10^9 \times \frac{0·09}{1000} = 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \times 14$$

या $$W = 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \times 14 - 10^9 \times \frac{0·09}{1000}$$

$$= 10^9 \times \frac{0·09}{1000} (14 - 1) = 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \times 13,$$

$= 117 \times 10^4$ = 1170 कि. ग्राम

(ii) जब गुब्बारे में हीलियम भरी हो तो,

$$W + 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \times 2 = 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \times 14$$

$$W = 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \times 14 - 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \times 2$$

$$= 10^9 \times \frac{0·09}{1000} (14 - 2) = 10^9 \times \frac{0·09}{1000} \times 12$$

= 1080 कि. ग्राम

आपेक्षिक घनत्व और आपेक्षिक गुरुत्व :—(Relative Density and Specific Gravity) :—साधारणतः हम इन दोनों शब्दों का प्रयोग एक दूसरे के लिये करते हैं और उपरोक्त सब स्थानों पर जहां हमने आपेक्षिक घनत्व का ... किया है आपेक्षिक गुरुत्व का भी कर सकते हैं परन्तु मूल में दोनों में अन्तर है। अन्तर को हम निम्न परिभाषा से स्पष्ट कर सकते हैं।

आपेक्षिक घनत्व :—दो वस्तुओं के घनत्व के अनुपात को आपेक्षिक घनत्व कहते हैं। इसमें यह आवश्यक नहीं है कि एक वस्तु पानी हो। सोने का घनत्व 19·3 है तथा लोहे का 7·8, तो सोने का आपेक्षिक घनत्व लोहे के सापेक्ष 19·3/7·8 है, सोने का आपेक्षिक घनत्व पानी के साथ 19·3/1 है, मिट्टी के तेल के साथ 19·3/0·8 है। साधारणतः हम आपेक्षिक घनत्व पानी के साथ वाली तुलना को ही कहते हैं।

आपेक्षिक गुरुत्व :—किसी भी वस्तु के घनत्व और पानी के घनत्व के अनुपात को आपेक्षिक गुरुत्व कहते हैं। इसमें दूसरी वस्तु पानी होना आवश्यक है सोने का आपेक्षिक गुरुत्व 19·1/1 है।

प्रश्न

1. आर्किमिडीज का सिद्धान्त क्या है ? प्रयोग द्वारा उसको किस प्रकार सिद्ध करोगे ? (देखो 6.1 और 6.2)

2. आर्किमिडीज के सिद्धान्त की सहायता से किसी ठोस का आपेक्षिक घनत्व किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 6.6)

3. आर्किमिडीज के सिद्धान्त से किसी तैरने वाले पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 6.8)

4. निकोलसन के घनत्व मापी की सहायता से किसी ठोस अथवा द्रव का आपेक्षिक घनत्व किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 6.10, 6.11 और 6.12)

5. तैरने वाले पदार्थ के क्या नियम हैं ? (देखो 6.9)

6. लोहे का टुकड़ा पानी में डूबता है परन्तु जहाज तैरता है, क्यों ? (देखो 6.14)

7. गुब्बारों का क्या सिद्धान्त है तथा उनके महत्व का वर्णन करो। (देखो 6.14)

8. पनडुब्बी किस को कहते हैं ? यह किस प्रकार की होती है। (देखो 6.14)

संख्यात्मक (Numerical) प्रश्न :—

1. एक पानी से भरी हुई आपेक्षिक घनत्व की शीशी का भार 75 ग्राम है। जब उसे पारे से पूरा भर दिया जाता है तो उसका भार 705 ग्राम है और गंधक के तेजाब से भरने पर 117 ग्राम है। गंधक के तेजाब का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो।

(पारे का आ. घ. 13·6) (कलकत्ता 1952) (उत्तर 1·84)

2. एक केशिका नली में पारे के स्तम्भ की लम्बाई 20 से. मी. है। एक कांच की प्याली में डालकर तोलने पर उसका भार 6 ग्राम है। नली का आन्तरिक अर्धव्यास ज्ञात करो। उस द्रव का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो जिसका 0·5 ग्राम उस नली में 18 से. मी. लम्बाई तक आता है। (पारे का आ. घ. = 13·6)

(उत्तर r = 0·084 से. मी., आ. घ. = 1·26)

3. एक केशिका नली में पारे के स्तम्भ की लम्बाई 4·2 से. मी. है। इस पारे को बाहर निकाल कर तोलने पर उसकी संहति 0·1122 ग्राम मानी है। यदि पारे का आपेक्षिक घनत्व 13·6 है तो नली का भीतरी व्यास ज्ञात करो। (उत्तर 0·5 मि. मी.)

4. एक यू नली में एक ओर कोई द्रव है और दूसरी ओर पानी। दूसरी ओर नली में भी कुछ ऊँचाई तक पानी है। यदि द्रव की ऊपरी सतह का पाठ्यांक 17·4 से. मी. है, द्रव के नीचे की सतह का पाठ्यांक 5·4 से. मी. है और पानी के ऊपरी धरातल का पाठ्यांक 15·6 से. मी. है तो द्रव का आपेक्षिक गुरुत्व ज्ञात करो। (उत्तर 0 850)

5. एक कांच के टुकड़े का हवा में भार 4·5 ग्राम है और पानी में 2·5 ग्राम है। उसका आ. घ. ज्ञात करो। यदि उसको तेल में डुबोया जाय तो कितना भार होगा ? (तेल का आ. घ. 0·8) (उत्तर आ. घ. = 2·25, भार = 2·9 ग्राम)

6. एक मनुष्य 60 सेर से अधिक वजन नहीं उठा सकता। उस भारी से भारी पत्थर का हवा में भार ज्ञात करो जिसे वह पानी में उठा सकता है। पत्थर का आ. घ. = 2·4। (R. B. 1953) (उत्तर 100 सेर)

7. कांच के एक खोखले गोले का भार हवा में 23·4 ग्राम है। पानी में लटकाने पर गोले का भार 3·9 ग्राम हो जाता है। यदि कांच का घनत्व 2·6 ग्राम प्रति घ. से. मी. हो तो गोले के भीतर की खाली जगह का आयतन बताओ। (R. B. 1954) (उत्तर 10 5 घ. से. मी.)

8. एक धातु का बना हुआ खोखला गोला जिसका कि अर्धव्यास R है और आ. घ. S है पानी प· तैरेगा यदि उसकी दीवारों की मोटाई R/3S है। (नागपुर 1952)

9. एक वस्तु का पानी में भार 14 ग्राम है और 4 आ. घ. वाले द्रव में 11 ग्राम तो उसका वजन $2\frac{3}{4}$ आपेक्षिक घनत्व वाले द्रव में ज्ञात करो। (R. B. 1955) (उत्तर 11·9)

10. एक कांच की डाट का भार हवा में 20 ग्राम, पानी में 12 ग्राम और पैट्रोल में 14·48 ग्राम क्रम से है। पेट्रोल का आ. घ. ज्ञात करो। (R. B. 1957) (उत्तर 0·69)

11. एक 56 सेंटीमीटर लम्बा धातु का तार हवा में तोलने पर 0·66 ग्राम और पानी में 0·55 ग्राम तुलता है। यदि धातु का आ. घ. 6 हो तो तार की मोटाई निकालो। (उत्तर ·02 cm.) (R. B. 1959)

12. एक मोम के टुकड़े का भार हवा में 18·03 ग्राम है। एक धातु के टुकड़े का भार पानी में 17·03 ग्राम है। धातु के टुकड़े को मोम से बांध दिया जाता है तो दोनों का पानी में भार 15.23 ग्राम है। मोम का आपेक्षिक गुरुत्व ज्ञात करो। (यू. पी. 1950) (उत्तर 0·91)

13. एक कार्क का टुकड़ा जिसका भार 19 ग्राम है, एक धातु के टुकड़े के साथ जिसका भार 63 ग्राम है, बांध दिया जाता है। यह बंधा हुआ टुकड़ा पानी में पूरा पूरा

डुबा हुआ तैरता है। यदि धातु का आपेक्षिक घनत्व 10·5 है तो कार्क का आ. घ. ज्ञात करो।　　　　(उत्तर 0·25)

14. एक धातु के मिश्रण के टुकड़े का भार हवा में 52 ग्राम और पानी में 46 ग्राम है। धातुओं का आपेक्षिक घनत्व 8 और 12 है तो उनका पृथक पृथक भार ज्ञात करो।　　　　(उत्तर 40 ग्राम 12 ग्राम)

15. एक सोने और चांदी के टुकड़े का हवा में भार 20 तथा पानी में 18·7 ग्राम है। यह बताओ उस मिश्रण में सोना कितना है? (सोने का आ घ. 19·3 और चांदी का 10·4 है।)　　(रा. बो. 1956)　　(उत्तर 2·8 ग्राम)

16. सम्राट हीरो के ताज का भार 20 पौंड था। आर्किमिडीज ने ज्ञात किया कि उसको पानी में डुबोने पर 1·25 पौंड भार कम हो जाता है। ताज सोने और चांदी का बना हुआ था। तो दोनों धातुओं का अनुपात बताओ।

(सोने का आपेक्षिक घनत्व = 19·3 और चांदी का 10·5 है)
(देहली 1941)　　(उत्तर 15·078 और 4·922 पौंड)

17. तीन द्रवों का घनत्व 1 : 2 : 3 के अनुपात में है। यदि हम एक ऐसा मिश्रण बनावें जिसमे ये तीनों द्रव (अ) आयतन में बराबर लिये जांय (ब) भार में बराबर लिये जांय, तो उस मिश्रण का आपेक्षिक गुरुत्व बताओ।

[उत्तर (अ) $2S_1$ (ब) $\frac{18}{11} S_1$ यहां S_1 पहले द्रव का घनत्व है]

18. एक धातु के टुकड़े और गंधक के टुकड़े को पानी में बांध कर लटकाने से उनका आभासित भार बराबर है। यदि पानी के स्थान पर अल्कोहल रखा जाय जिसका कि आपेक्षिक घनत्व 0·9 हो तो संतुलन के लिए 1·4 ग्राम उस पलड़े में रखना पड़ता है, जिसमे कि धातु के टुकड़े को लटकाया गया है। गंधक के टुकड़े का भार ज्ञात करो। धातु का भार 17 ग्राम और आपेक्षिक घनत्व 11·332 है। (यू. पी. 1947) (उत्तर 31 ग्राम)

19. दो धातुओं के टुकड़ों को तुला के दोनों ओर लटका कर पानी में डुबोने पर तुला दण्ड संतुलित हो जाता है। एक टुकड़े का भार 32 ग्राम है और उसका घनत्व 8 है। यदि दूसरे का घनत्व 5 हो तो उसका भार ज्ञात करो। (कलकत्ता 1949) (उत्तर 35 ग्राम)

20. एक घनाकार बर्फ का टुकड़ा जिसकी एक भुजा 10 से. मी. है, बर्फ के समान ठंडे पानी में रखा जाता है। इस टुकड़े का कितना भाग पानी के अन्दर रहेगा?
(बर्फ का आ. घ. 0·9) .... (रा. बो. 1948, 1950)　　(उत्तर 9 से. मी.)

21. एक घनाकार बर्फ का टुकड़ा जिसकी भुजा 10 से. मी. है पानी पर तैर रहा है। 1/10 भाग पानी के ऊपर है। बर्फ का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो।
(रा. बो. 1949, 1952)　　(उत्तर 0·9)

22. समुद्र के पानी का घनत्व 1·025 ग्राम प्रति घन से. मी. है और बर्फ का घनत्व 0·917 ग्राम प्रति घन से.मी. है। यदि एक बर्फ का टुकड़ा (अ) शुद्ध पानी में (ब) समुद्री पानी में तैरता है तो उसका कितना भाग पानी से बाहर दिखाई देगा।

$$\left(\text{उत्तर } \frac{83}{1000}, \frac{108}{1025} \right)$$

23. एक बर्फ के टुकड़े का भार 1000 ग्राम है। जो समुद्र में तैरता जाता है। तो उसका कितना भाग पानी में रहेगा ? बर्फ का आपेक्षिक घनत्व 0·917 तथा समुद्री पानी का 1·03 है। (कलकत्ता 1951) (उत्तर 970·87 घ० से० मी०)

24. एक बर्फ के घन की भुजा 100 फीट है। यदि वह पानी पर तैरता है तो कितना पानी के अन्दर रहेगा ? (पानी का आ. घ. = 1·025, बर्फ का आ. घ. =0·92) (उत्तर 89·756 फीट)

25. यदि एक लोहे का टुकड़ा जिसका आयतन 100 घ. से. मी. है पारे पर तैरता है तो उसका कितना भाग अन्दर होगा ? (लोहे का घनत्व 7.8 और पारे का घनत्व 13·6 है) (उत्तर 57·35 घ. से. मी.)

26. एक खोखले गोले का आन्तरिक व्यास 10 से. मी. है और बाहरी व्यास 12 से. मी. है। यह गोला पानी में सम्पूर्ण डूबा हुआ तैरता है तो गोले के धातु का आ. घ. ज्ञात करो। (2·37 ग्राम प्रति घ. से. मी.)

27. एक लकड़ी का आयताकार टुकड़ा 10 से. मी. लम्बा, 5 से. मी. चौड़ा और 3 से. मी. ऊंचा पानी में तैर रहा है। यदि लकड़ी का आ. घ. 0·5 है तो उस बोझ का अधिक से अधिक भार ज्ञात करो जो उस पर रखा जा सकता है। (रा.बो. 1960) (उत्तर 75 ग्राम)

28. एक न घुलने वाले ठोस का आयतन 40 घ. से. मी. है और संहति 36 ग्राम है। तो बताओ ठोस पानी में डूबेगा या तैरेगा ? (रा. बो. 1962) (उत्तर तैरेगा)

29. एक लकड़ी के टुकड़े का भार 48 ग्राम है। पानी में तैरने पर उसका $\frac{2}{3}$ भाग पानी में डूबा रहता है। लकड़ी के टुकड़े का आयतन ज्ञात करो। (उत्तर 72 घ. से. मी.)

30. एक जहाज जिस पर सामान लदा हुआ है नदी में जाने पर 14 फीट अन्दर डूबता है। उस पर से सामान उतरने पर वह 10 फीट से ऊपर उठता है। जब वह समुद्र में जाता है तो और 12 फीट ऊपर उठ जाता है। यदि जहाज के किनारे ऊर्ध्वाधर हों तो समुद्र के पानी का आपेक्षिक गुरुत्व ज्ञात करो। (उत्तर 1·25)

31. एक निकॉलसन के द्रव घनत्व मापी को निश्चित चिन्ह तक डुबाने के लिए 15·6 ग्राम भार ऊपर के पलड़े में रखना पड़ता है। जब एक वस्तु ऊपर के पलड़े पर रखी जाती है तो पुनः उसको निश्चित चिन्ह तक डुबाने के लिए 5·6 ग्राम रखने पड़ते हैं। जब वस्तु को नीचे के पलड़े में रखी जाये तो उसी चिन्ह तक डुबाने के लिए 10·6 ग्राम रखने पड़ते हैं। वस्तु का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो। (उत्तर 2)

32. एक द्रव घनत्व मापी को किसी द्रव में तैरा कर एक वस्तु उसके ऊपर के पलड़े में रखी जाती है। घनत्व मापी को निश्चित चिन्ह तक डुबोने के लिए उस पर 12·3 ग्राम भार रखना पड़ता है। जब वस्तु को नीचे के पलड़े में रखा जाता है तो उस पर 17·3 ग्राम रखना पड़ता है। इस प्रकार प्रयोग को पानी के साथ दुहराने पर ये भार क्रमशः 15·2 और 21·2 हैं। द्रव का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो। (उत्तर 0·83)

33. एक निकॉलसन के घनत्व मापी का भार 200 ग्राम है। पानी में निश्चित चिन्ह तक डुबाने के लिए उस पर 50 ग्राम रखने पड़ते हैं। यदि उसे ऐसे द्रव में डुबोया जाय जिसका आ. घ. 1·2 है तो बताओ उस पर कितना भार रखना पड़ेगा ?

(उत्तर 100 ग्राम)

34. एक निकॉलसन का द्रव मापी ऐसे द्रव में जिसका घनत्व 0·5 ग्राम प्रति घन से. मी. है निश्चित चिन्ह तक डूबता है। परन्तु उसको पानी में उसी चिन्ह तक डुबोने पर उस पर 120 ग्राम रखना पड़ता है। द्रव मापी का भार ज्ञात करो। (कलकत्ता 1959)

(उत्तर 180 ग्राम).

35. एक घनत्व मापी को पानी पर तैरा कर उस पर 40 मि. ग्राम का भार रखने पर उसकी डण्डी 1 से. मी. अन्दर जाती है। यदि डण्डी का व्यास 2 मि. मी. है तो द्रव का आ. घ. ज्ञात करो। (नागपुर 1953) (उत्तर 1·273)

अध्याय 7

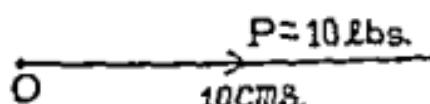
बलों की साम्यावस्था

(Equilibrium of forces)

7.1 अदिष्ट व दिष्ट राशियां (Scalar and Vector) :—साधारणतः जिन राशियों को हम काम में लेते हैं, वे दो प्रकार की होती हैं—(i) अदिष्ट व (ii) दिष्ट।

अदिष्ट (Scalar):—जिन राशियों में केवल परिमाण (Magnitude) होता है और कोई दिशा का बोध नहीं होता वे अदिष्ट राशियां कहलाती हैं। उदाहरणार्थ संहति, आयतन, क्षेत्रफल, समय आदि आदि। जब हम कहते हैं कि 1 किलोग्राम शक्कर दो, तो हमारा आशय पूरा-पूरा प्रकट हो जाता है और देने वाला तुरन्त ही अपना कार्य पूरा कर देता है। उसी प्रकार जब हम कहते हैं कि अमुक वस्तु का आयतन 1000 घ. से. मी. है तो हमारा आशय पूरा-पूरा प्रकट हो जाता है। ऐसी राशियों को जिनमें केवल परिमाण ही होता है, अदिष्ट राशियां कहते हैं।

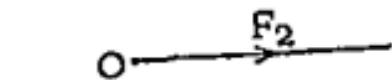
दिष्ट (Vector):—यदि हम किसी को कहें कि तुम 10 मील प्रति घन्टे के वेग से दौड़ जाओ तो वह हमारी आज्ञा का पूरा-पूरा पालन नहीं कर सकता। वह ठिठक कर प्रश्न करेगा कि किस दिशा में ? अतएव उसको ठीक तरह से समझने के लिए हमें कहना होगा, पूर्व में या उत्तर में आदि आदि। इसी प्रकार जब हमें पूछा जाय कि एक वस्तु पर 10 पौण्ड का बल लग रहा है तो उसकी स्थिति में क्या परिवर्तन होगा ? इस प्रश्न का सही उत्तर देने के पहले हमें यह जानना होगा कि यह बल किस दिशा में लग रहा है।

इस प्रकार की राशियों को जिनमें परिमाण के साथ-साथ दिशा का ज्ञान होना भी आवश्यक है, दिष्ट राशियां कहते हैं। जैसे बल, वेग, त्वरण आदि आदि। इस प्रकार की दिष्ट राशियों को हम चित्र में एक सरल रेखा द्वारा व्यक्त कर सकते हैं। रेखा की लम्बाई दिष्ट राशि के परिमाण के समानुपाती (proportional) होती है और उस रेखा को दिष्ट राशि की दिशा में खींचा जाता है तथा उस पर एक तीर का निशान भी बना दिया जाता है। यदि जिस बिन्दु पर वह राशि लग रही हो, रेखा उसी बिन्दु से खींची जाय तो रेखा उस राशि को परिमाण, दिशा तथा कार्य करने की रेखा (line of action) में व्यक्त करेगी। इसी लम्बाई की अन्य समानान्तर रेखा उसी बल को परिमाण और दिशा में व्यक्त करेगी। उदाहरणार्थ हमें 10 पौण्ड बल पूर्व की दिशा में कार्य करता हुआ बताना है। एक इकाई, मानलो 1 से. मी. बराबर 1 पौण्ड निश्चित करो। फिर चित्र के ... 10 से. मी. लम्बी रेखा खींचो। इस पर तीर का निशान इस प्रकार बनाओ कि ... दिशा बताए। ऐसी रेखा अब 10 पौण्ड बल बताएगी।

P = 10 lbs.

O — 10 cms.

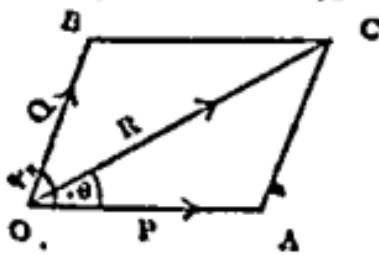
चित्र 7.1

7.2 बल (Force):—जैसा कि हम पहले अध्याय में बता चुके है बल वह है जो किसी वस्तु में त्वरण (acceleration) उत्पन्न करे या करने का प्रयास करे। यह त्वरण सर्वदा बल की दिशा में ही उत्पन्न होता है। बल एक दिष्ठ राशि है। अतएव यह एक सरल रेखा द्वारा व्यक्त किया जाता है। यह रेखा उस बिन्दु से बल की दिशा में जाती है, जिस पर यह बल लग रहा है, और उसकी लम्बाई बल के समानुपाती होती है। चित्र 7.1 देखो।

7.3 दो या दो से अधिक बलों का परिणमित (Resultant) बलः- यदि किसी कण (Particle) पर एक ही दिशा में दो बल कार्य करें तो उस पर कार्य करने वाला परिणमित बल इन दोनों बलो के योग के बराबर होगा व उसी दिशा मे होगा।

चित्र 7.2　　　　　　　　　　　　चित्र 7.3

यदि दोनों बल एक ही रेखा में परन्तु विरुद्ध दिशा में कार्य कर रहे हों तो उनका परिणमित बल दोनों बलों के अन्तर के बराबर होगा तथा बड़े बल की दिशा में कार्य करेगा। यदि ये दोनों बल तिरछी दिशा में कार्य कर रहे हो तो इनका परिणमित बल बलों के 'समान्तर चतुर्भुज' के नियम की सहायता से ज्ञात करेंगे।

बलों के समान्तर चतुर्भुज का नियम (Law of Parallelogram of forces):- किसी बिन्दु पर यदि एक साथ दो बल भिन्न-भिन्न दिशाओं में कार्य करें और उन्हें परिमाण और दिशा मे किसी समान्तर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाओं द्वारा व्यक्त किये जाय तो उनका परिणमित बल परिमाण व दिशा में उस समान्तर चतुर्भुज के कर्ण द्वारा जो उसी बिन्दु से खींचा जाय व्यक्त किया जाता है।

यह बलों का समान्तर चतुर्भुज का नियम है।

चित्र 7.4

मानलो O बिन्दु पर दो बल P व Q कार्य कर रहे है। इन्हें क्रमशः रेखा OA व OB द्वारा बताया गया है। OC समान्तर चतुर्भुज OACB का कर्ण है। अतएव P व Q का परिणमित बल परिमाण व दिशा में OC द्वारा बताया जायगा। देखो चित्र 7.4

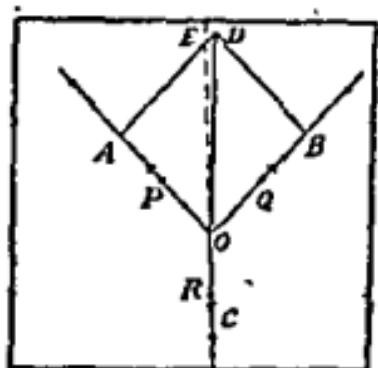
बलों के समान्तर चतुर्भुज नियम का प्रायोगिक सत्यापन (Verification):—(देखो 'प्रायोगिक भौतिकी')।

चित्र 7.5

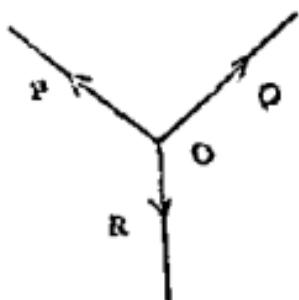
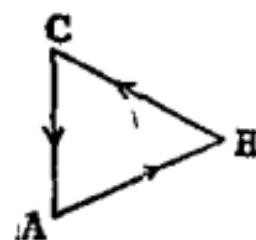
इस प्रयोग के लिये साधारण उपकरण चित्र 7.5 में बताया गया है। ऊर्ध्वाधर स्थिति में एक लकड़ी के तख्ते पर दो घिरनियाँ लगी रहती हैं। ये घिरनियाँ घर्षण रहित होती हैं। घर्षण उसे कहते हैं जो किसी वस्तु के हिलने डुलने में रुकावट पैदा करता है। एक सफेद कागज पिनों अथवा मोम की सहायता से इस पर लगा दो।

एक लम्बे धागे के सिरों पर दो बाट P व Q बांध दो। चित्र के अनुसार धागे को घिरनियों पर डालो व मध्य में धागे द्वारा एक तीसरा बाट R लटकाओ।

तुम देखोगे कि गठान बंधा हुआ बिन्दु O जो मध्य में है, घिरनियों से अथवा तख्ते से स्पर्श नहीं कर रहा है। तख्ते पर लगे हुए कागज पर धागे की परछाई पर दो-दो बिन्दु प्रत्येक दिशा में लगाओ। चित्र 7.6 देखो। इन बिन्दुओं को मिलाती हुई तीन रेखायें खींचो। ये तीनों O बिन्दु पर मिलेंगी। अब O बिन्दु से P व Q बल के बराबर क्रमश: OA व OB रेखायें खींचो। फिर समान्तर चतुर्भुज *OADB* को पूरा करो। कर्ण OD, बल P व Q के परिणमित बल को बताएगा।

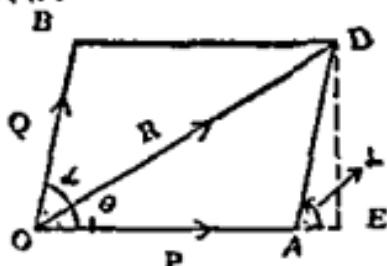
चित्र 7.6

तुम देखोगे कि यह परिणमित बल R के बराबर आवेगा। चूंकि O बिन्दु साम्यावस्था में है, अतएव P और Q *का परिणमित बल* R के बराबर तथा विरुद्ध दिशा में होना चाहिये। प्रयोग द्वारा कर्ण OD द्वारा व्यक्त बल R के बराबर तथा उसके विरुद्ध दिशा में है। अतः यह सिद्ध हुआ कि कर्ण OD, P और Q का परिणमित बल व्यक्त करता है।

7.4 बलों के त्रिभुज का नियमः—यह समान्तर चतुर्भुज के *नियम का* दूसरा रूप है। यदि किसी बिन्दु पर एक साथ तीन बल कार्य करें व उस बिन्दु को साम्यावस्था (equilibrium) (बिना हिले-डुले एक स्थान पर स्थिर) में रखें, तो ये तीनों बल परिमाण व दिशा में एक त्रिभुज की क्रमानुसार तीनों भुजाओं द्वारा व्यक्त किये जा सकते हैं।

उदाहरणार्थ चित्र 7.7 देखो। O बिन्दु पर तीन बल P, Q व R एक साथ कार्य कर रहे हैं। किन्तु बिन्दु O साम्यावस्था की स्थिति में है। Q बल के बराबर AB रेखा

चित्र 7.7

चित्र 7.8

खींचो। फिर B से BC, P बल के बराबर खींचो। C को A से जोड़ दो। तीसरा बल R परिमाण व दिशा में CA द्वारा बताया जाएगा।

इसकी तुलना तुम समान्तर चतुर्भुज के नियम से कर सकते हो। अतएव इसका सत्यापन ऊपर लिखे प्रयोग द्वारा ही होता है।

7.5. कर्ण की ज्यामिति (Geometry) की सहायता से गणना करना :—

चित्र 7.9

P और Q दो बल क्रमश: रेखा OA व OB द्वारा व्यक्त किये गये हैं। इनके बीच का कोण α है। समान्तर चतुर्भुज OADB को पूरा खींचो। कर्ण OD, P और Q के परिणमित बल को व्यक्त करेगी। D से OA पर लम्ब DE डालो।

त्रिभुज OED, एक समकोण त्रिभुज है; अतएव,

$$OD^2 = OE^2 + DE^2$$
$$= (OA + AE)^2 + DE^2$$
$$= OA^2 + AE^2 + 2\,OA \times AE + DE^2$$
$$= OA^2 + (AE^2 + DE^2) + 2\,OA \times AE \quad \text{(i)}$$

त्रिभुज ADE भी एक समकोण त्रिभुज है; इसलिये,

$$AD^2 = AE^2 + DE^2 \quad \text{(ii)}$$

$AE^2 + DE^2$ के इस मान को समीकरण (i) में रखने पर,

$$OD^2 = OA^2 + AD^2 + 2\,OA \times AE$$

चूंकि कोण BOA = α है, इसलिये कोण DAE भी α होगा।

अब $\frac{AE}{AD} = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \cos \alpha$

और $\frac{DE}{AD} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = .$

$\therefore \quad AE = AD \cos \alpha$ और $DE = AD \sin \alpha.$

$\therefore \quad OD^2 = OA^2 + AD^2 + 2\, OA \times AD \cos \alpha.$

रचना के अनुसार $OA = P$, $AD = OB = Q$, $OD = R$ है,

इसलिये, $$R^2 = P^2 + Q^2 + 2\, PQ \cos \alpha \qquad \text{(i}$$

मानलो OD, OA के साथ θ कोण बना रही है; तो,

$$\text{Tangent } \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{DE}{OE} = \frac{DE}{OA + AE}$$

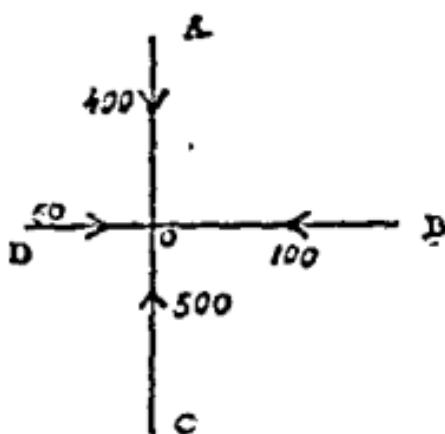
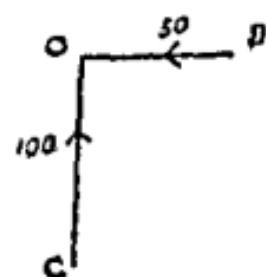
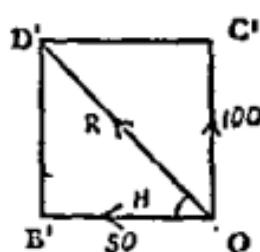
$$= \frac{AD \sin \alpha}{OA + AD \cos \alpha}$$

$$= \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} \qquad \text{(}$$

समीकरण (iii) और (iv) की सहायता से परिणमित बल का परिमाण त दिशा ज्ञात कर सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक बिन्दु पर चार बल इस प्रकार क कर रहे हैं जैसा कि चित्र में दिखाया है। इनका परिणमित बल ज्ञात करें

चित्र 7.10 चित्र 7.11

D' C' R 100 H B' 50 O

चित्र 7.12

बल $\vec{BO}$ और $\vec{DO}$ प्रतिकूल दिशा में लग रहे हैं। अतएव इनका परिणमित बल = (100 − 50) = 50 डाइन होगा व $\vec{BO}$ की दिशा में कार्य करेगा। उसी प्रकार $\vec{AO}$ और $\vec{CO}$ का परिणमित बल = (500 −400) डाइन होगा तथा $\vec{CO}$ की दिशा में कार्य करेगा।

इस प्रकार चारों बल केवल दो बलों के बराबर हो जाते हैं—एक 50 डाइन का $\vec{BO}$ की दिशा में व दूसरा 100 डाइन का $\vec{CO}$ की दिशा में। देखो चित्र 7.11 इनको चित्र 7.12 के अनुसार भी व्यक्त किया जा सकता है। चतुर्भुज (आयत) O'C'D'B' को पूरा करो। समान्तर चतुर्भुज के नियमानुसार कर्ण OD' इनका परिणमित बल होगा। यह बल R इस प्रकार ज्ञात किया जा सकता है।

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2\ PQ \cos \alpha.$$

यहां $P = 50,\ Q = 100$ तथा $\alpha = 90^o$ है

चूंकि $\cos 90 = 0$ होता है। अतएव,

$R^2 = 50^2 + (100)^2 + 2\ (50)\ (100)\ (0) = 50^2 + 100^2 + 0$

$= 2500 + 10000 = 100\ (25 + 100) = 100\ (125)$

$\therefore R = \sqrt{100\ (125)} = 10\sqrt{125} = 50\ \sqrt{5}$

$\tan \theta = \frac{B'D'}{B'O'} = \frac{100}{50} = 2$

$\therefore\ \theta = 62{\cdot}40^\circ$ .... [सारणी से]

2. 15 और 10 पौंड के दो बल एक बिन्दु पर 60° के कोण पर कार्य कर रहे हैं। उनका परिणमित बल ज्ञात करो।

(cosine 60° = 1/2)

हम जानते हैं कि, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2\ PQ \cos \alpha$

यहां $P = 15,\ Q = 10$; तथा $\alpha = 60^\circ$ है,

$\therefore\ R^2 = (15)^2 + (10)^2 + 2\ (15)\ (10)\ (\frac{1}{2})$

$= 225 + 100 + 150 = 475$

$= 25 \times 19$

$\therefore R = \sqrt{25 \times 19} = 5\ \sqrt{19}$ पौंड

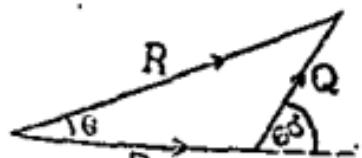
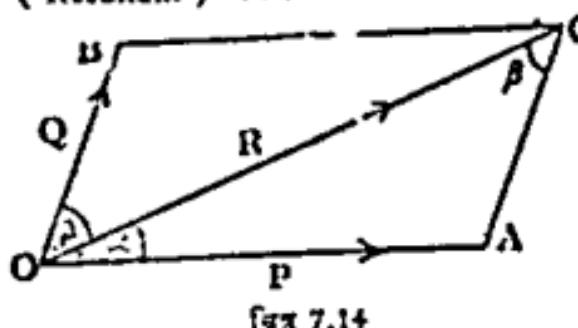
R Q θ 60° P

चित्र 7.13

तथा $(\tan)\ \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$

या $\tan\theta = \dfrac{10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{15 + 10 \times \frac{1}{2}} = \dfrac{5 \times \sqrt{3}}{20} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$= \dfrac{1.732}{4} = 0.433$

$\theta = 23° - 26'$ .... (सारणी से

7.6. बल का विघटन (Resolution of a force) :—जिस प्रका P और Q बलों (Force) का परिणामित (Resultant) बल (R) ज्ञात क सकते हैं (यह परिणामित बल ऐसा बल होगा जिसका प्रभाव उस बिन्दु पर उतना ही पड़े जितना कि P और Q दोनों का) उसी प्रकार हम एक बल R को P और Q दो बल (Forces) में विघटित (Resolve) कर सकते हैं जिसका प्रभाव R के सम होगा। P और Q घटक (Component) कहलाते हैं और R परिणामि (Resultant) बल।

मानलो R एक बल है ज OC द्वारा व्यक्त किया ज सकता है। हमें इसके O और OB दिशाओं में विघटि (Components) ज्ञात करने हैं। OA और OB, OC के साथ क्रमशः α और β कोण (angle) बनाते हैं।

चित्र 7.14

समान्तर चतुर्भुज OACB पूरा करने पर OA और OB, P तथा Q बल क्रमशः व्यक्त करेंगी।

P और Q का मान ज्ञात करना :—

हम जानते हैं कि किसी भी त्रिकोण में,

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

यहाँ a, b और c क्रमशः त्रिकोण की भुजाएं हैं तथा A, B तथा C उन सामने के कोण हैं।

उपरोक्त सूत्र में त्रिकोण OAC के लिये OA, OB और OC का मा रखने पर,

$$\frac{P}{\sin\beta} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin\{180 - (\alpha + \beta)\}}$$

$$= \frac{R}{\sin(\alpha + \beta)} \quad .... [\sin(180 - \overline{\alpha + \beta}) = \sin(\alpha + \beta)$$

$$\therefore P = \frac{R \sin \beta}{\sin(\alpha+\beta)} \text{ तथा } Q = \frac{R \sin \alpha}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

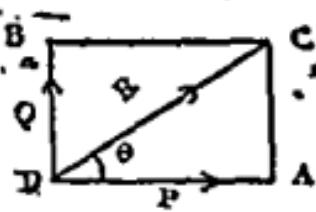
इन सूत्रों की सहायता से P और Q का मान ज्ञात कर सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण 3. मानलो R = 10 पौंड है तथा α और β क्रमश: 60° और 45° हैं। तो P और Q का मान ज्ञात करो।

$$P = \frac{10 \sin 45}{\sin 105} = \frac{10 \times \sin 45}{\sin(180-75)}$$

$$= \frac{10 \times \sin 45}{\sin 75} = \frac{10 \times 0{\cdot}7071}{0{\cdot}9659} = 7{\cdot}3 \text{ पौंड, सारणी से}$$

$$Q = \frac{10 \times \sin 60}{\sin 75} = \frac{10 \times 0{\cdot}8660}{0{\cdot}9659} = 8{\cdot}9 \text{ पौंड}$$

दो लम्बवत् दिशाओं में विघटन (Resolution in multually perpendicular directions) :—

मानलो R एक बल है जो DC द्वारा व्यक्त किया जा सकता है। हमें इसका एक हिस्सा DC से θ के कोण पर ज्ञात करना है तथा दूसरा DA के लम्बवत्। समान्तर चतुर्भुज DACB को पूरा करो। इस परिस्थिति में DACB एक आयताकार होगा। चूंकि AC, DB के बराबर है अतएव AC भी Q बल को व्यक्त करेगी।

चित्र 7.15

त्रिकोण ADC में, $\frac{AC}{DC} = \frac{Q}{R} = \sin \theta \qquad \therefore \quad Q = R \sin \theta$

और $\qquad \frac{AD}{DC} = \frac{P}{R} = \cos \theta \qquad \therefore \quad P = R \cos \theta$

संख्यात्मक उदाहरण 4. यदि R = 100 पौंड है तथा $\theta = 30°$ है, तो P और Q का मान ज्ञात करो।

यहां $\sin \theta = \frac{1}{2}$ और $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ है। इनका मान उपरोक्त सूत्रों में रखने पर, $P = R \cos \theta = 100 \times \sqrt{3}/2 = 50\sqrt{3}$ पौंड

और $\qquad Q = R \sin \theta = 100 \times 1/2 = 50$ पौंड

इस प्रकार हम किसी भी बल को किन्हीं दो लम्बवत् दिशाओं में विघटित (Resolve) कर सकते हैं।

7.7. एक बिन्दु पर कार्य करने वाले कई समतलीय बलों (Coplaner forces) का परिणमित (Resultant) बल निकालना :—

इसके लिये निम्नलिखित विधि से गणना करो।

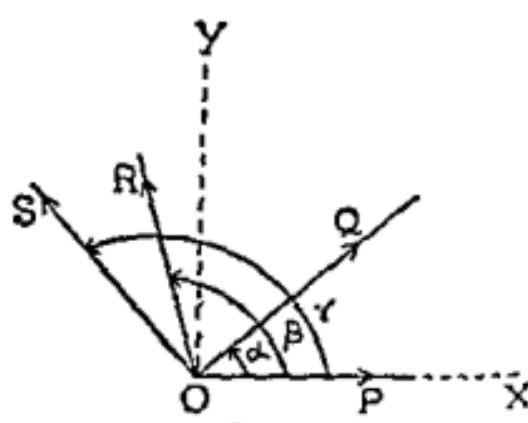
(i) दिये हुए बलों को उनकी भिन्न भिन्न दिशाओं में रेखाओं द्वारा चित्र में खींचो। उसी तल में दो अक्ष OX और OY एक दूसरे के लम्बवत (Perpendicular) खींचो।

(ii) प्रत्येक बल का OX के साथ बनने वाला कोण ज्ञात करो।

(iii) प्रत्येक बल का OX और OY की दिशा में वियटित हिस्सा ज्ञात करो।

(iv) OX की दिशा में कार्य करने वाले सब हिस्सों को जोड़ लो।

(v) OY की दिशा में कार्य करने वाले सब हिस्सों को भी जोड़ लो।

इस प्रकार दिये हुए सब बल केवल दो बलों के समतुल्य रह जायेंगे। एक OX की तरफ और दूसरा OY की तरफ।

चित्र 7.16

चित्र में P, Q, R और S चार बल हैं जो O बिन्दु पर कार्य कर रहे हैं। इनको इस प्रकार खींचा गया है कि P, OX की दिशा में है। OX और OY, अक्ष हैं। इन बलों (Forces) के कोण क्रमशः α, β और γ हैं। मानलो इनके वियटित हिस्सों को जोड़ OX की तरफ F_x है और OY की तरफ F_y है। अतएव,

$$F_x = P + Q \cos\alpha + R \cos\beta + S \cos\gamma \quad .... \quad (i)$$

तथा $$F_y = O + Q \sin\alpha + R \sin\beta + S \sin\gamma \quad .... \quad (ii)$$

मानलो F_x और F_y का परिणमित बल F है जो OX के साथ θ कोण बनाता है (चित्र 7.17)। तो,

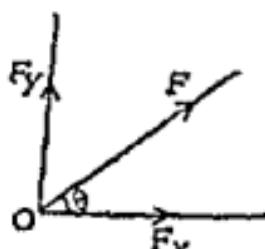
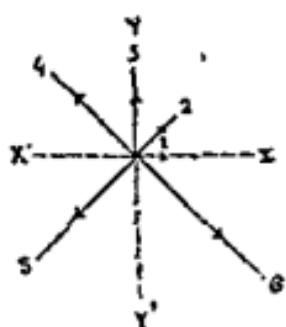
$$F^2 = F_x^2 + F_y^2 \quad (iii)$$

तथा $$\tan\theta = F_y/F_x \quad (iv)$$

समीकरण (iii) और (iv) की सहायता से F निकाला जा सकता है।

यदि $F_x = O$ और $F_y = O$ हो तो F भी शून्य होगा अर्थात परिणमित (Resultant) बल शून्य होगा और बिन्दु O साम्यावस्था (*Equilibrium*) में होगा।

चित्र 7.17

संख्यात्मक उदाहरण 5 :—एक बिन्दु पर 1, 2, 3, 4, 5, तथा 6 के बल पूर्व, उत्तर-पूर्व, उत्तर, उत्तर-पश्चिम, दक्षिण-पश्चिम और दक्षिण-पूर्व दिशा में कार्य कर रहे हैं। इनका परिणमित बल ज्ञात करो।

चित्र 7.18

चित्र 7.19

बलों को चित्र में दिखाया गया है। X अक्ष पूर्व में तथा Y अक्ष उत्तर में खींची गई है। X अक्ष से 1 का कोण 0, 2 का 45°, 3 का 90°, 4 का 135°, 5 का (180 + 45) 6 का − 45 है। प्रत्येक बल को X और Y की तरफ विघटित करने पर,

$3-\frac{5}{\sqrt{2}}$ R $1-\frac{1}{\sqrt{2}}$

चित्र 7.20

$$F_x = 1\cos 0 + 2\cos 45 + 3\cos 90 + 4\cos(90+45) + 5\cos(180+45) + 6\cos(-45)$$

$$= 1 + 2\cos 45 + 0 - 4\sin 45 - 5\cos 45 + 6\cos 45$$

$$= 1 + 2\times\frac{1}{\sqrt{2}} + 0 - 4\times\frac{1}{\sqrt{2}} - 5\times\frac{1}{\sqrt{2}} + 6\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$

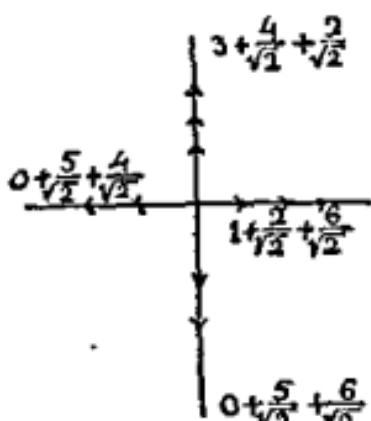
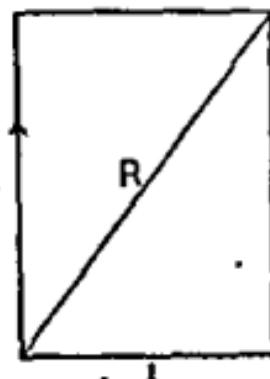
$$= 1 + 2\times\frac{1}{\sqrt{2}} + 6\times\frac{1}{\sqrt{2}} - \left(\frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= 1 + \frac{8}{\sqrt{2}} - \frac{9}{\sqrt{2}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

इसी प्रकार,

$$F_y = 0 + 2\sin 45 + 3\sin 90 + 4\sin(90+45) + 5\sin(180+45) + 6\sin(-45)$$

$$= 2\sin 45 + 3\sin 90 + 4\cos 45 - 5\sin 45 - 6\sin 45$$

$$= 2\times\frac{1}{\sqrt{2}} + 3 + 4\times\frac{1}{\sqrt{2}} - \left(5\times\frac{1}{\sqrt{2}} + 6\times\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= 3 + 6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 11 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3 - \frac{5}{\sqrt{2}}$$

इस प्रकार सब बल केवल दो बलों के बराबर हुए, एक $F_x = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ 'X की तरफ तथा दूसरा $F_y = 3 - \frac{5}{\sqrt{2}}$ 'Y की तरफ। इनका परिणमित बल R होगा,

$$R^2 = F_x^2 + F_y^2 = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(3 - \frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\therefore\ R = \sqrt{1 + \frac{1}{2} - 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 9 + \frac{25}{2} - 30 \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$= \sqrt{23 - \frac{32}{\sqrt{2}}} = \sqrt{23 - 16\sqrt{2}} = \sqrt{23 - 16 \times 1{\cdot}41}$$

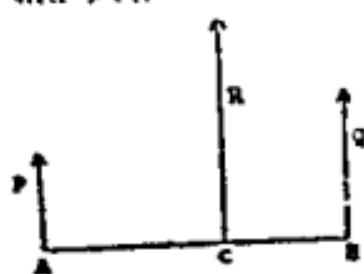
$$= \sqrt{23 - 22{\cdot}56} = \sqrt{0{\cdot}44} = 0{\cdot}66 \text{ पौंड}$$

मानलो R, X से θ कोण बनाता है। तो,

$$\tan\theta = \frac{3 - \frac{5}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{-0{\cdot}76}{0{\cdot}41}$$

चूंकि यहां Y = (−) है तथा X = (+) है इसलिये परिणमित बल चौथे (Quadrant) में होगा।

$$\theta = 360 - (61^\circ - 37') = 298^\circ - 23'$$

7.8 दो समान्तर बलों (Parallel forces) का परिणमित बल ज्ञात करना:—

(i) जब बल एक ही दिशा में कार्य कर रहे हों:—

P और Q दो बल AB पर कार्य कर रहे हैं। इनको अनुकूल (Like) बल कहते हैं। इनका परिणमित बल R, P और Q के समान्तर होगा व निम्नलिखित सूत्रों द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

चित्र 7.21

$$R = P + Q \qquad (i)$$

यह बल C बिन्दु पर कार्य करेगा जो कि AB को बलों के अनुपात में विभक्त करेगा। अर्थात्

$$P.\ AC = Q.\ CB \qquad (ii)$$

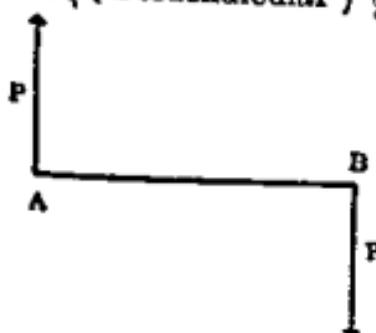
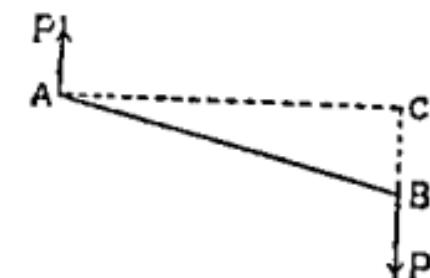
चित्र 7.22

(ii) जब बल विरुद्ध दिशा में कार्य कर रहे हों:—
ऐसे बलों को प्रतिकूल (unlike) बल कहते है। देखो चित्र 7.22 इस स्थिति में परिणमित बल R, P और Q के समान्तर होगा व इस प्रकार व्यक्त किया जायगा,

$$R = P - Q \qquad \text{....} \qquad (i)$$

$$Q.\ AC = P.\ CB \qquad \text{....} \qquad (ii)$$

7.9 दो समान, समान्तर और प्रतिकूल बलों का परिणमित बल (Resultant of two equal, parallel and unlike forces):—

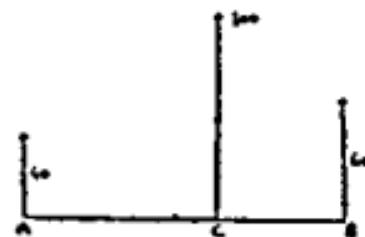
उपरोक्त सूत्रों से इनका परिणमित बल R शून्य होगा। इस परिस्थिति में वस्तु का स्थानान्तरण नहीं होगा, परन्तु वह एक अक्ष के चारों ओर घूमेगी (Rotate)। बलों की यह जोड़ी युग्म (couple) कहलाती है। इस प्रकार के युग्म की घुमाने की क्षमता उसके घूर्ण (Moment) के द्वारा व्यक्त की जाती है। युग्म का घूर्ण (Moment of the Couple) किसी एक बल को उनके बीच की लम्बवत् (Perdendicular) दूरी से गुणा करने पर आता है।

चित्र 7.23 चित्र 7.24

युग्म का घूर्ण = P × AB.

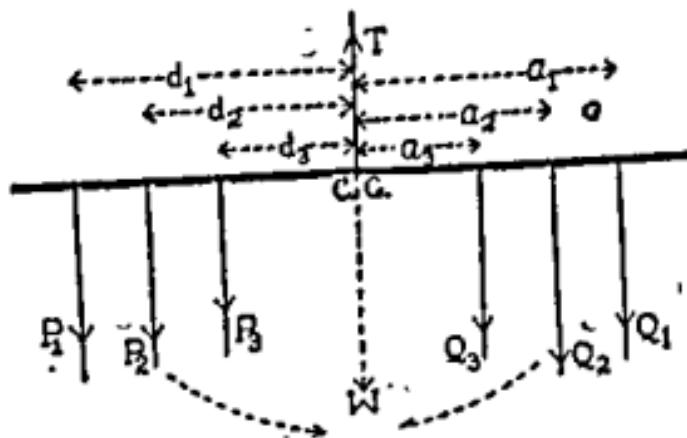
यदि AB बलों के बीच लम्बवत् नहीं है तो A से P बल पर लम्ब डालो। तो,

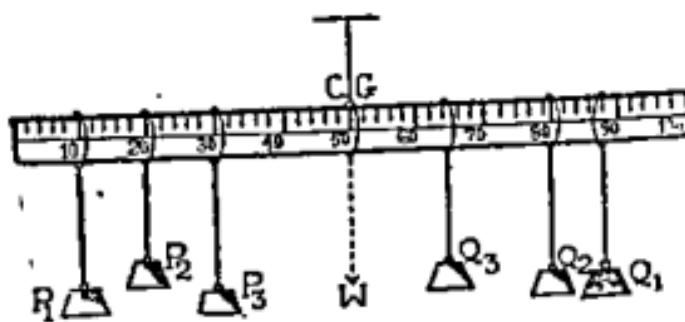
युग्म का घूर्ण = P × AC

संख्यात्मक उदाहरण 6 :—दो अनुकूल बल 40 और 60 पौंड के 10 फीट लम्बी छड़ के सिरे पर कार्य कर रहे हैं। तो उनका परिणमित बल ज्ञात करो।

मानलो परिणमित बल R के बराबर है और वह छड़ AB के C बिन्दु पर लगेगा।

चित्र 7.25

यहां $P = 40,\ Q = 60$ तथा $AB = 10$ है।

ओर दो या तीन बाट दूसरी ओर भी। बाटों का या उनकी दूरी का इस प्रकार

चित्र 7.28

समंजन करो कि पैमाना पुनः क्षैतिज रहे। इस स्थिति में भिन्न भिन्न बाटों का मान तथा उनकी क्रमशः लटकन बिन्दु से दूरी ज्ञात करो। प्रत्येक बाट के मान को उसकी

चित्र 7.29

दूरी द्वारा गुणित करो। इस प्रकार प्रत्येक बल का घूर्ण ज्ञात करो। तत्पश्चात बांई ओर के बलों के घूर्ण का योग करो। इसी प्रकार दांई ओर के बलों के घूर्ण का भी योग करो। ये दोनों योगफल परस्पर बराबर होंगे। $P_1, P_2 \cdots, Q_1, Q_2 \cdots$ व $d_1, d_2 \cdots, a_1, a_2 \cdots$ का अर्थ चित्र 7.28 में देखो।

$$P_1 d_1 + P_2 d_2 + P_3 d_3 = Q_1 a_1 + Q_2 a_2 + Q_3 a_3$$

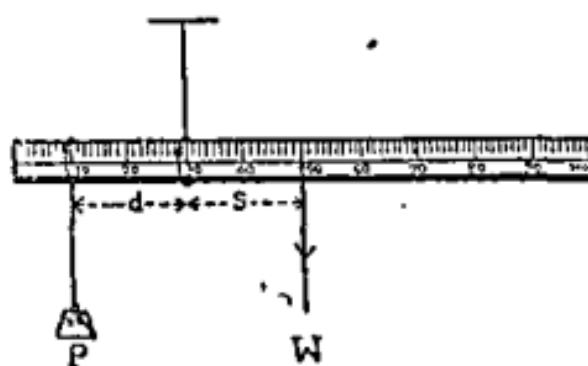
संख्यात्मक उदाहरण 9 :—एक मीटर पैमाने को उसके गुरुत्व केन्द्र (Centre of gravity) से लटका कर एक बाट को केन्द्र से 30 से. मी. दूर पर लटका दिया जाता है। दूसरी ओर 75 ग्राम का बाट केन्द्र से 15 से. मी. की दूरी पर लटकाने से पैमाना पुनः क्षैतिज हो जाता है। तो पहले बाट का भार ज्ञात करो।

मानलो भार का मान W ग्राम है। अतएव घूर्ण के नियमानुसार,

वामावर्त घूर्ण = दक्षिणावर्त घूर्ण

$\therefore \quad W \times 30 = 75 \times 15$

$\therefore \quad W = \frac{75 \times 15}{30} = 37 \cdot 5$ ग्राम

10. एक मीटर पैमाने को 30 से. मी. वाले चिन्ह से लटकाया जाता है। उसका गुरुत्व केन्द्र 50 से. मी. पर है। उस पैमाने को एक 50 ग्राम के भार को 10 से. मी. चिन्ह से लटका कर क्षैतिज किया जाता है। पैमाने का भार ज्ञात करो।

चित्र 7.30

मानलो पैमाने का भार W ग्राम है। यह भार पैमाने के गुरुत्व केन्द्र (50 से.मी.) पर कार्य करेगा। (देखो चित्र 7.30)
इस स्थिति में,

$$P \times d = W \times S$$

$\therefore \quad 50 \times (30 - 10) = W\ (50 - 30)$

या $\quad 50 \times 20 = W \times 20$

$\therefore \quad W = \frac{50 \times 20}{20} = 50$ ग्राम

11. एक मीटर पैमाने को उसके गुरुत्व केन्द्र से लटकाया जाता है। उसके एक ओर एक धातु का टुकड़ा लटकाया जाता है तथा दूसरी ओर केन्द्र से 40 से. मी. दूर एक भार लटका कर पैमाने को क्षैतिज किया जाता है। यदि धातु के टुकड़े को पानी में डुबोया जाय तो पैमाने को पुनः क्षैतिज करने के लिये दूसरी ओर के भार को 5 से. मी. से खिसकाना पड़ता है। तो धातु का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो।

८. बिजली का तार एक खम्भे पर खतम होता है। तार का खिंचाव 1000 पौंड
। खम्भे की ऊंचाई 20 फीट है। खम्भे को संतुलित करने के लिए एक रस्सा ऊपरी सिरे
5 फीट नीचे बांध कर जमीन में एक खूंटे से बांध दिया जाता है जिसकी दूरी खम्भे के
से 10′ है। रस्से में खिंचाव ज्ञात करो। (उत्तर 2403 पौंड)

9. एक 10 किलोग्राम भार का बाट नगण्य भार की रस्सी से लटकाया जाता
। उस बाट पर कितना बल क्षैतिज दिशा में लगाया जाय कि रस्सी ऊर्ध्वाधर रेखा से
^{0} का कोण बनावे ? रस्सी का खिंचाव भी ज्ञात करो।

(उत्तर 1154·66, 577·33 ग्राम)

10. एक 10 फीट लम्बी छड़ दो खूंटियों पर जिनकी दूरी 5 फीट है समानान्तर
रखी जाती है। छड़ का भार 10 पौंड है। यदि हम उसके एक सिरे पर बल लगा कर
संतुलित करना चाहें तो बल का क्या मान होगा ? यदि उसके गुरुत्व केन्द्र के दूसरी ओर
फीट की दूरी पर 10 पौंड का भार और लटकादें तो उपरोक्त बल का मान कितना
गा ? (उत्तर 13 और 24 पौंड)

11. एक समान मोटाई की 10 फीट लम्बी 2 पौंड की छड़ दीवाल में एक बिन्दु
लगी हुई है। कम से कम कितना बल लगाने पर (i) वह ऊर्ध्वाधर रेखा से 60° का
ण बनायेगी (ii) क्षैतिज रहेगी ? [उत्तर (i) 0·866, (ii) 1 पौंड]

अध्याय 8

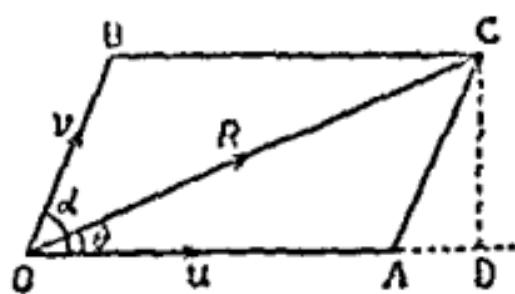
गति (Motion)

8.1. गति :—जब किसी वस्तु की स्थिति आसपास की वस्तुओं की अपेक्षा परिवर्तित होती है तो हम कहते हैं कि वस्तु में गति है। गति का आभास सापेक्षित (Relative) है। रेलगाड़ी चलती हुई लगती है, क्योंकि उसकी दूरी हम से न्यूनाधिक होती है। स्टेशन तथा तार के खंभे हमको स्थिर दिखाई देते हैं, क्योंकि उनकी स्थिति आसपास की वस्तुओं की अपेक्षा में स्थिर है। परन्तु हम जानते हैं कि पृथ्वी अपनी धुरी पर घूमती है तथा सूर्य के चारों ओर परिक्रमा भी करती है। ऐसी स्थिति में स्टेशन और तार के खंभे भी पृथ्वी के साथ चलते हैं। यदि हम किसी दूसरे नक्षत्र पर खड़े हो जावें तो हमको स्टेशन और तार का खंभा भी चलता हुआ प्रतीत होगा। चूंकि ब्रह्माण्ड में ऐसा कोई स्थान नहीं है जो स्थिर हो, अतएव निरपेक्ष गति (Absolute motion) की कोई सम्भावना नहीं है। सारी गतियां सापेक्षित हैं। साधारणतः जब हम कहते हैं कि कोई वस्तु चल रही है तो हमारा आशय उसका पृथ्वी की अपेक्षा से होता है।

8.2. चाल (Speed) :—हम प्रायः कहते हैं कि आदमी 3 मील प्रति घंटे की चाल से जा रहा है, साईकिल 12 मील प्रति घंटे की चाल से चल रही है। ये सब वस्तुओं की चाल हैं। कोई वस्तु इकाई समय में जितनी दूरी पार करती है, उसे चाल कहते हैं। यदि वस्तु D से. मी. दूरी को t से. में तय करती है तो उसकी चाल D/t के बराबर होगी, यदि उसकी चाल एक समान (Constant) है तो। यदि चाल परिवर्तनशील (variable) है तो उपरोक्त सूत्र से उसकी औसत चाल (average speed) आवेगी।

8.3. वेग (Velocity) :—यदि हम किसी वस्तु की चाल जानते हैं तो वांछित समय के पश्चात् उसकी दूरी ज्ञात कर सकते हैं। परन्तु उसके स्थान का वास्तविक ज्ञान हमको तब तक नहीं हो सकता जब तक कि उसकी चलने की दिशा का ज्ञान न हो। चाल तथा दिशा दोनों को मिलाकर वेग कहते हैं। वेग एक समान (Constant) हो सकता है अथवा परिवर्तनशील (variable)। यदि कोई वस्तु एक समान चाल से चले, परन्तु यदि उसकी दिशा परिवर्तित होती रहे, तो उसका वेग परिवर्तनशील होगा। यदि कोई वस्तु एक समान वेग से S से. मी. दूरी t से. में निर्दिष्ट दिशा की ओर चलती है तो उसका वेग V, S/t के बराबर होगा। यदि उसकी गति परिवर्तनशील है तो S/t मध्यमान वेग के बराबर होगा।

वेग की इकाई स. ग. स पद्धति में से. मी. प्रति सेकण्ड है और ब्रिटिश प्रणाली में फीट प्रति सेकण्ड है।

अन्य दिष्ट-राशियों (Vector) की तरह वेग को भी एक सीधी रेखा द्वारा व्यक्त किया जाता है। रेखा की लम्बाई वेग की मात्रा के समानुपाती होती है और रेखा वेग की दिशा में खींची जाती है तथा तीर द्वारा दिशा बताई जाती है।

8.1. वेग का योग :—यदि कोई वस्तु भिन्न भिन्न दिशाओं में भिन्न भिन्न वेग से चल रही हो तो उसका परिणमित (Resultant) वेग दिष्ट राशियों के समान्तर चतुर्भुज के नियम द्वारा ज्ञात किया जा सकता है। मानलो एक वस्तु की गति OA की ओर u है और OB की ओर v। मानलो कोण AOB, α है तो परिणमित वेग ज्ञात करने के हेतु समान्तर चतुर्भुज

चित्र 8.1

OACB पूरा करो तथा कर्ण OC खींचो। कर्ण OC परिणमित वेग R को व्यक्त करता। (देखो अध्याय 7 पेज 71)

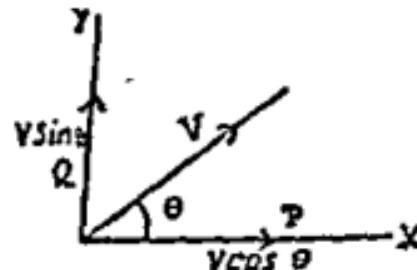
हम जानते हैं कि, $R^2 = u^2 + v^2 + 2\,vu\,\cos\alpha$ ... (i)

तथा उसकी दिशा, $\tan\theta = \dfrac{CD}{OD} = \dfrac{CD}{OA + AD}$

$$= \frac{AC \sin\alpha}{OA + AC\cos\alpha} = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha} \qquad \text{(ii)}$$

जिस प्रकार हम दो भिन्न भिन्न दिशाओं में दिये हुए वेग का परिणमित वेग निकाल सकते हैं, उसी प्रकार हम किसी एक दिशा में दिये हुए वेग के समतुल्य किन्हीं दो दी हुई दिशाओं में उसके घटक (Components) ज्ञात कर सकते हैं। मानलो किसी वस्तु का वेग V है जो एक निश्चित दिशा OX से θ कोण बनाता है तो V का विभेदन (Resolution). OX और OY की दिशा में किया जा सकता है।

Y
V sinθ
Q
V
θ
P
X
V cos θ

चित्र 8.2

OX की ओर का विभेदित हिस्सा = V $\cos\theta$

OY की ओर का विभेदित हिस्सा = V $\sin\theta$

स्मरण रहे कि उपरोक्त परिस्थिति में OY और OX एक दूसरे के लम्बवत हैं। यदि ऐसा न हो तो सूत्र का रूप दूसरा होगा।

संख्यात्मक उदाहरण 1 :—एक व्यक्ति नाले के किनारे से $60°$ के कोण पर 6 मील प्रति घंटे के वेग से तैरता है। नाले के पानी का वेग 3 मील प्रति घंटा है तो बताओ उसका परिणमित वेग क्या होगा ?

इस उदाहरण में तैरने वाले व्यक्ति की दो गतियें हैं—एक नाले के साथ तथा दूसरी $60°$ के कोण पर। चित्र 8.1 में मानलो u नाले का वेग है तथा v व्यक्ति का। अतएव यहाँ,

कभी कभी त्वरण को f द्वारा भी व्यक्त किया जाता है ।

त्वरण की इकाई :—स. ग. स प्रणाली में त्वरण की इकाई सेन्टीमीटर प्रति सेकंड प्रति सेकंड है तथा ब्रिटिश प्रणाली में यह फीट प्रति सेकंड प्रति सेकंड है ।

8.6. गति के समीकरण (Equations of motion):—मानलो कोई वस्तु एक समान त्वरण से चल रही है उसका प्रारम्भिक वेग u से. मी. प्रति से. है तथा t से. के बाद v से. प्रति से. हो जाता है । इस काल में वस्तु S से. मी. आगे बढ़ती है । (देखो चित्र 8.3)

$$\overset{u}{\longrightarrow} \quad a \quad \overset{v}{\longrightarrow}$$
A S t B

चित्र 8.3

जैसा कि ऊपर बताया है, $a = \dfrac{v-u}{t}$

अथवा $$v = u + at \quad .... \quad (i)$$

मानलो मध्यमान वेग V से. मी. प्रति से. है । तो $V = \dfrac{S}{t}$

या $$S = V\,t$$

मध्यमान वेग $V = \dfrac{u+v}{2}$ का मान इसमें स्थानापन्न करने पर,

$$S = \frac{u+v}{2}\;t = \frac{ut}{2} + \frac{vt}{2}$$

समीकरण (i) से $\quad v = u + at,$

$$\therefore \quad S = \frac{ut}{2} + \frac{t}{2}(u + at) = \frac{ut}{2} + \frac{ut}{2} + \frac{1}{2}a\,t^2$$
$$= ut + \frac{1}{2}at^2 \quad .... \quad (ii)$$

पुन: समीकरण (i) का वर्ग करने पर,

$$v^2 = (u + at)^2 = u^2 + 2\,aut + a^2\,t^2$$
$$= u^2 + 2a\,(ut + \tfrac{1}{2}at^2)$$

किन्तु $S = ut + \frac{1}{2}at^2$, (ii) से

$$\therefore \quad v^2 = u^2 + 2\,a\,S \quad .... \quad (iii)$$

इन तीनों समीकरणों की सहायता से गति का कोई सा संख्यात्मक प्रश्न हल किया जा सकता है ।

संख्यात्मक उदाहरण 3 :—एक वस्तु विराम से चल कर 4 से. में 96 फीट पार करती है । तो उसका त्वरण ज्ञात करो ।

$$S = 96,\; u = 0,\; t = 4 \text{ से.}$$

दूसरे समीकरण $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ में इनका मान रखने पर,

$$96 = 0 + \frac{1}{2} \times a \times 4 \times 4$$

$\therefore$ $a = \frac{96}{8} = 12$ फीट प्रति से. प्रति से.

4 :—एक वस्तु 4 फीट प्रति से॰^{2} के त्वरण से 224 फीट चल कर 64 फीट प्रति से. का वेग प्राप्त करती है। तो उसका प्रारम्भिक वेग ज्ञात करो।

यहां $S = 224, \ v = 64, \ a = 4, \ u = ?$

तीसरे समीकरण $v^2 = u^2 + 2\,a\,S$ में इनका मान रखने पर,

$$64 \times 64 = u^2 + 2 \times 4 \times 224$$

$\therefore$ $u^2 = 64 \times 64 - 2 \times 4 \times 224$

$\therefore$ $u = \sqrt{64 \times 64 - 64 \times 28} = 8\sqrt{64 - 28}$

$= 8\sqrt{36} = 8 \times 6 = 48$ फीट प्रति से.

8.7. t वें सेकंड में पार की गई दूरी :—मानलो एक वस्तु t सेकंड में S_1 दूरी चलती है तथा $t-1$ से. में S_2 दूरी चलती है। तो t वें सेकंड में $S_1 - S_2$ चलेगी। दूसरे समीकरण की सहायता से,

$$S_1 = ut + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$S_2 = u(t-1) + \tfrac{1}{2}a(t-1)^2$$

$$= ut - u + \tfrac{1}{2}at^2 - at + \tfrac{1}{2}a$$

$$S_1 - S_2 = u \times at - \tfrac{1}{2}a$$

$$= u + a \times \frac{2t-1}{2} \quad \dots \quad \text{(iv)}$$

प्रश्न

1. वेग और त्वरण की परिभाषा दो तथा उनकी इकाई बताओ ? (देखो 8.3 और 8.4)

2. $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ को सिद्ध करो। (देखो 8.5)

3. 't' वें सेकंड में कोई वस्तु कितनी दूरी पार करेगी ? (देखो 8.7)

संख्यात्मक प्रश्न :—

1. एक वस्तु का प्रारम्भिक वेग 12 फीट प्रति सेकंड है और वह 4 फी./से.^{2} के एक समान त्वरण में चल रही है। तो बताओ

(i) 10 सेकंड के पश्चात उसका वेग क्या होगा ?

(ii) 10 सेकंड में वह कितनी दूरी पार करेगी ?

[उत्तर 52 फीट प्रति सेकंड, 320 फीट]

2. एक वस्तु एक समान त्वरण से चलती हुई अपनी यात्रा के अन्तिम सेकंड में पूर्ण दूरी का $\frac{9}{25}$ वां भाग पार करती है। यदि वह शून्य वेग से चलना प्रारम्भ करती है तो उसकी यात्रा का कुल समय ज्ञात करो। यदि वह पहले सेकंड में 6 फीट चलती है तो कुल दूरी कितनी पार की ? (उत्तर $t = 5$ से. $S = 12\frac{1}{2}$ फीट)

3. एक वस्तु का जो एक समान त्वरण से चल रही है प्रारम्भिक वेग 100 फीट प्रति सेकंड है । 5 सेकंड के पश्चात उसका वेग 300 फीट प्रति सेकंड हो जाता है । तो निम्नलिखित बातें ज्ञात करो : (a) उसका त्वरण (b) इस समय में पार की गई दूरी (c) इसके बाद वाले एक सेकंड में पार की गई दूरी ।

[उत्तर (a) 40 फी०/से.^{2} (b) 1000 फी० (c) 320 फी०]

4. दो इञ्जन एक ही बिन्दु से एक साथ गुजरते हैं । उस समय एक का वेग 100 फी./से. है और त्वरण 2 फी./से.^{2} तथा दूसरे का वेग 50 फी./से. और त्वरण 3 फी./से.^{2} है । तो बताओ वह एक दूसरे को कब और कहां पार करेंगे ?

[उत्तर 100 से., और 20,000 फीट]

5. एक वस्तु 1 से. मी. प्रति से.^{2} के त्वरण से चल रही है । इस त्वरण का मान मीटर प्रति घंटे में ज्ञात करो । [उत्तर 1,296,00 मीटर/घं.^{2}]

6. एक मोटर गाड़ी 30 मील/घन्टे के वेग से चल रही है उसे ब्रेक द्वारा 11 सेकंड में ठहराई जाती है । ब्रेक द्वारा उत्पन्न त्वरण ज्ञात करो । [उत्तर 4 फीट/से.^{2}]

7. एक आदमी जो अपनी मोटर को 30 मील/घंटे के वेग से चला रहा है एक बच्चे को 60 फीट की दूरी पर देख कर ब्रेक लगाता है और मोटर बच्चे से 5 फीट की दूरी पर रुक जाती है । तो कितना त्वरण उत्पन्न हुआ तथा उसको ठहरने में कितना समय लगा ? [उत्तर 17·6 फी./से.^{2}, 2·5 से.]

8. एक वस्तु अपनी यात्रा के दूसरे और चौथे सेकंड में क्रमशः 24 और 100 फीट पार करती है । यदि वह एक समान त्वरण से चल रही है तो पांचवें सेकंड में कितनी दूरी पार करेगी ? [उत्तर 138 फी.]

अध्याय 9

न्यूटन के गति के नियम

(Newton's laws of motion)

9.1. न्यूटन के गति के नियमः—सर इसाक न्यूटन विज्ञान के पितामह कहलाते हैं। उन्होने विज्ञान के उन नियमों की स्थापना की जिन पर आधारित है उनके बाद की वैज्ञानिक उन्नति।—इन्हीं नियमों के द्वारा हम किसी चलायमान या स्थिर वस्तु की स्थिति का भूत, वर्तमान तथा भविष्य मे ज्ञान प्राप्त कर सकते हैं।

अपनी दिव्य दृष्टि व कल्पना के फलस्वरूप उन्होने गति ज्ञान के निम्न तीन नियमों की स्थापना की, जो उनके नाम से प्रसिद्ध हैं।

प्रथम नियम या अवस्थितित्व (Inertia) का नियमः—यदि कोई वस्तु स्थिर है तो वह सर्वदा स्थिर रहेगी तथा यदि कोई वस्तु चल रही है तो वह एक समान वेग (uniform velocity) से किसी सीधी रेखा में तब तक चलती रहेगी जब तक कि किसी वाह्य बल (external force) द्वारा उसकी स्थिति परिवर्तित नहीं की जाय।

द्वितीय नियम या संवेग का नियमः—प्रत्येक वस्तु के संवेग में परिवर्तन की दर उस पर कार्य कर रहे बल की समानुपाती होती है तथा यह परिवर्तन उसी दिशा में होता है जिस दिशा में बल कार्य कर रहा है।

तृतीय नियम या क्रिया तथा प्रतिक्रिया का नियमः—प्रत्येक क्रिया (Action , के लिए उसके बराबर किन्तु विरुद्ध दिशा में कार्य करने वाली प्रतिक्रिया (Reaction) होती है।

9. 2. न्यूटन के प्रथम नियम की मीमांसा:—इस नियम के अनुसार प्रत्येक वस्तु यदि वह स्थिर है तो स्थिर ही रहेगी या यदि गतीयमान है तो उसकी गति में कोई परिवर्तन नहीं होगा। उदाहरणार्थ यदि हम लोग किसी रखे हुए पत्थर को देखें तो क्या वह अपने आप अपनी स्थिर अवस्था से हिलना शुरू करेगा ? कभी नहीं। उसे अपने स्थान से हटाने के लिए हमें बाहरी बल का उपयोग करना पड़ेगा। इसी प्रकार, यदि कोई वस्तु किसी दिशा में वेगशील है तो अपने आप उसकी गति मे या गति की दिशा में कोई परिवर्तन नहीं आ सकता। इस प्रकार हम देखते हैं कि वस्तु मे अवस्थितित्व (Inertia) का गुण रहता है। यह अवस्थितित्व स्थिरता (Rest का या गति (Motion) का होता है। इन दोनों में अपने आप परिवर्तन नहीं होता।

बलः—वस्तु की स्थिति या गति सम्बन्धित परिवर्तन करने के लिये जिसकी आवश्यकता पड़ती है उसे हम बल कहते हैं।

बल के द्वारा ही हम किसी स्थिर वस्तु को गतिशील कर सकते हैं अथवा किसी गतिशील वस्तु का वेग परिवर्तन कर सकते हैं।

जहां तक पहले भाग का प्रश्न है वह स्वयं सिद्ध है। प्रत्येक व्यक्ति इसको जानता

तृतीय नियम के अनुसार मेज भी पुस्तक को विरुद्ध दिशा में बराबर बल से दबाती है। इसी प्रकार यदि किसी धागे से हम कोई भार लटकाएं तो वह भार धागे को नीचे की ओर खींचेगा, किन्तु इससे धागे में तनाव पैदा होगा जो कि भार के बराबर होगा और वह उसे ऊपर की ओर खींचने का प्रयत्न करेगा। जब हम खुरदरी जमीन पर बल लगाते हैं तब जमीन के द्वारा प्रतिक्रिया बल होता है, जो हमें आगे की ओर ढकेलता है। यदि जमीन बिलकुल चिकनी हो तो हम उस पर पैरों द्वारा बल लगाने में असमर्थ होंगे। इस कारण ऐसी धरती पर चलना बड़ा कठिन होता है।

चित्र 9.3

संवेग में अविनाशिता (Conservation) का नियम हमें इसी नियम द्वारा प्राप्त होता है। उदाहरणार्थ, यदि हम बंदूक से गोली छोड़ें (चित्र 9.1) तो जिस संवेग से गोली छूटेगी उसी संवेग से बंदूक विरुद्ध दिशा में जाएगी। इसी कारण निशाना लगाने वाले बंदूक को संभाल कर अपने सीने के मांसल भाग पर रखते हैं। अन्यथा प्रतिक्रिया से हड्डी टूटने का भय रहता है। यदि नाव में से हम किनारे के ऊपर कूदें (चित्र 9.2) तो हम देखते हैं कि नाव विरुद्ध दिशा में जाती है। इसी सिद्धान्त पर अग्नि बाणों (चित्र 9.3) की स्थापना हुई। वे अपने पिछले भाग में से गैस छोड़ते हैं और उसके कारण वे आगे की ओर बड़े वेग से चलते हैं। बिजली घरों में चलने वाली वाष्प टरबाइन भी इसी सिद्धान्त पर आधारित है। एक गोल पहिये के किनारे किनारे नुकीले मुंह की नलिकाएं लगी रहती हैं, जिनमें से वाष्प बड़े वेग से बाहर निकलती है। प्रतिक्रिया के कारण, पहिया पीछे की ओर घूम जाता है। इस प्रकार पहियों को घुमाया जाता है।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—100 डाइन का बल एक स्थिर वस्तु पर 5 सेकण्ड के लिये कार्य करता है। यदि वस्तु की संहति 10 ग्राम है, तो वस्तु कितनी दूर जायगी तथा उसमें कितना वेग उत्पन्न होगा ?

दी हुई राशियां:—संहति $m = 10$ ग्राम, बल $F = 100$ डाइन
तथा समय $t = 5$ सेकण्ड

ज्ञात करना है:—अन्तिम वेग v ? पार की गई दूरी S ?

समीकरण $F = mf$ के अन्दर दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$100 = 10 \times f$$

$\therefore$ त्वरण $f = 10$ से. मी. प्र. से. प्र. से.

गति के समीकरण (i) के अनुसार,

$$v = u + ft$$

$\therefore$ $v = 0 + 10 \times 5 = 50$ से. मी. प्र. से.

$= 453{\cdot}6$ ग्राम $\times 12 \times 2{\cdot}54$ से. मी. प्रति से^{2}.

$= 13834{\cdot}8$ डाइन

इस प्रकार हम देखते हैं कि स्थिर वस्तु को गतिशील करने के लिए, अर्थात् उसके संवेग को शून्य से बदलकर किसी अधिक राशि वाला संवेग करने के लिए बल की आवश्यकता होगी। साथ ही यदि कोई वस्तु गतिशील है तो उसकी गति में परिवर्तन करने के लिए, अर्थात् उसके संवेग मे परिवर्तन करने के लिए, हमें बल की आवश्यकता पड़ती है।

9.4. न्यूटन का तृतीय नियमः—जब कोई बल कार्य करता है तो उसे क्रिया (Action) कहते हैं। इसके फलस्वरूप जो बल पैदा होता है और जो विरुद्ध दिशा में कार्य करता है उसे प्रतिक्रिया (Reaction) कहते हैं। इस नियम के अनुसार क्रिया और प्रतिक्रिया बराबर होती है। उदाहरणार्थ यदि हम किसी वस्तु को एक बल से दबाते हैं,

चित्र 9.1

चित्र 9.2

तो वह वस्तु हमारे हाथ को बराबर के बल से विरुद्ध दिशा में दबाएगा। किसी पुस्तक को जब हम मेज पर रखते हैं, तब पुस्तक अपने भार के कारण मेज को दबाती है। किन्तु

तृतीय नियम के अनुसार मेज भी पुस्तक को विरुद्ध दिशा में बराबर बल से दबाती है। इसी प्रकार यदि किसी धागे से हम कोई भार लटकाएं तो वह भार धागे को नीचे की ओर खींचेगा, किन्तु इससे धागे में तनाव पैदा होगा जो कि भार के बराबर होगा और वह उसे ऊपर की ओर खींचने का प्रयत्न करेगा। जब हम खुरदरी जमीन पर बल लगाते है तब जमीन के द्वारा प्रतिक्रिया बल होता है, जो हमें आगे की ओर ढकेलता है। यदि जमीन बिलकुल चिकनी हो तो हम उस पर पैरों द्वारा बल लगाने में असमर्थ होंगे। इस कारण ऐसी धरती पर चलना बड़ा कठिन होता है।

चित्र 9.3

संवेग में अविनाशिता (Conservation) का नियम हमें इसी नियम द्वारा प्राप्त होता है। उदाहरणार्थ, यदि हम बंदूक से गोली छोड़ें (चित्र 9.1) तो जिस संवेग से गोली छूटेगी उसी संवेग से बंदूक विरुद्ध दिशा में जाएगी। इसी कारण निशाना लगाने वाले बंदूक को संभाल कर अपने सीने के मांसल भाग पर रखते हैं। अन्यथा प्रतिक्रिया से हड्डी टूटने का भय रहता है। यदि नाव मे से हम किनारे के ऊपर कूदें (चित्र 9.2) तो हम देखते है कि नाव विरुद्ध दिशा में जाती है। इसी सिद्धान्त पर अग्नि बाणों (चित्र 9.3) की स्थापना हुई। वे अपने पिछले भाग में से गैस छोड़ते हैं और उसके कारण वे आगे की ओर बड़े वेग से चलते हैं। बिजली घरों में चलने वाली वाष्प टरबाइन भी इसी सिद्धान्त पर आधारित है। एक गोल पहिये के किनारे किनारे नुकीले मुंह की नलिकाएं लगी रहती है, जिनमें से वाष्प बड़े वेग से बाहर निकलती है। प्रतिक्रिया के कारण, पहिया पीछे की ओर घूम जाता है। इस प्रकार पहियों को घुमाया जाता है।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—100 डाइन का बल एक स्थिर वस्तु पर 5 सेकण्ड के लिये कार्य करता है। यदि वस्तु की संहति 10 ग्राम है, तो वस्तु कितनी दूर जायगी तथा उसमें कितना वेग उत्पन्न होगा ?

दी हुई राशियां:—संहति $m = 10$ ग्राम, बल $F = 100$ डाइन

तथा समय $t = 5$ सेकण्ड

ज्ञात करना है:—अन्तिम वेग v ? पार की गई दूरी S ?

समीकरण $F = mf$ के अन्दर दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$100 = 10 \times f$$

$\therefore$ त्वरण $f = 10$ से. मी. प्र. से. प्र. से.

गति के समीकरण (1) के अनुसार,

$$v = u + ft$$

$$\therefore \quad v = 0 + 10 \times 5 = 50 \text{ से. मी. प्र. से.}$$

गति के समीकरण (ii) के अनुसार,

$$S = ut + \frac{1}{2} ft^2 = 0 \times 5 + \frac{1}{2} \times 10 \times (5)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 25 = 125 \text{ से. मी.}$$

2. एक 5 ग्राम का बल 98 ग्राम वाली संहति की वस्तु पर 5 ण्ड तक कार्य करता है। तो वस्तु कितनी दूर जायगी ?

दी हुई राशियाँ:—बल F = 5 ग्राम, संहति m = 98 ग्राम, समय t = 5 से.

ज्ञात करना:—पार की गई दूरी S = ?

यहाँ बल F का मान ग्राम में दिया गया है। परन्तु समीकरण $F = mf$ में F तन डाइन या पाउण्डल में होना चाहिए। अतएव F को पहले डाइन में बदल कर रण में स्थानापन्न करना चाहिए,

बल F = 5 ग्राम = 5 × 980 डाइन

$m . f$. से, $5 \times 980 = 98 \times f$

$$f = \frac{5 \times 980}{98} = 50 \text{ से. मी. प्र. से. प्र. से.}$$

$$S = ut + \frac{1}{2} ft^2 = 0 \times 5 + \frac{1}{2} \times 50 \times (5)^2$$

$$S = \frac{1}{2} \times 50 \times 25 = 625 \text{ से. मी.}$$

3. एक गोली को जिसका वेग 200 फीट प्रति सेकण्ड है, किसी ी के लट्ठे में दागने पर 9 इंच अन्दर बैठ जाती है। यदि इसी वेग से वाली गोली को इसी प्रकार के 5 इंच मोटे लकड़ी के लट्ठे में दागी तो वह कितने वेग से बाहर निकलेगी ? लकड़ी का प्रतिरोध सब जगह त है।

पहली बार में दी गई राशियाँ:—प्रारम्भिक वेग u = 200 फीट/से.

पार की गई दूरी S = 9 इंच, v = 0. ज्ञात करना है त्वरण f ?

पहले दी हुई राशियों की सहायता से लकड़ी के प्रतिरोध द्वारा उत्पन्न त्वरण, रो। पश्चात् इस त्वरण का उपयोग कर, दूसरी स्थिति में v ज्ञात करो।

समीकरण $v^2 = u^2 + 2. f. S$ में राशियों का मान रखने पर,

$$0 = 200 \times 200 + 2 \times f \times \frac{9}{12}$$

$$f = \frac{-200 \times 200 \times 12}{2 \times 9} = \frac{-200 \times 200 \times 6}{9}$$

$$= \frac{-200 \times 200 \times 2}{3}$$

ार में, $f = \frac{-200 \times 200 \times 2}{3}$, $u = 200$, $S = \frac{5}{12}$

$\therefore$ $v^2 = u^2 + 2f.S$ में राशियों का मान रखने पर

$$v^2 = 200 \times 200 + 2 \times \frac{-200 \times 200 \times 2}{3} \times \frac{5}{12}$$

$$= 200 \times 200 - \frac{2 \times 200 \times 200 \times 2}{3} \times \frac{5}{12}$$

$$= 200 \times 200 - 200 \times 200 \times \frac{5}{9}$$

$$= 200 \times 200 \left(1 - \frac{5}{9}\right) = 200 \times 200 \times \frac{4}{9}$$

$\therefore$ $v = \frac{200 \times 2}{3} = \frac{400}{3} = 133\cdot3$ फोट प्रति सेकण्ड

4 एक मोटर गाडो, जो 30 मील प्रति घंटा के वेग से समतल भूमि पर चल रही है, ब्रेक लगाने पर 44 फीट चल कर ठहर जाती है। यदि मोटर का तथा सामान का भार 2000 पौंड है ग्रौर उत्पन्न त्वरण समान है, तो प्रतिरोध बल का मान ज्ञात करो।

दी गई राशियां:—पार की हुई दूरी S = 44 फीट

प्रारम्भिक वेग u = 30 मी. प्र. घं. $= \frac{30 \times 1760 \times 3}{60 \times 60}$ फी. प्रति सेकण्ड

= 44 फीट प्रति सेकिण्ड

ज्ञात करना है प्रतिरोधक बल F ?

समीकरण, $v^2 = u^2 + 2f.S$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$O = 44 \times 44 + 2 \times f \times 44$$

$\therefore$ $f = \frac{-44 \times 44}{2 \times 44} = -22$ फीट प्र. सेकण्ड^2

समीकरण, $F = mf$ से

$$F = 2000 \times 22 \text{ पौंडल} = \frac{2000 \times 22}{32} = 1375 \text{ पौंड}$$

5. एक गोली जिसकी संहति 10 ग्राम है, एक बन्दूक द्वारा छोड़ी जाती है, जिसकी संहति 5 कि. ग्राम. है। यदि गोली का वेग 400 मीटर प्रति सेकण्ड है तो बन्दूक का प्रतिक्षेप (Recoil) ज्ञात करो ?

इस प्रकार के प्रश्नों में संवेग की अविनाशिता (conservation of momentum) का नियम लगता है।

इस नियम के अनुसार:—बन्दूक का संवेग = गोली का संवेग

$$MV = mv.$$

यहां m = 10 ग्राम, v = 400 × 100 से. मी.

M = 5 × 1000 ग्राम, V = ? ज्ञात करना है।

इन राशियों का मान रखने पर,

$5 \times 1000 \times V = 10 \times 100 \times 400$

$$\therefore \quad V = \frac{10 \times 100 \times 400}{5 \times 1000} = 80 \text{ से. मी. प्र. सेकण्ड}$$

6. एक अग्नि बाण (Rocket) की संहति 1 कि. ग्राम है। वह पीछे की ओर 10 कि. मी. प्रति से. के वेग से गैस छोड़ता है। यदि प्रति सेकण्ड 100 ग्राम गैस फेंकी जाती है, तो अग्नि बाण (Rocket) में उत्पन्न वेग ज्ञात करो ? (यहाँ यह मान लिया है कि अग्नि बाण की संहति स्थिर है)।

संवेग नियम के अनुसार,

अग्नि बाण का संवेग (Momentum) = गैस का संवेग

$$M.\ V = m.\ v.$$

यहाँ $M = 1000$ ग्राम $\quad V = ?$

$m = 100$ ग्राम $\quad v = 10$ कि. मी. प्र. से.

समीकरण से, $V = \frac{m \times v}{M} = \frac{10 \times 100}{1000} = 1$ कि. मी. प्र. से.

7. एक 200 पौंड संहति का व्यक्ति लिफ्ट (lift) पर खड़ा है। लिफ्ट धरातल द्वारा उस पर लगाये गये प्रतिक्रिया के बल को ज्ञात करो जबकि लिफ्ट (a) स्थिर है, (b) ऊपर की तरफ 20 फीट प्रति सेकण्ड के त्वरण से जा रहा है, (c) ऊपर की तरफ समान वेग से जा रहा है, (d) नीचे की तरफ 20 फी. प्रति से². के त्वरण से जा रहा है।

(a) जब लिफ्ट स्थिर है तो तृतीय नियम के अनुसार,

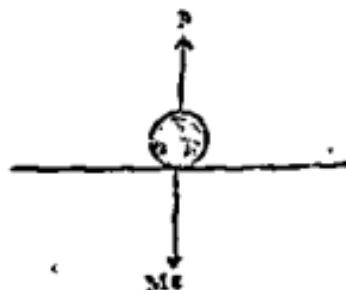
क्रिया = प्रतिक्रिया

$Mg = R$

अतएव प्रतिक्रिया बल,

$R = Mg = 200 \times 32$ पौंडल

$= 200$ पौंड

चित्र 9.4

(b) जब लिफ्ट ऊपर की ओर समान वेग से जा रहा है, तो उस पर परिणमित बल शून्य होना चाहिए—

इसलिये $R - Mg = 0.$

$\therefore \quad R = Mg = 200$ पौंड

(c) जब लिफ्ट ऊपर की ओर त्वरण f से जा रहा है, तो द्वितीय नियम के अनुसार—

परिणमित बल = संहति × त्वरण

$R - Mg = M \times f$

या $R = Mf + Mg$ या $R = M(f + g)$

$= 200 (32 + 20) = 200 \times 52$ पौंडल

$$\therefore R = \frac{200 \times 52}{32} \text{ पौंड} = 325 \text{ पौंड}$$

(d) जब लिफ्ट नीचे की ओर चल रहा है, तब परिणमित बल $Mg - R$ होगा। अतएव, $Mg - R = M.f.$

या $-R = M.f - Mg$

या $R = Mg - Mf = M(g - f) = 200(32 - 20)$

$$= 200 \times 12 \text{ पौंडल} = \frac{200 \times 12}{32} \text{ पौंड} = 75 \text{ पौंड}$$

प्रश्न

1. न्यूटन के गति के नियमों का उल्लेख करो तथा उनकी मीमांसा करो। (देखो 9.1 और 9.2)
2. बल और इकाई बल की परिभाषा बताओ। (देखो 9.2)
3. न्यूटन का दूसरा नियम बताओ और समीकरण $F = mf$ निकालो। (देखो 9.2)
4. तृतीय नियम के कतिपय उदाहरण दो। (देखो 9.2)

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. उस बल का मान (i) पौंडल में (ii) पौंड में ज्ञात करो जो 10 पौंड संहति वाली वस्तु में 20 फीट/से^{2}. का त्वरण पैदा करे। (उत्तर 200 पौंडल, $6\frac{1}{4}$ पौंड)

2. 1 किलो ग्राम भार का बल एक वस्तु पर निरन्तर 10 सेकण्ड तक लगता है। वह वस्तु इस काल में 10 मीटर दूरी पार करती है। तो वस्तु की संहति ज्ञात करो। (उत्तर 49·05 कि. ग्राम)

3. एक 10 पौंड संहति की वस्तु 10 फीट ऊपर से गिरती है। यदि वह रेत में 1 फीट अन्दर जाकर स्थिर हो जाती है, तो रेत द्वारा लगाया गया मध्यमान प्रतिक्रिया बल ज्ञात करो। (उत्तर 110 पौंड)

4. एक 100 डाइन का बल 25 ग्राम संहति की वस्तु पर 5 सेकण्ड तक कार्य करता है। वस्तु में उत्पन्न वेग का मान ज्ञात करो। (पटना 1951) [उत्तर 20 से. मी./से.]

5. एक ट्रक जिसका भार 5 टन है घर्षण रहित पटरी पर रखी हुई है। यदि उसको एक घोड़ा 150 पौंड के बल से खींचता है तो कितने समय में उसका वेग 10 मील प्रति घण्टा हो जायगा ? (रा. बो.) [$34\frac{2}{3}$ से.]

6. यदि एक 40 पौंड संहति की वस्तु का वेग 20 गज की दूरी चलने के बाद 50 फीट से 60 फीट प्रति से. हो जाता है तो वस्तु पर लगने वाले बल और उसके उत्पन्न त्वरण का मान ज्ञात करो। [उत्तर 11·46 पौंड, 9·17 फीट/से.^{2}]

7. कितने समय में एक 10 पौंड का बल 1 टन संहति की वस्तु को 14 फीट की दूरी तक चला देता है ? (रा. बो.) [उत्तर 14 से.]

8. एक 16 पौंड की संहति पर कुछ बल निरन्तर 3 सेकण्ड तक कार्य करता है और फिर कार्य करना बन्द कर देता है। इसके पश्चात दूसरे 3 सेकण्ड में वस्तु 81 फीट की दूरी पार करती है। वस्तु पर लगने वाले बल का मान ज्ञात करो।

(पटना) [उत्तर 4·5 पौंड]

9. एक वस्तु जिसका वास्तविक भार 13 पौंड है लिफ्ट में कमानी तुला से तोलने पर 12 पौंड आता है। तो लिफ्ट का त्वरण ज्ञात करो।

यहाँ चूँकि उसका आभासित भार कम है, अतः लिफ्ट नीचे की ओर जा रहा है।

तथा, $Mg - R = Mf$

यहाँ $M = \frac{13}{16}$ पौंड, $g = 32$ $R = \frac{12}{16}$ पौंड है। इन राशियों का मान सूत्र में रखने पर,

$$\frac{13}{16} \times 32 - \frac{12}{16} \times 32 = \frac{13}{16} \times f$$

या $$13 \times 32 - 12 \times 32 = 13 f$$

$$\therefore \quad f = \frac{32 \times (13 - 12)}{13} = \frac{32 \times 1}{13}$$

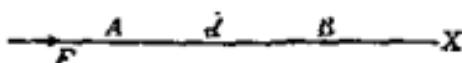
$= 2·53$ फीट प्रति से.

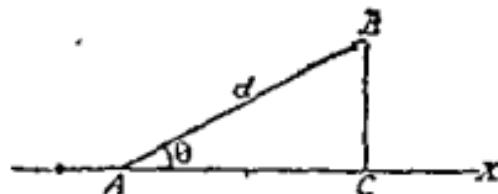
10. एक गोले का भार 560 पौंड है। उसे एक 40 टन की तोप से 1600 फीट/से. के वेग से चलाया जाता है। तो तोप का प्रतिक्षेप ज्ञात करो।

[उत्तर 10 फीट/से.]

अध्याय 10

कार्य, ऊर्जा और शक्ति

10.1 प्रस्तावना:—भगवान कृष्ण ने गीता में कहा है कि मनुष्य क्षण भर भी बिना कार्य किये नहीं रह सकता। हम सदा कुछ न कुछ कार्य करते रहते हैं। इसी कार्य का वैज्ञानिक अर्थ में अध्ययन करेंगे। जब किसी भारी वस्तु को ऊपर उठाते हैं तो कार्य करना पड़ता है। जब किसी स्थिर वस्तु में बल लगा कर गति उत्पन्न करते हैं तो कार्य करना पड़ता है। इन सब उदाहरणों में किसी वस्तु पर बल लगाना पड़ता है और उसके फलस्वरूप बल बिन्दु आगे खिसकता है। तब हम कहते हैं कि वह बल कार्य करता है। इस प्रकार कार्य की परिभाषा निम्न प्रकार से दे सकते हैं:—जब कोई बल किसी वस्तु पर लगता है और बल-बिन्दु विस्थापित होता है (यानि अपने स्थान से हटता है) तो वह बल कार्य करता है। इसमें बल द्वारा किये गये कार्य की मात्रा बल और बल-बिन्दु द्वारा बल की दिशा में विस्थापित दूरी के गुणा के बराबर होती है।

चित्र 10.1 (a)

चित्र 10.1 (b)

चित्र 10.1 (c)

चित्र (a) में बल F, A बिन्दु पर AX दिशा में लगता है और बल बिन्दु A से B तक विस्थापित होता है। तो बल द्वारा किया गया कार्य $F \times AB$ अर्थात $F \times d$ के बराबर होगा।

यहां d, AB के बीच की दूरी है। यदि बल बिन्दु AX की विपरीत दिशा में विस्थापित होता है तो बल द्वारा किया गया कार्य $F \times (-AB) = -F \times d$ के बराबर होगा। इस स्थिति में बल पर कार्य किया जायगा। देखो चित्र 1 (b) यदि बल बिन्दु बल की दिशा (AX) में विस्थापित न होकर किसी अन्य दिशा (AB) में विस्थापित होतो बल द्वारा किया गया कार्य होगा:

$F \times AC$ यहां BC, B से AX पर अभिलम्ब है। यदि कोण $BAC = \theta$ हो तो $AC = AB \cos\theta$ होगा और किया गया कार्य W बराबर होगा,

$$W = F \times AC = F \times AB \cos\theta = F \times d \cos\theta$$

इसको $F\cos\theta \times d$ भी लिख सकते हैं। इसमें $F\cos\theta$ विस्थापन की दि
में बल का घटक है। इस प्रकार विस्थापन की दिशा में बल का घटक लेकर भी कार्य
मान ज्ञात कर सकते हैं।

इस प्रकार हम देखते हैं:—

$W = F \times d$ जब विस्थापन बल की दिशा में हो।

$W = F \times d \cos\theta$ जब विस्थापन θ कोण पर हो।

10.2 कार्य की इकाई.—मीटर प्रणाली में बल की इकाई डाइन और दूरी की इकाई सेन्टीमीटर होती है। तब कार्य की इकाई होगी डाइन × सेन्टीमीटर। इसको अर्ग कहते हैं।

जब एक डाइन का बल एक सेन्टीमीटर से बल की दिशा में विस्थापित होता है तो एक अर्ग कार्य होता है। यह इकाई अत्यन्त छोटी है। अतएव व्यवहार में दूसरी इकाई काम में लेते हैं जिसे जूल कहते हैं। एक जूल 10^7 अर्ग के बराबर होता है।

यदि बल को ग्राम भार में लें (1 ग्राम भार = 981 डाइन) तो कार्य की इकाई ग्राम सेन्टीमीटर होगी। व्यवहार में कभी कभी किलोग्राम सेन्टीमीटर भी काम में लेते हैं।

1 किलोग्राम सेन्टीमीटर = 1000 ग्राम सेन्टीमीटर

= 1000 × 980 डाइन सेन्टीमीटर

= 98×10^4 अर्ग।

ब्रिटिश प्रणाली में बल की इकाई पौन्डल और दूरी की फुट है। तब कार्य की इकाई होगी फुट-पौन्डल। यदि एक पौन्डल बल एक फुट से बल की दिशा में विस्थापित होता है तो किया गया कार्य एक फुट पौन्डल होगा। यदि बल की इकाई पौंड भार (1 पौंड भार = 32 पौंडल) में ली जाय तो कार्य की इकाई फुट-पौंड होगी। 1 फुट-पौंड = 32 फुट-पौंडल।

विद्युत ऊर्जा को नापने में कार्य को वाट आवर अथवा किलो वाट आवर में भी व्यक्त करते हैं।

1 वाट-आवर (watt-hour) = 3600 जूल

1 किलो वाट आवर = 1000 वाट आवर = 3600 × 1000 जूल

$= 36 \times 10^5$ जूल $= 36 \times 10^5 \times 10^7$ अर्ग

$= 36 \times 10^{12}$ अर्ग।

किलो वाट आवर को बोर्ड ऑफ ट्रेड यूनिट (B.T.U.) कहते हैं।

10.3 कार्य की विभिन्न इकाइयों में सम्बन्ध :—

फुट-पौंडल $= \frac{1}{32}$ फुट × पौंड $= \frac{1}{32} \times 30.48 \times 453.6$ ग्राम × सेंटीमीटर

$= \frac{1}{32} \times 30.48 \times 453.6 \times 981$ डाइन सेंटीमीटर.

$= 4 \cdot 21 \times 10^5$ अर्ग

1 फुट-पौंड $= 1 \times 30 \cdot 48 \times 453 \cdot 6 \times 981$ अर्ग

$= 1 \cdot 36 \times 10^7$ अर्ग

यहां हमने 1 फुट = 30·48 से.मी., 1 पौंड = 453·6 ग्राम, 1 पौंड भार = 32 पौंडल तथा 1 ग्राम भार = 981 डाइन माना है।

टिप्पणी:—यहां पर ध्यान देने योग्य है कि कार्य में लगने वाले समय का कार्य की मात्रा पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। यदि हम एक M पौंड भार को h फीट ऊंचाई तक उठावें तो किया गया कार्य होगा Mgh फुट-पौंडल या Mh फुट-पौंड। चाहे इस वस्तु को ऊपर ले जाने मे 1 सेकंड लगे या 1 घंटा, कार्य की मात्रा वही Mgh होगी।

10.4 शक्ति (Power):—मानलो चित्र के अनुसार एक मशीन किसी वस्तु को जिसका भार Mg है h दूरी से 10 सेकंड में ऊपर उठाती है तो मशीन द्वारा किया गया कार्य W होगा, $W = Mgh$ इकाई। इसी वस्तु को मानलो दूसरी मशीन इसी ऊंचाई तक 1 सेकंड में उठा देती है। तो किया गया कार्य W होगा, $W = Mgh$ इकाई। इस प्रकार दोनों मशीनों द्वारा किया गया कार्य बराबर है फिर भी दूसरी मशीन अधिक शक्तिशाली है क्योंकि उसी काम को वह कम समय में कर लेती है। पहली मशीन 1 सेकंड में $Mgh/10$ इकाई कार्य करती है व दूसरी Mgh। इस प्रकार दूसरी मशीन पहली से 10 गुनी अधिक शक्तिशाली है। अतएव शक्ति (Power) को निम्न प्रकार से व्यक्त कर सकते हैं:—

A
h
B
mg

कार्य करने की दर (Rate) को शक्ति कहते हैं।

मानलो W इकाई काम t सेकंड में होता है तो शक्ति P होगी, $P=W/t$

10.5 शक्ति की इकाई:—मीटर प्रणाली में:—यदि चित्र 10.2 W अर्ग में हो और t सेकंड में तो P होगा अर्ग प्रति सेकंड में। यदि W जूल में हो और t सेकंड में, तो P होगा जूल प्रति सेकंड में। इसको वाट (Watt) कहते हैं।

1 वाट = 1 जूल प्रति सेकंड = 10^7 अर्ग प्रति सेकंड

ब्रिटिश प्रणाली में:—यदि कार्य फुट-पौंडल में और समय सेकंड में हो, तो शक्ति फुट-पौंडल प्रति सेकंड में होगी। इसी प्रकार यदि कार्य फुट-पौंड में और समय सेकंड में हो, तो शक्ति फुट-पौंड प्रति सेकंड में होगी। शक्ति की इससे बड़ी इकाई जो व्यवहार में लाई जाती है उसे हार्स पावर कहते हैं। 1 हॉर्स पावर 550 फुट-पौंड प्रति सेकंड के बराबर होता है।

हार्स पावर और वाट में सम्बन्ध:—

1 हॉर्स पावर = 550 फुट-पौंड प्रति सेकंड

$= 550 \times 30 \cdot 48 \times 453 \cdot 6$ ग्राम से. मी. प्रति सेकंड

$= 550 \times 30 \cdot 48 \times 453 \cdot 6 \times 981$ अर्ग प्रति सेकंड

$$= \frac{550 \times 30.48 \times 453.6 \times 981}{10^7} \text{ जूल प्रति सेकंड}$$

$$= \frac{550 \times 30.48 \times 453.6 \times 981}{10^7} \text{ वाट}$$

$$= 746 \text{ वाट}$$

टिप्पणी:—एक साधारण घोड़े की शक्ति $\frac{3}{4}$ हॉर्स पावर होती है। एक औसत आदमी की शक्ति $\frac{1}{7}$ हॉर्स पावर होती है। मोटर गाड़ियों की शक्ति 6 से 80 हॉर्स पावर तक होती है।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—यदि कुतुब मीनार की ऊंचाई 234 फीट हो, तो उस पर एक आदमी को जिसका भार 12 स्टोन है चढ़ने में कितना काम करना पड़ेगा ?

$$W = F \times s = 12 \times 14 \times 234 \text{ फुट-पौंड}$$
$$= 39312 \text{ फुट-पौंड}$$

2. यदि बादलों की ऊंचाई 1 मील है और वर्षा का पानी 1 वर्ग मील क्षेत्र में $\frac{1}{2}$ इंच भर गया है, तो इस पानी को ऊपर चढ़ाने में कितना कार्य करना पड़ा ? एक घन फुट पानी का भार 62·5 पौंड है।

पानी का धरातल $= 1$ वर्ग मील $= (1760 \times 3)^2$ वर्ग फीट

पानी की गहराई $= \frac{1}{2}$ इंच $= \frac{1}{24}$ फीट

$\therefore$ पानी का आयतन $= (1760 \times 3)^2 \times \frac{1}{24}$ घन फीट

$\therefore$ पानी का भार $= (1760 \times 3)^2 \times \frac{1}{24} \times 62.5$ पौंड

$\therefore$ किया गया कार्य $= (1760 \times 3)^2 \times \frac{1}{24} \times 62.5 \times 1760 \times 3$ फुट-पौंड

$= 383328 \times 10^6$ फुट-पौंड

3. एक मनुष्य का भार 130 पौंड है। वह 90 पौंड के भार को एक मिनट में 30 फीट की ऊंचाई पर ले जाता है। तो उसकी शक्ति हॉर्स पावर में ज्ञात करो। [दिल्ली 1951]

किया गया कार्य $W = (130 + 90)\ 30$ फुट-पौंड

इस कार्य को को करने में लगा समय $= 1$ मिनट $= 60$ सेकंड

यदि उसका हॉर्स पावर x है तो,

$$x \times 550 = \frac{220 \times 30}{60} = 110$$

$$x = \frac{110}{550} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ हॉर्स पावर}$$

4. एक रेलगाड़ी का भार 250 टन है और घर्षण आदि के कारण उत्पन्न प्रतिरोध का मान 15 पौंड प्रति टन। उस इंजन की शक्ति ज्ञात करो जो उसका वेग समतल धरातल पर 40 मील प्रति घंटा बना रख सकता है।

घर्षण के कारण उत्पन्न प्रतिरोध की मात्रा $= 15 \times 250$ पौंड

गाड़ी द्वारा 1 सेकंड में पार की गई दूर $= \frac{40 \times 1760 \times 3}{60 \times 60}$ फीट

∴ एक सेकंड में किया गया कार्य $= \frac{15 \times 250 \times 40 \times 1760 \times 3}{60 \times 60}$ फुट-पौंड

यदि इंजन की शक्ति x हॉर्स पावर है तो,

$$x \times 550 = \frac{15 \times 250 \times 40 \times 1760 \times 3}{60 \times 60}$$

$$\therefore \quad x = \frac{15 \times 250 \times 40 \times 1760 \times 3}{60 \times 60 \times 550}$$

$= 400$ हार्स पावर

5. यदि 500 किलो ग्राम का भार 50 मीटर गिरने पर रोक लिया जाय तो गिरने में कुल कितना काम होगा ? $g = 981$ है।

कार्य $= 500 \times 1000 \times 981 \times 50 \times 100$ अर्ग

$= 24525 \times 10^{8}$ अर्ग $= 245250$ जूल

6. 30 फीट गहरे कुएं से 5 हार्स पावर वाली मोटर से पानी निकाला जा रहा है। यदि पम्प की दक्षता 85% हो तो प्रति मिनट कितने गैलन पानी ऊपर आ रहा है ? (1 गैलन = 10 पौंड)

5 हॉर्स पावर $= 5 \times 550$ फुट-पौंड प्रति सेकंड

इसका 85% $= \frac{5 \times 550 \times 85}{100}$

∴ मोटर द्वारा पानी पर किया गया कार्य $= \frac{5 \times 550 \times 85}{100}$ फुट-पौंड प्रति सेकंड

मानलो एक मिनट में x गैलन पानी ऊपर आ रहा है। तो x गैलन पानी का भार $10x$ पौंड होगा। इस पानी को ऊपर लाने में किया गया कार्य $= 10x \times 30$ फुट-पौंड

इस कार्य में एक मिनट लगता है। तो प्रति सेकंड किया गया कार्य,

$= \frac{10x \times 30}{60}$ फुट-पौंड प्रति सेकंड

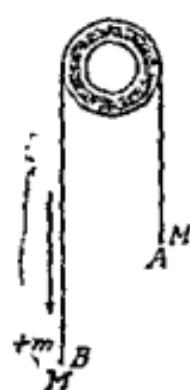
$$\therefore \quad \frac{10x \times 30}{60} = \frac{5 \times 550 \times 85}{100}$$

$$\therefore \quad x = \frac{5 \times 550 \times 85}{100} \times \frac{60}{10 \times 30}$$

$= 467.5$ गैलन

10.6 ऊर्जा (Energy):—यह ज्ञात है कि किसी गतिशील वस्तु को ठहराने के लिए उसकी गति के विरुद्ध दिशा में बल लगाना पड़ता है और बल लगाने के बाद वस्तु कुछ दूरी पार कर ठहरती है। इस प्रकार बल बिन्दु कुछ दूरी चलेगा और वह वस्तु उस बल के विरुद्ध कार्य करेगी। इसी प्रकार तोप का गोला अपने वेग के कारण निशाने की वस्तु के अन्दर तक उसके प्रतिरोध को पार करता हुआ चला जाता है और इस प्रकार प्रतिरोध के विरुद्ध कार्य करता है। ऊपर से गिरता हुआ वेगवान पानी बड़ी-बड़ी मशीनों के पहिये चला सकता है। वेगशील हवा पवनचक्कियें चला सकती है। इस तरह गतिशील वस्तु अपनी गति के कारण कुछ न कुछ कार्य करने की क्षमता (Capacity) रखती है। कार्य करने की क्षमता को हम ऊर्जा कहते हैं। उपरोक्त उदाहरणों में जो गति के कारण वस्तु में ऊर्जा है उसे गतिज ऊर्जा (Kinetic energy) कहते हैं। किसी वस्तु की गतिज ऊर्जा का मान उसका वेग शून्य होने तक वस्तु द्वारा किये गये कार्य के बराबर होता है। यदि हम उस गतिहीन वस्तु को पुनः उतना ही वेग देना चाहें तो हमें उस वस्तु पर उतना ही कार्य करना पड़ेगा। यह कार्य उस वस्तु की गतिज ऊर्जा के रूप में रहेगा।

चित्र 10.3

चित्र 10.4

चित्र के समान दो भार एक धागे से घर्षण रहित घिरी पर लटका दो। प्रारम्भ में दोनों भार स्थिर रहेंगे। अब B भार पर थोड़ा सा भार और बढ़ा दो। तो तुम देखोगे कि B भार नीचे चला आता है और A को ऊपर उठा देता है। यह तुम पढ़ चुके हो कि किसी वस्तु को ऊपर उठाने में गुरुत्वाकर्षण के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है। यहां यह कार्य B ने किया। इस प्रकार B की स्थिति ऊंचाई पर होने से इसमें कार्य करने की क्षमता है। इस प्रकार जो वस्तु को स्थिति विशेष के कारण कार्य करने की क्षमता होती है उसे स्थितिज ऊर्जा (*Potential energy*) कहते हैं। जितना कार्य वस्तु, ऊंचाई से पृथ्वी के धरातल पर आने में करेगी वह उसकी स्थितिज ऊर्जा का मान होगा। इसी प्रकार, यदि उसी वस्तु को पुनः उतनी ही ऊंचाई पर ले जाना चाहें तो उतना ही कार्य करना होगा और वह कार्य उस वस्तु की स्थितिज ऊर्जा के रूप में एकत्रित रहेगा। यदि किसी कमानी (Spring) को दबा कर रखें तो छूटने पर वह किसी वस्तु को दूर तक उछालने का कार्य कर सकती है। इस प्रकार उस दबी हुई कमानी में अपनी अवस्था (Configuration) के कारण कार्य करने की क्षमता होती है। इसको भी स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

उपरोक्त दोनों प्रकार की ऊर्जा गतिज और स्थितिज को यांत्रिक ऊर्जा (Mechnical energy) कहते हैं। वस्तु में ऊर्जा और भी कई रूप में विद्यमान रह सकती है। भौतिक विज्ञान में इस ऊर्जा का ऊष्मा, प्रकाश, विद्युत, चुम्बकत्व और ध्वनि के रूप में अध्ययन करते हैं। इसी प्रकार पदार्थ में रासायनिक ऊर्जा भी हो सकती है।

10.7 गतिज ऊर्जा का मानः—

मानलो कोई वस्तु v इकाई के वेग से चल रही है। इसको रोकने के लिए विरुद्ध दिशा में F इकाई का बल लगाते हैं। वस्तु S दूरी पार करने पर ठहर जाती है। मानलो वस्तु की संहति m है और F के कारण उत्पन्न ऋण त्वरण का मान f है। तो गति के नियमों को लगाने पर,

v f S O

F

चित्र 10.5

सूत्र $v^2 = u^2 + 2fS$ से $\quad O = v^2 - 2fS$

$$\therefore \quad S = \frac{v^2}{2f} \quad \text{.... (i)}$$

चूंकि F बल S दूरी पार करता है, अतएव किया गया कार्य W होगा,

$$W = F \times S \text{ इकाई} \quad \text{.... (ii)}$$

इसमें S का मान (i) से रखने पर,

$$W = F \times \frac{v^2}{2f} \quad \text{.... (iii)}$$

न्यूटन के सूत्र $F = m \times f$ से F का मान (iii) में रखने पर,

$$W = m \times f \times \frac{v^2}{2f} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{.... (iv)}$$

इस प्रकार वस्तु स्थिर होने से पूर्व $1/2\ mv^2$ इकाई कार्य करती है। अतएव वस्तु की प्रारम्भ में गतिज ऊर्जा K . E = $1/2\ mv^2$ हुई। यदि वस्तु का प्रारंभिक वेग शून्य मानलें और उस पर F बल लगाकर S दूरी पार करने पर उसका वेग v इकाई करदें, तो $1/2\,mv^2$ इकाई कार्य करना पड़ेगा और यह कार्य उस वस्तु में गतिज ऊर्जा के रूप में रहेगा। इस प्रकार देखते हैं कि यदि किसी वस्तु की संहति m हो और उसका वेग v तो उसमें विद्यमान गतिज ऊर्जा (K.E) का मान होगा:

$$K.E. = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{.... (v)}$$

गतिज ऊर्जा की इकाई:—गतिज ऊर्जा की इकाई वही होती है जो कार्य की होती है। यह इकाई है मीटर प्रणाली में, अर्ग अथवा जूल और ब्रिटिश प्रणाली में फुट-पौंडल अथवा फुट-पौंड। यदि m पौंड में हो और v फीट प्रति सैकंड में हो तो ग. ऊ. फुट पौंडल में होगी। इसको फुट पौंड में बनाने के लिये 32 का भाग देना होगा।

10.8 स्थितिज ऊर्जाः—मानलो कोई वस्तु पृथ्वी से h इकाई की ऊंचाई पर रखी हुई है। इस स्थिति में उस पर गुरुत्वाकर्षण का बल mg कार्य करता है। गिराने पर यह वस्तु इस बल के कारण पृथ्वी पर पहुँचती है और इस बल का बल-बिन्दु h इकाई से चलता है। अतएव किया गया कार्य हुआ mgh इकाई। यह कार्य वस्तु में विद्यमान स्थितिज ऊर्जा के कारण हुआ। अतएव हम कह सकते है कि पृथ्वी के धरातल से h इकाई की ऊंचाई पर रखी हुई वस्तु की स्थितिज ऊर्जा की मात्रा (P. E.) होती है,

$$P.E. = mgh \quad .... \quad (vi)$$

A

B

इसी प्रकार उस वस्तु को पृथ्वी के धरातल से h इकाई की ऊंचाई पर ले जाने पर mgh इकाई कार्य करना पड़ेगा। यह कार्य उस वस्तु की स्थितिज ऊ के रूप में संचित रहेगा।

चित्र 10

स्थितिज ऊर्जा की इकाईः—स्थितिज ऊर्जा की इकाई भी वही होती है कार्य की होती है–अर्थात् अर्ग और फुट-पौंडल।

10.9 गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा का परस्पर परिवर्तनः- उपरोक्त उदाहरण लो जिसमें कोई वस्तु h इकाई की ऊंचाई से गिरती है। ऊंचाई प वस्तु की स्थितिज ऊर्जा है mgh और गतिज ऊर्जा शून्य है। जब वस्तु नीचे गिरती है तो उसका वेग धीरे-धीरे बढ़ता जाता है। मानलो पृथ्वी पर पहुँचने पर उसका वेग v हो जात है तो इस स्थिति में गतिज ऊर्जा होगी $1/2\ mv^2$ और स्थितिज ऊर्जा होगी शून्य। न्यूट के गति के नियम लगाने पर हम देखते हैं कि,

$$v^2 = u^2 + 2gh$$

यहां $u = 0$ है

$\therefore \quad u^2 = 2gh$

$$\therefore \quad K.E. = \frac{1}{2}m \times v^2 = \frac{1}{2} \times m \times 2gh = mgh$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि पृथ्वी पर पहुँचने पर गतिज ऊर्जा का मान वही है ऊंचाई पर स्थितिज ऊर्जा का था। वस्तु के गिरने में उसकी स्थितिज ऊर्जा गतिज ऊर्जा परिवर्तित हो गई। यही नहीं, हम यह भी सिद्ध कर सकते हैं कि मार्ग में किसी स्थान पर गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा का योग सर्वदा स्थिर होगा और वह mgh के बराबर होगा।

मानलो वस्तु A से गिर कर B पर पृथ्वी पर पहुँचती है। जब वस्तु C पर पहुँचती है तो, उसका वेग v सूत्र $v^2 = 2gx$ से होगा, $v = \sqrt{2gx}$.

A, C, B, h, x

चित्र 10

$\therefore$ $$K.E.\ at\ C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\sqrt{2gx})^2 = \frac{1}{2}m \times 2gx$$
$$= mgx \quad \ldots(i)$$
और $$P.E.\ at\ C = mg(h - x) \quad \ldots(ii)$$
$\therefore$ $$K.E + P.E = mgx + mgh - mgx$$
$$= mgh \quad \ldots(iii)$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि जब कभी कोई वस्तु ऊपर से गिरती है तो उसकी स्थितिज ऊर्जा का ह्रास गतिज ऊर्जा में वृद्धि के बराबर होता है और किसी स्थान पर दोनों का योग बराबर होता है। इससे ऊर्जा का यह शाश्वत नियम सिद्ध होता है कि ऊर्जा कभी नष्ट नहीं होती, केवल उसका रूप परिवर्तित होता है। उपरोक्त उदाहरण में पृथ्वी पर पहुँचने पर वस्तु की गतिज ऊर्जा का क्या होता है? जब वस्तु पृथ्वी पर गिरती है तो आवाज उत्पन्न होगी, कभी-कभी प्रकाश की चमक भी उत्पन्न हो सकती है। पृथ्वी के ऊपर की परतें टूट कर इधर उधर बिखर सकती हैं। वस्तु पुनः उछल सकती है। वस्तु पृथ्वी के अन्दर प्रतिरोध को पार कर जा सकती है। इस प्रकार वस्तु की ऊर्जा भिन्न-भिन्न रूपों में परिवर्तित हो जाती है। नदी में तथा जलाशय में ऊंचाई पर भरे हुए पानी की स्थितिज ऊर्जा नीचे गिरने पर गतिज ऊर्जा में परिणित हो जाती है। यह गतिज ऊर्जा बड़े-बड़े पहियों को चलाती है। पहियों की यह गतिज ऊर्जा विद्युत ऊर्जा में बदली जाती है। यह विद्युत ऊर्जा तारों द्वारा दूर शहरों में ले जाई जाकर रेलें चलाने, मशीनें चलाने, पंखे चलाने, बल्ब जलाने तथा विद्युत सिगड़ी जलाने में काम आती है और वहां यह पुनः भिन्न वस्तुओं की गतिज ऊर्जा, स्थितिज ऊर्जा, प्रकाश और ऊष्मा के रूप में परिणित हो जाती है। इसी प्रकार वर्षों के बाद ऊर्जा के कारण दबे हुए पेड़ पौधे वनस्पति कोयले में परिणित हो जाते हैं। यह ऊर्जा कोयले में रासायनिक ऊर्जा के रूप में रहती है। यही कोयला जल कर इस ऊर्जा को ऊष्मा में बदल देता है जिससे वाष्प बना कर बड़े-बड़े रेल आदि के इंजन चलते हैं। इस प्रकार हम देखते हैं कि संसार में ऊर्जा के रूपों में निरन्तर परिवर्तन होता रहता है परन्तु ब्रह्माण्ड में ऊर्जा की मात्रा स्थिर रहती है। इसको ऊर्जा की अविनाशिता (Law of Conserration of energy) का नियम कहते हैं।

10.10 मशीनों का उपयोग:—यदि ऊर्जा उत्पन्न नहीं की जा सकती तो मशीनों का क्या उपयोग है? क्या ये ऊर्जा उत्पन्न नहीं करती? साधारणतया हमें यह लगता है कि रेल के इंजन, विद्युत के डायनेमो, ये सब ऊर्जा के स्रोत हैं। वास्तव में ये ऊर्जा के स्रोत नहीं हैं। ऊर्जा पहले से विद्यमान होती है, कोयले या तेल में, रासायनिक ऊर्जा के रूप में तथा गिरते हुए पानी में स्थितिज ऊर्जा के रूप में। हम इसी रूप में ऊर्जा का हमारे लिये लाभदायक उपयोग नहीं कर सकते। मशीनों की सहायता से हम ऊर्जा का यह रूप बदल कर ऐसे रूप में ले आते हैं जिससे हमारी रेलें चल सकती हैं, पंखे चल सकते हैं आदि आदि। इन सब मशीनों में हम कुछ ऊर्जा देते हैं और कुछ इनसे प्राप्त करते हैं। यदि मशीनों में घर्षण आदि के किसी प्रकार के दोष न हो तो अधिक से अधिक हम उतनी ही ऊर्जा मशीन से प्राप्त कर सकते हैं जितनी हम उसे देते हैं। ऐसी मशीन की

10.8 स्थितिज ऊर्जा:—मानलो कोई वस्तु पृथ्वी से h इकाई की ऊंचाई पर रखी हुई है। इस स्थिति में उस पर गुरुत्वाकर्षण का बल mg कार्य करता है। गिराने पर वह वस्तु इस बल के कारण पृथ्वी पर पहुँचती है और इस बल का बल-बिन्दु h इकाई से चलता है। अतएव किया गया कार्य हुआ mgh इकाई। यह कार्य वस्तु में विद्यमान स्थितिज ऊर्जा के कारण हुआ। अतएव हम कह सकते हैं कि पृथ्वी के धरातल से h इकाई की ऊंचाई पर रखी हुई वस्तु की स्थितिज ऊर्जा की मात्रा (P. E.) होती है,

$$P.E. = mgh \quad \dots \quad (vi)$$

इसी प्रकार उस वस्तु को पृथ्वी के धरातल से h इकाई की ऊंचाई पर ले जाने पर mgh इकाई कार्य करना पड़ेगा। यह कार्य उस वस्तु की स्थितिज के रूप में संचित रहेगा।

स्थितिज ऊर्जा की इकाई:—स्थितिज ऊर्जा की इकाई भी वही होती है कार्य की होती है—अर्थात् अर्ग और फुट-पौंडल।

10.9 गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा का परस्पर परिवर्तन: उपरोक्त उदाहरण लो जिसमें कोई वस्तु h इकाई की ऊंचाई से गिरती है। ऊंचाई वस्तु की स्थितिज ऊर्जा है mgh और गतिज ऊर्जा शून्य है। जब वस्तु नीचे गिरती उसका वेग धीरे-धीरे बढ़ता जाता है। मानलो पृथ्वी पर पहुँचने पर उसका वेग v हो है तो इस स्थिति में गतिज ऊर्जा होगी $1/2\ mv^2$ और स्थितिज ऊर्जा होगी शून्य। के गति के नियम लगाने पर हम देखते हैं कि,

$$v^2 = u^2 + 2gh$$

यहां $u = 0$ है

$$\therefore \quad u^2 = 2gh$$

$$\therefore \quad K.E. = \frac{1}{2} m \times v^2 = \frac{1}{2} \times m \times 2gh = mgh$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि पृथ्वी पर पहुँचने पर गतिज ऊर्जा का मान वही है ऊंचाई पर स्थितिज ऊर्जा का था। वस्तु के गिरने में उसकी स्थितिज ऊर्जा गतिज ऊर्जा परिवर्तित हो गई। यही नहीं, हम यह भी सिद्ध कर सकते हैं कि मार्ग में किसी स्थान पर गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा का योग सर्वदा स्थिर होगा और वह mgh के बराबर होगा।

मानलो वस्तु A से गिर कर B पर पृथ्वी पर पहुँचती है। जब वस्तु C पर पहुँचती है तो, उसका वेग v सूत्र $v^2 = 2gx$ से होगा, $v = \sqrt{2gx}$.

A m x h C B h-

चित्र 10

$$\therefore \quad K.E.\ at\ C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\,(\sqrt{2gx}\,)^2 = \frac{1}{2}m \times 2gx$$

$$= mgx \qquad ....(i)$$

और $$P.E.\ at\ C = mg\,(h - x) \qquad ....(ii)$$

$$\therefore \quad K.E + P.E = mgx + mgh - mgx$$

$$= mgh \qquad ....(iii)$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि जब कभी कोई वस्तु ऊपर से गिरती है तो उसकी स्थितिज ऊर्जा का ह्रास गतिज ऊर्जा में वृद्धि के बराबर होता है और किसी स्थान पर दोनों का योग बराबर होता है। इससे ऊर्जा का यह शाश्वत नियम सिद्ध होता है कि ऊर्जा कभी नष्ट नहीं होती, केवल उसका रूप परिवर्तित होता है। उपरोक्त उदाहरण में पृथ्वी पर पहुँचने पर वस्तु की गतिज ऊर्जा का क्या होता है ? जब वस्तु पृथ्वी पर गिरती है तो आवाज उत्पन्न होगी, कभी-कभी प्रकाश की चमक भी उत्पन्न हो सकती है। पृथ्वी के ऊपर की परतें टूट कर इधर उधर बिखर सकती हैं। वस्तु पुनः उछल सकती है। वस्तु पृथ्वी के अन्दर प्रतिरोध को पार कर जा सकती है। इस प्रकार वस्तु की ऊर्जा भिन्न-भिन्न रूपों में परिवर्तित हो जाती है। नदी में तथा जलाशय में ऊंचाई पर भरे हुए पानी की स्थितिज ऊर्जा नीचे गिरने पर गतिज ऊर्जा में परिणित हो जाती है। यह गतिज ऊर्जा बड़े-बड़े पहियों को चलाती है। पहियों की यह गतिज ऊर्जा विद्युत ऊर्जा में बदली जाती है। यह विद्युत ऊर्जा तारों द्वारा दूर शहरों में ले जाई जाकर रेलें चलाने, मशीनें चलाने, पंखे चलाने, बल्ब जलाने तथा विद्युत सिगड़ी जलाने में काम आती है और वहां यह पुनः भिन्न वस्तुओं की गतिज ऊर्जा, स्थितिज ऊर्जा, प्रकाश और ऊष्मा के रूप में परिणित हो जाती है। इसी प्रकार वर्षों के बाद ऊर्जा के कारण दवे हुए पेड़ पौधे वनस्पति कोयले में परिणित हो जाते हैं। यह ऊर्जा कोयले में रासायनिक ऊर्जा के रूप में रहती है। यही कोयला जल कर इस ऊर्जा को ऊष्मा में बदल देता है जिससे वाष्प बना कर बड़े-बड़े रेल आदि के इंजन चलते हैं। इस प्रकार हम देखते हैं कि संसार में ऊर्जा के रूपों में निरन्तर परिवर्तन होता रहता है परन्तु ब्रह्माण्ड में ऊर्जा की मात्रा स्थिर रहती है। इसको ऊर्जा की अविनाशिता (Law of Conservation of energy) का नियम कहते हैं।

10.10 मशीनों का उपयोग:—यदि ऊर्जा उत्पन्न नहीं की जा सकती तो मशीनों का क्या उपयोग है ? क्या ये ऊर्जा उत्पन्न नहीं करती ? साधारणतया हमें यह लगता है कि रेल के इंजन, विद्युत के डायनेमो, ये सब ऊर्जा के स्रोत हैं। वास्तव में ये ऊर्जा के स्रोत नहीं हैं। ऊर्जा पहले से विद्यमान होती है, कोयले या तेल में, रासायनिक ऊर्जा के रूप में तथा गिरते हुए पानी में स्थितिज ऊर्जा के रूप में। हम इसी रूप में ऊर्जा का हमारे लिये लाभदायक उपयोग नहीं कर सकते। मशीनों की सहायता से हम ऊर्जा का यह रूप बदल कर ऐसे रूप में ले आते हैं जिससे हमारी रेलें चल सकती हैं, पंखे चल सकते हैं आदि आदि। इन सब मशीनों में हम कुछ ऊर्जा देते हैं और कुछ इनसे प्राप्त करते हैं। यदि मशीनों में घर्षण आदि के किसी प्रकार के दोष न हों तो अधिक से अधिक हम उतनी ही ऊर्जा मशीन से प्राप्त कर सकते हैं जितनी हम उसे देते हैं। ऐसी मशीन को

कुशलता शत प्रतिशत होती है। व्यवहार में प्रत्येक मशीन में घर्षण आदि क्रियाओं में ऊर्जा का ह्रास होता है और हमें प्राप्त लाभदायक ऊर्जा की मात्रा दी गई ऊर्जा की मात्रा से कम रहती है। साधारण भाप इंजन की कुशलता 15% होती है। मोटर के तेल इंजनों की कुशलता 30 से 40% तक होती है। सादी कारनोट के अनुसार शत प्रति शत कुशलता की मशीन बनाना असम्भव है।

10.11 ऊर्जा का क्षय (Dissipation of energy):—हम बता चुके हैं कि मशीनों में घर्षण आदि से ऊर्जा का ह्रास होता है। इस ह्रास से हमारा क्या आशय है? क्या ऊर्जा नष्ट हो जाती है? नहीं। इसको समझने के लिये हमें लाभदायक कार्य और उष्मा के रूप में प्रस्तुत ऊर्जा के बीच के अदल बदल का अध्ययन करना होगा। उष्मा से हम कार्य कर सकते हैं और कार्य से हम उष्मा प्राप्त कर सकते हैं। जूल के नियमानुसार ऐसी स्थिति में W/H हमेशा एक स्थिरांक होता है। इसे जूल का स्थिरांक J कहते हैं। जहाँ तक अविनाशिता के नियम का प्रश्न है इस प्रकार के परिवर्तन में ऊर्जा का मान स्थिर रहेगा। परन्तु जहाँ तक हमारे उपयोग का प्रश्न है यह स्थिति नहीं है। आप आगे जाकर पढ़ेंगे कि जहाँ हम कार्य की किसी मात्रा को पूरा पूरा उष्मा में बदल सकते हैं वहाँ हमें प्राप्त उष्मा की मात्रा को पूरा पूरा कार्य में नहीं बदल सकते। इस प्रकार जब भी कार्य की कोई मात्रा उष्मा के रूप में बदल जाती है तो फिर हम उसे पूरा पूरा कार्य में नहीं बदल सकते और इस प्रकार हमें प्राप्त ऊर्जा का कुछ अंश उपयोग के लिये प्राप्त नहीं हो सकेगा। संसार में दैनिक क्रिया में इस प्रकार की अप्राप्य ऊर्जा की मात्रा निरन्तर बढ़ती जा रही है और लाभदायक ऊर्जा की मात्रा कम होती जा रही है। कालान्तर में जाकर एक समय ऐसा आ सकता है जब कि सारी ऊर्जा अप्राप्य रूप में पहुँच जाय और समुद्र में प्यासे पंछी की तरह संसार चक्र समाप्त हो जाय। इसको ऊर्जा का द्वितीय नियम कहते हैं।

टिप्पणी:—जिस प्रकार ऊर्जा की अविनाशिता का नियम है, उसी प्रकार पदार्थ की अविनाशिता का भी नियम है। संसार में ये दो अंग पृथक्-पृथक् अविनाशी माने जाते थे। परन्तु वर्तमान गवेषणाओं ने ये नियम दोष पूर्ण सिद्ध कर दिये। वर्तमान स्थिति में पदार्थ को ऊर्जा में बदला जा सकता है जैसा कि परमाणु बम आदि में होता है और साथ ही ऊर्जा को पदार्थ में भी बदला जा सकता है। इस प्रकार हमारे शास्त्रों में वर्णित शंकर के ताण्डव से पदार्थ की उत्पत्ति का प्रमाण वैज्ञानिक रूप में प्राप्त हो जाता है। इस प्रकार का परिवर्तन विशेष परिस्थितियों में होता है परन्तु साधारण परिस्थितियों में अविनाशिता का नियम लागू होता है। इस प्रकार की विशेष परिस्थितियों में पदार्थ और ऊर्जा के योग की मात्रा स्थिर रहती है।

सख्यात्मक उदाहरण:—7. एक वस्तु जिसकी संहति 100 पौंड है 25 फीट की ऊँचाई पर रखी हुई है। उसकी स्थितिज ऊर्जा ज्ञात करो। पृथ्वी पहुँचने पर उसकी गतिज ऊर्जा क्या होगी?

स्थितिज ऊर्जा P.E. $= mgh = 100 \times 32 \times 25$ फुट पौंडल

कुशलता शत प्रतिशत होती है। व्यवहार में प्रत्येक मशीन में घर्षण आदि क्रियाओं से ऊर्जा का ह्रास होता है और हमें प्राप्त लाभदायक ऊर्जा की मात्रा दी गई ऊर्जा की मात्रा से कम रहती है। साधारण वाष्प इंजन की कुशलता 15% होती है। मोटर के तेल इञ्जनों की कुशलता 30 से 40% तक होती है। सेडी कारनोट के अनुसार शत प्रति शत कुशलता की मशीन बनाना असम्भव है।

10.11 ऊर्जा का क्षय (Dissipation of energy):—हम ऊपर लिख चुके हैं कि मशीनों में घर्षण आदि से ऊर्जा का ह्रास होता है। इस ह्रास से हमारा क्या आशय है ? क्या ऊर्जा नष्ट हो जाती है ? नहीं। इसको समझने के लिये हमें लाभदायक कार्य और उष्मा के रूप में प्रस्तुत ऊर्जा के बीच के अदल बदल का अध्ययन करना होगा। उष्मा से हम कार्य कर सकते हैं और कार्य से हम उष्मा प्राप्त कर सकते हैं। जूल के नियमानुसार ऐसी स्थिति में W/H हमेशा एक स्थिरांक होता है। इसे जूल का स्थिरांक कहते हैं। जहां तक अविनाशिता के नियम का प्रश्न है इस प्रकार के परिवर्तन में [illegible] का मान स्थिर रहेगा। परन्तु जहां तक हमारे उपयोग का प्रश्न है यह स्थिति नहीं आप आगे जाकर पढ़ेंगे कि जहां हम कार्य की किसी मात्रा को पूरा पूरा उष्मा में [illegible] सकते हैं वहां हमें प्राप्त उष्मा की मात्रा को पूरा पूरा कार्य में नहीं बदल सकते [illegible] प्रकार जब भी कार्य की कोई मात्रा उष्मा के रूप में बदल जाती है तो [illegible] पूरा पूरा कार्य में नहीं बदल सकते और इस प्रकार हमें प्राप्त ऊर्जा का कुछ [illegible] योग के लिये प्राप्त नहीं हो सकेगा। संसार में दैनिक क्रिया में इस प्रकार ऊर्जा की मात्रा निरन्तर बढ़ती जा रही है और लाभदायक ऊर्जा की मा[illegible] जा रही है। कालान्तर में जाकर एक समय ऐसा आ सकता है जब कि सारे [illegible] रूप में पहुँच जाय और समुद्र में प्यासे पंछी की तरह संसार चक्र समाप्त [illegible] ऊर्जा का द्वितीय नियम कहते हैं।

टिप्पणी :—जिस प्रकार ऊर्जा की अविनाशिता का नियम [illegible]

अध्याय 11

न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का नियम

(Law of Gravitation)

11. 1. प्रस्तावना:—वैज्ञानिक केप्लर के ग्रह-ज्ञान से कौन परिचित नहीं है ? उसने ग्रह किस प्रकार सूर्य के चारों ओर चक्कर लगाते हैं, उनका चक्र कैसा व क्यों होता है, इसके बारे में नियम बनाए। इन नियमों को समझने के प्रयत्न में सर इसाक न्यूटन ने सन् १६८७ में अपने गुरुत्वाकर्षण के नियमों की स्थापना की। ऐसा कहा जाता है कि एक बार एक पेड़ से सेव को गिरते हुए देख कर इस नियम के बारे में उन्हें स्फूर्ति हुई थी।

11.2. न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण नियम (Newton's law of Gravitation):—न्यूटन के इस नियम के अनुसार संसार में पदार्थ का प्रत्येक कण दूसरे कण को अपनी ओर आकर्षित करता है। यह आकर्षण बल कणों की संहति व उनकी आपस की दूरी पर निर्भर करता है।

न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम के अनुसार दो कणों के बीच का आकर्षण बल

(i) कणों की संहति के गुणाकार के समानुपाती (Proportional) होता है।

(ii) कणों की दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती (Inversely proportional) होता है।

चित्र 11.1

इस प्रकार यदि कणों की संहति क्रमशः m_1 व m_2 है व उनके बीच की दूरी d है, तो उन कणों के बीच का आकर्षण बल, जिसे गुरुत्वाकर्षण बल (F) कहते हैं, प्रथम नियम के अनुसार,

$$F \propto m_1 \times m_2.$$

व दूसरे नियम के अनुसार $F \propto \frac{1}{d^2}$

इन दोनों को मिलाने पर $F \propto \frac{m_1 . m_2}{d^2}$

या
$$F = G \; \frac{m_1 . m_2}{d^2} \quad .... \quad (1)$$

यहाँ G एक स्थिरांक है, जिसे न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का सार्वत्रिक स्थिरांक (Newton's universal Gravitational constant) कहते हैं।

कणों से मिलकर वस्तु बनती है। न्यूटन का नियम, वस्तुओं पर भी लागु

होता है, और हम कहते हैं कि न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियमानुसार दो वस्तुओं के बीच का आकर्षण बल उन वस्तुओं की संहति के गुणनफल के समानुपाती होता है, व उनके गुरुत्व केन्द्र की दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होता है।

G का मान सब स्थानों पर व सब वस्तुओं के लिए एकसा होता है। वस्तु के स्वभाव धर्म की भिन्नता का इस पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

समीकरण (1) में यदि हम $m_1 = m_2 = 1$ ग्राम व $d = 1$ से. मी. मानलें तो,

$$F = G \times \frac{1 \times 1}{1} = G.$$

अतएव गुरुत्वाकर्षण का स्थिरांक G वह बल है जो दो इकाई संहति वाली वस्तुओं के बीच में होता है, जब कि इनकी दूरी इकाई हो। स. ग. स. प्रणाली में यह मान $6{\cdot}6576 \times 10^{-8}$ स. ग. स. इकाई है। प्रयोग द्वारा इस मान को वैज्ञानिक बॉइज ने सन् १८७५ ई. में निकाला था।

संख्यात्मक उदाहरण 1. दो गोले जिनका भार क्रमशः 600 और 500 कि. ग्राम है 50 से. मी. दूरी पर रखे हुए हैं। यदि G का मान $6{\cdot}6 \times 10^{-8}$ इकाई हो तो उनके बीच आकर्षण बल ज्ञात करो।

यहाँ $M_1 = 600$ कि. ग्राम $= 600 \times 1000$ ग्राम

$M_2 = 500$ कि. ग्राम $= 500 \times 1000$ ग्राम

$G = 6{\cdot}6 \times 10^{-8}$, $d = 50$ से. मी., $F = ?$

सूत्र $F = G \times \dfrac{M_1 \times M_2}{d^2}$ में राशियों का मान रखने पर,

$$F = 6{\cdot}6 \times 10^{-8} \times \frac{600 \times 1000 \times 500 \times 1000}{50 \times 50}$$

$$= \frac{6{\cdot}6 \times 10^{-8} \times 6 \times 5 \times 10^{10}}{50 \times 50}$$

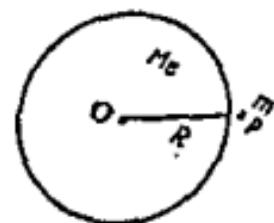
$$= \frac{6{\cdot}6 \times 6 \times 5 \times 10^2}{5 \times 5 \times 10^2} = \frac{6{\cdot}6 \times 6}{5} = \frac{6{\cdot}6 \times 1{\cdot}2}{1}$$

$= 7{\cdot}92$ डाइन

11.3. गुरुत्व (Gravity):—गुरुत्वाकर्षण शब्द का उपयोग प्रायः किसी भी दो वस्तुओं के बीच आकर्षण बल दिखाने के लिए, किया जाता है। जब कि पृथ्वी और पृथ्वी के ऊपर स्थित किसी वस्तु के बीच आकर्षण बल बताने के लिए गुरुत्व शब्द का ही प्रयोग होता है। पृथ्वी, उस पर की किसी भी वस्तु के भार की तुलना में बहुत ही बड़ी है। चित्र के अनुसार पृथ्वी की संहति यदि M_e व वस्तु की m हो तो m अत्यन्त ही छोटा कण जैसा है। अतः इन दोनों के बीच की

वक्रता त्रिज्या R के बराबर है। अतएव पृथ्वी व वस्तु के बीच आकर्षण बल अर्थात् गुरुत्व (Gravity)

M_e, O, R, m

चित्र 11.2

समीकरण (1) के अनुसार,

$$(\text{गुरुत्व})\ F = G\frac{M_e \times m}{R^2} \quad \ldots \quad (2)$$

इस गुरुत्व बल के कारण पृथ्वी वस्तु को अपने केन्द्र की ओर व वस्तु पृथ्वी को अपनी ओर खींचती है। इस बल के कारण उनमें त्वरण उत्पन्न होता है। इस त्वरण का मान संहति का प्रतिलोमानुपाती (Inversely proportional) होगा। क्योंकि पृथ्वी की संहति अत्यधिक है, अतएव उसमें उत्पन्न त्वरण बहुत कम होगा व हमें उसका भास नहीं होगा। परन्तु वस्तु की संहति कम होने के कारण इस गुरुत्व बल के प्रभाव से उसमें इतना त्वरण उत्पन्न होता है कि वह दिखाई देता है व नापा जा सकता है। पेड़ से सेब के टूटने पर उसका धरती पर गिरने का कारण यही गुरुत्व बल है। ऊपर फेंका हुआ पत्थर वापिस नीचे की ओर इसी बल के कारण आता है। कोई वस्तु हाथ से छूटने पर एकदम स्थिर स्थिति से वेग में आ नीचे गिरती है।

इस गुरुत्व बल द्वारा उत्पन्न त्वरण ही गुरुत्वजनित त्वरण (Acceleration due to Gravity) कहलाता है। इस प्रकार वस्तु के बीच आकर्षण बल अर्थात् गुरुत्व के कारण किसी वस्तु के वेग में प्रति सेकंड जो परिवर्तन होता है उसे गुरुत्वजनित त्वरण कहते हैं। इसे प्रायः g से सम्बोधित किया जाता है।

यदि m संहति वाली वस्तु में g का त्वरण हो तो वस्तु पर गुरुत्व बल,

$$F' = mg \quad \ldots \quad (3)$$

समीकरण (2) व (3) में बल F और F' एक ही हैं। अतएव,

$$F = F'$$

या $$\frac{G\,M_e \,.\, m}{R^2} = mg.$$

या $$g = \frac{G\,M_e \,.\, m}{R^2 . m} = G\frac{M_e}{R^2} \quad \ldots \quad (4)$$

यह है गुरुत्वजनित त्वरण, न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का सार्वत्रिक स्थिरांक, पृथ्वी की संहति व पृथ्वी की वक्रता त्रिज्या में सम्बन्ध।

हमें ज्ञात है कि पृथ्वी का रूप एक गोले जैसा है। अतएव इसका आयतन हुआ $\frac{4}{3}\pi R^3$ यदि घनत्व d हो तो पृथ्वी की संहति = आयतन × घनत्व

$$= \frac{4}{3}\pi R^3 \times d \text{ इसका मान}$$

समीकरण (4) में रखने पर,

$$g = \frac{G\frac{4}{3}\pi R^3 d}{R^2} = \frac{4}{3}\,G\,\pi R d$$

या $$d = \frac{3g}{4\,\pi\,GR} \quad \ldots \quad (5)$$

G व g के मान को प्रयोग द्वारा मालूम करके व R को अन्य विधि से ज्ञात करके,

समीकरण (५) की सहायता से पृथ्वी का मध्यमान घनत्व निकाला जा सकता है।

g का मान ९८० होता है, और $G = 6·65 \times 10^{-8}$ $R = 6·4 \times 10$
मीटर इन राशियों का मान उपरोक्त समीकरण में रखने पर,

$$d = \frac{3 \times 980}{4 \times 3·14 \times 6·65 \times 10^{-8} \times 6·4 \times 10^{3} \times 10^{5}}$$

$= 5·47$ ग्राम प्रति घन से. मी.

समीकरण (4) से स्पष्ट है कि गुरुत्वजनित त्वरण का मान केवल गुरुत्वा
कर्षिक स्थिरांक G, पृथ्वी की संहति M_e व त्रिज्या R पर निर्भर है। वस्तु की
(m) पर यह निर्भर नहीं करता। अतएव एक स्थान पर दो भिन्न-भिन्न वस्तुअ
गुरुत्वजनित त्वरण एकसा होगा। यदि दो वस्तुओं को, किसी ऊंचाई से नीचे गिराया
तो उनका स्वभाव व संहति भिन्न होने पर भी उनमें गुरुत्वजनित त्वरण बराबर हो
हम जानते है कि कोई वस्तु कथित दूरी को कितने समय में पार करेगी यह उसके त
पर निर्भर है। अतएव एकसी ऊंचाई से गिरने वाली वस्तुएं एक ही समय पर पृथ्वी
पहुँचेंगी। इसी सिद्धान्त का प्रतिपादन विज्ञानाचार्य 'गैलीलियो' ने पीसा नगर के झुके
गुम्बज से किया था। यह प्रत्यक्ष प्रमाण तत्कालीन धार्मिक विचारों के प्रतिकूल।
अतएव गैलीलियो को धर्म विरोधी कह कर कारागार भेज दिया गया था।

पंख व सिक्के का प्रयोग:—यदि एक किसी ऊंचाई से एक पंख व एक सि
साथ-साथ गिराये जाएं तो हम देखेंगे कि सिक्का फर्श पर पहिले गिरता है। यदि इसी प्र
को किसी ऐसे पात्र में दुहराया जाय जिसमें निर्वात (*Vacuum*) पैदा की गई हो
हम देखेंगे कि सिक्का व पंख एक साथ नीचे गिरेंगे। दोनों का एक साथ नीचे गिरने
कारण दोनों में गुरुत्व के कारण एक ही त्वरण पैदा होना है। निर्वात न होने पर वे ए
साथ क्यों नहीं गिरते ? इसका कारण यह है कि हवा ने उनके गिरने में भिन्न-भि
रुकावटें डालीं। पंख का आयतन अधिक होने के कारण उस पर हवा का घर्षण अधि
हुआ और इसलिए उसे नीचे गिरने में अधिक समय लगा।

11.4 गुरुत्वजनित त्वरण में परिवर्तन (Variation
leration due to Gravity):—यदि गुरुत्वजनित त्वरण का मान पृ
भिन्न स्थानों पर लिया जाए तो हम देखेंगे कि उसका मान पृथक पृथक आत
निम्न कारण है:—

(i) स्थान की ऊंचाई अथवा गहराई (*Altitude*):
सतह अर्थात् समुद्रतल पर g का मान होता है,

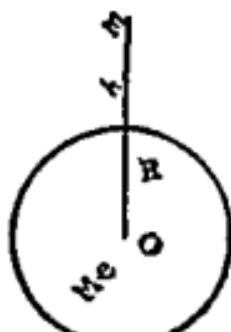
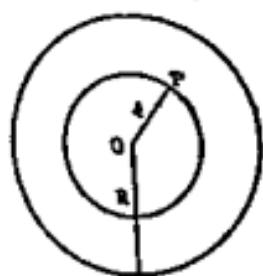
$$g = \frac{G. M_e}{R^2} \quad .... \quad (6)$$

यदि हम पहाड़ पर कोई स्थान लें तो उसकी पृथ्वी के मध्य से दूरी R न रह कर
R + h होगी। यहां h पहाड़ की ऊंचाई है। g का मान,

$$g' = \frac{G. M_e}{(R + h)^2} \quad .... \quad (7)$$

समीकरण (6) व (7) की तुलना करने से यह स्पष्ट है कि g' का मान g से कम होगा क्योंकि $(R+h)$, R से बड़ी संख्या है। अतएव गुरुत्वजनित त्वरण का मान ऊंचाई के साथ घटता है।

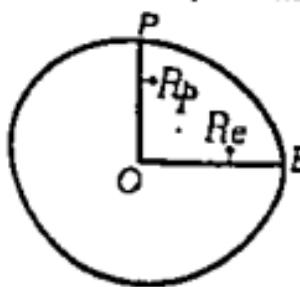
चित्र 11.3

पहाड़ के स्थान पर यदि हम किसी खदान को विचाराधीन लें तो चूंकि खदान गहरी होती है, अतः उसमें के स्थान पृथ्वी के केन्द्र के पास होंगे। इस कारण g का मान इसमें बढ़ना चाहिए। वास्तव में थोड़ी गहराई तक तो यह सत्य है (इसका कारण वहां का खनिज पदार्थ है)। परन्तु यदि यह गहराई बढ़ाते जाएं तो हम देखेंगे कि g का मान कम होने लगता है और यहां तक कि यदि हम पृथ्वी के केन्द्र पर पहुँच जाएं तो g का मान शून्य हो जायेगा। इसका कारण यह है कि जब वस्तु गहराई में होती है तो वस्तु का उससे ऊपर का भू-भाग ऊपर की ओर खींचता है। उस कारण g का मान कम होता है।

चित्र 11.4

P पर पृथ्वी का आकर्षण बल यदि g' मानलें और P के अन्दर वाले r इकाई के व्यास के गोले की संहति M' मानलें तो, $g' = \frac{G.\ M'}{r^2}$ होगा। P से बाहर वाले हिस्से का प्रभाव शून्य होगा। M' का मान घनत्व और व्यास के रूप में लिखने से,

$$g' = \frac{G.\ (\frac{4}{3}\pi r^3 d)}{r^2} = G\ (\tfrac{4}{3}\pi r d)$$

$$= \tfrac{4}{3}\pi G r d = kr \qquad [\text{ यहां } k = \tfrac{4}{3}\pi G d \text{ है }]$$

जैसे r कम होता जाता है g' कम होता जाता है। केन्द्र पर $r = O$ होगा और इसलिये g' भी O होगा।

अतएव गुरुत्वजनित त्वरण (g) पृथ्वी के अन्दर जाने पर कम होता है और केन्द्र पर शून्य। केन्द्र पर सब ओर से आकर्षण बल एकसा होता है। इस कारण परिणमित (Resultant) बल शून्य होकर g का मान शून्य हो जाता है।

चित्र 11.5

(ii) स्थान का अक्षांश (Latitude): हम जानते हैं कि पृथ्वी पूर्ण रूप से गोल नहीं है, यह विषुवत रेखा पर बाहर निकली हुई है तथा ध्रुवों की ओर कुछ चपटी है। इस कारण इसकी वक्रता त्रिज्या R का मान सब स्थानों पर एकसा नहीं है। भूमध्य रेखा पर R का मान R_e सबसे अधिक व ध्रुवों पर R_p सबसे कम होता है। अतः g का मान भूमध्य रेखा व ध्रुव पर क्रमशः g_e और g_p हो तो,

$$g_e = G\frac{M_e}{R_e^2} \quad \text{व} \quad g_p = G\frac{M_e}{R_p^2} \text{ होगा ।}$$

$$\therefore \quad \frac{g_p}{g_e} = \frac{R_e^2}{R_p^2}$$

अब चूंकि $R_e > R_p$ $\therefore$ $g_p > g_e$

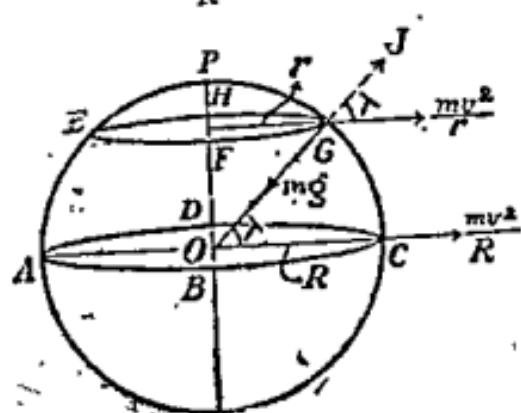
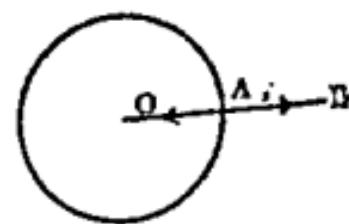
जैसे-जैसे हम भूमध्यरेखीय प्रदेशों से ध्रुवीय प्रदेशों की ओर जावेंगे g का मान बढ़ता जायगा। अर्थात्—जैसे जैसे अक्षांश बढ़ता जायगा, वैसे वैसे g का मान बढ़ता जायगा।

अक्षांश के साथ g का मान बढ़ने का एक और कारण भी है। वह है एक बल—अपकेन्द्र बल (Centrifugal force)—हम जानते हैं कि पृथ्वी अपने अक्ष पर 24 घन्टे में एक बार घूमती है। जो स्थान भूमध्य रेखा पर है उन्हें सबसे अधिक व ध्रुवीय स्थानों को सबसे कम दूरी तय करनी पड़ती। अतएव इन स्थानों के घूमने का वेग भूमध्यरेखीय प्रदेशों में सबसे अधिक होता है। जैसे-जैसे किसी स्थान का अक्षांश बढ़ता जाता है वैसे-वैसे उसका वेग कम होने लगता है। अपकेन्द्र बल इस वेग के मान पर निर्भर होता है। इस बल के कारण, वस्तुएं पृथ्वी के केन्द्र से दूर हटने का प्रयास करती हैं। फलस्वरूप अपकेन्द्र बल गुरुत्व को कम करता है। चूंकि भूमध्यरेखीय प्रदेशों पर वेग अधिक रहेगा, अपकेन्द्र बल अधिक होगा। इसलिए गुरुत्व की कमी सबसे अधिक होगी। अक्षांश के बढ़ने से वेग में कमी होगी और अपकेन्द्र बल कम होता जायगा। इस कारण गुरुत्व में कमी कम होगी।

O A B

चित्र 11.6 (a)

इस प्रकार अक्षांश बढ़ने से पृथ्वी की वक्रता त्रिज्या व अपकेन्द्र बल के कारण गुरुत्वजनित त्वरण बढ़ता है।

[जब वस्तु विषुवत रेखा पर होती है तो वह वृत्त ABCD पर घूमती है। अतएव अपकेन्द्रित बल $\frac{mv^2}{R}$ होगा। यदि हम पृथ्वी का कोणीय वेग (angular velocity) ω (ओमेगा) मानलें तो $v = R\omega$ होगा। इस प्रकार अपकेन्द्रित बल $m R \omega^2$ होगा। यद्यपि v का मान पृथ्वी के भिन्न-भिन्न स्थानों के लिये भिन्न-भिन्न है परन्तु ω का मान समान है। प्रत्येक स्थान 24 घन्टे में 2π कोण (360°) घूमेगा। मानलो इस वस्तु को G बिन्दु पर रखते हैं जहां का अक्षांश (latitude) λ है। चित्र के अनुसार λ, OG और OC के बीच का कोण है। यहां पर

चित्र 11.6 (b)

वस्तु EFGH वृत पर घूमेगी । इस वृत्त का अर्धव्यास मानलो r है । यहां अपकेन्द्रित बल $\frac{mv'^2}{r}$ अथवा $\frac{m(r\omega)^2}{r} = mr\omega^2$ होगा । यह बल चित्र मे निर्दिष्ट दिशा की ओर होगा। इसका घटक GJ की दिशा में होगा $(mr\omega^2)\cos\lambda$ इस प्रकार केन्द्र की ओर परिणमित बल होगा $mg - (mr\omega^2)\cos\lambda$ अतएव परिणमित गुरुत्वजनित त्वरण $g' = \frac{mg - mr\omega^2\cos\lambda}{m}$

$\therefore \quad g' = g - r\omega^2\cos\lambda$]

(iii) स्थानीय परिवर्तन :—किन्ही दो स्थानों की ऊंचाई व अक्षांश एक ही होने पर भी वहां की भूमि की बनावट भिन्न होने से गुरुत्वजनित त्वरण मे परिवर्तन हो सकता है। जहा लोहे, सोने इत्यादि भारी वस्तुओ की खानें हों वहां का त्वरण अन्यत्र स्थानों से अधिक होगा । इस बात के ज्ञान का उपयोग कर खदानों के अस्तित्व के बारे में जानकारी प्राप्त की जा सकती है ।

भूमध्यरेखीय प्रदेशों में समुद्रतल पर g का मान प्रायः 978 से. मी. प्र. से. प्र. से. होता है जबकि ध्रुवीय प्रदेशों में 983 से. मी. प्र. से. प्र. से. ।

11.5 वस्तु का भार (Weight) :—वस्तु की संहति के बारे में हम पहिले पढ़ ही चुके हैं। किसी वस्तु के पदार्थ की मात्रा को उस वस्तु की संहति (Mass) कहते हैं। स्थानांतर करने से संहति में कोई परिवर्तन नही होता है । जिस आकर्षण बल से पृथ्वी किसी वस्तु को अपनी ओर खीचती है उसे उस वस्तु का भार कहते हैं । यदि वस्तु की संहति m व गुरुत्वजनित त्वरण g है तो वस्तु पर आकर्षण बल होगा mg । अतः उसका भार $W = mg$ होगा । एक ही स्थान पर g का मान स्थिरांक है । अतएव $W \propto m$ अर्थात् वस्तु का भार व संहति एक दूसरे के समानुपाती (Proportional) होते हैं । जिस वस्तु की संहति अधिक है, उसका भार भी अधिक होगा । अतएव एक ही स्थान पर हम साधारण भाषा में संहति व भार में अधिक अन्तर नही करते हैं ।

चूंकि स्थानांतर से g में परिवर्तन होता है इसलिए वस्तु का भार भी स्थानांतर से g के अनुसार ही परिवर्तित होता है । इस प्रकार वस्तु की संहति व भार ये सर्वदा भिन्न भिन्न हैं। एक ही वस्तु भूमध्यरेखीय प्रदेश से ध्रुवीय प्रदेश पर ले जाने से संहति स्थिर रहने पर भी भार में वृद्धि होगी । पहाड़ व गहरी खानों में ले जाने से भार मे कमी होगी । कई बार गलती से हम भार शब्द का प्रयोग संहति के लिए कर देते हैं । जैसा कि पहले कह चुके हैं कि संहति भौतिक तुला से निकाली जाती है तथा भार कमानी तुला से ।

11.6 वस्तु की संहति व भार की इकाई :—हम पहिले पढ़ चुके हैं कि वस्तु की संहति की इकाई स.ग.स. प्रणाली में ग्राम व फ.प.स. प्रणाली में पौंड होती है । जिस आकर्षण बल से 1 ग्राम या 1 पौंड संहति वाली वस्तु पृथ्वी की ओर खिचती है उसे क्रमशः 1 ग्राम भार व 1 पौंड भार कहते हैं । इस प्रकार चूंकि—

आकर्षण बल $= W = mg$

∴ 1 ग्राम भार = 1 ग्राम × 981 से.मी. प्र.से. प्र.से. = 981 डाइन

प्राय: g = 981 से.मी. प्र.से. प्र.से.

या g = 32 फीट प्र.से. प्र.से. लेते हैं

और 1 पौंड भार = 1 पौंड × 32 फीट प्र. से. प्र. से. = 32 पौंडल

हम जानते हैं कि एक डाइन वह बल है जो 1 ग्राम की संहति वाली वस्तु में 1 से.मी. प्रति से. प्रति से. त्वरण पैदा करे व पौंडल वह बल है जो 1 पौंड संहति वाली वस्तु में 1 फुट प्र.से. प्र.से. त्वरण पैदा करे।

बल को व्यवहार में ग्राम व पौंड में नापा जाता है परन्तु जहां कहीं समीकरणों में उसका मान रखना होता है तो डाइन या पौंडल में रखा जाता है। अर्थात् 981 अथवा 32 से गुणा कर उसका मान स्थापन्न करेंगे।

11.7 भिन्न-भिन्न ग्रहों पर g तथा W का मान:—जिस प्रकार हम पृथ्वी के धरातल पर कुछ ऊंचाई से कोई वस्तु गिराते हैं तो वह पृथ्वी की ओर गिरती है, उसी प्रकार यदि हम किसी भी ग्रह पर कुछ ऊंचाई से वस्तु गिरायेंगे तो वह उस ग्रह के धरातल की ओर चलेगी। इस प्रकार उत्पन्न त्वरण का मान उस ग्रह की संहति तथा वक्रता त्रिज्या पर निर्भर करेगा। मानलो M_1, R_1, g_1, पृथ्वी की संहति, वक्रता त्रिज्या तथा पृथ्वी पर गुरुत्वजनित त्वरण है तथा M_2, R_2 और g_2 चन्द्रमा के तल पर सम्बन्धित राशियां हैं। इनका मान समीकरण 4 में रखने पर,

$$g_1 = \frac{G.M_1}{R_1^2} \quad \text{और} \quad g_2 = \frac{G.M_2}{R_2^2}$$

भाग देने पर,

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{G.M_2}{R_2^2} \times \frac{R_1^2}{G.M_1} = \frac{M_2}{M_1} \times \frac{R_1^2}{R_2^2}.$$

यदि पृथ्वी की संहति चन्द्रमा से 100 गुनी है तथा उसका अर्धव्यास 5 गुना है तो उपरोक्त समीकरण में इनका मान रखने पर,

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{5}{1}\right)^2 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

यदि g_1 को 32 मानलें तो,

$$g_2 = \frac{1}{4} \times 32 = 8 \text{ फीट प्रति से. प्रति से.}$$

अर्थात् यदि चन्द्रमा पर खड़े होकर ऊपर से कोई वस्तु गिराई जाय तो वह 8 फीट/ प्रति से. प्रति से. के त्वरण से गिरेगी।

हम जानते हैं कि यदि किसी वस्तु को u से. मी. प्र. से. के वेग से ऊपर फेंकें तो धीरे-धीरे उसका वेग कम होता जाता है। उसका वेग अन्त में एक ऊंचाई पर जाकर शून्य हो जाता है। उसके बाद, वस्तु पुन: गिरने लगती है। सबसे अधिक ऊंचाई h, [illegible] निकाल सकते हैं,

$$v^2 = u^2 + 2gs.$$

यहां $v = o, s = h, g = - g$ चूंकि g ऋणात्मक है।

अतः $o = u^2 - 2\,gh.$

$$h = \frac{u^2}{2\,g}$$

यदि एक आदमी पृथ्वी पर 5 फीट ऊंचा कूद सकता है तो चन्द्रमा पर वह 20 फीट कूदेगा।

अन्य ग्रह पर भार:—जैसा हम ऊपर देख चुके हैं भिन्न-भिन्न ग्रहों पर g का मान भिन्न-भिन्न होता है। किसी वस्तु का भार W बराबर होता है $m \times g$ के। प्रत्येक वस्तु की संहति (m) सर्वदा स्थिर रहती है, परन्तु g का मान बदलते रहने से भार भी बदलता रहता है। मानलो किसी वस्तु का भार चन्द्रमा पर W_2 है और पृथ्वी पर W_1 है तो,

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{m \times g_2}{m \times g_1} = \frac{g_2}{g_1} = \frac{1}{4}$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि जिस अनुपात में g का मान घटता या बढ़ता है उसी अनुपात में भार का अनुपात भी परिवर्तित होगा।

11.8. गुरुत्व जनित रुकावट (Gravity barrier):—जैसा ऊपर देख चुके हैं कि प्रत्येक वस्तु ऊपर फेंकने पर एक निश्चित ऊंचाई तक पहुंचने के बाद पुनः लौट आती है। जितना अधिक प्रारम्भिक वेग होगा उतनी ही अधिक उंचाई तक वस्तु जायेगी परन्तु प्रत्येक अवस्था में वो वापिस आयगी। जिस प्रकार पृथ्वी किसी वस्तु को अपने केन्द्र की ओर खींचती है उसी प्रकार चन्द्रमा भी उसी वस्तु को उसके केन्द्र की ओर खींचता है। परन्तु दूर होने के कारण उसका प्रभाव कम होता है और पृथ्वी का अत्यधिक। इसलिये वस्तु पृथ्वी की ओर आती है। परन्तु जैसे ऊंचाई बढ़ती जावेगी, पृथ्वी का खिंचाव कम होता जायेगा, और चन्द्रमा का बढ़ता जायगा। अन्त में एक बिन्दु ऐसा आयगा, जहां चन्द्रमा और पृथ्वी का खिंचाव बराबर होगा। उसे उदासीन बिन्दु कहते हैं। उससे आगे जाने पर वस्तु पर चन्द्रमा का खिंचाव अधिक होगा और वस्तु पृथ्वी पर लौटने के बजाय चन्द्रमा की तरफ बढ़ेगी तथा उसका वेग घटने के बजाय, चन्द्रमा की ओर बढ़ने लगेगा। आजकल जो चन्द्रमा आदि पर जाने के प्रयत्न हो रहे हैं उनमें यह सिद्धान्त, मुख्य रूप से कार्य करता है। यदि कोई वस्तु पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण को पार करना चाहे तो उसका प्रारम्भिक वेग 7 मील प्रति सेकन्ड अथवा 11.2 कि. मीटर प्रति. से. से अधिक होना चाहिए।

संख्यात्मक उदाहरण:—3. पृथ्वी की संहति चन्द्रमा से 100 गुनी है, तथा उसका अर्द्धव्यास 5 गुना है। चन्द्रमा की पृथ्वी से दूरी उसके अर्द्धव्यास से 60 गुनी है तो उदासीन बिन्दु की दूरी ज्ञात करो।

मानलो उदासीन बिन्दु की दूरी पृथ्वी के केन्द्र से h मील है। वहां पर पृथ्वी और चन्द्रमा दोनों के खिंचाव बराबर होंगे। अतएव—

$$\frac{G\,M_1}{h^2} = \frac{G\,M_2}{(60\,R - h)^2}$$

या $$\frac{(60\,R - h)^2}{h^2} = \frac{M_2}{M_1} = \frac{1}{100}$$

या $$\frac{60\,R - h}{h} = \frac{1}{10}$$

या $$600\,R - 10\,h = h$$

या $$11\,h = 600\,R$$

या $$h = \frac{600\,R}{11} = 54{\cdot}545\,R. \text{ लगभग}$$

यदि R का मान 4000 मील लें तो,

$$h = 218000 \text{ मील.}$$

इस बिन्दु की पृथ्वी के धरातल से ऊंचाई = 218000 − 4000
= 214000 मील लगभग

3. यदि एक वस्तु को 96 फोट प्र. से. के प्रारम्भिक वेग से ऊपर फेंका जाता है तो वह कितनी ऊंची जायेगी, तथा कितने समय में पृथ्वी पर लौट आयेगी ?

यहां $u = 96,\ f = g = -32,\ v = 0,\ s = ?,\ t = ?$

समीकरण $v = u + ft$ से

$o = 96 - 32\,t$ या $t = \frac{96}{32} = 3$ सेकंड। 3 सेकंड में वह ऊपर पहुंच जायेगी और वापिस आने में भी उसे 3 सेकंड लगेंगे। अतः वह 6 से. में लौट आयेगी।

समीकरण $v^2 = u^2 + 2\,fs$ से,

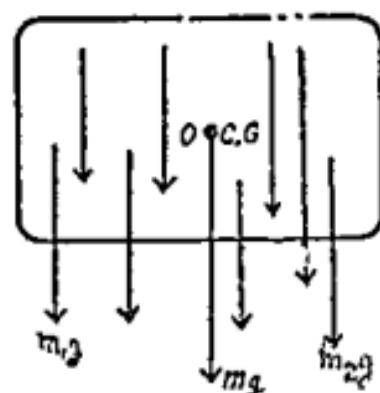
$$o = (96)^2 - 2 \times 32 \times S$$

या $$S = \frac{96 \times 96}{2 \times 32} = 144 \text{ फोट}$$

11.9. गुरुत्व केन्द्र (Centre of gravity):—हम किसी वस्तु को लें जिसकी संहति M ग्राम हो। यह वस्तु कई छोटे छोटे कणों से मिलकर बनी है। मानलो पृथक पृथक कणों की संहति m_1, m_2, m_3 आदि है। प्रत्येक कण को पृथ्वी नीचे की ओर खींचेगी। इस प्रकार सारी वस्तु पर पृथक पृथक स्थान पर पृथक पृथक बल नीचे की ओर लगेंगे। इन बलों का परिणमित (Resultant) बल वस्तु पर लगने वाला कुल बल अर्थात् वस्तु का भार होगा।

परिणमित बल $$Mg = m_1\,g + m_2\,g + m_3\,g + \cdots\cdots$$

चित्र 11.7

यह स्थान जिस स्थान पर कार्य करेगा वह वस्तु का गुरुत्व केन्द्र (Centre of Gravity) कहलाता है। इस प्रकार गुरुत्व केन्द्र (Centre of gravity) वह बिन्दु है जिस पर वस्तु का सम्पूर्ण भार कार्य करता है। यदि वस्तु को इस बिन्दु से लटकाया जाय तो वह संतुलित अवस्था में रहेगी। एक समान मोटाई की छड़ का गुरुत्व केन्द्र उसके मध्य बिन्दु पर होता है। एक गोल वस्तु का गुरुत्व केन्द्र उसके केन्द्र पर होता है।

11.10. सरल आवर्त्तगति (Simple Harmonic Motion) व गुरुत्वजनित त्वरण का मान निकालना—जब कोई वस्तु कम्पन करती है अर्थात् साम्यावस्था बिन्दु के दोनों ओर घूमती है तब एक विशेष प्रकार के कंपन को सरल आवर्त्तगति कहते हैं। इस सरल आवर्त्तगति (Simple Harmonic motion) में निम्नलिखित बातें होनी चाहिए—

(i) इसकी गति कम्पायमान (Vibratory) होनी है, अर्थात् आवर्त्ती (Periodic) होती है। वस्तु अपने साम्यावस्था बिन्दु से दोनों ओर जाती है।

(ii) गति एक सीधी रेखा में होनी चाहिए।

(iii) हमेशा वस्तु अपनी साम्यावस्था बिन्दु की ओर आकर्षित होनी चाहिए।

(iv) प्रत्यवस्थान का बल (Force of restitution) वस्तु की साम्यावस्था (Equilibrium) बिन्दु से दूरी का समानुपाती होना चाहिए।

इस गति को हम निम्नलिखित समीकरणों द्वारा व्यक्त कर सकते हैं—

$$\text{त्वरण} \propto \text{विस्थापन}$$

$\therefore$ $$\text{त्वरण} = -\omega^2 \times \text{विस्थापन}, \quad \ldots\ (1)$$

यहां ω^2 एक स्थिरांक है।

ऐसी गति का आवर्त्तकाल T हम निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त कर सकते हैं,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \ldots\ (2)$$

या $$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{प्रत्यवस्थान त्वरण व विस्थापन के बीच समानुपाती स्थिरांक}}}$$

इस सरल आवर्तगति के बारे में अधिक जानकारी आपको 'ध्वनि' के भाग में प्राप्त होगी।

जाता है, और A पर पहुंचने पर वेग शून्य हो जाता है। इसका कारण यही है कि जब लोलक इस ओर जाता है, तब उस पर प्रत्यवस्थान का बल कार्य करने लगता है। वह इसे O की ओर खींचता है। एक बार वेग शून्य होने पर, लोलक वापिस लौटता है। यह क्रिया बारम्बार दुहराई जाती है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि लोलक आवर्तन करता है। यदि कोण θ छोटा हो तो AOB एक सरल रेखा मानी जाती है। अतएव हम कह सकते हैं कि लोलक एक सरल रेखा में आवर्तन करता है। साथ ही साथ जब लोलक B स्थिति में रहता है तब प्रत्यवस्थान बल BO दिशा में और जब A स्थिति में होता है तब AO दिशा में कार्य करता है।

अर्थात् लोलक हमेशा अपनी साम्यावस्था में आने का प्रयत्न करता है। हम ऊपर बता चुके हैं कि

प्रत्यवस्थान का बल, $F = mg \sin \theta$

चूंकि θ छोटा है इसलिए $\sin \theta = \theta$,

अतएव प्रत्यवस्थान बल $F = mg\,\theta$.

अब, चूंकि त्वरण × संहति = बल

$\therefore$ त्वरण = बल/संहति

अतएव लोलक का त्वरण = प्रत्यवस्थान बल/लोलक की संहति

$$= mg\,\theta / m = g\,\theta \quad .... \quad (3)$$

और कोण θ = चाप/त्रिज्या = OB/SB

माना OB = x = लोलक का साम्यावस्था से विस्थापन है। SO = l = लोलक की कार्यकारी लम्बाई अर्थात् सहारे से भार केन्द्र तक की दूरी। अत: समीकरण (3) द्वारा लोलक का त्वरण = $g\,\theta = g.\,OB/SB = g.\,x/l = g/l.$ विस्थापन .... (4)

चूंकि एक ही स्थान पर g का मान स्थिर रहता है और एक ही लम्बाई के लिये g/l स्थिर होगा,

अतएव त्वरण $\propto$ विस्थापन

समीकरण (4) से (1) की तुलना करने पर स्थिरांक,

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि सरल लोलक की गति में सरल आवर्तगति के सब गुण विद्यमान हैं। अतएव—

$$\text{आवर्तकाल} = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{त्वरण व विस्थापन के बीच का स्थिरांक}}}$$

$$\text{या} \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad .... \quad (5)$$

अब हम समीकरण (5) की सहायता से g का मान मालूम कर सकते हैं। समीकरण (5) के द्वारा यह स्पष्ट है कि सरल लोलक का आवर्तकाल केवल उसकी

चित्र 11.10

कार्य करने वाला बिन्दु O से B पर हटता है। यदि B से SO पर B' बिन्दु पर लम्ब डाला जाय तो $OB' = h$, वह ऊंचाई है जिससे mg बल का कार्य करने वाला बिन्दु हटता है। अतएव B बिन्दु पर लोलक की स्थितिज ऊर्जा होगी mgh. B पर लोलक को स्वतन्त्र छोड़ने पर यह ऊर्जा गतिज ऊर्जा में बदलती है। O बिन्दु पर संपूर्ण ऊर्जा गतिज ऊर्जा होती है व स्थितिज (Potential) ऊर्जा शून्य हो जाती है। फिर संवेग के कारण लोलक दूसरी ओर आकर इस गतिज ऊर्जा को स्थितिज ऊर्जा में बदलता है व इस प्रकार क्रिया बारंबार दुहराती है। इस प्रकार हम देखते हैं कि कोई कारण नहीं कि लोलक का आयाम कम होकर वह अन्त में रुके। वास्तव में यह देखा जाता है कि लोलक कुछ आवर्तन कर रुक जाता है। इसका कारण यह है कि उसे हवा में घूमना पड़ता है। हवा उसकी गति में प्रतिरोध उत्पन्न करती है। अतएव कुछ ऊर्जा इस प्रतिरोध को जीतने में नष्ट होती है और इस प्रकार प्रत्येक आवर्तन में स्थितिज एवं गतिज ऊर्जा कम कम होती जाती है। वास्तव में सूत्र $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ हवा रहित स्थान में सही रहता है। परन्तु हम लोलक को छोटे चिकने गोले के रूप में लेकर उस पर प्रतिरोध कम कर उसे नगण्य कर देते हैं। हमें मालूम है कि किसी आयतन के लिए गोला सबसे कम क्षेत्रफल रखता है और इसी कारण उस पर हवा का प्रतिरोध नगण्य रहता है।

सङ्ख्यात्मक उदाहरण: 1:—यदि किसी स्थान पर 'g' का मान 981 से. मी. प्र. से². है तो सेकण्ड लोलक की लम्बाई ज्ञात करो।

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ में रखने पर, $2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{981}}$

या $4 = 4\pi^2\frac{l}{981}$

$$\therefore \quad l = \frac{981}{\pi^2} = \frac{981}{3{\cdot}14 \times 3{\cdot}14} = 99{\cdot}32 \text{ से. मी.}$$

2. एक लम्बी रस्सी से गोला लटका कर सरल लोलक बनाया जाता है। यह अपनी मध्यमान स्थिति के दोनों ओर 6° से दोलन करता है। इस क्रिया में जब यह एक तरफ की अन्तिम स्थिति से मध्य में आता है, तो उसका केन्द्र 5 सें. मी. ऊर्ध्वाधर दिशा में नीचे उतरता है। गोले का त्वरण तथा वेग ज्ञात करो, जब कि यह एक ओर अन्तिम स्थिति में हो और जब वह मध्यमान स्थिति में गुजर रहा हो।

(i) जब गोला एक ओर अन्तिम स्थिति में हो (चित्र 11.11), B पर उसका वेग शून्य होगा, तथा त्वरण अधिकतम होगा; इस दशा में त्वरण,

$a = g \sin\theta = 980 \times \sin 6^\circ$

जब θ छोटा होता है तो,

$\sin\theta = \theta$ रख सकते हैं।

परन्तु θ रेडियन में रखने पर,

$\therefore a = 980 \times \frac{6 \times 3.14}{180}$

= 102·67 से. मी. प्र. से. प्र. से.

(ii) जब गोला एक तरफ से मध्यमान स्थिति C से गुजरता है, तो उसका त्वरण तो शून्य होगा, और वेग सर्वाधिक होगा। यह सर्वाधिक वेग उतना होगा जितना कि कोई वस्तु ऊर्ध्वाधर दिशा में 5 मि. मी. गिरने से प्राप्त करे। हम जानते हैं कि इस प्रकार प्राप्त वेग

O, T, B, θ, D, A, 5 m.m., C, mg sin θ, mg, mg cos θ

चित्र 11.11

$v^2 = u^2 + 2gs$

$\therefore \quad v^2 = 0 + 2 \times 980 \times 0.5$

$\therefore \quad v = 14\sqrt{5} = 31.3$ से. मी./से.

3. ध्रुवों पर गुरुत्व का मान विषुवत रेखा के मान से, 301 : 300 के अनुपात में अधिक है। एक लोलक जो ध्रुवों पर सही है, विषुवत रेखा पर ले जाया गया। तो बताओ, एक दिन में वह कितने सेकण्ड आगे या पीछे रह जायगा।

माना कि ध्रुव पर आवर्तकाल T है, और विषुवत रेखा पर T' तथा ध्रुव पर g का मान g तथा विषुवत रेखा पर g'. तो सूत्र में मान रखने पर,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

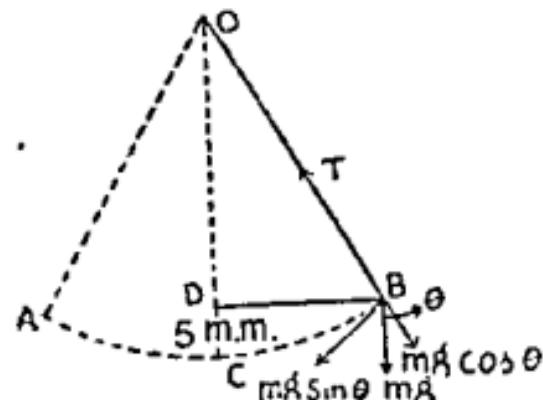
$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

विषुवत रेखा पर, एक दिन में, किये गये दोलन = N' हों तो,

$$N' = \frac{86400}{T'} \text{ इसी प्रकार } N = \frac{86400}{T}$$

चूंकि g', g से कम है, अतएव T', T से अधिक होगा। अतः N', N से कम होगा। यानी लोलक कम दोलन करेगा।

कम किये गये दोलन $= N - N' = \frac{86400}{T} - \frac{86400}{T'}$ प्रत्येक कम किये गए दोलन से लोलक T (दो) सेकण्ड पीछे रहता है,

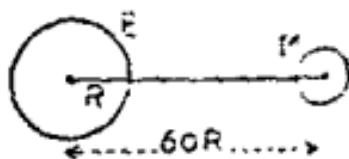
अतएव कुल घाटा, $L = \left(\frac{86400}{T} - \frac{86400}{T'}\right) = T.\ 86400\left[1 - \frac{T}{T'}\right]$

या $L = 86400 \left[1 - \sqrt{\frac{g'}{g}} \right] = 86400 \left[1 - \sqrt{\frac{300}{301}} \right]$

$= 86400 \left[1 - \left(1 - \frac{1}{301} \right)^{1/2} \right]$

$= 86400 \left[1 - 1 + \frac{1}{2 \times 301} \right]$

$= \frac{86400}{602} \times \left[\frac{1}{60} \right]$ मिनट = 2 मि. 23·52 सेकण्ड

4. चन्द्रमा का पृथ्वी की तरफ गुरुत्व जनित त्वरण ज्ञात करो। मानलो चन्द्रमा की दूरी पृथ्वी के केन्द्र से उनके (पृथ्वी के) अर्धव्यास की 60 गुना है, तथा पृथ्वी के धरातल पर गुरुत्व जनित त्वरण का मान 32.2 फी. प्र. से.² है।

मानलो पृथ्वी के धरातल पर त्वरण g_1 और उसका अर्धव्यास R_1 है। चन्द्रमा का त्वरण, g_2 है, और उसकी दूरी R_2 है। गुरुत्वाकर्षण का स्थिरांक G है, तथा पृथ्वी की संहति M_e है। तो–

चित्र 11.12

$$g_1 = \frac{G. M_e}{R_1^2} \quad \dots \quad (1)$$

और $$g_2 = \frac{G. M_e}{R_2^2} \quad \dots \quad (2)$$

(2) में (1) का भाग देने पर—

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \left(\frac{1}{60} \right)^2 \quad \dots \quad \left\{ \because \frac{R_2}{R_1} = 60 \right\}$$

$$\therefore \quad g_2 = \frac{1}{3600} \times g_1 = \frac{g_1}{3600} = \frac{32 \cdot 2}{3600}$$

$\therefore \quad g_2 = 0 \cdot 00894$ फी. प्र. से. प्र. से.

5. यदि एक सेकण्ड लोलक की लम्बाई 1 प्रतिशत से बढ़ा दी जाय तो वह एक दिन में कितने सेकण्ड पीछे रह जायगा ?

मानलो सेकण्ड लोलक की लम्बाई l से. मी. है और आवर्तकाल T = 2 से. है।

$$\therefore \quad 2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

जब उसकी लम्बाई 1 प्रतिशत से बढ़ा दी जावे तो वह l' हो जाती है,

$$\therefore \quad l' = l + \frac{1}{100} \times l = \frac{101\, l}{100}$$

$$\therefore \quad \frac{l'}{l} = \frac{101}{100} \quad (2)$$

अब मानलो आवर्तकाल T' है। अतएव

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} \qquad (3)$$

समीकरण 3 में 1 का भाग देने पर,

$$\frac{T'}{2} = \sqrt{\frac{l'}{g}} \times \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{l'}{l}}$$

$$= \sqrt{\frac{101}{100}} \quad \text{.... [समीकरण 2 से]}$$

या　$$T' = 2\left(\frac{101}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = 2\left(1 + \frac{1}{100}\right)^{\frac{1}{2}}$$

हम जानते हैं कि $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)x^2}{1 \times 2}$ ....

यदि $x << 1$ तो x^2 और x^3 का मान नगण्य हो जाता है।

अतएव $(1+x)^n = 1 + nx$

इस विधि से, $\left(1 + \frac{1}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} +$ ....

$$\therefore \quad T' = 2\left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \quad ....\right)$$

$$= 2 + \cdot01 = 2\cdot01 \text{ सेकंड }]$$

हम जानते हैं कि 24 घन्टे में 24 × 60 × 60 = 86400 सेकंड होते हैं। पहली स्थिति में लोलक N दोलन करेगा,

$$\therefore \quad N = \frac{86400}{2} \qquad \text{दूसरी बार में } N' = \frac{86400}{T'}$$

24 घन्टे में कम किये गये दोलन = N − N'

$$= 86400\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{T'}\right] = \frac{86400}{2}\left[1 - \frac{2}{T'}\right]$$

लेकिन　$$\frac{2}{T'} = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{100}\right)^{\frac{1}{2}}} = \left(1 + \frac{1}{100}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{100}$$

$$\therefore \quad N - N' = \frac{86400}{2}\left[1 - \left(1 - \frac{1}{200}\right)\right]$$

$$= \frac{86400}{2}\left[\frac{1}{200}\right]$$

$$= 216$$

प्रत्येक दोलन पीछे रहने पर वह 2 सेकंड पीछे रहता है। अतएव 24 घन्टे में वह 216 × 2 सेकंड पीछे रहेगा।

यानी $\frac{216 \times 2}{60}$ मिनट

यानी 7 मिनट 12 सेकंड

प्रश्न

1. न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण (Law of Gravitation) का नियम क्या है ? उसको समझाओ। (देखो 11.2)

2. गुरुत्वजनित त्वरण (Acceleration due to gravity) किसे कहते हैं ? यह किन-किन पर निर्भर करता है ? (देखो 11.3)

3. सिद्ध करो कि दो भिन्न संहति की वस्तुओं को एक साथ ऊपर से गिराने पर वे एक साथ ही पृथ्वी पर गिरेंगी। (देखो 11.3)

4. 'g' का मान किस प्रकार परिवर्तित होता है ? (देखो 11.4)

5. सरल आवर्त गति (Simple Harmonic Motion) किसे कहते हैं ? (देखो 11.10)

6. सिद्ध करो कि सरल लोलक की गति सरल आवर्त गति है। सरल लोलक के आवर्तकाल का सूत्र ज्ञात करो। (देखो 11.11)

संख्यात्मक प्रश्न :—

1. यदि एक वस्तु को 40 फीट प्रति सेकण्ड वेग से ऊपर फेंका जाता है तो (i) वह कितनी ऊँचाई तक जायगी व (ii) कितने समय पश्चात् वह 9 फीट की ऊँचाई पर होगी ? [उत्तर 25 फीट, $\frac{1}{4}$ और $2\frac{1}{4}$ सेकण्ड]

2. यदि एक ऊपर से गिरने वाली वस्तु अपने अन्तिम सेकण्ड में 224 सेकण्ड पार करती है तो वह कितनी ऊँचाई से गिरी है तथा उसको कितना समय लगा ?

[उत्तर 900 फीट, $7\frac{1}{2}$ सेकण्ड]

3. एक पत्थर कुएं में डाला जाता है जो 96 फीट प्रति से. के वेग से पानी पर गिरता है। उसके पानी पर गिरने की आवाज जब से पत्थर गिराया गया तब से $3\frac{9}{70}$ से. में ऊपर पहुँचती है। ध्वनि का वेग ज्ञात करो। [उत्तर 1120 फीट/से.]

4. यदि किसी सरल लोलक का आवर्तकाल 1 से. है तो उसकी लम्बाई ज्ञात करो ($g = 981$)। इसकी लम्बाई का दूसरे लोलक की लम्बाई के साथ क्या अनुपात होगा जिसका आवर्तकाल $\frac{1}{2}$ से. हो। [उत्तर 24·83 से.मी. 4:1]

5. एक सरल लोलक एक स्थान पर ($g = 980$) सेकण्ड बजाता है (आवर्तकाल 2 से.) यदि उसे ऐसे स्थान पर ले जाया जाय जहाँ 'g' का मान 695 से.मी./से.^{2} है तो उसकी लम्बाई किस प्रकार परिवर्तन करनी पड़ेगी ताकि वह सेकण्ड बजा सके। [उत्तर 29·37 से.मी. कम करनी पड़ेगी]

6. यदि दो ग्रहों का अर्धव्यास r_1 और r_2 है तथा उनका घनत्व d_1 और d_2 है तो सिद्ध करो कि उनके धरातल पर g_1 और g_2 का मान $r_1 d_1 : r_2 d_2$ के अनुपात में होगा।

7. निम्नलिखित अंकों से पृथ्वी का घनत्व ज्ञात करो :—
$G = 6.68 \times 10^{-8}$ स.ग.स. इकाई $g = 980$, $R = 6.4 \times 10^{8}$ कि. मीटर
[उत्तर 5.47 ग्राम/घ.से.मी.]

8. यदि एक सेकण्ड लोलक 24 घन्टों में 10 से. पीछे रहता है तो उसकी लबाई किस प्रकार परिवर्तित की जाय कि वह सही समय बतावे।
[0.023 से.मी. से कम करनी पड़ेगी]

9. एक हैलीकोप्टर 100 फीट प्रति से. के वेग से ऊपर चढ़ रहा है। उसकी खिड़की में से एक पत्थर ऊपर की ओर सीधा 50 फीट/से. के वेग से फेंका जाता है। वह पत्थर 10 से. में पृथ्वी पर पहुँचता है। निम्नलिखित ज्ञात करो—(अ) जिस समय पत्थर फेंका गया उस समय हैलीकोप्टर की ऊंचाई (ब) पत्थर की पृथ्वी से अधिकतम ऊंचाई (स) पत्थर का पुनः हैलीकोप्टर से मिलने का समय।
[उत्तर (अ) 100 फीट (ब) 451.6 फीट (स) 3.125 से.]

10. यदि पृथ्वी की संहति चन्द्रमा से 100 गुनी है और उसका व्यास चन्द्रमा से 5 गुना है तो दोनों पर किसी वस्तु के भार का अनुपात ज्ञात करो। [उत्तर 4:1]

11. दो पिण्ड जिनकी संहति 49 और 20 ग्राम है 80 से मी. की दूरी पर रखे हुए हैं। वे एक दूसरे को 10^{-4} ग्राम के बल से आकर्षित करते हैं। G का मान ज्ञात करो। (Raj. 1961) [उत्तर 6.4×10^{-8} स. ग. स. इकाई]

12. एक सरल लोलक का 500 दोलनों का समय बम्बई में 4 मिनट 5 सेकण्ड है और पूना में 4 मिनट 20 सेकण्ड है। तो बम्बई और पूना में गुरुत्वजनित त्वरण की मात्राओं का अनुपात ज्ञात करो। (Raj. 1960) [उत्तर 1.0031]

अध्याय 12

द्रव का दाब

(Pressure of Liquids)

12.1 प्रस्तावना:—इस अध्याय को पढ़ने से पूर्व विद्यार्थी को चाहिए कि वह अपनी पिछली कक्षाओं की सामान्य विज्ञान की पुस्तकों से इस विषय को दुहरायें। उनकी सुगमता के लिए यहां कुछ बातों को दुहराया गया है।

12.2 द्रव के गुण:—द्रव के गुणों में निम्नलिखित मुख्य हैं—

(i) द्रव का कोई रूप नहीं होता है। वह जिस पात्र में रखा जाता है, उसी का रूप धारण करता है। उदाहरणार्थ, द्रव को एक पात्र में से दूसरे पात्र में उड़ेलने से द्रव के आयतन में कोई परिवर्तन नहीं होता। किन्तु उसका रूप पात्र जैसा हो जाता है।

(ii) द्रव के टुकड़े आसानी से होते हैं।

(iii) द्रव किसी वस्तु के चलन को प्रतिरोधित करता है। यानी उनमें श्यानता (Viscosity) होती है।

(iv) द्रव में तल तनाव (Surface tension) होता है।

(v) द्रव सदैव अपना तल ढूंढते हैं।

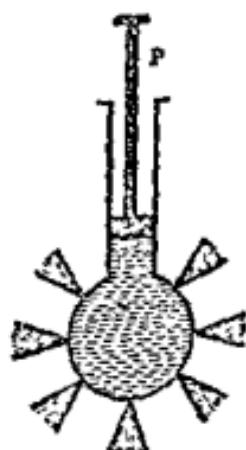
(vi) द्रव दाब (Pressure) डालते हैं।

(vii) स्थिर द्रव का धरातल क्षैतिज (Horizontal) होता है।

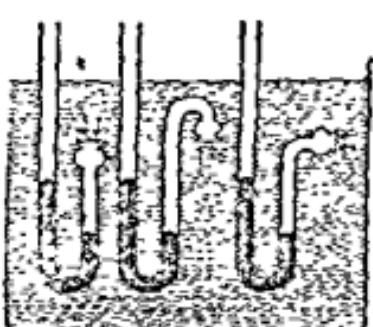
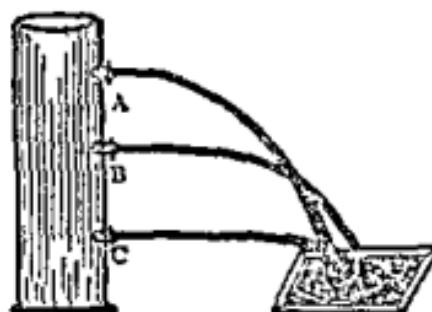
(viii) द्रव ऊंची सतह से नीची सतह की ओर बहते हैं।

(ix) द्रव वस्तुओं को उछालते (up thrust) हैं।

चित्र 12.1

12.3 द्रव का दाब:—यदि द्रव को किसी पात्र में रखा जाए तो उनकी दीवालों पर द्रव दाब डालते हैं। यह दाब पात्र की दीवालों के अभिलम्ब (Normal) दिशा में कार्य करता है। अत: यदि पात्र में कई छेद कर दिये जाएं तो द्रव प्रत्येक में से अभिलम्ब दिशा में निकलेगा। (चित्र 12.1)

यदि द्रव के भीतर कहीं भी कोई बिन्दु लिया जाय तो उस पर भी द्रव के कारण दाब पड़ता है। अतएव हम यह नहीं कहते कि द्रव पात्र की दीवारों पर दाब डालता है, किन्तु हम कहते हैं कि द्रव के प्रत्येक बिन्दु पर कुछ न कुछ दाब होता है। यह दाब किसी एक दिशा में कार्य न कर प्रत्येक दिशा में एकसा कार्य करता है।

चित्र 12.2

उपर्युक्त बातों को देखने के लिये चित्र 12.2 में बताये अनुसार कई नलियां लो, जिन

का मुंह भिन्न-भिन्न दिशाओं में खुला हो। प्रत्येक नलिका में कुछ पारा भी भरा हो। हम देखेंगे कि नली की दोनों भुजाओं में पारे की सतह का अन्तर एकसा होता है। जब तक नली का खुला मुंह एक सतह में है, तब तक पारे की ऊंचाई में अन्तर एक ही रहता है। इस प्रयोग से यह भी सिद्ध होता है कि यदि किसी द्रव मे एक ही गहराई पर कई बिन्दु लिये जांय तो प्रत्येक बिन्दु पर दाब एकसा ही होता है। यदि बिन्दु को हम एक गहराई पर न लेकर भिन्न-भिन्न गहराइयों पर लेते हैं, तो बिन्दु की गहराई के साथ उस पर का दाब क्रमशः बढ़ता जाता है। उपर्युक्त बात को देखने के लिये चित्र 12.2 में बताई हुई किसी एक नली को अधिकाधिक गहराई मे डुबाते जाओ। तुम देखोगे कि गहराई के साथ दोनों भुजाओं में पारे की सतह का अन्तर बढ़ता जाता है। दोनो भुजाओ में पारे की सतह का जितना अधिक अन्तर होगा उतना ही दाब अधिक होगा।

चित्र 12.3

सारांश में, दाब गहराई के साथ बढ़ता है। इसको चित्र 12.3 में बताया गया है। जितना छेद ऊपर है, उतना उसमें से पानी कम दूरी तक निकलता है।

(i) द्रव अपनी सम्पूर्ण मात्रा में प्रत्येक बिन्दु पर प्रत्येक दिशा में दाब डालता है।

(ii) किसी भी बिन्दु पर प्रत्येक दिशा में दाब एकसा होता है।

(*iii*) एक ही सतह पर स्थित सब बिन्दुओं पर दाब एकसा होता है।

(*iv*) द्रव का दाब गहराई के साथ बढ़ता जाता है।

12.4. द्रव के दाब का एक ही सतह पर एकसा होना किन्तु गहराई पर निर्भर रहना:-

चित्र 12.4

चित्र 12.4 के अनुसार द्रव में किसी सतह पर दो बिन्दु A और B लो। उनको मिलाते हुए किसी एक छोटे से बेलन की कल्पना करो। यह बेलन साम्यावस्था (Equilibrium) में है अर्थात् स्थिर है। यदि A पर कोई बल कार्य कर रहा है तो B पर भी उतना ही बल कार्य करेगा। यह बल यदि असमान हो तो इस काल्पनिक बेलन का अपने स्थान पर स्थिर रहना असम्भव होगा। अर्थात् द्रव A से B की ओर अथवा B से A की ओर बहेगा। अतएव इससे सिद्ध होता है कि यदि द्रव की एक ही सतह पर दो बिन्दु भिन्न भिन्न स्थानों पर लें तो उन पर दाब एकसा होता है।

चित्र 12.5 के अनुसार एक बिन्दु A को पानी की सतह पर लो व दूसरे B को किसी गहराई h पर लो। इन दोनों बिन्दुओं को जोड़ते हुए S अनुप्रस्थ-काट (Cross-section) के एक बेलन की कल्पना करो। यह बेलन स्थिर है। A बिन्दु पर वायु मण्डल का दाब P कार्य कर रहा है। हमें बिन्दु B पर दाब निकालना है। यह दाब P से अधिक होना चाहिए। हमें मालूम है कि बिन्दु B पर बेलन का भार कार्य कर रहा है। यदि B का दाब इस भार द्वारा कार्यान्वित दाब को सम्भालने में सफल न हो, तो बेलन अपने स्थान पर स्थिर नहीं रह सकेगा।

चित्र 12.5

अतः B पर का दाब, A पर के दाब से बेलन के भार द्वारा निर्मित दाब से अधिक होना चाहिए। यदि B पर का दाब P_1 है, तो—

$$P_1 - P = \text{बेलन के भार द्वारा दाब} \quad \cdots \quad (1)$$

ऐसा होने पर ही बेलन स्थिर रहेगा।

बेलन का आयतन = उसका अनुप्रस्थ-काट × ऊंचाई = $S \times h$

बेलन की संहति = उसका आयतन × द्रव का घनत्व

$= S \times h \times d$ (चित्र 12.6)

बेलन का भार = बेलन की संहति × गुरुत्व जनित त्वरण

$= S \times h \times d \times g$

बेलन का दाब = भार/अनुप्रस्थ-काट = $\frac{Shdg}{S} = hdg$.

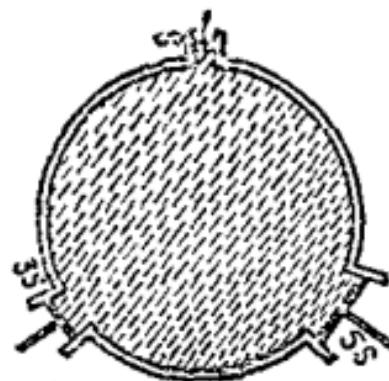
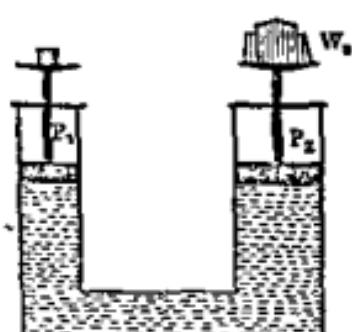
अतएव समीकरण (1) के अनुसार, $P_1 - P = hdg$

या $P_1 = hdg + P \quad \cdots \quad (2)$

इस प्रकार हम देखते हैं कि द्रव में यदि कोई बिन्दु h से. मी. गहराई पर लें, तो उस पर दाब समीकरण (2) द्वारा मालूम होता है।

चित्र 12.6

12.5. द्रव के दाब का संचारण (Transmission):- यदि द्रव के किसी बिन्दु पर दाब में परिवर्तन करें तो वह परिवर्तन प्रत्येक बिन्दु पर होगा। इस द्रव के दाब के संचारण को पास्कल का नियम कहते हैं। इस नियम के अनुसार किसी पात्र में रखे द्रव के किसी बिन्दु पर यदि दाब लगाया जाय, तो वह द्रव के प्रत्येक भाग में संचारित होगा। यह प्रत्येक भाग पर उसी मात्रा में लगेगा और हमेशा पात्र के अभिलम्ब होगा।

उदाहरणार्थ, चित्र 12.7 में बताये अनुसार एक द्रव से भरा पात्र लो जिसमें भिन्न भिन्न अनुप्रस्थ-काट की कई दराजे हैं। प्रत्येक दरा पिस्टनजें द्वारा बन्द है। यदि S अनुप्रस्थ काट वाले पिस्टन पर F बल लगाया जाय तो इस पर दाब $P = F/S$ होगा। 'पास्कल' के नियमानुसार, यह दाब द्रव के सम्पूर्ण भाग में सचरित होकर दूसरे पिस्टनो पर भी लगेगा। इन पिस्टनो को अपने स्थान पर स्थिर रखने के लिए हमें $P = F/S$ दाब ही विरुद्ध दिशा में प्रत्येक पिस्टन पर लगाना होगा। चूंकि भिन्न भिन्न पिस्टनो का काट क्षेत्र क्रमश: 3S, 5S··· इत्यादि है, अतः उन पर $P = F/S$ दाब लगाने के लिए, हमें क्रमश: $F_1 = P \times 3S = 3PS = 3F$ और $F_2 = P \times 5S = 5PS = 5F$ बल लगाना पड़ेगा। इस प्रकार हम देखते हैं कि एक पिस्टन पर लगे बल $F = PS$ के स्थान पर दूसरे पिस्टन में उसके अनुप्रस्थ-काट के अनुसार हमें $3F = 3PS$ व $5F = 5PS$ बल प्राप्त होता है।

चित्र 12.7

चित्र 12.8

यही सिद्धान्त चित्र 12.8 में दिखाये गये उपकरण द्वारा भी प्रतिपादित किया जा सकता है।

W_1 और W_2 पिस्टन P_1 और P_2 पर रखे हुए भारों का मान इस प्रकार है कि द्रव की सतह दोनों स्तम्भों में बराबर है। यदि S_1 और S_2 क्रमश: दोनों पिस्टनों के अनुप्रस्थकाट हैं, तो हम देखेंगे कि,

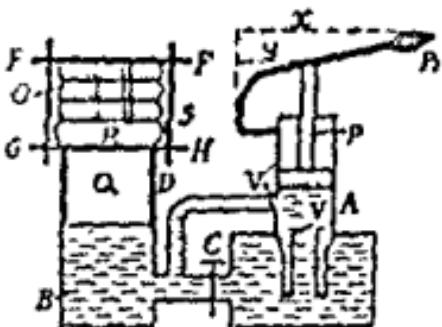
दाब $$P = \frac{W_1}{S_1} = \frac{W_2}{S_2}$$

$$\therefore \quad \frac{W_1}{W_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

इसी सिद्धान्त पर 'ब्रह्मा का प्रेस' बना है।

12.6. ब्रह्मा का प्रेस:—बनावटः—प्रेस का साधारण ढांचा (चित्र 12.9) में बताया गया है। A और B दो बेलनाकार पात्र हैं जिनमें दो पिस्टन P और Q लगे हुए हैं। B का अनुप्रस्थकाट A से कई गुना अधिक होता है। P को उत्तोलक (lever) के द्वारा ऊपर नीचे किया जाता है। Q एक सुदृढ़ ढांचे EFGH के अन्दर ऊपर नीचे सरक सकता है। Q के ऊपर के भाग पर R एक समतल प्लेटफार्म होता है जो ढांचे S के ऊपरी छत EF से सट सकता है। A और B एक पार्श्व नली द्वारा जुड़े

चित्र 12.9

होती है। इसके बीच एक वाल्व V' होता है जो द्रव को A से B की ओर जाने देता है, परन्तु B से A की ओर नहीं। A टंकी से भी एक वाल्व V द्वारा जुड़ा होता है। यह वाल्व ऊपर की ओर A में खुलता है। टंकी A और B को जोड़ने नली से एक टूंटी C द्वारा मिली रहती है। जिस वस्तु O को दबाना हो उसे Q के ऊपर के प्लेट फार्म R पर रख दिया जाता है। टंकी तथा बेलन A और B में पानी भरा रहता है।

कार्य प्रणाली:—जब P_1 को नीचे दबाया जाता है तो वाल्व V' खुल जाता है, तथा V बन्द हो जाता है। इससे कुछ पानी A से B में चला जाता है। B में पानी का दाब बढ़ने से Q ऊपर की ओर उठता है। जब P_1 को ऊपर उठाया जाता है तो A में दाब कम होता है। परन्तु वाल्व V' के बन्द हो जाने से B से पानी A की ओर नहीं आ सकता। इधर टंकी का वाल्व V खुल जाता है और पानी टंकी से A में आ जाता है। पुनः P_1 को नीचे करने पर उपरोक्त क्रिया की पुनरावृत्ति होती है। इस प्रकार हर बार Q ऊपर उठता जाता है। यहां तक कि R और EF के बीच रखी हुई वस्तु वांछित मात्रा में दबाई जा सकती है।

मानलो P_1 पर बल F_1 लगाया जाता है। यह बल P पर F_2 के बराबर होता है। मानलो P और Q का अनुप्रस्थ-काट a और β है। तथा P_1 और P की अभिलम्ब (Perpendicular) दूरी आलम्ब (Fulcrum) से क्रमशः x और y है।

अतएव उत्तोलक के नियमानुसार,

बल × अभिलम्ब दूरी = बल × अभिलम्ब दूरी

$$F_1 \times x = F_2 \times y$$

या
$$F_2 = \frac{x}{y} F_1 \quad .... \quad (1)$$

मानलो द्रव्य के दबने से Q पर F_3 के बराबर प्रतिक्रिया होती है। तो,

$$P \text{ पर दाब} = \frac{\text{बल}}{\text{काट क्षेत्र}} = \frac{F_2}{a}$$

$$Q \text{ पर दाब} = \frac{\text{बल}}{\text{काट क्षेत्र}} = \frac{F_3}{\beta}$$

चूंकि दोनों 'पास्कल' के नियम से परस्पर समान होने चाहिए इसलिए,

$$\frac{F_3}{\beta} = \frac{F_2}{a}$$

$$\therefore \quad F_3 = F_2 \; \frac{\beta}{\alpha} \quad \dots \quad (2)$$

या $\quad F_2 = F_3 \; \frac{\alpha}{\beta}$

F_2 का मान (1) में रखने पर, $F_3 = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{x}{y} \cdot F_1$

$$\therefore \quad \frac{F_3}{F_1} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{x}{y}$$

यह प्रेस द्वारा प्राप्त 'यांत्रिक लाभ' (Mechanical advantage) हुआ। इस प्रकार हम देखते हैं कि केवल F_1 बल से हमें F_3 बल प्राप्त हुआ और जो, $\frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{x}{y}$ गुना बड़ा होता है।

मानलो $\frac{x}{y} = 10$, $\frac{\beta}{\alpha} = 100$ और $F_1 = 10$ पौंड

$\therefore \quad F_3 = 10 \times 100 \times 10 = 10000$ पौंड

इस प्रकार P_1 पर लगाया गया 10 पौंड का भार वस्तु पर 10,000 पौंड का भार लगायेगा।

कई बार हमें कपास या कपास जैसे अन्य पदार्थों को एक स्थान से दूसरे स्थान पर भेजने के लिए दबा दबाकर गांठों में बनाना पड़ता है। इनका फैलाव इतना होता है कि इनको दबाने के लिए अधिक बल की आवश्यकता होती है। यह बल ऊपर समझाये अनुसार छोटे बल से प्राप्त किया जाता है। R व EF के बीच में कपास रखने से यह दब जाता है।

प्रश्न

1. दाब से तुम क्या समझते हो ? यह किस प्रकार कार्य करता है।
   (देखो 12.3)
2. प्रयोग द्वारा सिद्ध करो कि द्रव का दाब एक ही सतह पर समान रहता है तथा गहराई के साथ बढ़ता है। (देखो 12.4)
3. पास्कल के सिद्धान्त को समझाते हुये ब्रह्मा के प्रेस का वर्णन करो।
   (देखो 12.5 और 12.6)

अध्याय 13

वायु मंडल का दाब

(Atmospheric pressure)

13.1. वायु मण्डल:—पृथ्वी के चारों ओर उसे ओढ़ी हुई कम्बल जैसी हवा है। यह हवा कई गैसों जैसे आक्सीजन, नाइट्रोजन, हाइड्रोजन, वाष्प, व निष्क्रिय (inert) गैसों का मिश्रण है। इसमें नाइट्रोजन व आक्सीजन का प्राधान्य है। यह मिश्रण पृथ्वी की सतह से लेकर लगभग 200 मील ऊँचाई तक फैला हुआ है। आप अपनी पिछली कक्षा में पढ़ ही चुके हो कि हवा में भार (weight) होता है। प्रत्येक वस्तु जो भार रखती है, अपने से नीचे की वस्तु पर दाब (pressure) डालती है। उदाहरणार्थ, यदि हम अपनी हथेली पर एक पुस्तक पर दूसरी, और दूसरी पर तीसरी पुस्तक रखें, तो हम उनका हथेली पर दाब अनुभव करेंगे। इसी प्रकार चूंकि हम इस 200 मील गहरे हवा के समुद्र के नीचे रहते हैं इस कारण हवा का दाब अनुभव करते हैं।

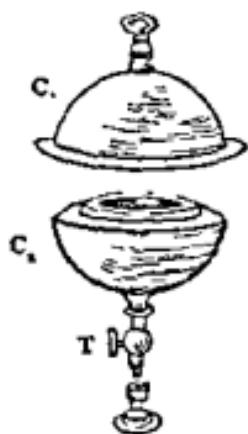
चित्र 13.1

तुम जानते ही हो कि प्रतिवर्ग इकाई क्षेत्रफल पर जितना बल या भार पड़ता है उसे दाब (Pressure) कहते हैं। अतएव वायु मंडल की हवा अपने भार के कारण प्रतिवर्ग इकाई क्षेत्रफल पर जितना बल व भार डालेगी, उसे वायु मण्डल का दाब कहते हैं। जैसे जैसे हम पृथ्वी की सतह से ऊपर उठेंगे, वैसे वैसे हमारे ऊपर की हवा कम होती जायगी, और इस कारण वायु मण्डल का दाब कम होता जायगा। वायु मण्डल की हवा को कई पेटियों में विभक्त किया गया है। यह पेटियें 13.1 में दिखाई गई हैं। प्रत्येक बिन्दु पर हवा का दाब सब ओर समान मात्रा में कार्य करता है।

13.2. वायु मण्डल के दाब का प्रदर्शन करना:—आप अपनी पिछली कक्षाओं के सामान्य विज्ञान में वायु मण्डल के दाब को प्रदर्शन करने वाले प्रयोगों को पढ़ ही चुके हैं।

पहला प्रयोग—एक कांच का गिलास लो। उसे पानी से पूरा कर उस पर एक मोटा गत्ते का कागज रखो। अब चित्र (13.2) के अनुसार गिलास को उलटो। ध्यान रहे कि हवा के बुलबुले गिलास में न रहें। तुम देखोगे कि पानी कागज को नीचे गिराने में असमर्थ है। ऐसा क्यों हुआ? पानी अपने भार के कारण, कागज को नीचे गिराना चाहता है, किन्तु हवा का दाब उसे नीचे गिरने से रोकता है।

चित्र 13.2

दूसरा प्रयोगः—(चित्र 13.3) के अनुसार द गोलार्धों । जब ये एक दूसरे से मिले रहते हैं, तब न तो बाह्य हवा अन्दर और न ही अन्दर की हवा बाहर जा सकती है । इन दो गोलार्धों को आसानी से अलग-अलग हटाया जा सकता है । परन्तु यदि निर्वात पम्प (vacuum) की सहायता से इनके अन्दर की हवा को पूर्ण रूप से निकाल दिया जाय, तो इन गोलों को अलग अलग करना कठिन हो जाता है । इस प्रकार का प्रयोग, आटोफान ग्यूरेक ने अपने सम्राट के सामने कर बताया था । दोनों तरफ से छः छः घोड़ों ने इन्हें खींचा तब जाकर कहीं ये गोले अलग अलग हुए । जब गोलों के अन्दर हवा रहती है, तब अन्दर व बाहर की हवा का दाब एक जैसा होता है, और हम गोलों को आसानी से दूर कर पाते हैं । जब इनमें निर्वात (vacuum) रहता है तब वायु मण्डल का दाब जो बाहर की तरफ से कार्य करता है, गोलों को आसानी से अलग नहीं होने देता ।

चित्र 13.3

13.3. मनुष्य का हवा के दाब से अनभिज्ञ होना —हम आगे चल कर देखेंगे कि वायुमण्डल का दाब लगभग 15 पौंड प्रति वर्ग इंच होता है । एक मनुष्य का औसत क्षेत्रफल 16 वर्ग फीट अर्थात् 2304 वर्गइंच होता है । इतने क्षेत्र पर हवा का भार लगभग 2304 × 15 पौंड अर्थात लगभग 16 टन का होता है । प्रश्न यह उठता है कि इतना अधिक भार हम पर होने पर भी, हम इस भार से क्यों अनभिज्ञ हैं ? इसका कारण यह है कि हमारे अन्दर भी हवा है, और यह हवा वायुमण्डल के दाब के विरुद्ध दिशा में कार्य करती है । इस कारण, परिणमित (resultant) बल जो शरीर पर कार्य करता है, शून्य होता है । आप अपनी पिछली कक्षा में पढ़ ही चुके हो कि जब टीन के कनस्तर में से हवा निकाल दी जाती है, तब बाहरी वायु मण्डल के दाब के कारण वह पिचक जाता है । यही दशा मनुष्य शरीर की होती यदि उसके अन्दर हवा न रहती ।

13.4. वायु मण्डल के दाब का मापः— साधारण वायु दाब मापी (Simple Barometer) :- वायुमण्डल के दाब का माप आज के वैज्ञानिक युग का एक आवश्यक अंग बन गया है । इसे नापने के लिए जिस उपकरण को काम में लाते हैं उसे वायु

चित्र 13.4

दाब मापी कहते हैं। इसे सर्वप्रथम, १६४३ ई० में गैलिलियो के शिष्य टॉरिसिली ने बनाया था।

साधारण वायु दाब मापी की बनावट व कार्य:—(देखो चित्र 13.1) *साधारण 2, 3 से. मी. व्यास वाली 100 से. मी. लम्बी काँच की नली लो। यह एक तरफ से बन्द होनी चाहिए।* इसे पूरी तरह पारे से भरो। फिर खुले मुंह पर उंगली दबा कर चित्र के अनुसार उसे एक पारे से भरे पात्र के अन्दर उल्टो। *खुला मुंह जब* पारे के अन्दर हो तभी उंगली को मुंह पर से हटाओ। तुम देखोगे कि नली के अन्दर की पारे की सतह कुछ नीचे गिर गई है। अर्थात् कुछ पारा, नली में से निकल कर पात्र *में आ जाता है। वास्तव में हम इसके विपरीत की आशा करते हैं। इस नियम के अनुसार हम* आशा करते हैं कि सारा पारा पात्र में आयगा। किन्तु उसके स्थान पर हम पारे को नली के भीतर ही स्थिर पाते हैं। ऐसा क्यों हुआ ?

जब नली ऊर्ध्वाधर है उस समय मानलो कि पात्र में के पारे की सतह (A) *से नली के पारे की सतह* B, h *से. मी. ऊंचा है। यह* h से. मी. लम्बा पारे का स्तम्भ अपने भार के कारण नीचे गिरना चाहता है, परन्तु बाहर पारे की सतह पर वायुमण्डल का दाब कार्य करता है। यह इसको सतुलित करता है।

यदि बिन्दु A की सतह पर एक बिन्दु C नली के अन्दर मानें, तो चूंकि ये दोनों *बिन्दु एक ही सतह में हैं, इसलिए द्रवों के गुण के कारण, इन पर एकसा दाब रहेगा।* A बिन्दु पर वायुमण्डल का दाब P कार्य कर रहा है और C पर कार्य कर रहा है h से. मी. लम्बे पारे के स्तम्भ का दाब।

अतएव—

वायुमंडल का दाब $P = h$ *से. मी. लम्बे पारे के स्तम्भ का दाब*⋯⋯(1)

मानलो, नली का अर्धव्यास r से. मी. है। अतएव उसका अनुप्रस्थ काट (cross-section) हुआ πr^2 वर्ग. से. मी.। h से. मी. लम्बे स्थित पारे का आयतन होगा $\pi r^2 h$ घन. से. मी.। यदि पारे का घनत्व d ग्रा. प्रति. घ. से. मी. है, तो h से. मी. पारे के स्तम्भ की संहति होगी $\pi r^2 h \times d$ ग्रा.। यदि किसी वस्तु की संहति m ग्राम हो तो उसका भार होता है mg डाईन। यहां g गुरुत्व जनित त्वरण (acceleration due to gravity) है। अतः पारे के स्तम्भ का भार होगा $\pi r^2 hdg$ डाइन। इतना भार πr^2 क्षेत्रफल पर कार्य कर रहा है।

इसलिए, C बिन्दु पर पारे के h से. मी. लम्बे स्तम्भ का दाब

$$P = \frac{\text{भार}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{\pi r^2 hdg}{\pi r^2} = hdg \text{ डाइन प्रति व. से. मी.}$$

अतः समीकरण (1) के अनुसार—

वायुमंडल का दाब $P = hdg$ डाइन प्रतिवर्ग से. मी.⋯⋯ (2)

इस प्रकार हम देखते हैं कि वायुमंडल के दाब में परिवर्तन होने से ऊंचाई h *में* भी परिवर्तन होगा। अर्थात् पारे के स्तम्भ की ऊंचाई में परिवर्तन होगा। d व g तो स्थिर राशियां हैं। इसलिए वायुमंडल के दाब को हमेशा hdg के बराबर लिखने के स्थान पर

पारे के स्तम्भ की ऊंचाई में ही बताया जाता है। जब हम कहते हैं कि समुद्रतल पर वायुमंडल का दाब पारे का 76 से. मी. है, तब हमारा अर्थ है कि वायुदाबमापी में पारे के स्तम्भ की ऊंचाई 76 से. मी. होगी, और इस कारण कुल दाब होगा :—

$P = h \times d \times g = 76 \times 13{\cdot}6 \times 981 = 1{\cdot}03 \times 10^6$ डाइन प्रति व. से. मी.। नली के ऊपर के हिस्से D में निर्वात होता है, और इसे टोरिसेली का निर्वात कहते हैं।

13.5. साधारण वायु दाब मापी पर भिन्न भिन्न बातों का प्रभाव—

(*i*) वायु दाब मापी को झुकाना:—आप जानते हैं कि दाब मापी में दाब मालूम करने के लिए पारे के स्तम्भ की ऊंचाई h पात्र के पारे की सतह से नली के पारे की सतह तक ली जाती है। यह ऊंचाई ऊर्ध्वाधर होनी चाहिए। यदि नली को झुकाया जाये तो पारा नली में ऊपर तक चढ़ जायगा, किन्तु चित्र 13.5 में बताये अनुसार उसकी ऊर्ध्वाधर ऊंचाई वही रहेगी।

(*ii*) वायुदाब मापी के टोरिसेली निर्वात के स्थान पर कुछ पानी की बूंदें अथवा ईथर की बूंदें डालना:—हम जानते हैं कि जैसे जैसे दाब कम होता जाता है, द्रव का क्वथनांक (Boiling Point) गिरता जाता है। क्योंकि नली के ऊपरी भाग में निर्वात होता है, अतएव वहां पहुंचने पर द्रव तुरन्त वाष्पित हो जायगा। जिस प्रकार हवा दाब डालती है, उसी प्रकार किसी भी द्रव की वाष्प भी दाब डालेगी। इस दाब के कारण, पारे के स्तम्भ की ऊंचाई कम हो जाती है। उस स्थान पर हवा के प्रवेश होने से भी स्तम्भ की ऊंचाई कम होगी।

चित्र 13.5

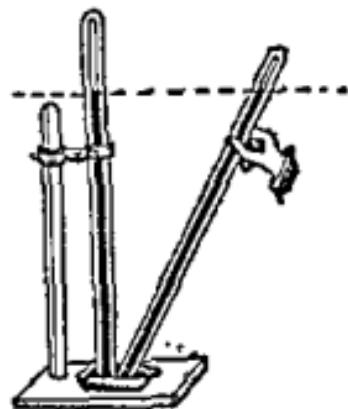
इस स्थिति में वायुमडल का दाब = पारे का दाब + अन्दर वाली हवा या वाष्प का दाब

या $P = h + P_1$

यहां P वायु मण्डल का दाब, h पारे की ऊंचाई और P_1 अन्दर वाली गैस का दाब है।

इस प्रकार के दाब मापी को त्रुटिपूर्ण (faulty) दाब मापी कहते हैं।

(*iii*) नली के ऊपरी हिस्से में छेद किया जाये:—छेद करने से टोरिसेली निर्वात नष्ट हो जायगा, और वहां पर वायुमंडल का पूरा दाब कार्य करेगा। इस कारण नली में का सारा पारा पात्र में आ जायगा। अन्दर और बाहर पारे का धरातल बराबर होगा।

(*iv*) नली के मध्य छेद किया जाए:—छेद में से होकर हवा ऊपर चली जायगी, और अन्त में पारा पूरा गिर जायगा।

(v) वायु दाब मापी को पहाड़ या खदान में ले जाने पर:—हम जानते हैं कि जैसे जैसे हम पृथ्वी की सतह से ऊपर उठते जाते हैं, वैसे वैसे वायु मंडल का दाब कम होता जाता है। साधारणतया 900 फीट की ऊंचाई पर वायु दाब मापी में पारे के स्तम्भ की ऊंचाई 1" से कम होती है। इस कारण वायु दाब मापी में पारे को पहाड़ पर ले जाने से पहाड़ की ऊंचाई के अनुसार वायु दाब मापी के स्तम्भ की ऊंचाई कम होती है। इस प्रकार वायु दाब मापी में दाब मालूम कर किसी भी स्थान की समुद्र तल से लगभग ऊंचाई ज्ञात की जाती है। इसी सिद्धान्त पर ऊंचाई मापी (Altimeter) नाम के उपकरण बने हैं, जिनका उपयोग प्रायः हवाई जहाजों में उनकी ऊंचाई ज्ञात करने के लिए किया जाता है।

यदि पारे के स्थान पर कोई अन्य द्रव दाब मापी में लिया जाय तो दाबमापी की ऊंचाई भिन्न होगी। मानलो दो भिन्न भिन्न द्रव दाब मापी की ऊंचाई h_1 और h_2 है और d_1 और d_2 क्रमशः उन द्रवों का घनत्व है जो उनमें भरे हैं। तो वायु मण्डल का दाब P होगा,

$$P = h_1 d_1 g = h_2 d_2 g$$

$$\therefore \quad h_1 = \frac{h_2 d_2}{d_1}$$

इससे हम किसी भी द्रव दाबमापी की ऊंचाई ज्ञात कर सकते हैं।

पानी के दाब की ऊंचाई:—मानलो $h_2 = 76$ से. मी. और $d_2 = 13.6$ ग्राम/घ. से. मी. है तथा d_1 = ग्राम/1 घ. से. मी. है तो,

$$h_1 = \frac{76 \times 13.6}{1} \text{ से. मी.}$$

$$= \frac{76 \times 13.6}{2.54 \times 12} \text{ फीट} = 34 \text{ फीट लगभग}$$

वायुदाब मापी को यदि खदान में लाया जाए तो वहां वायुमण्डल का दाब बढ़ने से पारे के स्तम्भ की ऊंचाई बढ़ेगी।

13.6. वायु दाब मापी के उपयोग :—

(i) आप अनुच्छेद 13.5 में पढ़ ही चुके हैं कि किस प्रकार दाब मापी की सहायता से किसी स्थान की ऊंचाई ज्ञात कर सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—यदि 900 फीट ऊपर जाने पर पारे की ऊंचाई 1 इन्च कम हो जाती है तो उस स्थान की ऊंचाई ज्ञात करो जहां दाब मापी का पाठ्यांक 26.5 इन्च है। समुद्र तल पर वायु मण्डल का दाब 30 इंच है।

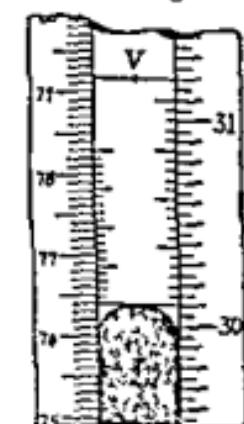
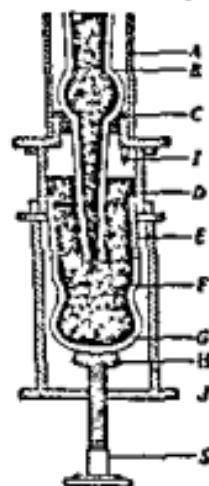
मानलो उस स्थान की ऊंचाई h फीट है।

1 इन्च = 900 फीट

(30 − 26.5) इन्च = 900 × 3.5 = 3150 फीट

(*ii*) मौसम के बारे में ज्ञान प्राप्त करना:—आजकल वर्तमान मौसम व निकट भविष्य के मौसम के बारे में ज्ञान आवश्यक हो गया है। आप प्रायः आकाशवाणी से मौसम का हाल सुनते होंगे। इतरत्र बातों की जानकारी के साथ ही साथ वायुमण्डल का दाब मालूम होना भी आवश्यक है। अकस्मात हवा के दाब का कम होना खराब मौसम का लक्षण है। अतः जब वायुदाबमापी में पारे के स्तम्भ की ऊंचाई गिरती है तब हम अनुमान लगाते हैं कि आंधी और तूफान आयेंगे और साथ ही साथ वर्षा का भी डर होगा। यदि वायुमण्डल का दाब बढ़ा हो तो यह अच्छे मौसम व निरभ्र आकाश होने को प्रदर्शित करता है। अतएव ऋतुविज्ञान की प्रयोगशाला में वायुदाब मापी के पाठ्यांक दिन भर में कई बार लिये जाते हैं।

13.7. फोर्टीन का वायुदाबमापी (Fortin's Barometer):— साधारण वायुदाब मापी को सर्व साधारण द्वारा काम में लेना कठिन है। यह कठिनाई निम्नलिखित दो बातों से होती है :

1. पैमाने का अभाव।
2. पात्र में पारे की सतह का स्थिर न होना।

जब हम किसी बाहरी पैमाने से पारे के स्तम्भ की ऊंचाई ज्ञात करना चाहते है तो पैमाने के शून्य को पारे की पात्र की सतह से मिलाना पड़ता है। यह पारे की सतह स्तम्भ की ऊंचाई में परिवर्तन होने से परिवर्तित होती रहती है। अतएव कोई पैमाना उपकरण पर स्थिर नहीं किया जा सकता। इन अभावों को दूर करने के लिए फोर्टीन नेएक वायुदाब मापी बनाया। इसके द्वारा हम सही दाब ज्ञात

चित्र 13.6

कर सकते है। इसकी बनावट साधारण वायु दाब मापी जैसी होती है। अन्तर केवल इतना होता है कि कांच की नली B चारों ओर से एक पीतल की नली A द्वारा ढकी हुई होती है। कुछ थोड़े से भाग में यह नली कटी हुई रहती है। इस किरी वाले भाग से हम नली के अन्दर पारे की सतह देखते हैं। इसी स्थान पर एक ऐसा पैमाना अंकित रहता है जिसका पाठ्यांक वर्नियर V द्वारा लिया जा सकता है। पारे

का पात्र कांच का बना होता है। किन्तु उसका पेंदा चमड़े की थैली का बना होता है। पेंच S को घुमाकर इस पेंदे को ऊपर चढ़ाया भी और उतारा या गिराया जा सकता है। इस पात्र में एक हाथी दांत का संकेतक I लगा रहता है। इसकी नोंक पीतल पर वर्नियर पैमाने का शून्य बताती है। वायुदाब मापी का पाठ्यांक लेते समय पारे की सतह इस नोंक I से स्पर्श करना चाहिये। B नली में एक मोड़ है जिस पर यह चमड़े के सेट दार नट्टे C पर टिक जाती है। D पात्र के ऊपर का हिस्सा कांच का है। E लकड़ी का हिस्सा है। G चमड़े की थैली है। H लकड़ी का गट्टा है और J पीतल का ढांचा है।

फोर्टीन दाबमापी को पढ़ना:—दाबमापी को ऊर्ध्वाधर (Vertical) करो। साधारणतया यह दीवार में इसी स्थिति में लगा रहता है। पेंच S के द्वारा पात्र के आयतन का इस प्रकार समंजन करो कि पारे की सतह P से स्पर्श करे। इस प्रकार हम पारे की सतह को स्थिर रखने में समर्थ होते हैं। अब बाहर बायें में लगे पेंच को घुमाकर वर्नियर पैमाने को इस प्रकार स्थिर करो कि उसकी नीचे की किनार पारे के ऊपरी उत्तल सतह से मिल जाय। वर्नियर के शून्यांक का पाठ्यांक पैमाने पर पढ़ो। यह जो पाठ्यांक बतलायेगा, वही पारे की ऊंचाई होगी।

यदि पात्र में अधिक पारा गया है तो पेंच S द्वारा पेंदे को नीचा कर पात्र का आयतन बढ़ाओ जिससे पारा P नोंक को छुए। इस प्रकार समंजन कर हम वायु दाबमापी को तुरन्त पढ़ सकते हैं। यह ध्यान रखने योग्य है कि दीवार में यह दाबमापी टांगते समय इसे अच्छी तरह ऊर्ध्वाधर (Vertical) रखना चाहिये।

वर्नियर पैमाने की सहायता से पारे की सतह को पढ़ते समय आंख को क्षैतिज (Horizontal) क्षैतिज अवस्था में रखकर पारे की उत्तल (Convex) तल के उच्चतम सतह को पढ़ना चाहिए।

फ़ोर्टीन दाबमापी के दोष:—यह दाबमापी भौतिक विज्ञान में सही सही दाब निकालने के लिए अच्छा उपकरण है। किन्तु इसे हमेशा ऊर्ध्वाधर अवस्था में रखना पड़ता है। साथ ही साथ यह अति भारी होता है। इसलिए इसके स्थानान्तर करने में कठिनाई होती है। साथ ही साथ गुब्बारे अथवा जहाज जैसे वाहनों में इसका रखना असम्भव है, चूंकि वे बहुत ही हिलते डुलते हैं।

चित्र 13.8

13.8 निर्द्रव वायुदाब मापी (Aneroid Barometer):—फोर्टीन दाब मापी के दोषों को देखकर एक अलग तरह के वायु दाब मापी का निर्माण किया जाता है। इसमें कोई द्रव काम में नहीं आता है। अतएव

इसे निर्द्रव वायुदाब मापी कहते हैं। चित्र 13.9 देखो। यह निर्द्रव वायुदाब मापी है। यह एक धातु के बेलनाकार डिब्बे जैसा होता है। इस डिब्बे में से मनोवांछित हवा निकाल कर निर्वात कर दिया जाता है और इसे एक लचकदार धातु के ढक्कन से बन्द कर दिया जाता है। यह ढक्कन लहरीदार (Corrugated) होता है, जिससे इसकी लचक बढ़ती है। वायुदाब के घटने बढ़ने से यह ढक्कन कम या अधिक दबता है। इस दबने की गति को उत्तोलकों की सहायता से बढ़ा कर (ये उत्तोलक व कमानी इत्यादि इसी

चित्र 13.9

बेलनाकार बक्स के अन्दर रहते हैं, एक संकेतक P द्वारा विशिष्ट वृत्ताकार पैमाने S पर बताया जाता है। इस पैमाने का अंशांकन फ़ोर्टीन दाबमापी की सहायता से किया जाता है। इससे हम संकेतक की स्थिति पढ़ कर दाब मालूम कर सकते हैं।

यह दाबमापी छोटा व हलका होता है, और किसी भी स्थिति में दाब पढ़ सकता है। इससे आने वाले पाठ्यांक बिल्कुल सही मान नहीं बताते किन्तु साधारण काम के योग्य होते हैं।

प्रश्न

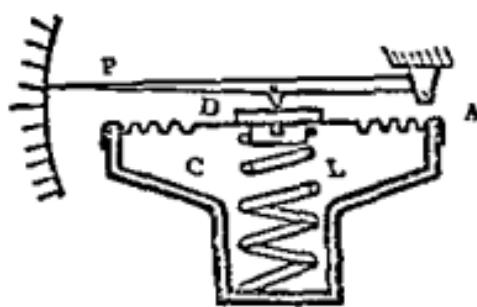
1. वायुमण्डल के दाब से क्या समझते हो ? समुद्रतल पर दाब पारे का 76 से. मी. होता है, इससे क्या आशय है ? (देखो 13.1, 13.4)

2. वायु मण्डल के दाब को कैसे बताओगे ? मनुष्य इससे अनभिज्ञ क्यों होता है ? (13.2, 13.3)

3. वायुदाब मापी किसे कहते हैं ? उसके सिद्धान्त को समझाओ। (देखो 13.4)

4. वायुदाब मापी पर निम्न बातों का क्या असर पड़ता है ? समझाओ— (*i*) झुकाने से (*ii*) कुछ पानी की बूंदें डालने से (*iii*) भिन्न भिन्न स्थानों पर छेद करने से (*iv*) भिन्न भिन्न ऊंचाइयों पर ले जाने से। (देखो 13.5)

5. फ़ोर्टीन वायुदाब मापी का वर्णन करो, व उसके गुण-दोषों की चर्चा करो। (देखो 13.6)

6. निर्द्रव वायुदाब मापी के बारे में क्या जानते हो ? इसका किन कामों में उपयोग किया जाता है ? (देखो 13 8)

अध्याय 14

बॉयल का नियम

(Boyle's Law)

14.1 प्रस्तावना :—आप गैसों के गुण से परिचित है ही। इनका न तो कोई आकार रहता है और न ही कोई रूप। इन्हें जिस पात्र में रखते है, उसका आकार व रूप ग्रहण कर लेता है। अतएव हम कहते है कि गैस अत्यन्त प्रसारित होने वाले पदार्थ है। किसी ठोस या द्रव पदार्थ पर यदि हम बाहर से दाब डालते है तो उनमें इतना कम परिवर्तन होता है कि उसे नगण्य माना जा सकता है। किन्तु गैस पदार्थ में यह सच नहीं है। दाब का इसके आयतन पर बहुत प्रभाव है। सर्वप्रथम वैज्ञानिक रॉबर्ट बॉयल ने दाब का आयतन पर प्रभाव का अध्ययन किया।

14.2 बॉयल का नियम :—यह नियम किसी निश्चित ताप पर एक संहति वाले गैस के दाब व आयतन में सम्बन्ध बताता है। इसके अनुसार किसी निश्चित ताप पर किसी निश्चित संहति वाले गैस का दाब (P) इसके आयतन (V) का प्रतिलोमानुपाती होता है। अर्थात्

$$P \propto \frac{1}{V} \quad .... \quad (1)$$

या

$$P = K\frac{1}{V}$$

यहां K एक स्थिरांक है, जिसे समानुपातिता स्थिरांक कहते हैं।

या

$$PV = K \quad .... \quad (2)$$

अतएव बॉयल के नियम के अनुसार एक निश्चित संहति वाले गैस का किसी ताप पर उसके दाब व आयतन का गुणनफल स्थिरांक होता है।

उदाहरणार्थ मानलो गैस की संहति m ग्राम है व ताप $t°c$ है। मानलो उसर दाब P डाइन प्रति व. से. मी. व आयतन V घ. से. मी. है। अतएव गुणनफल हुए PV/ यदि दाब बढ़ कर दुगुना (2P) हो जाये, तो आयतन आधा (V/2) होगा और गुणनफल $2P \times V/2 = PV$ होगा। इसी प्रकार यदि दाब P/3 हो तो आयतन 3V हो और गुणनफल $3P \times V/3 = PV$ होगा। यदि ताप में परिवर्तन हो तो P व V व गुणनफल एकसा न आएगा। मानलो ताप $t°c$ ही हो किन्तु यदि संहति m ग्राम के स्था पर $2m$ ग्राम हो तो गुणनफल PV न आकर हमेशा 2PV आयगा। इस प्रकार ह देखते हैं कि P और V का गुणनफल गैस की संहति पर भी निर्भर है।

14.3 बॉयल के नियम का दूसरा रूप :—हम जानते हैं कि $PV = K$. किसी ताप $t°$ से. ग्रे. पर यदि गैस की संहति m ग्राम व घनत्व d ग्राम प्रति घ. से. मी. हो तो,

$$V = \frac{m}{d}$$

$$\therefore \quad P \times \frac{m}{d} = K$$

या

$$\frac{P}{d} = \frac{K}{m} = K'$$

यहां चूंकि गैस की संहति नियत है, अतएव $K/m = K'$/यहां K' एक दूसरा स्थिरांक है। अतएव हम कहते हैं कि बॉयल के नियमानुसार किसी निश्चित ताप पर एक संहति वाले गैस के दाब P व घनत्व d का अनुपात हमेशा स्थिरांक है।

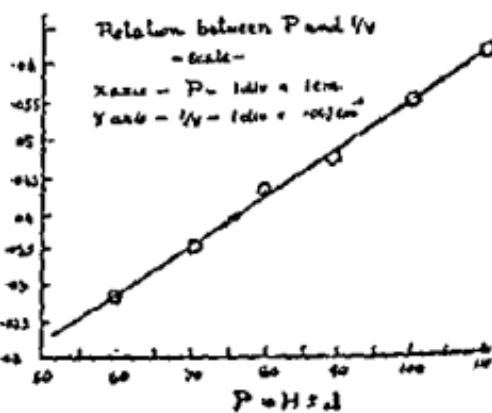
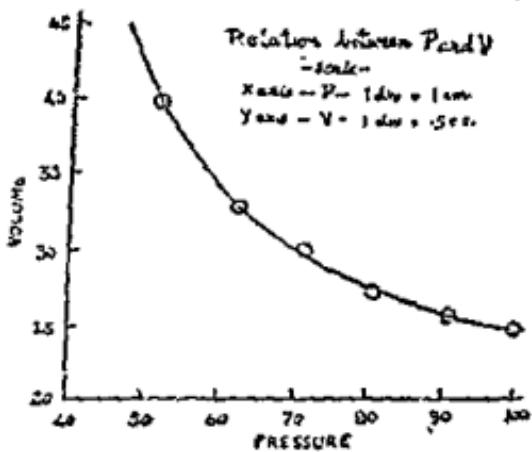
14.4 बॉयल के नियम का सत्यापन:

उपकरण :—इस उपकरण को चित्र में देखो। एक क्षैतिज लकड़ी की पट्टिका तीन पेचों पर स्थित रहती है। मध्य में ऊर्ध्वाधर स्थिति में एक दूसरी पट्टिका लगी रहती है। इस पर मध्य में एक पैमाना अंकित है। AB एक कांच की नली है। इस का काट क्षेत्र सब जगह एकसा होता है। प्रायः इसका अंशांकन घ. से. में होता है। EF भी एक कांच की नली है। इन दोनों को एक लम्बी रबड़ की दाब नली द्वारा जोड़ा जाता है। रबड़ की नली और कुछ AB व EF का भाग पारे से भरा होता है। या तो AB का ऊपर का मुंह बन्द होता है या उसमें टोंटी द्वारा एक कीप लगी रहती है।

चित्र 14.1

विधि :—(अधिक ज्ञान के लिए "प्रायोगिक भौतिकी" लेखकों द्वारा देखो) पेचों द्वारा पट्टिका को क्षैतिज किया जाता है, जिससे दूसरी पट्टिका ऊर्ध्वाधर रहे। यदि कीप लगी हुई नहीं हो तो AB के खाली स्थान में हवा या गैस रहती है अन्यथा कीप को कैल्सियम क्लोराइड ($CaCl_2$) या फास्फोरस पेन्टाक्साइड (P_2O_5) से भरो व टोंटी खुली छोड़कर EF नली को ऊपर नीचे खिसकाओ। EF को ऊपर नीचे करने से नली C में का पारा, ऊपर और नीचे उठेगा और गिरेगा। साथ-साथ उसमें की हवा बाहर जायगी और बाहर की हवा $CaCl_2$ या P_2O_5 में होती हुई अन्दर आयगी। इस प्रकार करने से हवा का पानी $CaCl_2$ या P_2O_5 सोख लेता है और AB में शुष्क हवा ही रहती है।

अब टोंटी को बन्द कर दो। उपकरण कार्य करने के लिए योग्य हो गया है। एक निश्चित संहति की गैस AB में आ गई है। तापमापी से कमरे का ताप मालूम करो। पारे की स्थिति C में पढ़ लो। यह सीधे गैस का आयतन V देगा। यदि नली का अंशांकन घ. से. मी. में नहीं हो तो नली C के ऊपर के बन्द मुंह की स्थिति B व AB में पारे की स्थिति पढ़ो। चूंकि नली का काटक्षेत्र (πr^2) एक समान है, इसलिये दूरी BC गैस के आयतन की समानुपाती होगी। यहां AB में पारे की स्थिति C है।

चित्र 14.2 व चित्र 14.3

शुरू करने के लिये EF में पारे की स्थिति D पढ़ो और अन्तर करो। फोर्टीन के दाबमापी से वायुमण्डल का दाब मालूम करो। H से. मी. है। इस कारण गैस का दाब होगा H + h से. मी.। ... पारे की स्थिति D में C से ऊपर हो। यदि D में पारे की

स्थिति C से नीचे हो तो h को H में से घटाना पड़ेगा। इस प्रकार V = BC और P = H ± h को ज्ञात कर PV का गुणनफल ज्ञात करो।

दूसरा पाठ्यांक लेने के लिये, EF को नीचे खिसकाओ व V और P को ज्ञात करते जाओ। आप देखोगे कि हमेशा P और V गुणनफल एकसा ही आयेगा।

इस प्रकार हम बॉयल के नियम का सत्यापन करते हैं। यदि P और 1/V में एक रेखाचित्र खींचें तो वह सीधी रेखा आयेगा। देखो चित्र 14.2। P और V में रेखाचित्र वक्र होगा। देखो चित्र 14.3।

14.5 कुछ ध्यान देने योग्य बातें :—

(1) यदि तुम्हारी प्रयोगशाला में एक से अधिक उपकरण हैं तो एक ही दिन में यह एक ही ताप पर काम करने पर भी P और V का गुणनफल एकसा नहीं आयगा। इसका कारण यह है कि प्रत्येक उपकरण में गैस की संहृति भिन्न-भिन्न हो सकती है।

(2) चूंकि दाब ऊर्ध्वाधर ऊंचाई का समानुपाती होता है, इसलिये उपकरण A की पट्टिका को क्षैतिज करना आवश्यक है, जिससे AB को ऊर्ध्वाधर मान लिया जाये।

(3) गैस का शुष्क होना आवश्यक है। नहीं तो कम आयतन करने पर उसका संतृप्त होकर संघनित होने का डर है। ऐसा होने से बॉयल का नियम सिद्ध न हो सकेगा। असंतृप्त वाष्प बॉयल के नियम को मानती है, किन्तु संतृप्त नहीं।

(4) गैस का वास्तविक दाब डाइन प्रति से. मी. और आयतन घ. से. मी. में न ज्ञात करके उनके समानुपाती ऊंचाइयों में ज्ञात करते हैं। हम वास्तविक गुणनफल ज्ञात न कर, केवल गुणनफल स्थिर रहता है, यह बताना चाहते हैं।

(5) ऊपर के प्रयोग से बायल के नियम को मान कर हम वायुमण्डलीय दाब P निकाल सकते हैं। (देखो प्रायोगिक भौतिकी)

संख्यात्मक उदाहरण 1:—जब हम कहते हैं कि वायुमण्डल का दाब 76 से. मी. है तो इससे हमारा क्या आशय है ? इसको परम इकाई में किस प्रकार व्यक्त करोगे ? यदि दाबमापी में ग्लिसरीन (आ.घ. 1·26) भरा जाय तो उसका पाठ्यांक क्या होगा ? पानी के दाबमापी की क्या ऊंचाई होगी ?

जब हम कहते हैं कि वायुमण्डल का दबाव 76 से. मी. है तो हमारा आशय यह है कि वायुमण्डल का दाब उतना ही है जितना कि एक पारे के स्तम्भ का जिसकी ऊंचाई 76 से. मी. हो। हम जानते हैं कि 76 से. मी. लम्बे पारे के स्तम्भ का दाब P,

$= \text{H}.\ d.\ g = 76 \times 13{\cdot}6 \times 980$ डाइन प्रति वर्ग से. मी.

$= 1{\cdot}01 \times 10^{6}$ डाइन प्रति वर्ग से. मी.

मानलो ग्लिसरीन की ऊंचाई x से. मी. है, तो

$$P = x \times 1{\cdot}26 \times 980 = 76 \times 13{\cdot}6 \times 980$$

$$\therefore \quad x = \frac{76 \times 13{\cdot}6 \times 980}{1{\cdot}26 \times 980} = \frac{76 \times 13{\cdot}6}{1{\cdot}26} = 820{\cdot}3 \text{ से.मी.}$$

मानलो पानी की ऊंचाई y से. मी. है, तो

$$P = y \times 1 \times 980 = 76 \times 13.6 \times 980$$

$\therefore \quad y = \frac{76 \times 13.6}{1}$ से. मी. है $= \frac{76 \times 13.6}{2.54 \times 12}$ फीट $= 34$ फीट लगभग

इस प्रकार पानी के दाबमापी की ऊंचाई 34 फीट होगी।

2. एक बयॉल के नियम के प्रयोग में खुली हुई नली में पारे की सतह बन्द नली से 20 से.मी. ऊंचाई पर है जबकि अन्दर की बन्द हवा का आयतन 10 घ. से. मी. है। जब उसका धरातल बन्द नली से 25 से. मी. नीचे है तो अन्दर की हवा का आयतन 20 घ.से.मी. है। वायुमण्डल का दाब ज्ञात करो।

हम जानते है कि $P_1 V_1 = P_2 V_2$

यहां $P_1 = H + 20$ तथा $P_2 = H - 25$

$V_1 = 10$ घ.से.मी. तथा $V_2 = 20$ घ.से.मी.

वायुमण्डल का दाब H ज्ञात करना है।

दी हुई राशियों का मान उपरोक्त सूत्र में रखने पर,

$(H + 20)\,10 = (H - 25)\,20$

या $(H + 20)\,1 = (H - 25)\,2$

या $H + 20 = 2H - 50$

या $H = 20 + 50 = 70$ से. मी.

3. यदि एक हवा के बुलबुले का आयतन 10 गुना बढ़ जाता है जब वह किसी झील के पेंदे से ऊपर आता है तो झील की गहराई ज्ञात करो। दाबमापी की ऊंचाई 30 इंच है और बुलबुलों का ताप स्थिर रहता है।

जब हवा का बुलबुला पानी के ऊपर है तो मानलो उसका आयतन V_1 घ.से.मी. है और उसका दाब P_1 है। जब वह झील के पेंदे में जाता है तो उस पर दाब बढ़ जाता है। अब मानलो उसका दाब P_2 है और आयतन V_2 घ.से.मी. है। यदि झील की गहराई h फीट है तो,

$P_2 = P_1 + h$ फीट पानी के स्तम्भ में। दाब के P_2, P_1 और h को एक ही द्रव के स्तम्भ की ऊंचाई में होने चाहिये। चूंकि h को हम फीट में मान लेते हैं अतएव P_1 को भी पानी के स्तम्भ के रूप में परिवर्तन करलो। मानलो पानी के दाबमापी की ऊंचाई P_1 फीट हो तो,

$P_1 = 30/12 \times 13.6 \quad \therefore \quad P_1 = 34$ फीट और $P_2 = 34 + h$

अब बुलबुले की दोनों स्थितियों के लिये बोयल के नियमानुसार,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$34\,(V_1) = (34 + h)\,V_2 \quad \ldots\ (i)$

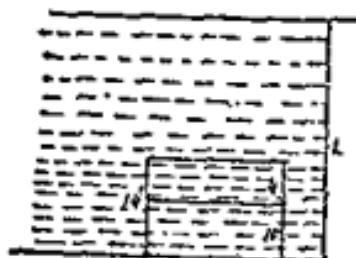
$V_1 = 10\,V_2 \quad \ldots\ (ii)$

समीकरण (i) में (ii) का मान रखने पर,

$\therefore$ $34 \times 10\ V_2 = (34 + h)\ V_2$

या $340 = 34 + h$

$\therefore$ $h = 340 - 34 = 306$ फीट

4. एक बेलनाकार (Diving bell) 14 फीट ऊंची है। यदि उसे एक झील के पेंदे पर ले जाने पर उसमें 10 फीट पानी चढ़ आता है तो झील की गहराई ज्ञात करो। यदि इस स्थिति में सब पानी बाहर निकालना हो तो पम्प का कितना दाब बनाना पड़ेगा।

चित्र 14.4

वायुमण्डल का दाब पानी के स्तम्भ में 34 फीट है। मानलो बेलन की हवा का आयतन पानी की सतह पर V_1 फु. है और दाब P_1 है। पेंदे पर ये क्रमशः V_2 और P_2 हैं।

यहां $P_1 = 34$ फीट (पानी के स्तम्भ में), $V_1 = 14 \times S$ घ. फु. (S उसके पेंदे का क्षेत्रफल है), $P_2 = (34 + h - 10)$ फीट, $V_2 = 4 \times S$ घ. फु.।

बॉयल के नियमानुसार, $P_1\ V_1 = P_2\ V_2$

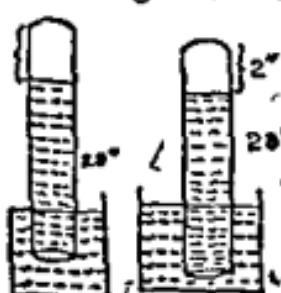
या $34 \times 14 \times S = (34 + h - 10)\ 4 \times S$

या $476 = (34 + h)\ 4$

या $24 + h = 476/4 = 119$

$h = 119 - 24 = 95$ फीट

$\therefore$ सब पानी बाहर फेंकने के लिये 95 फीट का दाब लगाना होगा।

अशुद्ध दाब मापी पर संख्यात्मक उदाहरण:—5. दाब मापी में ऊपर के स्थान में कुछ हवा है। जब पारे की ऊंचाई 29 इंच है तो ऊपर रिक्त स्थान की लम्बाई 4 इन्च है। नली को कुछ और अन्दर दबाने पर जब ऊपर का रिक्त स्थान 2 इन्च रह जाता है तो पारे की ऊंचाई 28 इंच है। यदि ऊपर के स्थान में हवा न हो तो पारे की क्या ऊंचाई होगी?

चित्र 14.5

जब दाब मापी में ऊपर के स्थान में हवा भर दी जाती है तो उसके दाब के कारण पारा कुछ नीचे गिर जाता है।

इस स्थिति में, वायुमण्डल का दाब = पारे की ऊँचाई + अन्दर की हवा का दाब

∴ अन्दर की हवा का दाब = वायुमण्डल दाब − पारे की ऊँचाई

मानलो उपरोक्त दोनों स्थितियों में अन्दर की हवा का दाब P_1 और P_2 है और वायुमण्डल का दाब H से. मी. है। तो, $P_1 = H - 29$ होगा

और $P_2 = H - 28$ होगा।

यदि नली का अनुप्रस्थ काट S मानलें तो $V_1 = S \times 4$ घ. इंच

$V_2 = S \times 2$ घ. इंच

अतएव बॉयल के नियमानुसार $P_1 V_1 = P_2 V_2$

$\therefore \quad (H - 29)\, S \times 4 = (H - 28)\, S \times 2$

या $(H - 29) \times 2 = (H - 28)$

या $2H - 58 = H - 28$

या $H = 30$ इंच

प्रश्न

1. बॉयल के नियम का उल्लेख करो और उसकी मीमांसा करो। (देखो 14·2 और 14·3)

2. बॉयल के नियम का प्रयोग द्वारा सत्यापन कैसे करोगे? (देखो 14·4)

3. इस नियम के मुख्य मुख्य आधार क्या है? (देखो 14·5)

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. एक बेलनाकार पात्र को उल्टा कर पानी में डुबोया जाता है जब तक कि उसके $\frac{1}{5}$ भाग में पानी चढ़ जाये। उसे कितना और डुबोया जाय कि उसमें $\frac{1}{3}$ भाग तक पानी चढ़ जाये। पारे का घनत्व 13·6 ग्रा. प्रति घ. से. मी. है और पारे के दाब मापी की ऊंचाई 76 से. मी. है। (उत्तर 15·504 मीटर)

2. एक दाब मापी में जिसमें पारे की ऊंचाई 76 से. मी. है वायु मण्डल के दाब पर 3 घ. से. मी. हवा भरने पर पारा 12 से. मी. नीचे गिर जाता है। यदि पारे की नली का अनुप्रस्थ-काट (cross-section) 1 वर्ग से. मी. है तो शुद्ध दाब मापी में खाली जगह की लम्बाई ज्ञात करो। (उत्तर 7 से. मी.)

3. यदि पानी को असंपीड्य (incompressible) मानलें और यह मानलें कि हवा प्रत्येक दाब पर बॉयल का नियम मानती है तो कितनी गहराई पर ले जाने से हवा के बुलबुले का घनत्व पानी के बराबर हो जायगा। साधारण दाब पर हवा का घनत्व 1·25 ग्रा. प्रति लीटर है। (उत्तर 8258·46 मीटर)

4. एक वायु दाब मापी में ऊपर के स्थान की लम्बाई 10 से. मी. है और पारे के स्तम्भ की ऊंचाई 70 से. मी. है। नली को कुछ अन्दर दबाने पर पारे की ऊंचाई 68 से. मी. हो जाती है जब ऊपरी भाग की लम्बाई 7·5 से. मी. है। वायुमण्डल का दाब ज्ञात करो। (उत्तर 76 से. मी.)

5. दो पात्र जिनमें m_1 और m_2 ग्राम गैस P_1 और P_2 दाब पर है आपस मे मिला दिये जाते है तो मिश्रण का दाब कितना होगा ? (पात्रो मे पहले गैस का घनत्व d_1 और d_2 है) $\left(\text{उत्तर } \frac{p_1 m_1 d_2 + p_2 m_2 d_1}{m_1 d_2 + m_2 d_1} \right)$

6. पानी की कितनी गहराई पर जाकर किसी हवा के बुलबुले का आयतन आधा रह जायगा ? (उत्तर 10·330 मीटर)

7. यदि हवा का एक बुलबुला पानी में 2 कि. मीटर की गहराई से ऊपर लाया जाता है तो उसका आयतन कितना गुना बढ़ जायगा ? (समुद्र के पानी का घनत्व 1·05 है और वायुमण्डल का दाब 10^6 डाइन प्रति वर्ग से. मी.) (उत्तर 205·8 : 1)

8. वायु दाबमापी में ऊपर के भाग में कुछ हवा है। पारे की ऊंचाई 28·4 इंच है और रिक्त स्थान की लम्बाई 3·05 से. मी. है। यदि नली को अन्दर दबाने पर पारे की ऊंचाई 28·14 इंच हो जाती है और रिक्त स्थान की लम्बाई 2·34 इंच, तो शुद्ध दाबमापी की ऊंचाई ज्ञात करो। (उत्तर 29 26 इंच)

9. एक पतली नली का एक ओर का सिरा बन्द है और दूसरी ओर 8 से. मी. लम्बा पारे का स्तम्भ है। नली को ऊर्ध्वाधर स्थिति मे रखा जाता है (i) खुला मुंह ऊपर और (ii) बाद में खुला मुंह नीचे। यदि इन दोनो स्थितियों मे हवा के स्तम्भ की लम्बाई 34 और 42 से. मी. है तो वायुमण्डल का दाब ज्ञात करो। (उत्तर 76 से.मी.)

10. कितने दाब पर हवा का घनत्व पानी के बराबर हो जायगा ? (हवा का घनत्व साधारण दाब पर 1·293 ग्राम प्रति लीटर है) (उत्तर 58780 से.मी. पारे का)

11. किसी स्थान पर दाबमापी का पाठ्यांक 76 से.मी. और हवा का घनत्व 1 ग्राम प्रति लीटर है। यदि हवा का घनत्व सब जगह समान मानलें तो वायुमण्डल की ऊंचाई ज्ञात करो। (पारे का घनत्व 13·6 है) (उत्तर 10340 मीटर)

12. एक बॉयल के प्रयोग में दोनो नलियो में पारे का धरातल समान ऊंचाई पर है तथा हवा का आयतन 50 घ.से.मी. है। खुली हुई नली को इतना नीचा किया जाता है कि उसमे पारे का धरातल बन्द नली से 25 से.मी. नीचे हो जाता है तो गैस का आयतन 75 घ.से.मी. हो जाता है। वायुमण्डल का दाब ज्ञात करो। (उत्तर 75 से.मी.)

13. जब दाब 760 मि.मी. है तो हवा का घनत्व 0·00129 ग्राम प्रति घ.से.मी. है। यदि दाब 538 मि.मी. हो तो घनत्व कितना होगा ?

(उत्तर 0·00091 ग्राम/घ.से.मी.)

14. एक बेलनाकार पात्र में जिसकी लम्बाई 1 मीटर और अर्धव्यास 5 से.मी. है 13 वायुमण्डल के दाब पर हवा भरी है। तो उस हवा का वायुमण्डल के दाब पर कितना आयतन होगा ? (उत्तर 102 14 लीटर)

15. दो समान संहति की गैसें क्रमशः 735 मि.मी. और 672 मि.मी. दाब पर है। तो उनके आयतन का अनुपात ज्ञात करो। (उत्तर 1·09 : 1)

16. 76 से.मी. दाब पर हवा का घनत्व 0·00129 ग्राम/प्रति घ.से.मी. है। यदि दाब 76 से.मी. से 74 से.मी. हो जाय तो 10 लीटर हवा की संहति में क्या अन्तर होगा ? (उत्तर 0·03 ग्राम)

17. 1, 2 और 3 लीटर क्षमता वाले पात्रों से हवा निकाल कर एक 500 घ.से.मी. वाले पात्र में भरदी जाती है। तो उसका दाब मालूम करो। (वायुमण्डल का दाब 76 से.मी.) (912 से.मी.)

18. एक पतली और एक समान व्यास की नली में जो कि एक सिरे पर बन्द है पारे की 5 से.मी. लम्बी एक गुटिका है। बन्द सिरे को ऊपर रखते हुए नली को जब उर्ध्वाधर रखा जाता है तो पारे की गुटिका से बन्द किये गये हवा के स्तम्भ की लम्बाई 25·6 से.मी. है। परन्तु जब नली उलट दी जाती है तो हवा के स्तम्भ की लम्बाई 22·4 से. मी. हो जाती है। तो बताओ कि हवा का दाब क्या है ? (Raj. 1963)

अध्याय 15

हवा के दाब से चलित साधन—साइफन और पम्प

(Syphon and Pump)

15.1 पम्प का जीवन में स्थानः—पम्प हमारे अर्वाचीन जीवन का एक आवश्यक साधन बन गया है। फाउन्टेनपेन से लेकर बड़े बड़े कुओं से पानी खींचने में इनका उपयोग होता है। डाक्टर को इन्जेक्शन देना हो तो, मोटर में पेट्रोल भरना हो तो, पीपे मे से तेल निकालना हो तो, जीवन के सभी प्रकार के पहलुओं में इनका प्रयोग होता है। जिस प्रकार पम्प से हम द्रव को एक पात्र से दूसरे पात्र में अथवा एक ऊंचाई से दूसरी ऊंचाई तक सरलता से लेजा सकते है, उसी प्रकार इनकी सहायता से हम पात्र में निर्वात भी उत्पन्न कर सकते है। कई वैज्ञानिक खोजें व उपकरण इसीलिए उपलब्ध हो सके कि हम पम्प द्वारा निर्वात करने में सफल हुए हैं।

15.2 पम्प के प्रकारः—पम्प से हमारा अर्थ उस उपकरण से है जिनके द्वारा हम द्रव को एक तल से दूसरे तल तक उठा सकते हैं, या हवा को पात्र में से निकालते हैं, या किसी पात्र को हवा से भरते हैं। उपयोगानुसार इनको क्रमशः उठाने वाले पम्प, निर्वात पम्प, या दाब पम्प कहते हैं।

15·3. उठाने वाले पम्प (Lift Pump):—इनका कार्य जिस सिद्धांत पर निर्भर है वह अति सरल है। हम जानते है कि वायु दाबमापी में पारा समुद्र तल पर वायुमण्डल के दाब के कारण लगभग 76 से. मी. ऊंचा उठ जाता है। हम पहिले देख चुके है कि वायुमण्डल का दाब $P = hdg = 76 \times 13{\cdot}6 \times 981 = 1{\cdot}03 \times 10^6$ डाइन प्रति वर्ग से. मी. होता है। पारे के स्थान पर यदि हम पानी का वायुदाब मापी बनाना चाहे तो नली में पानी की ऊंचाई 76 × 13·6 से. मी. = 34 फीट लगभग होगी। इतनी लम्बाई होने का कारण पानी का पारे से 13·6 गुना हलका होना है। अतएव यदि नली के ऊपर निर्वात हो तो, वायुमण्डल अपने दाब के कारण, पानी को लगभग 34 फीट ऊंचाइ तक चढ़ा देगा। अतएव उठाने वाले पम्प प्रायः निर्वात उत्पन्न करने का काम करते हैं, जिससे वायुमण्डलीय दाब पानी को 34 फीट ऊंचाइ तक चढ़ा सके।

(अ) पानी का पम्पः—इसका उपयोग सर्वसाधारण में हो गया है। ऐसे भू-भागों में जहां पानी की सतह धरातल से बहुत गहराई तक नहीं होती है, इनका उपयोग अधिकता से होता है। उत्तर प्रदेश के कई शहरों के घर घर में ऐसे पम्प दिखाई देते है। कुओं मे भी इनका उपयोग पानी को ऊपर खींचने में किया जाता है।

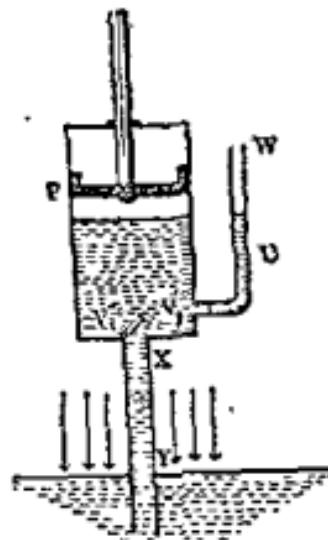
बनावट :—धरती के ऊपर इस पम्प का जो भाग दिखाई देता है, उसमें एक बेलनाकार (Cylindrical) बैरल, टोंटी व हत्थी मुख्य है। वास्तव में यह बैरल एक

निर्वात के कारण वायुमण्डलीय दाब पानी को नल के द्वारा बैरल में चढ़ाता जाता है। फिर वहां से हवा जैसे ही यह ढकेला जाकर टोंटी द्वारा बाहर निकल आता है।

इस प्रकार सफलतापूर्वक कार्य करने के लिए यह आवश्यक है, कि सिद्धान्त में समझाए अनुसार, नल YX की लम्बाई 34 फीट से कम हो। यही कारण है कि इस पम्प के द्वारा हम पानी को 34 फीट से अधिक ऊंचाई तक उठाने में असमर्थ होते हैं। साथ ही साथ इस पम्प के द्वारा पानी सतत न आकर रुक रुक कर आता है। पानी टोंटी में से उसी समय निकलता है, जब पिस्टन ऊपर की ओर अर्थात् हथकी नीचे को ओर जाती है।

बल पम्प (Force Pump):—यदि पानी की सतह पृथ्वी के धरातल से 34 फीट से अधिक नीची हो तो बल पम्प काम में लाते हैं। बनावट में यह उपर्युक्त पम्प जैसा ही होता है। अन्तर केवल इतना होता है कि इसमें टोंटी के स्थान पर बगल में बैरल के नीचे एक मुड़ा हुआ नल UW लगा रहता है, जो ऊंचाई तक चला जाता है। वाल्व V_2 पिस्टन में न लगा कर इस नल में लगाया जाता है। पिस्टन P बिलकुल बैरल में ठीक बैठता है और हवा को रोकने वाला (Air tight) होता है।

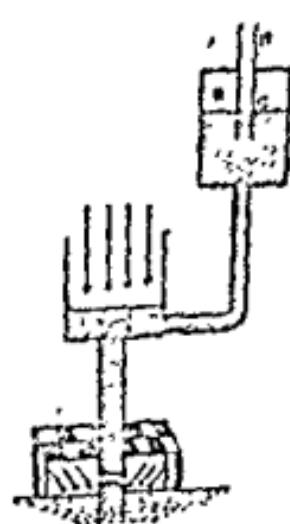
चित्र 15·3

कुएं के अन्दर पानी की सतह से 30 फीट ऊपर एक चबूतरा बना कर, यह पम्प लगा दिया जाता है, और नली UW को इतना लम्बा रखा जाता है कि वह कुएं के बाहर निकल आए।

कार्य प्रणाली:—इसका कार्य भी उपर्युक्त पम्प जैसा होता है। पिस्टन P को ऊपर उठाने से बैरल में की हवा निकाली जाती है। इस कारण V_1 खुल जाता है, और V_2 बन्द ही रहता है। पिस्टन जब नीचे लाया जाता है, तब V_1 बन्द होता है, तथा V_2 खुल जाता है। बैरल में निर्वात होने पर वायुमण्डलीय दाब के कारण, पानी YX नल में होता हुआ, बैरल में आ जाता है। जब पिस्टन नीचे दबाया जाता है, तब पानी V_2 को ढकेल कर UW में चढ़ जाता है। जितने बल से पिस्टन को दबाया जाता है, उतने बल के कारण पानी ऊपर उठाया जाता है।

पिस्टन जब नीचे दबाया जाता है तब पानी UW में उठ कर बाहर आता है। इस पानी के प्रवाह को सतत करने के लिए पात्र (chamber or reservoir) R बाजू के नल UW में लगाया जाता है। जब पिस्टन को शीघ्रता पूर्वक ऊपर नीचे किया जाता है, तब पानी R में आकर एकत्रित होकर वहां की हवा को दबाता है। जब पिस्टन ऊपर उठता है, तब यह दबी हुई हवा पानी की सतह को दबा कर पानी को नल

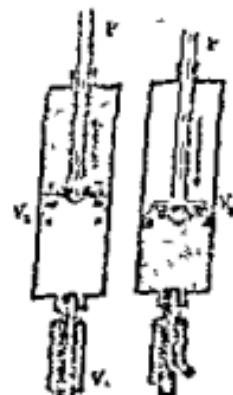
GH द्वारा ऊपर उठती है। इस प्रकार पिस्टन के नीचे व ऊपर दोनों तरफ सरकाने पर पानी GH से उठ कर बाहर निकलता है व इसे पानी का लगातार प्रवाह प्राप्त होता है।

चित्र 15.4

15.4. मिट्टी के तेल का पम्प, डाक्टरी पिचकारी, फाउन्टेनपेन, साइकिल पम्प, व फुटबाल पम्प:—इन सब के बारे में आप अपनी पिछली कक्षाओं के सामान्य विज्ञान में पढ़ ही चुके हैं। यह अच्छा है कि आप उनको फिर से एक बार दुहरान करें।

मिट्टी के तेल का पम्प:—यह पानी के पम्प जैसा ही कार्य करता है। केवल इसमें वाल्व का अभाव होता है। पिस्टन ही इतना ढीला होता है कि वह वाल्व जैसा कार्य करता है। चूंकि इसमें वाल्व नहीं होते हैं, अतएव निर्वात अच्छा नहीं हो सकता। किन्तु इसका उपयोग मिट्टी के तेल को केवल 1, 2 फीट ऊंचाई तक ही उठाने में होता है। अतः वाल्वों का होना आवश्यक नहीं है।

फाउन्टेन पेन:—अन्दर होने वाली रबड़ की नली को दबाकर, उसमें की हवा को बाहर निकाल दिया जाता है। चूंकि निब स्याही में दबा रहता है, अतः नली का दाब हटाने पर उसमें हवा के स्थान पर स्याही भर जाती है।

चित्र 15.5

साइकिल पम्प—यह एक प्रकार का संपीडन पम्प है। बनावट में यह उठाने वाले पम्प जैसा ही होता है। अन्तर केवल इतना होता है कि इसमें, V_1, V_2 वाल्व विपरीत दिशा में खुलते हैं। इस कारण हवा को बाहर ढकेलने के स्थान पर ये हवा को अन्दर संपीडित करते हैं। साइकिल पम्प में केवल वाल्व V_2 रहता है, जो पिस्टन में लगा रहता है। इसको वाइसर कहते हैं। इसका वाल्व V_1 साइकिल के ट्यूब में वाल्व ट्यूब के नाम से रहता है। इसकी कार्य प्रणाली चित्र 15.6 में दिखाई गई है। जब P पिस्टन नीचे दबाया जाता है, तो वाइसर फैल कर दीवार से सट जाता है और इस प्रकार V_2 बन्द हो जाता है और अन्दर की हवा के दाब के कारण V_1 खुल जाता है। इससे बैरल की हवा ट्यूब में पहुंचा दी जाती है। जब P को ऊपर उठाते है, तो ट्यूब की हवा के दाब के कारण V_1 बन्द हो जाता है,

चित्र 15.6

और वायुमण्डल की हवा बैरल में आ जाती है। इस प्रकार बराबर हवा ट्यूब में भरी जाती है।

फुटबाल पम्प:—इसकी बनावट और कार्य प्रणाली साइकिल पम्प जैसी है। अन्तर केवल यह है कि इसमें वाल्व V_1 पम्प की नलिका में होता है। यह एक छर्रा होता है। यह दाब के कारण ऊपर जाकर छेद को बन्द कर देता है। इससे ब्लैडर की हवा पुनः पम्प में नहीं आ पाती।

बारंबार पम्प चलाने पर पात्र के अन्दर का दाब:—मानलो पात्र का आयतन V घ. से. मी. और बैरल का आयतन v घ. से. मी. है। प्रत्येक बार जब पिस्टन ऊपर से नीचे आता है तो v घ. से. मी. हवा पात्र में भर जाती है। इस v घ. से. मी. हवा का घनत्व वायु मण्डल की हवा के घनत्व के बराबर होता है।

मानलो वायु मण्डल की हवा का घनत्व d ग्राम प्रति घ. से. मी. है।

पहले पात्र के अन्दर की हवा की संहति	$= V.\ d$ ग्राम
एक बार पिस्टन को नीचे लाने पर हवा की संहति	$= Vd + vd$
दूसरी बार पिस्टन को नीचे लाने पर हवा की संहति	$= Vd + vd + vd$
	$= Vd + 2\ vd$
	$= (V + 2\ v)\ d$
n बार पिस्टन को नीचे लाने पर हवा की संहति	$= (V + nv)\ d$

अन्त में अन्दर की हवा का घनत्व $d_n = \dfrac{\text{संहति}}{\text{आयतन}} = \dfrac{(V + nv)d}{V}$

यदि ताप समान रहे तो दाब घनत्व का समानुपाती होता है। अतएव,

$$\frac{P_n}{P} = \frac{d_n}{d} = 1 + \frac{nv}{V}$$

$$P_n = \left(1 + \frac{nv}{V}\right) P$$

संख्यात्मक उदाहरण 1:—यदि एक पम्प को 8 बार चलाने पर एक पात्र में हवा का घनत्व 256 : 562 के अनुपात में बढ़ जाता है तो पात्र और बैरल के आयतन का अनुपात ज्ञात करो।

मानलो पात्र का आयतन V घ. से. मी. है और बैरल का v घ. से. मी.। सूत्र $\dfrac{d_n}{d} = \left(1 + \dfrac{nv}{V}\right)$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$\frac{562}{256} = \left(1 + \frac{4V}{V}\right) \text{ या } \frac{562}{256} - 1 = 4\ \frac{v}{V}$$

या $$\frac{4v}{V} = 2 - 1 = 1 \therefore \frac{v}{V} = \frac{1}{4}.$$

15.5. निर्वात पम्प (Exhaust pump) (अ) ग्यूरेक का हवा पम्प:- सर्व प्रथम 1650 ई० में आटोवान ग्यूरेक ने पहिला यांत्रिक हवा पम्प बनाया। इसे चित्र 15.7 में बताया है। R वह पात्र है जिसमें से हवा निकाल कर निर्वात (vacuum) करना है। यह एक नली द्वारा पम्प P से सम्बन्धित है। चित्र 15.8 से स्पष्ट है कि इस पम्प की बनावट पानी के पम्प के समान ही है। जब पिस्टन को ऊपर खींचा जाता है तो वायुमण्डल के दाब के कारण V_2 बन्द हो जाता है। बैरल में हवा की मात्रा कम होने से दाब गिर जाता है। पात्र की हवा के दाब के कारण V_1 खुल जाता है और पात्र की हवा फैल कर बैरल में आ जाती है। जब P को नीचे किया जाता है तो बैरल की हवा संपीडित होती है जिससे V_1 बन्द होगा और V_2 खुल जायगा और बैरल की हवा बाहर निकल जायगी। पुनः P को ऊपर नीचे खींचने से पात्र की हवा बैरल में आ जायगी और P को नीचे करने पर वह बाहर निकल जायगी। इस प्रकार इस क्रिया को कई बार

चित्र 15.7

चित्र 15.8

पुनरावृत्ति करने से पात्र की अधिकांश हवा बाहर निकलेगी। जब R में हवा का दाब इतना कम हो जायगा कि वह V_1 को खोलने में असमर्थ हो जायगा, तत्पश्चात् अधिक निर्वात सम्पन्न करना सम्भव न होगा। अतएव इस पम्प द्वारा पूर्ण निर्वात असम्भव है।

पम्प के कुछ समय चलने के बाद अन्दर का दाब :—मानलो पात्र का आयतन V घ. से. मी. है तथा बैरल में पिस्टन की दोनों अन्तिम स्थितियों के बीच का आयतन v घ. से. मी. है। जब P एक बार ऊपर जाकर पुनः नीचे आता है तब इसने v घ. से. मी. हवा बाहर फेंकी जाती है। प्रारम्भ में जब पिस्टन सबसे नीचे वाली स्थिति में है तब पात्र के अन्दर की हवा का दाब वायु मण्डल के दाब P के बराबर है और उसका आयतन V घ. से. मी. है। जब पिस्टन ऊपर उठता है तो हवा का आयतन फैल कर $V + v$ हो जाता है और दाब मानलो P_1 हो जाता है। पुनः पिस्टन को नीचे लाने पर दाब तो वही P_1 रहता है परन्तु इस दाब पर v_1 घ. से. मी. हवा बाहर निकल

जाती है। P_1 को ज्ञात करने के लिये बॉयल के नियम का उपयोग करते हैं। इसके अनुसार,

$P_1V_1 = P_2V_2$ समीकरण में दी हुई राशियों का मान रखने पर, $P_1(V+v) = PV$

$$\therefore \quad P_1 = \frac{PV}{V+v} = \frac{V}{V+v}.P \qquad \ldots \quad (1)$$

इस प्रकार जब दूसरी बार पिस्टन ऊपर उठाया जाता है तो P_1 दाब की हवा प्रसारित होकर $V + v$ घ. से. मी. हो जाती है। तो दाब P_2 होगा,

$$(V+v)P_2 = P_1 V$$

$$\therefore P_2 = \frac{V}{V+v} \times P_1 = \frac{V}{V+v} \times \frac{V}{V+v} \times P = P\left(\frac{V}{V+v}\right)^2 \quad \ldots \ (ii)$$

इस प्रकार n बार पिस्टन को चलाने के बाद दाब P_n होगा,

$$P_n = P\left(\frac{V}{V+v}\right)^n \qquad \ldots \quad (iii)$$

समीकरण (iii) से यह स्पष्ट हो जाता है कि n कितना ही बड़ा हो P_n शून्य नहीं हो सकता।

हम जानते हैं कि गैस का घनत्व दाब के समानुपाती होता है अतएव,

$$d_n = \left(\frac{V}{V+v}\right)^n . d_o \qquad \ldots \quad (iv)$$

संख्यात्मक उदाहरण 2. यदि एक पात्र में 4 बार पम्प को चलाने से दाब $\frac{1}{3}$ हो जाता है तो 6 बार चलाने में कितना हो जायगा ?

समीकरण $\frac{P_n}{P} = \left(\frac{V}{V+v}\right)^n$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$\frac{1}{3} = \left(\frac{V}{V+v}\right)^4$, यहाँ V, पात्र का आयतन है और v, बैरल का।

$$\therefore \quad \frac{V}{V+v} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{4}}$$

दूसरी बार में $\frac{P_n}{P} = \left(\frac{V}{V+v}\right)^6 = \left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{4}}\right\}^6 = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{6}{4}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$

$$\therefore \quad P_n = \frac{1}{3\sqrt{3}}P$$

(ब) फिल्टर अथवा छानने का पम्प:—इस पम्प का उपयोग निर्वात उत्पन्न करने में न कर किसी द्रव पदार्थ को शीघ्रता से छानने में किया जाता है। A एक नली है, जिसमें से पानी को प्रवाहित किया जाता है। B नली की चञ्चु है। इसे चंचु के रूप में इसलिए किया जाता है कि पानी अधिक वेग से गिरे। जब यह पानी एक दूसरी चौड़ी मुंह की नली C में गिरता है, तब वह अपने साथ आसपास की हवा को घेर कर D पात्र में होकर बाहर निकलता है। B व C एक बड़े पात्र के अन्दर बन्द होते हैं। यह पात्र E एक नली द्वारा दूसरे पात्र F जिसमें निर्वात करना है, जोड़ दिया जाता है। जब B व C के आसपास की हवा पानी के साथ मिल कर हट जाती है, तब उसका स्थान लेने के लिए R में से हवा आती है। इस प्रकार F पात्र में निर्वात उत्पन्न होता है। इस निर्वात की मात्रा अधिक नहीं होती है।

प्राय: R एक ऐसा पात्र होता है जिसमें कोई घोल छाना जाता है। इस पात्र में दाब कम होने के कारण से वायुमण्डल का दाब घोल को शीघ्रतापूर्वक छानने में मदद करता है। पम्प के इस प्रकार के उपयोग के कारण, इसे फिल्टर अथवा छानने पम्प कहते हैं।

चित्र 15.9

(स) टाप्लर पम्प:—सन् 1862 ई० में अपने नाम से वैज्ञानिक टाप्लर ने एक पम्प का निर्माण किया। चित्र 15.10 में इसकी बनावट देखो।

बनावट:—प्राय: यह पूर्ण रूप से काँच का बड़ा पात्र होता है। यह दोनों ओर दो नलियों B व C से जुड़ा रहता है। B व C दोनों की लम्बाई 80 से. मी. याने वायु दाबमापी की ऊंचाई से अधिक होता है। B को मोड़कर एक पारे से भरे पात्र में डुबो दिया जाता है। C नली को एक रबड़ की नली द्वारा एक पात्र D से जोड़ दिया जाता है। यह पात्र ऊपर नीचे उठाया जा सकता है। C से बाजू में एक नली F जुड़ी रहती है। A व F में एक और नली E से सम्बन्ध स्थापित किया जाता है। F के दूसरे कोने पर एक वाल्व V लगा रहता है और इसका सम्बन्ध उस पात्र P से कर दिया जाता है, जिसमें हमें निर्वात करना हो।

कार्य (working):—B व C नली के हिस्से हमेशा पारे से भरे रहते हैं जैसे D पात्र को ऊपर उठाया जाता है पारे की सतह C में उठती जाती है। पारा धीरे धीरे A व F में प्रवेश करता है। इसमें पारा जैसे जैसे ऊपर उठता जाता है, वैसे वैसे वह हवा को अपने आगे की ओर हटाता जाता है। जब पारे की सतह वाल्व V तक पहुंचती है तब वह पारे पर तैरने लगता है और ऊपर उठकर पात्र P को जाने वाले रास्ते को बन्द कर देता है। अब इस ओर पारा आगे बढ़ नहीं सकता है। अतएव पारा A व E में ऊपर उठते हुए हवा को आगे ढकेलते हुए B में प्रवेश करता है। इस समय

भाग पारे से भरे पात्र G में से हवा के बुलबुले निकलते हुए देखेंगे। जब सब हवा निकल जायेगी तब बुलबुले आना बन्द हो जायगा।

अब पात्र D को नीचे गिराना शुरू करो। A, E F में भरा पारा वापिस C में लौट आयगा। क्योंकि इस स्थान पर निर्वात उत्पन्न हो गया है, इसलिए वायुमण्डलीय दाब

चित्र 15.10

के कारण पारा B में चढ़ जायेगा व बाह्य हवा को अन्दर प्रविष्ट होने से रोकेगा। इस प्रकार नली B एक वाल्व का काम करती है। यदि इस नली की लम्बाई 76 से. मी. से अधिक न हो तो पारा A व E में प्रवेश करेगा। जो हवा F में रुक जाती है, उसे धकेलने के लिए रास्ता E से होकर हो रहता है। अतएव B का होना आवश्यक है। जितना अधिक A का आयतन होगा उतनी ही अधिक हवा D को एक बार उठाने से बाहर निकल जाती है। अतएव शीघ्रता से निर्वात करने के लिए A का बड़ा होना भी आवश्यक है। दाब हट जाने से वाल्व V अपने भार के कारण नीचे गिरता है, व इस प्रकार P से रास्ता खुल जाता है। अब वहाँ की हवा A व E में आकर फैल जाती है। पुनः D को उठा कर पहले की सी क्रिया दुहराओ। इस प्रकार क्रिया को बारम्बार दुहराने से निर्वात पैदा होता जाता है। C नली की ऊंचाई भी बाह्य-दबाव की ऊंचाई से अधिक होनी चाहिए, अन्यथा F व A के बीच का सम्बन्ध टूट जायेगा व P पात्र की हवा वहाँ न आने पायेगी।

यह पम्प लगभग 10^{-4} से. मी. दाब प्राप्त हो इतना निर्वात उत्पन्न करने में

सफल होता है। किन्तु इतना निर्वात करने के लिये पात्र D को उठाने व गिराने की क्रिया को कई बार करना पड़ता है। 10^{-1} से. मी. से अधिक कम निर्वात करने के लिए वाल्व रखे पात्र में द्रव हवा के ताप तक ठंडा किया हुआ कोयले का टुकड़ा रख दिया जाता है। यह कोयले का टुकड़ा, अपने विशेष गुण के कारण वहाँ रही हुई हवा को सोख कर अधिक अच्छा निर्वात तैयार करता है।

टापलर पम्प की कार्य प्रणाली साधारण होते हुए भी उपयोग में सरल नहीं है, तथा यह स्वचालित यन्त्र की सहायता से नहीं चलाया जा सकता। इसलिये धीरे धीरे यह प्रयोग से बाहर होता जा रहा है। इसके स्थान पर घूर्णकी पम्प (Rotary Pump) काम में लाते हैं।

(ड) घूर्णकी पम्प (Rotary Pump):—यह पम्प चित्र 15.11 और 15.12 में दिखाया गया है। पम्प के निम्नलिखित हिस्से हैं:—

1. C_1 और C_2 दो धातु के बेलन हैं जो एक लाट (Shaft) पर लगे हुए रहते हैं। यह लाट C_2 के मध्य के सहारे होती है। C_1 एक ओर हट कर इस लाट पर लगा होता है जिसमें इसका एक हिस्सा C_2 को स्पर्श करता रहता है। लाट को घुमाने से C1 भी घूमता है, जिससे बिन्दु G भी घूमता है, जिसकी भिन्न-भिन्न स्थितियाँ चित्र 15.12 में दिखाई है। C_2 स्थिर रहता है।

2. C एक प्लेट है जो कमानी S की सहायता से अन्दर वाले बेलन C_1 पर दबी रहती है। यह प्लेट और C_1 C_2 की स्पर्श रेखा ($G1$), C_1 और C_2 के बीच की जगह को दो भागों V_1 और V_2 में बांट देते हैं।

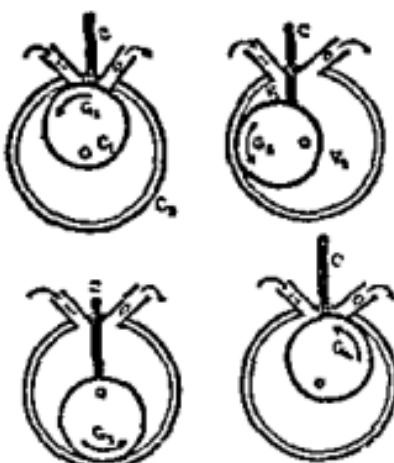
चित्र 15.11

3. प्लेट C के दोनों ओर दो रास्ते I और O हैं। I जुड़ी हुई एक लम्बी नली होती है, जिससे वह पात्र जोड़ दिया जाता है, जिसमें निर्वात करना हो। O के मुंह पर एक वाल्व लगा होता है, जो बाहर की ओर खुलता है।

4. यह सारा यन्त्र एक तेल से भरे बेलन में रख दिया जाता है। तेल ला(Shaft) का घर्षण भी कम करता है और वाल्व का भी काम देता है।

कार्य प्रणाली:—इसकी कार्य प्रणाली चित्र 15.12 से समझी जा सकती है जिस पात्र में निर्वात करना हो वह I से जोड़ दिया जाता है। मानलो स्पर्श बिन्दु G C के पास है। लगभग C_1 और C_2 के बीच की सारी जगह पात्र से जुड़ी हुई है। अब C_1 को वामावर्त (Anticlockwise direction) घुमाया जाता है। जब यह I को पार कर आगे बढ़ जाता है तो G_1 और C के बीच की जगह V_1 जिससे I मिला रहता है, G_1 और O के बीच की जगह V_2 से पृथक हो जाती है। जैसे-जैसे C_1 आगे चलता है, V_2 के अन्दर वाली हवा दबती जाती है, जिससे वह O में होकर बाहर निकल जाती

है। इधर V_1 में दाब कम होता जाता है, जिससे पात्र की हवा V_1 में आती रहती है। अन्त में V_1 अधिक बड़ा हो जाता है और V_2 बहुत छोटा और V_2 की सारी हवा बाहर फेंक दी जाती है। अन्त में जब G, O से गुजरता है, तो सारी जगह पात्र से मिल जाती है और पात्र की हवा V_1 मे भर जाती है। फिर जब C_1 दूसरा चक्कर आरम्भ करता है, तब यह सारी हवा बाहर फेंक दी जाती है। इस प्रकार कुछ चक्करों के बाद पात्र में दाब काफी गिर जाता है। इसकी सहायता से दाब 10^{-3} से 10^{-5} मि.मी. तक गिर जाता है। इस पम्प का मुख्य लाभ यह है कि यह यन्त्र द्वारा स्वचालित किया जा सकता है।

चित्र 15.12

15.6 निर्वात का महत्व :—आज के वैज्ञानिक युग में निर्वात उत्पन्न करने को, बहुत अधिक महत्व दिया गया है। निर्वात उत्पन्न कर सकने के कारण हमें कई प्रकार की वैज्ञानिक खोजें तथा उपकरण प्राप्त हुए हैं। निर्वात उत्पन्न कर सकने के कारण विद्युत के प्रवाह को कम दाब वाले गैसों में भेज सके।

इसी के कारण इलेक्ट्रान की खोज हुई और आज हम विज्ञान में अधिक उन्नति कर सके। प्राणविक विज्ञान के प्रयोग हमें प्राय: 10^{-10} से. मी. से भी कम दाब में करना पड़ते हैं। इसी कम दाब के कारण, एक्स-किरणों की खोज हुई। आज का इलेक्ट्रानीय वाल्व भी इसी निर्वात की देन है। निर्वात कर सकने के कारण बिल्कुल शुद्ध गैसों की प्राप्ति हुई, जिनसे रासायनिक विज्ञान में प्रगति हुई।

निर्वात ब्रेक के बारे में तो सभी लोग जानते हैं। रेल में प्रवास करते समय 'भय की चेन' को तो सभी ने देखा होगा। इसका कार्य निर्वात कर सकने के कारण ही संभव है।

15.7 साइफन :—यह एक ऐसा उपकरण है, जिसके द्वारा एक पात्र में से दूसरे पात्र में द्रव को लाया जाता है। इसको सभी काम में लाया जाता है, जब द्रव को एक पात्र से दूसरे पात्र मे उंडेलना असुविधाजनक होता है।

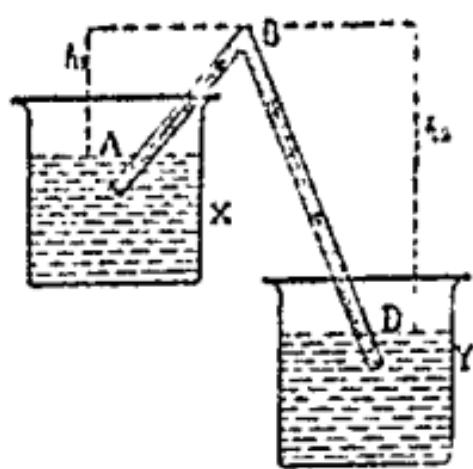
चित्र में बताये अनुसार, यह एक कांच की एक बार या दो बार मुड़ी हुई नली होती है। इसकी एक भुजा दूसरी भुजा से बड़ी होती है। नली को द्रव से पूर्ण भर कर दोनों खुले मुहों को अंगुलियों से बन्द कर दिया जाता है। बाद मे छोटी भुजा के मुंह को पात्र X में भरे द्रव में रखा

चित्र 15.13

जाता है व बड़ी भुजा के मुँह को पात्र Y के ऊपर। ध्यान रहे कि X तथा Y पात्र में ऊँची सतह पर होना चाहिये। जैसे ही अंगुलियों को मुँह पर से हटा दिया जाता है, द्रव की सतत धारा Y में X से बहने लगती है।

चित्र 15.14

सिद्धान्त :—मानलो, A व D बिन्दु क्रमशः X व Y पात्र में, द्रव की सतह बताते हैं। इस सतह पर वायुमंडलीय दाब P कार्य कर रहा है। यदि B व C बिन्दु चित्र जैसी अवस्था में लिये जाय, तो मानलो B को A के ऊपर ऊर्ध्वाधर ऊंचाई h_1 व C की D पर ऊंचाई h_2 से.मी. है।

चूँकि B बिन्दु A से h_1 से. मी. ऊंचाई पर है, अतएव B बिन्दु पर का दाब A से $h_1\ dg$ से कम होगा।

अतएव B बिन्दु पर दाब $P = P_B - h_1\ dg$ होगा। (अनुच्छेद 15.4 देखो) C बिन्दु B बिन्दु की सतह पर ही है। अतएव बिन्दु C पर दाब B बिन्दु जितना ही होगा। यदि एक बिन्दु E बड़ी भुजा के अन्दर D की सतह पर मान लिया जावे, (चित्र 15.13, और 14.15), तो चूँकि E बिन्दु C बिन्दु से h_2 से. मी. नीचे है, इसलिये—

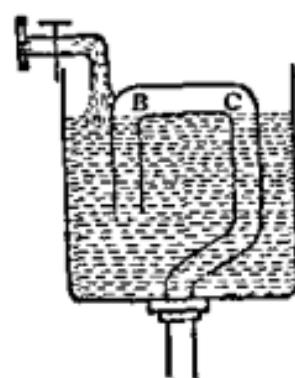
$$\begin{aligned} \text{E बिन्दु पर दाब} &= \text{C बिन्दु पर दाब} + h_2dg \\ &= \text{B बिन्दु पर दाब} + h_2dg \\ &= P - h_1dg + h_2dg \\ &= P + dg\ (h_2 - h_1) \end{aligned} \quad \text{.... (2)}$$

इस प्रकार E बिन्दु पर दाब बाहरी दाब P से अधिक है। इस कारण द्रव की सतत धारा, E से बाहर आने का प्रयत्न करेगी। जैसे द्रव E से नीचे गिरेगा, उसका स्थान लेने के लिये C से द्रव आयेगा और वायुमण्डलीय दाब के कारण द्रव AB नली से ऊपर चढ़ जायेगा।

यदि AB नली की ऊंचाई h_1 वायुमण्डलीय ऊंचाई से अधिक है तो दाब के कारण द्रव B तक पहुँचने में असमर्थ होगा। इसी प्रकार समीकरण (2) से हम देख सकते हैं कि यदि h_2 , h_1 से अधिक न हुआ तो E बिन्दु पर का दाब D बिन्दु पर के दाब से अधिक न होगा और द्रव नली के बाहर न आयेगा। इस प्रकार हम देखते हैं कि साइफन कार्य करने के लिये निम्न दो बातें आवश्यक हैं :—

1. h_1 की ऊंचाई वायुमण्डलीय दाबमापी की ऊंचाई से कम होनी चाहिये।
2. h_2 की ऊंचाई h_1 से अधिक होनी चाहिये।

यह आवश्यक नहीं है कि नली समकोण पर ही मुड़ी हुई हो। (देखो चित्र15.14)

15.8 साइफन के सिद्धान्त का स्वचलित फ्लश में उपयोग :—तुम वासुदेव के प्याले के बारे में अपनी सामान्य-विज्ञान की पुस्तक में पढ़ ही चुके हो। उसी सिद्धान्त पर स्वचलित फ्लश कार्य करता है। सार्वजनिक पैखानों में हमें ऐसे फ्लशों की आवश्यकता होती है जो कुछ समय बाद अपने आप पानी को उड़ेलते रहें। अतएव एक लोहे के पात्र में चित्र में बताये अनुसार एक साइफन लगा दिया जाता है। इस पात्र में एक टूंटी खुली रहती है। जैसे ही पानी की सतह BC तक पहुँच जाती है साइफन कार्य करने लगता है और पात्र में का द्रव बाहर बह निकलता है।

चित्र 15.15

15.9 निर्वात ब्रेक (Vacuum brakes):—यह एक ऐसी योजना है जिसके द्वारा रेलगाड़ी के प्रत्येक पहिये के ब्रेक एक साथ लगाये जा सकते हैं। प्रत्येक डिब्बे के नीचे लोहे के ट्रेन पाइप लगे रहते हैं जो एक दूसरे से लचकदार और वायुरोधक जोड़ों से जुड़े होते हैं। प्रत्येक पहिये के नीचे एक बेलन होता है जिसमें पिस्टन लगा होता है। यह बेलन ट्रेन पाइप से जुड़ा रहता है। पिस्टन की छड़ उत्तोलक विधि से ब्रेक के गट्टों से जुड़ी हुई रहती है। बेलन के अन्दर के धरातल और पिस्टन के बाहर के धरातल के बीच में एक रबर की रिंग होती है जो पिस्टन के ऊपर नीचे जाते समय हवा रोधक जोड़ का काम करती है। रबर रिंग के नीचे एक गेंद-वाल्व होता है जो पिस्टन की दीवाल में होता है। यह वाल्व पिस्टन के ऊपर की हवा को बाहर निकलने देता है परन्तु पिस्टन के ऊपर हवा जाने नहीं देता। जब तक ट्रेन पाइप में निर्वात रहता है, पिस्टन नीचे रहता है और ब्रेक के गट्टे ऊपर रहते हैं। देखो चित्र 15.16। परन्तु जब निर्वात नष्ट कर दिया जाता है तो ट्रेन-पाइप में हवा भर जाती है और वह पिस्टन को ऊपर उठाती है। इससे गट्टे पहिये पर दब जाते हैं और ब्रेक लग जाते हैं। गाड़ी चलाने के लिये पुनः निर्वात बनाया जाता है और पिस्टन नीचे गिरता है और गट्टे पहियों से अलग हो जाते हैं।

चित्र 15.16

प्रश्न

1. पम्प का क्या महत्व है ? इसके सिद्धान्त को समझाते हुए पानी उठाने वाले पम्प का वर्णन करो । यह कितनी ऊँचाई तक पानी उठा सकता है, अच्छी तरह समझाओ । निर्वात का क्या महत्व है ? (देखो 15.1, 15.3, 15.6)

2. निर्वात पम्प किसे कहते हैं ? घानवी पम्प का कार्य समझाते हुए उसका उपयोग बताओ । (देखो 15.5)

3. टॉपलर पम्प का चित्र सहित वर्णन करो । बनावट की विशेषताओं को समझाते हुए कार्य का वर्णन करो । (देखो 15.5)

4. घूर्णिक उच्चतम निर्वात पम्प का चित्रों सहित वर्णन करो व कार्य को समझाओ । (देखो 15.5)

5. साइफन किसे कहते हैं ? चित्र सहित इसके कार्य व सिद्धान्त पर प्रकाश डालो । यह किन दशाओं में कार्य करता है ? (देखो 15.6)

6. स्वचलित पलरा किस सिद्धान्त पर कार्य करता है ? समझाओ । (देखो 15.8)

संख्यात्मक प्रश्न :—

1. यदि समुद्र तल पर बैरोमीटर का अंकन 76 से. मी. हो तो उस उच्चतम ऊँचाई की गणना करो जिस तक साधारण पम्प द्वारा समुद्र का पानी चढ़ाया जा सके । (पारे का आ. घनत्व 13.6 है और समुद्र के पानी का 1·026) (राज. 1960)
[उत्तर]

अध्याय 16

प्रत्यास्थता

(Elasticity)

16.1 प्रस्तावना :—प्रत्येक पदार्थ छोटे-छोटे कणों से जिन्हें अणु कहते है, बना होता है। ये अणु सतत कम्पन करते रहते हैं। दो अणुओं के बीच आकर्षण होने के कारण ये अणु एक दूसरे से अलग नहीं हो सकते। किसी ताप पर इन अणुओं के बीच का आकर्षण बल तथा उनके बीच की दूरी इस प्रकार होती है कि उनका रूप स्थिर रहता है। द्रव मे उनका रूप स्थिर नहीं रहता किन्तु आयतन स्थिर रहता है। गैस में न तो रूप स्थिर रहता है और न ही आयतन।

16.2 प्रतिबल और विकृति (Stress and strain) :—जब किसी वस्तु पर दाब या तनाव डाला जाता है और वह एक स्थान पर स्थिर होता है, तब इसके कारण दो अणुओं के बीच का अन्तर कम या अधिक होता है। इस कारण अणुओं के बीच में कार्य करने वाले बल में परिवर्तन होता है। यह नवीनतम बल जो उत्पन्न होता है वह अणुओं के बीच के अन्तर मे परिवर्तन को रोकने का प्रयत्न करता है। जितना अधिक बाहरी बल होगा, उतना अधिक आन्तरिक बल होगा, जो बाहरी बल के विरुद्ध दिशा में कार्य करेगा व साम्यावस्था की स्थिति मे उसके बराबर होगा। अर्थात् यदि बाहरी बल जो वस्तु पर लगाया गया हो वह F हो तो वस्तु के अणुओं की स्थिति में परिवर्तन होने के कारण जो आन्तरिक बल उत्पन्न होगा वह भी F के बराबर होगा। यदि बाहरी बल के कारण दो अणुओं के बीच अन्तर कम हुआ है तो आन्तरिक बल उस अन्तर को पूर्वावस्था में लाने का प्रयत्न करेगा। बाहरी बल को हटाते ही इस आन्तरिक बल के कारण वस्तु अपनी पूर्वावस्था में लौटेगी। इस आन्तरिक बल को जो प्रति इकाई क्षेत्रफल पर कार्य करेगा, प्रतिबल (stress) कहते हैं। यदि बाहरी बल F डाइन है और वह A क्षेत्रफल पर कार्य कर रहा है तो आन्तरिक बल भी F डाइन होगा व वह A क्षेत्रफल पर कार्य करेगा। अतएव—

प्रतिबल (Stress) = F/A डाइन प्रति वर्ग से.मी.

बाहरी बल के कारण वस्तु के रूप व आकार में अन्तर हो जाता है—जैसे लम्बाई में वृद्धि या कमी, आयतन में वृद्धि या कमी या उसके रूप में परिवर्तन। वस्तु की पूर्वावस्था के अनुपात में जितना परिवर्तन हुआ है, उसे विकृति (strain) कहते हैं। जैसे मानलो वस्तु का आयतन या लम्बाई V या L है, और बल के कार्य करने से उसमे परिवर्तन हुआ v या l का। अतएव विकृति हुई = v/V या l/L। चूंकि यह एक अनुपात है, इसलिए विकृति की कोई इकाई नहीं होती है। अतएव विकृति = $\frac{\text{लम्बाई/आयतन मे परिवर्तन}}{\text{प्रारंभिक लम्बाई/आयतन}}$

16.3. प्रत्यास्थता (Elasticity):—प्राय: यह देखा गया है कि जब :

किसी वस्तु पर कोई बाहरी बल कार्य करता है, तब उस वस्तु के आकार या रूप में परिवर्तन होता है। इस बल को हटाते ही, वस्तु अपनी पूर्वावस्था में लौट जाती है। ऐसे पदार्थ को जिसमें अपनी पूर्वावस्था में लौटने का गुण विद्यमान होता है, प्रत्यास्थ (elastic) कहते हैं और इस गुण को *प्रत्यास्थता (elasticity)* कहते हैं। कम या अधिक प्रमाण में यह गुण प्रत्येक पदार्थ में स्थित है। उदाहरणार्थ एक रबड़ की डोरी लो, और उसे खींच कर छोड़ो। तुम देखोगे कि वह वापिस पूर्वावस्था में लौट जाती है। इस प्रयोग को तुम आंखों से देख कर भी कर स
क्योंकि रबड़ की डोरी में परिवर्तन बहुत अधिक होता है। यही प्रयोग यदि लोहे के तार पर किया जाए (जैसा कि आगे वर्णन किया है) तो तुम इसी प्रकार का उसमें भी देखोगे। अन्तर केवल इतना है कि इसमें परिवर्तन इतना कम होता है कि नापने के लिए हमें अन्य वैज्ञानिक उपकरणों का उपयोग करना पड़ता है। कांच इस्पात ऐसे पदार्थ हैं जिनमें विकृति का गुण न्यूनतम होता है।

16.4. *प्रत्यास्थता की सीमा (elastic limit) व प्रत्यास्थता-*
(elastic fatigue):—प्राय: ऐसा देखा गया है कि बाहरी बल यदि बहुत अ
नहीं है, तो वस्तु बल हटाते ही अपनी पूर्वावस्था को लौटती है,–अर्थात् वह पूर्ण प्रत्य
होती है। जब बल एक सीमा के बाहर होकर अधिक विकृति पैदा कर देता है, तब ह
पर भी वस्तु अपनी पूर्वावस्था में न लौटकर, उसी अवस्था में रहती है। इस सीमा
जिसके आगे बल बढ़ाने से वस्तु पूर्वावस्था में नहीं लौटती है, प्रत्यास्थता
सीमा (elastic limit) कहते हैं।

कई बार ऐसा देखा जाता है कि पूर्ण प्रत्यास्थ पदार्थ बल हटाने पर शीघ्र अपनी पूर्वावस्था को नहीं लौटकर कुछ समय लेता है। ऐसी दशा को *प्रत्यास्थता-था*
(Elastic fatigue) कहते हैं।

16.5. *हुक का नियम:*—प्रयोग द्वारा वैज्ञानिक हुक ने यह बताया कि
प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर प्रतिबल विकृति के समानुपाती होता है।

प्रतिबल ∝ विकृति ....

अर्थात् जैसे जैसे विकृति बढ़ती जाती है वैसे वैसे प्रतिबल भी बढ़ता जाता
सम्बन्ध (1) को हम निम्न प्रकार से भी व्यक्त कर सकते हैं।

प्रतिबल = E × विकृति

या

E = प्रतिबल/विकृति ....

यहां E एक स्थिरांक है जिसे *प्रत्यास्थता गुणांक* कहते हैं। यदि विकृति
के बराबर है तो,

प्रतिबल = E.

अर्थात् प्रत्यास्थता गुणांक सांख्यिक दृष्टि से इकाई विकृति करने के लिये आवश्यक प्रतिबल होता है। इसकी इकाई प्रतिबल की इकाई होती है। डाइन प्रति वर्ग सेन्टी मीटर होती है। इस गुणांक का मूल्य केवल वस्तु के रचना किस प्रकार का बल कार्य कर रहा है, इस पर निर्भर होता है।

16.6. भिन्न भिन्न प्रकार के प्रत्यास्थता गुणांक (modulus of elasticity):—बल के कार्य करने की विधि के अनुसार व वस्तु के रूपानुसार तीन प्रत्यास्थता गुणांक होते हैं:—

आयतन प्रत्यास्थता गुणांक (Bulk modulus), यंग का प्रत्यास्थता गुणांक (Young's modulus) और दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक (modulus of rigidity).

आयतन प्रत्यास्थता गुणांक:—जब किसी वस्तु पर के प्रत्येक बिन्दु पर लम्ब दिशा में दाब लगाया जाता है, तब वस्तु के रूप में कोई परिवर्तन न होकर, उसके आयतन में परिवर्तन होता है। यदि प्रारम्भिक आयतन V घ. से. मी. व आयतन में परिवर्तन v घ. से. मी. हो तो,

$$\text{आयतन विकृति (volume strain)} = \frac{\text{आयतन में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक आयतन}} = \frac{v}{V} \quad .... \quad (3)$$

मानलो बाहरी बल P डाइन हो तो दाब $F/A = P$ होगा,

इसलिये आयतन प्रतिबल = P डाइन प्रति व. से. मी.　　　　.... (4)

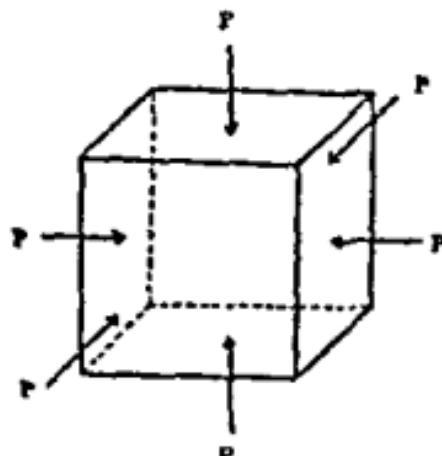
इसलिये समीकरण (2) के अनुसार—

$$E = \frac{\text{प्रतिबल (sress)}}{\text{विकृति (strain)}} = \frac{\text{आयतन प्रतिबल}}{\text{आयतन विकृति}} = \frac{P}{v/V}$$

$$= \frac{PV}{v} \text{ डाइन प्रति व. से. मी.} \quad .... \quad (5)$$

यहां E को आयतन प्रत्यास्थता गुणांक (Bulk Modulus) कहते हैं और यह आयतन प्रतिबल और आयतन विकृति में अनुपात है।

चित्र 16.1

(ii) यंग का प्रत्यास्थता गुणांक (Young's modulus):—मानलो एक L से. मी. लम्बा पतला तार है। इसकी लम्बाई इतनी अधिक है कि उसकी तुलना में उसका काट छेद (πr^2, जहां r= त्रिज्या है) नगण्य है। ऐसे तार पर एक बल $F=Mg$ डाइन कार्य कर रहा है। इस बल के कारण विकृति पैदा होगी और फलस्वरूप तार की लम्बाई मानलो l से. मी. से बढ़ गई। चूंकि केवल लम्बाई में ही परिवर्तन हुआ है, इस विकृति को अनुदैर्घ्य विकृति (Longitudinal strain) कहते हैं और,

$$\text{अनुदैर्घ्य विकृति} = \frac{\text{लम्बाई में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक लम्बाई}} = \frac{l}{L} \quad .... \quad (6)$$

चूंकि बाह्य बल Mg डाइन है, और वह πr^2 क्षेत्र पर कार्य कर रहा है, अतएव-

$$\text{अनुदैर्घ्य प्रतिबल} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{Mg}{\pi r^2} \text{ डाइन प्रति व. से. मी.} \quad ....(7)$$

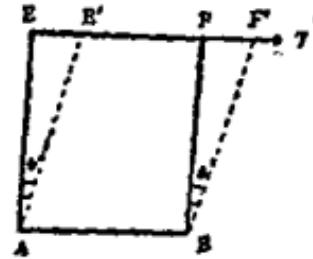
अतएव जैसा ऊपर समझाया गया है, E = प्रतिबल/विकृति

यहाँ E के स्थान पर Y का प्रयोग करते हैं। अतएव,

$$Y = \frac{\text{अनुदैर्घ्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्घ्य विकृति}} = \frac{Mg/\pi r^2}{l/L} = \frac{FL}{\pi r^2 l} \text{ डाइन प्रति व.से.मी.} (8)$$

यहाँ Y को जो अनुदैर्घ्य प्रतिबल व विकृति का अनुपात है, अनुदैर्घ्य प्रत्यास्थता गुणांक या यंग का प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं।

चित्र 16.2

(iii) दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक (Modulus of rigidity):—यहाँ आपको, केवल इतना जानना आवश्यक है कि जब वस्तु का आयतन या लम्बाई में परिवर्तन न होकर केवल उसके रूप में परिवर्तन होता है, तब इस विकृति को दृढ़ता विकृति कहते हैं और उससे प्राप्त अनुपात को दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक। यह गुणांक केवल ठोस पदार्थों में ही होता है। दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक,

चित्र 16.3

$$n = \frac{T}{A} \cdot \frac{1}{\theta} \text{ डाइन प्रति व. से.मी.} \quad .... (9)$$

16.7 प्रयोग द्वारा यंग के प्रत्यास्थता गुणांक का मान निकालना:—(अधिक जानकारी के लिये "प्रायोगिक भौतिकी" लेखकों द्वारा देखो।

उपकरण:—A और B ये दो बिल्कुल एक जैसे और लम्बे तार है। ये उस पदार्थ के बने हुए हैं, जिनका यंग का प्रत्यास्थता गुणांक हमें ज्ञात करना है। इन दोनो तारों के सिरे एक सहारे से लटके हुए हैं। दोनों पर एक पट्टिका लगी हुई है, जिस पर पैमाना खुदा हुआ है। चित्र में बताए अनुसार S मुख्य पैमाना है व V वर्नियर पैमाना। ये एक दूसरे से सटे हुए रहते हैं।

पट्टिका S से एक भार W लटका हुआ रहता है व V से एक पलड़ा, जिस पर हम ज्ञात भार Mg रख सकते हैं। चित्र 16.4 देखो।

सिद्धान्त:—समीकरण (8) में समझाये अनुसार यंग का प्रत्यास्थता गुणांक

$$Y = \frac{FL}{\pi r^2 l} \quad .... \quad (1)$$

यहाँ F = लगाया हुआ बल, r = तार के काट क्षेत्र का

L=आरम्भिक लम्बाई, l=लम्बाई में F बल द्वारा हुई वृद्धि। चित्र 16.4

यहां यदि हम पलड़े में M ग्रा. का भार रखें तो बन होगा $F = Mg$. अतएव समीकरण (1) के स्थान पर

$$Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l} \text{ डाइन प्रति व. से. मी.} \quad \ldots \quad (2)$$

विधि:—पलड़े में कुछ बाट रख कर, थोड़ी देर ठहर कर वर्नियर पैमाने की स्थिति S पैमाने पर पढ़ कर पाठ्याक लो। तार A का उपयोग केवल तुलना के लिए किया जाता है। लम्बाई में वृद्धि हम B तार से ही मालूम करेंगे।

अब 1 कि. ग्रा. का बाट B पर रखो। इस बल के कारण, B तार की लम्बाई में वृद्धि होगी जब कि A तार की लम्बाई वही रहेगी। अतएव V पैमाने की स्थिति बदलेगी। इस स्थिति को थोड़ी देर ठहर कर पढ़लो। इस प्रकार प्रत्येक बार पलड़े में 1, 1, कि. ग्रा. से भार बढ़ाते जाओ व ठहर कर V की स्थिति पढ़ते जाओ। इस प्रकार तब तक करो जब तक कि कुल भार 6 से 8 कि. ग्रा. तक न हो जाए। अब 1, 1, कि. ग्रा. से भार कम करो। बल कम करने से वृद्धि कम हो कर तार अपनी पूर्वावस्था की ओर आएगा। इस प्रकार बाट बढ़ाते समय व बाट कम करते समय प्रत्येक भार पर हमें दो पाठ्याक आएंगे। दोनों का मध्यमान पाठ्याक ज्ञात करो। फिर दो पाठ्याको को एक दूसरे में से घटा कर किसी बल वृद्धि के लिए लम्बाई ज्ञात करलो।

मानलो Mg ग्रा. बल वृद्धि के लिए मध्यमान लम्बाई में वृद्धि l से. मी. हुई है। फिर तार की प्रारम्भिक लम्बाई L से. मी. किसी पैमाने से व उसका अर्धव्यास r सूक्ष्म पेच मापी से कई स्थानो पर ज्ञात कर, समीकरण (2) द्वारा Y का मान निकालो।

कुछ ध्यान देने योग्य बातें:—

(1) A तार लेना इसलिए आवश्यक है कि इसकी तुलना से हम B तार की लम्बाई में वृद्धि ज्ञात कर सकते हैं। साथ ही साथ सहारा हिलने से, अथवा ताप मे परिवर्तन होने से, दोनों तारों में एकसा ही परिवर्तन होगा। और यह लम्बाई में परिवर्तन बल के द्वारा लम्बाई वृद्धि में कोई गड़बड़ी पैदा नहीं करेगा।

(2) हमें मालूम है कि यंग के प्रत्यास्थता का गुणांक मान धातुओं के लिए बहुत अधिक याने 10^{12} डाइन प्रति व. से. मी. के आसपास होता है। इसलिये किसी प्रतिबल के लिए विकृति बहुत ही छोटी होती है। चूंकि विकृति $= l/L$ है, इसलिये लंबाई में वृद्धि l बहुत छोटी सख्या है। इसको बढ़ाने के लिए, यह आवश्यक है कि तार की प्रारम्भिक लंबाई L बहुत बड़ी हो। जितनी L बड़ी होगी उतनी l बड़ी होगी, चूंकि दोनों का अनुपात किसी प्रतिबल के लिए एक ही रहना चाहिये।

(3) विकृति बढ़ाने के लिए यह आवश्यक है कि प्रतिबल भी अधिक हो। हमें मालूम है कि प्रतिबल $= F/\pi r^2$ अतएव या तो F को बहुत बड़ा लेना होगा या r को छोटा लेना होगा। प्रयोग में पतले तार का ही प्रयोग किया जाता है। साथ ही साथ इसका छोटा होना इसलिए भी आवश्यक है कि हम बल के द्वारा केवल लम्बाई में परिवर्तन देखना चाहते हैं।

(Extension) ज्ञात करो। ऐसा करने के लिये पाठ्यांक को क्रमशः दूसरे, तीसरे, चौथे पाठ्यांक में से घटाते जाओ। इन वितान और भार के मध्य एक लेखा चित्र खींचो। (चित्र 16.6)। यह लेखा चित्र एक सरल रेखा (straight line) आयगा। इससे सिद्ध हुआ कि वितान तनाव (भार) का समानुपाती है (Extension is proportional to tension)।

चित्र 16.6

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक तार पर 1 किलोग्राम प्रति वर्ग मि. मी. का प्रतिबल लगाया जाता है। यदि तार का प्रत्यास्थता गुणांक 10^{12} डाइन वर्ग से. मी. है तो तार की प्रतिशत वृद्धि निकालो ($g = 980$)।

दी हुई राशियां:—$Mg = 1 \times 1000 \times 980$ डाइन, $A = 1$ वर्ग मि. मी. $= \frac{1}{100}$ व. से. मी., $L = 100$ से. मी., (मानलो) $Y = 10^{12}$ डाइन प्रति वर्ग से. मी. निकालना है–l। चूंकि प्रारम्भिक लम्बाई 100 मानली है इसलिए l प्रतिशत वृद्धि के बराबर होगी।

सूत्र $\quad Y = \frac{Mg}{A} \times \frac{L}{l}$ दी हुई राशि का मान रखने से,

$$10^{12} = \frac{1 \times 1000 \times 980}{0.01} \times \frac{100}{l}$$

$$l = \frac{1000 \times 980}{0.01} \times \frac{100}{10^{12}} = 0.0098$$

प्रतिशत वृद्धि = 0.0098

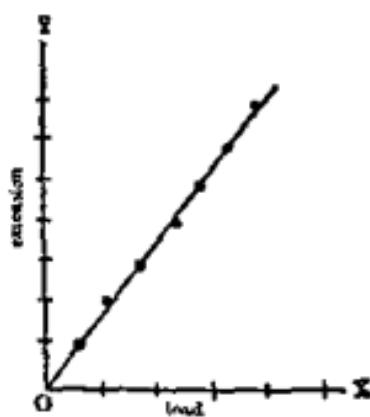
2. एक तार जिसका व्यास 0·4 से. मी. है 25 कि. ग्राम के भार से खींचा जाता है। तार की लम्बाई 100 से. मी. से 102 से. मी. हो जाती है। तो यंग का प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करो। ($g = 980$)

यहां $Mg = 25 \times 1000 \times 980$ डाइन प्रति वर्ग से. मी., $L = 100$ से. $l = 102 - 100 = 2$ से. मी., $r = 0.2$ से. मी., $Y = ?$

सूत्र $\quad Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l}$ में दी हुई राशियों का मान स्थानापन्न करने पर,

$$Y = \frac{25 \times 1000 \times 980 \times 100}{3.14 \times 0.2 \times 0.2 \times 2} = \frac{25 \times 98}{314 \times 9} \times 10^{10}$$

$$= 9.75 \times 10^{9} \text{ डाइन प्रति वर्ग से. मी.}$$

3. एक वस्तु जिसका आयतन 4 लीटर है एक लम्बे तार से लटकाई जाती है। तार का अनुप्रस्थ काट 1 वर्ग मि. मी. है। यदि वस्तु को पूरा पूरा

पानी में डुबाया जाता है तो तार की लम्बाई 1 मि. मी. से कम हो जा
है। तार की प्रारम्भिक लम्बाई ज्ञात करो। ($Y = 2 \times 10^{12}$ डाइन/
से. मी.)

इस प्रश्न में आर्किमिडीज के सिद्धान्त का उपयोग करना होगा। जब वस्तु पानी में डुबाया जाता है तो उसका भार कम हो जायगा। यह कमी हटाये हुए द्रव के के बराबर होगी। इसके कारण तार आंकुचित होता है।

भार में कमी, $M = 4$ लीटर पानी का भार $= 4000$ ग्राम

तार में आंकुचन $l = 1$ मि. मी. $= 0{\cdot}1$ से. मी., अनुप्रस्थ काट $A = \frac{1}{100}$ वर्ग से. मी.। मानलो तार की प्रारम्भिक लम्बाई L से. मी. है, तो

सूत्र $Y = \frac{Mg}{A} \times \frac{L}{l}$ में उपरोक्त राशियों का मान रखने पर

$$2 \times 10^{12} = \frac{4000 \times 980}{0{\cdot}01} \times \frac{L}{0{\cdot}1}$$

$$L = \frac{2 \times 10^{12} \times 0{\cdot}01 \times 0{\cdot}1}{4000 \times 980} = \frac{2 \times 1 \times 1}{4 \times 98} \times \frac{10^{12}}{10^{7}}$$

$$= \frac{10^5}{196} = \frac{100000}{196} = 510{\cdot}2 \text{ से. मी.}$$

4. एक लोहे की छड़ की लम्बाई 1 मीटर है तथा अनुप्रस्थ काट 1 वर्ग से. मी. है। उसके ताप में 100° से. ग्रे. से वृद्धि की जाय तो कितना बल लगाने पर उसकी लम्बाई में वृद्धि को रोका जा सकता है? ($Y = 20 \times 10^{11}$ डाइन/वर्ग से. मी., लोहे का घन प्रसरण गुणांक $= 36 \times 10^{-6}$ प्रति डिग्री से. ग्रे.)

हम जानते है कि जब किसी छड़ को गर्म किया जाता है तो उसकी लम्बाई में वृद्धि होती है।

यदि प्रारम्भिक लम्बाई L से. मी. मानलें और लम्बाई में वृद्धि l से. मी. तथा ताप वृद्धि $t°$ से. ग्रे हो तो,

$$l = L \times \alpha \times t \text{ होगा} \qquad \ldots \quad (1)$$

यहां α छड़ का लम्ब प्रसरण गुणांक है। यह घन प्रसरण गुणांक का $\frac{1}{3}$ होता है।

अब यदि इस छड़ पर जिसकी लम्बाई $L + l$ या लगभग L है, हम F डाइन का बल लगायें ताकि उसकी लम्बाई पुनः L से. मी. हो जाये तो सूत्र,

$$Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l} \text{ से}$$

$$F = \frac{Y A l}{L} \text{ डाइन होगा।} \qquad \ldots \quad (2)$$

समीकरण (1) से $\frac{l}{L} = \alpha \times t$

$\therefore$ $F = Y \times A \times \alpha \times t$ डाइन
यहां $Y = 2 \times 10^{12}$, $A = 1$ वर्ग से. मी.,

$$\alpha = \frac{36 \times 10^{-6}}{3} \text{ तथा } t = 100 \text{ है}$$

$\therefore$ $F = 2 \times 10^{12} \times 1 \times 12 \times 10^{-6} \times 100 = 24 \times 10^{8}$ डाइन

* 16.10. समतापीय (Isothermal) और स्थिरोष्म (Adiabatic) परिवर्तनः— ऐसा परिवर्तन जिसमे पदार्थ का ताप स्थिर रहे समतापीय परिवर्तन कहलाता है । यह परिवर्तन साधारणतः इतनी मन्द गति से होता है कि उसमें उत्पन्न उष्मा बाहर वायुमण्डल मे चली जाती है या उसमे उत्पन्न ठडक को दूर करने के लिए वायुमण्डल से उष्मा आ जाती है । इस प्रकार ताप स्थिर रहता है । इसके विपरीत यदि परिवर्तन इतना शीघ्र हो कि उष्मा को इधर उधर जाने के लिए समय न मिले या किसी विशेष उपकरण द्वारा उसका सचरण बन्द कर दिया जाय तो पदार्थ का ताप परिवर्तित होगा । इस प्रकार के परिवर्तनों को जिसमें पदार्थ का ताप परिवर्तित होता है, परन्तु उसमे उष्मा की मात्रा स्थिर रहती है, स्थिरोष्म परिवर्तन कहते हैं ।

उदाहरणार्थ बॉयल के उपकरण में बन्द गैस को लें । यदि खुली नली को धीरे २ ऊपर किया जाय जिससे गैस में दाब वृद्धि के कारण उत्पन्न उष्मा बाहर चली जाय और फिर अन्तिम दाब और आयतन का पाठ्यांक लें तो यह परिवर्तन समतापीय होगा । गैसों में इस प्रकार के परिवर्तन के लिए बॉयल का नियम लगता है । मानलो गैस का प्रारम्भिक आयतन और दाब क्रमशः V और P है तथा दाब वृद्धि के पश्चात $V - v$ और $P + p$ है, तो बॉयल के नियमानुसार $PV = (P + p)(V - v)$ ·········· (1)

यदि इसके विपरीत परिवर्तन इतनी शीघ्रता से किया जाय कि ताप मे परिवर्तन हो जाय तो उपरोक्त समीकरण (1) नहीं लगेगा । इस स्थिति में निम्नलिखित सूत्र लगेगा । $PV^{\gamma} = (P + p)(V - v)^{\gamma}$　　　　　　(2)

$$\text{यहां} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\text{स्थिर दाब पर विशिष्ट उष्मा}}{\text{स्थिर आयतन पर विशिष्ट उष्मा}}$$

यन्त्र का प्रयोग करते समय भी हमें यह सावधानी रखनी पड़ती है कि भार रखने या उतारने के पश्चात कुछ देर ठहर कर पाठ्यांक लिया जाय ।

* 16.11. समतापीय और स्थिरोष्म आयतन-प्रत्यास्थता-गुणांक (Isothermal and Adiabatic Bulk modulus of elasticity):— चित्र के अनुसार एक बेलन लो जिसकी दीवारें सुचालक हों । मानलो उसमें आदर्श गैस (perfect gas) की कुछ मात्रा भरी हुई है । मानलो उसका दाब और आयतन P और V है । यदि दाब $P+p$ कर दिया जाय तो आयतन $V - v$ हो जाता है और ताप स्थिर रहता है । अतएव बॉयल का नियम लागू होगा । इस

चित्र 16.7

पानी में डुबाया जाता है तो तार की लम्बाई 1 मि. मी. से कम हो जाती है। तार की प्रारम्भिक लम्बाई ज्ञात करो। ($Y = 2 \times 10^{12}$ डाइन/वर्ग से. मी.)

इस प्रश्न में आर्किमिडीज के सिद्धान्त का प्रयोग करना होगा। जब वस्तु को पानी में डुबाया जाता है तो उसका भार कम हो जायगा। यह कमी हटाये हुए द्रव के भार के बराबर होगी। इसके कारण तार आकुंचित होता है।

भार में कमी, M = 4 लीटर पानी का भार = 4000 ग्राम

तार में आकुंचन l = 1 मि. मी. = 0·1 से. मी., अनुप्रस्थ काट $A = \frac{1}{100}$ वर्ग से. मी.। मानलो तार की प्रारम्भिक लम्बाई L से. मी. है, तो

सूत्र $Y = \frac{Mg}{A} \times \frac{L}{l}$ में उपरोक्त राशियों का मान रखने पर

$$2 \times 10^{12} = \frac{4000 \times 980}{0 \cdot 01} \times \frac{L}{0 \cdot 1}$$

$$L = \frac{2 \times 10^{12} \times 0 \cdot 01 \times 0 \cdot 1}{4000 \times 980} = \frac{2 \times 1 \times 1}{4 \times 98} \times \frac{10^{12}}{10^7}$$

$$= \frac{10^5}{196} = \frac{100000}{196} = 510 \cdot 2 \text{ से. मी.}$$

4. एक लोहे की छड़ की लम्बाई 1 मीटर है तथा अनुप्रस्थ काट 1 वर्ग से. मी. है। उसके ताप में 100° से. ग्रे. से वृद्धि की जाय तो कितना बल लगाने पर उसकी लम्बाई में वृद्धि को रोका जा सकता है? ($Y = 20 \times 10^{11}$ डाइन/वर्ग से. मी., लोहे का घन प्रसरण गुणांक $= 36 \times 10^{-6}$ प्रति डिग्री से. ग्रे.)

हम जानते है कि जब किसी छड़ को गर्म किया जाता है तो उसकी लम्बाई में वृद्धि होती है।

यदि प्रारम्भिक लम्बाई L से. मी. मानलें और लम्बाई में वृद्धि l से. मी. तथा ताप वृद्धि t° से. ग्रे हो तो,

$$l = L \times \alpha \times t \text{ होगा} \quad .... \quad (1)$$

यहाँ α छड़ का लम्ब प्रसरण गुणांक है। यह घन प्रसरण गुणांक का $\frac{1}{3}$ होता है।

अब यदि इस छड़ पर जिसकी लम्बाई $L + l$ या लगभग L है, हम F डाइन का बल लगावें ताकि उसकी लम्बाई पुनः L से. मी. हो जावे तो सूत्र,

$$Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l} \text{ से}$$

$$F = \frac{Y A l}{L} \text{ डाइन होगा।} \quad .... \quad (2)$$

समीकरण (1) से $\frac{l}{L} = \alpha \times t$

$\therefore \quad F = Y \times A \times \alpha \times t$ डाइन

यहा $Y = 2 \times 10^{12}$, $A = 1$ वर्ग से. मी.,

$\alpha = \frac{36 \times 10^{-6}}{3}$ तथा $t = 100$ है

$\therefore F = 2 \times 10^{12} \times 1 \times 12 \times 10^{-6} \times 100 = 24 \times 10^{8}$ डाइन

※ 16.10. समतापीय (Isothermal) और स्थिरोष्म (Adiabatic) परिवर्तनः—ऐसा परिवर्तन जिसमे पदार्थ का ताप स्थिर रहे समतापीय परिवर्तन कहलाता है। यह परिवर्तन साधारणतः इतनी मन्द गति से होता है कि उसमे उत्पन्न उष्मा बाहर वायुमण्डल मे चली जाती है या उसमे उत्पन्न ठडक को दूर करने के लिए वायुमण्डल से उष्मा आ जाती है। इस प्रकार ताप स्थिर रहता है। इसके विपरीत यदि परिवर्तन इतना शीघ्र हो कि उष्मा को इधर उधर जाने के लिए समय न मिले या किसी विशेष उपकरण द्वारा उसका सचरण बन्द कर दिया जाय तो पदार्थ का ताप परिवर्तित होगा। इस प्रकार के परिवर्तनों को जिसमे पदार्थ का ताप परिवर्तित होता है, परन्तु उसमे उष्मा को मात्रा स्थिर रहती है, स्थिरोष्म परिवर्तन कहते हैं।

उदाहरणार्थ बॉयल के उपकरण में बन्द गैस को लें। यदि खुली नली को धीरे २ ऊपर किया जाय जिससे गैस मे दाब वृद्धि के कारण उत्पन्न उष्मा बाहर चली जाय और फिर अन्तिम दाब और आयतन का पाठ्यांक लें तो यह परिवर्तन समतापीय होगा। गैसों मे इस प्रकार के परिवर्तन के लिए बॉयल का नियम लगता है। मानलो गैस का प्रारम्भिक आयतन और दाब क्रमश: V और P है तथा दाब वृद्धि के पश्चात $V - v$ और $P + p$ है, तो बॉयल के नियमानुसार $PV = (P + p)(V - v)$ ....(1)

यदि इसके विपरीत परिवर्तन इतनी शीघ्रता स किया जाय कि ताप में परिवर्तन हो जाय तो उपरोक्त समीकरण (1) नही लगेगा। इस स्थिति में निम्नलिखित सूत्र लगेगा। $PV^{\gamma} = (P + p)(V - v)^{\gamma}$ .... (2)

यहा $$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\text{स्थिर दाब पर विशिष्ट उष्मा}}{\text{स्थिर आयतन पर विशिष्ट उष्मा}}$$

यग का प्रयोग करते समय भी हमें यह सावधानी रखनी पड़ती है कि भार रखने या उतारने के पश्चात कुछ देर ठहर कर पाठ्यांक लिया जाय।

※ 16.11. समतापीय और स्थिरोष्म आयतन-प्रत्यास्थता-गुणांक (Isothermal and Adiabatic Bulk modulus of elasticity):-- चित्र के अनुसार एक बेलन लो जिसकी दीवारें सुचालक हों। मानलो उसमे आदर्श गैस (perfect gas) की कुछ मात्रा भरी हुई है। मानलो उसका दाब और आयतन P और V है। यदि दाब P+p कर दिया जाय तो आयतन $V - v$ हो जाता है और ताप स्थिर रहता है। अतएव बॉयल का नियम लागू होगा। इन

चित्र 16.7

प्रकार के परिवर्तन में, गैस पर लगने वाला प्रतिबल (Stress) =

दाब में वृद्धि $= (P + p - P) = p$ और

विकृति (strain) $= \dfrac{\text{आयतन में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक आयतन}} = \dfrac{v}{V}$ चूंकि ताप स्थिर है अतएव,

समतापीय प्रत्यास्थता E_θ (isothermal elasticity) निम्नलिखित सूत्र द्वारा व्यक्त होगी,

$$E = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}} = \frac{p}{\frac{v}{V}} = \frac{pV}{v} \qquad .... \quad (1)$$

बॉयल के नियमानुसार,

$$PV = (P + p) (V - v) = PV - Pv + pV - pv$$

या $\qquad Pv = pV - pv$

यहां p और v दोनों सूक्ष्म राशियां है। अतएव pv का मान pV की अपेक्षा में नगण्य है।

$$\therefore \qquad Pv = pV$$

$$\therefore \qquad P = \frac{pV}{v} \qquad ....(2)$$

समीकरण (2) और (1) की तुलना से, $\qquad E_\theta = P \qquad ....(3)$

अब यदि यह माना जाय कि दाब और आयतन का उपरोक्त परिवर्तन स्थिरोष्म है यानी ताप परिवर्तन होता है, तो स्थिरोष्म प्रत्यास्थता-गुणांक E_ϕ निम्नलिखित सूत्र द्वारा व्यक्त होगा;

$$E_\phi = \frac{p}{\frac{v}{V}} = \frac{pV}{v} \qquad ....(4)$$

स्थिरोष्म परिवर्तन का नियम लगाने पर,

$$PV^\gamma = (P + p) (V - v)^\gamma \qquad ....(5)$$

$$= (P + p) \left\{ V\left(1 - \frac{v}{V}\right)\right\}^\gamma$$

$$\therefore \qquad PV^\gamma = (P + p) V^\gamma \left(1 - \frac{v}{V}\right)^\gamma$$

[बाइनोमियल सिद्धान्त के अनुसार जब $x << 1$ हो तो,

$(1 - x)^n = 1 - nx + ...$ नगण्य पदियां ....]

लेवें, $\qquad \left(1 - \frac{v}{V}\right)^\gamma = 1 - \gamma \frac{v}{V}$

अतएव उपर्युक्त समीकरण से,

$$P = (P + p)\left(1 - \gamma\ \frac{v}{V} + \ldots \text{ ऊंचे घात की संख्या}\right)$$

$$= P - \frac{P\gamma v}{V} + p - \frac{pv\gamma}{V}$$

$$\therefore \quad \frac{\gamma P v}{V} = p - \frac{pv\gamma}{V}$$

चूंकि pv अल्प राशि है अतएव नगण्य है,

$$\therefore \quad \frac{\gamma P v}{V} = p$$

$$\therefore \quad \gamma P = \frac{pV}{v} \qquad \ldots(6)$$

समीकरण (4) और (6) की तुलना से,

$$E_{\phi} = \gamma P \qquad \ldots(7)$$

इस प्रकार, (i) $E_{\theta} = P =$ गैस पर कार्य करने वाला दाब

(ii) $E_{\phi} = \gamma P =$ गैस पर कार्य करने वाला दाब $\times$ गैस की विशिष्ट उष्माओं का अनुपात

इससे स्पष्ट है कि E_{θ} और E_{ϕ} का मान स्थिरांक नहीं है किन्तु गैस पर लगने वाले प्रारम्भिक दाब पर निर्भर करता है।

(ii) में (i) का भाग देने पर,

$$\frac{E_{\phi}}{E_{\theta}} = \frac{\gamma P}{P} = \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

इस प्रकार स्थिरोष्म प्रत्यास्थता गुणांक और समतापीय प्रत्यास्थता गुणांक का अनुपात आदर्श गैस की स्थिर दाब पर विशिष्ट उष्मा और स्थिर आयतन पर विशिष्ट उष्मा के अनुपात के बराबर है।

संख्यात्मक उदाहरण 5 :— हाइड्रोजन गैस की समतापीय और स्थिरोष्म प्रत्यास्थता ज्ञात करो, प्रकृत ताप और दाब (N. T. P.) पर। ($\gamma = 1{\cdot}4$)

समतापीय प्रत्यास्थता $E_{\theta} = P$ (गैस पर कार्य करने वाला दाब)

$= 76 \times 13{\cdot}6 \times 980$ डाइन/वर्ग से. मी.

$= 1{\cdot}01 \times 10^{6}$ डाइन प्रति वर्ग से. मी.

स्थिरोष्म प्रत्यास्थता $E_{\phi} = \gamma P$

$= 1{\cdot}4 \times 76 \times 13{\cdot}6 \times 980$

$= 1{\cdot}414 \times 10^{6}$ डाइन प्रति वर्ग से. मी.

6. एक लीटर गैस 72 से. मी. दाब पर है। उसे समतापीय विधि दबाया जाता है जिससे उसका आयतन 900 घ.से.मी. हो जाय। यदि g=98 और पारे का घनत्व 13·6 हो, तो गैस का प्रतिबल, विकृति और प्रत्यास्थत गुणांक ज्ञात करो।

मानलो कि गैस को दबाने के बाद उसका दाब P हो जाता है। तो बॉयल नियमानुसार, $900 \times P = 1000 \times 72$

$$\therefore \quad P = \frac{1000 \times 72}{900} = 80 \text{ से. मी.}$$

$\therefore$ दाब में वृद्धि = 80 − 72 = 8 से. मी.

$\therefore$ प्रतिबल = P = 8 × 13·6 × 980 = 106624 डाइन प्रति वर्ग से. मी.

और विकृति $= \frac{v}{V} = \frac{100}{1000} = 0·1$

$\therefore$ प्रत्यास्थता गुणांक $E_\theta = \frac{106624}{0·1} = 1066240$ डाइन प्रति वर्ग से. मी.

प्रश्न

1. परिभाषायें दो—प्रत्यास्थता, प्रतिबल, विकृति और प्रत्यास्थता गुणांक। (देखो 16.2, 16.3)

2. हुक का नियम बताओ। इस नियम का प्रयोगात्मक सत्यापन किस प्रकार करोगे? (देखो 16.5, 16.9)

3. सर्ल के उपकरण द्वारा यंग का प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करो। (देखो 16.7)

4. गैसों की दो प्रकार की प्रत्यास्थता कौन कौन सी होती हैं तथा उनमें क्या सम्बन्ध है? (देखो 16.11)

5. समतापीय और समस्थिरोष्म परिवर्तन किसे कहते हैं? (देखो 16.10)

संख्यात्मक प्रश्न:—

1. एक तार पर जिसका व्यास 0·4 से.मी. है 25 कि. ग्राम का भार लटकाया जाता है। इससे 50 से.मी. तार की लम्बाई 51 से.मी. हो जाती है। तो यंग का प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करो। (उत्तर $9·75 \times 10^9$ डाइन/वर्ग से.मी.)

2. कितना बल लगाने से एक इस्पात के तार की लम्बाई जिसका अनुप्रस्थ-काट (*cross-section*) 1 वर्ग से.मी. है, दुगुनी हो जायगी?
($Y = 2 \times 10^{12}$ डाइन/वर्ग से.मी.) (उत्तर 2×10^{12} डाइन/वर्ग से.मी.)

3. एक लोहे का तार जिसका व्यास 0·4 मि.मी. है 300° से.ग्रे. तक गरम कर के सीधा किया जाता है। तदुपरांत उसको दो कीलों के बीच कस दिया जाता है। यदि उस का ताप 20° से.ग्रे. तक गिर जावे तो कीलों पर कितना बल लगेगा?
($\alpha = 1 \times 10^{-5}$/से.ग्रे. $Y = 1·1 \times 10^{12}$ डाइन/वर्ग से.मी.)
(उत्तर $3·872 \times 10^6$ डाइन)

4. एक गोलाकार गेंद 100 वायुमण्डल का दाब (Pressure) लगाने से 0·01 प्रतिशत से संकुचित होती है। उस पदार्थ का आयतन-प्रत्यास्थता-गुणांक ज्ञात करो।

(उत्तर $1{\cdot}013 \times 10^{12}$ डाइन/वर्ग से.मी.)

5. यदि एक तार पर 2 कि. ग्राम प्रति वर्ग मि. मी. का प्रतिबल (Stress) लगाया जाता है तो उसकी प्रतिशत लम्बाई में वृद्धि ज्ञात करो।

($Y = 10^{12}$ डाइन/वर्ग से मी.) (उत्तर 0·0196 प्रतिशत)

6. एक 3 मीटर आयतन का गोला एक लम्बे तार से लटकाया जाता है जिसका ऊपर का सिरा कसा हुआ है। उसका अनुप्रस्थ-काट समान है और 0·01 व.से.मी. है। जब गोले को पूरा पूरा पानी में डुबाया जाता है तो तार की लम्बाई में 1 मि.मी. का अन्तर हो जाता है। तार की लम्बाई ज्ञात करो। ($Y=2\times10^{12}$ डाइन/प्रति वर्ग से.मी.)

(उत्तर 680·27 से.मी.)

7. एक 2 मीटर लम्बे इस्पात के तार से कितना भार लटकाया जाय कि वह 1 मि.मी. से बढ़ जाय। उसका व्यास 1 मि.मी. है तथा Y का मान 2×10^{12} डाइन/वर्ग से.मी. है। उस स्थान पर $g = 981$ से.मी./से.^{2} है। (उत्तर 8·002 कि.ग्राम)

8. एक 24 फीट लम्बे इस्पात के स्तम्भ पर 60 टन का भार रखा हुआ है। यदि उसका अनुप्रस्थ-काट 10·8 वर्ग इंच है तो उसकी लम्बाई में कितनी कमी होगी ?

($Y = 30 \times 10^6$ पौंड प्रति वर्ग इंच) (उत्तर 0·119 इंच)

9. जब एक तार जिसकी लम्बाई 1 मीटर है तथा जिसका अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल 0·49 वर्ग मि. मी. है, 5 कि. ग्राम के भार से खींचा गया तो उसकी लम्बाई में 0·5 मि.मी. की वृद्धि हुई। तार के लिये प्रतिबल, विकृति तथा यंग का प्रत्यास्थता गुणांक मालूम करो। ($g = 980$ से.मी. प्रति से.) (राज. 1951)

(उत्तर $3{\cdot}185 \times 19^8$ डा/व. से. मी, 5×10^{-4},
$6{\cdot}37 \times 10^{11}$डा./व.से.मी.)

10. एक तार की लम्बाई 10 फीट है और अनुप्रस्थ काट 0·125 वर्ग इन्च है। यदि उस पर 450 पौंड का बल लगाया जाय तो उसकी लम्बाई में 0·015 इन्च की वृद्धि होती है। तो प्रतिबल, विकृति और प्रत्यास्थता गुणांक का मान ज्ञात करो।

(उत्तर–3600 पौंड/वर्ग इन्च, 0·000125
$Y = 7{\cdot}55 \times 10^7$ पौंड/वर्ग इन्च)

भाग 2
ऊष्मा

अध्याय 17

उष्मा और ताप

(Heat & Temperature)

17.1 उष्मा का अर्थ :—जब शीत ऋतु में ठंड के कारण, हमारे दांत कट-कटाने लगते हैं, तब हम या तो सूर्य की धूप में बैठते हैं या आग के सामने तापने बैठते हैं। ऐसा करने पर हमें गर्मी प्राप्त होती है। वैज्ञानिक शब्दों में कहना हो तो हम कहते हैं कि हमें सूर्य व आग से उष्मा प्राप्त होती है। यह उष्मा है क्या ? इस प्रश्न का सही-सही उत्तर देना सरल नहीं है। कई लोग इसे एक प्रकार तरल पदार्थ समझते थे, जो सूर्य अथवा आग से शरीर में प्रवेश करता है। यह पदार्थ शरीर में आने से हमें गर्मी लगती है और शरीर से जाने पर ठंड। किन्तु विज्ञान के ज्ञान के प्रादुर्भाव के साथ ही साथ यह उष्मा के तरल पदार्थ होने का सिद्धान्त भी झूठा सिद्ध हो गया है।

हम जानते हैं कि ठंड के कारण जब हमारे हाथ ठिठुर जाते हैं तब इससे बचने के लिए हम हाथ पर हाथ रगड़ते हैं। शीघ्र ही हम गर्मी का अनुभव करते हैं। इसी प्रकार द्रुत गति से चलने से अथवा दौड़ने से भी हम इस गर्मी अथवा उष्मा का अनुभव करते हैं। अतएव हम कहते हैं कि उष्मा एक विशिष्ट प्रकार की ऊर्जा (energy) है। (इसके बारे में आप अधिक जानकारी आगे प्राप्त करेंगे) प्रत्येक वस्तु के अणु अपने अपने स्थान पर कम्पन करते हैं। इन कम्पनों की गति से उत्पन्न ऊर्जा को ही हम उष्मा कहते हैं। हाथ को रगड़ने से इन कम्पनों में तेजी आती है और इसलिए हम अधिक उष्मा (heat) का अनुभव करते हैं।

सारांश में यहां इतना कहना पर्याप्त होगा कि उष्मा (heat) एक प्रकार की ऊर्जा है, जो पदार्थ के अणुओं के कम्पनों से सम्बन्धित है। यदि कम्पन शून्य हो जाए तो हम कहेंगे कि पदार्थ में कोई उष्मा नहीं है।

17.2 ताप का अर्थ :—जब हम किसी गर्म वस्तु को छूते हैं तब वह गर्म इस लिए मालूम होती है कि उसकी उष्मा हमारे हाथ में प्रवेश करती है। जब हम बर्फ को छूते हैं तब इसके विपरीत होता है। अर्थात् अब उष्मा (heat) हमारे हाथों से बर्फ में जाती है। अतएव हम कहते हैं कि बर्फ ठंडी है। यह उष्मा का एक वस्तु से दूसरी वस्तु की ओर बहना जिस गुण पर निर्भर होता है, उसे वस्तु का ताप (temperature) कहते हैं। अतएव ताप वस्तु का वह गुण है जो वस्तु की उष्मा के प्रचलन को नियन्त्रित करता है। उष्मा सदा अधिक ताप वाली वस्तु से कम ताप वाली वस्तु की ओर प्रवाहित होती है। वस्तु की उष्णता की मात्रा को भी ताप कहते हैं।

उदाहरणार्थ, एक चूल्हे पर रखा बर्तन में भरा पानी लो। तुम देखोगे कि जैसे जैसे इस पात्र में अधिकाधिक उष्मा जाता है, वैसे वैसे उसका ताप बढ़ता जाता है। इसी प्रकार ठंडा होने वाला पदार्थ जैसे जैसे उष्मा खोता जाता है, उसका ताप कम होता जाता है।

17.3 उष्मा और ताप में अन्तर :—प्रयोग 1. एक पात्र में द्र
लो। इसे गर्म करो। जैसे जैसे इसमें अधिक उष्मा जाती है, इसका ताप भी बढ़
अतएव हम कहते हैं कि किसी पदार्थ में उष्मा की मात्रा बढ़ने से उसका ताप बढ़ता है।

प्रयोग 2. अब दो एक से पात्रों में बराबर बराबर द्रव लो। दो
बराबर उष्मा की मात्रा दो। दोनों का ताप एकसा ही बढ़ेगा।

प्रयोग 3. अब एक बहुत बड़ा व एक छोटासा द्रव भरा पात्र लो। दो
द्रव का ताप एकसा ही है, किन्तु उष्मा की मात्रा एकसी नहीं है। जिसमें अधिक द्र
उसमें उष्मा की मात्रा भी अधिक होती है।

प्रयोग 4. छोटे पात्र को इतना गर्म करो कि पानी उबलने लगे। इस
छोटे पात्र का ताप बड़े पात्र से अधिक है, परन्तु यदि उसमें द्रव की मात्रा बहुत थोड़ी
तो हो सकता है कि उष्मा की मात्रा कम हो।

इन प्रयोगों से हम देखते हैं कि उष्मा व ताप एक नहीं है। किसी पदार्थ
ताप अधिक होने पर भी उष्मा की मात्रा कम हो सकती है।

वास्तव में कहा जावे तो (जैसा कि आगे पढ़ोगे) वस्तु में उष्मा की मात्रा, व
की संहति, उसके ताप व उसके एक और विशेष गुण पर निर्भर रहती है। उष्मा का प्र
केवल पदार्थ के ताप पर ही निर्भर रहता है। किसी पदार्थ में यदि उष्मा अधिक किन्तु ताप
हो तो उसमें से उष्मा का प्रवाह अधिक ताप वाले पदार्थ में न होकर विपरीत होगा

उष्मा व ताप में अन्तर समझने के लिए द्रवों के बहने का उदाहरण उपयुक्त है
मानलो दो पात्रों के अन्दर पानी भरा है। एक पात्र बहुत बड़ा और दूसरा छोटा है
इसलिए पानी की मात्रा बड़े पात्र में अधिक और छोटे पात्र में कम होगी। यदि ह
दोनों पात्रों को नली द्वारा मिला दें तो पानी कौन से पात्र में से कौन से पात्र
बहेगा? यह पात्र के छोटे बड़े होने या उनमें पानी कम या अधिक होने पर निर्भर
नहीं करेगा। यह दोनों पात्रों में पानी की सतह पर निर्भर करेगा। जिस पात्र में पानी की
सतह ऊंची होगी उससे नीचे सतह वाले पात्र में पानी बहेगा, चाहे उसमें पहले ही पानी
कम हो और नीचे वाले में अधिक हो। जो काम यहां पानी की सतह का है वह उष्मा में
ताप का है। जो मात्रा पानी की है वह यहां उष्मा की मात्रा है। इस प्रकार उष्मा पदार्थ
में विद्यमान ऊर्जा (energy) है तो ताप (temperature) ऊर्जा की दशा है।

जिस प्रकार पानी की एक ही मात्रा भिन्न भिन्न सतह पर रखी जा सकती है, उसी
प्रकार एक उष्मा की निश्चित मात्रा पृथक पृथक ताप पर रखी जा सकती है। जैसा कि
हम ऊपर कह चुके हैं कि पदार्थ का प्रत्येक कण कम्पन करता है। जितना कम्पन अधिक
होगा उतना ही ताप अधिक होगा। जैसे कम्पन कम होता जाता है, ताप कम होता जाता
है। जब कम्पन शून्य हो जाता है, तो ताप भी शून्य हो जाता है। इस शून्य ताप को
निरपेक्ष शून्य (absolute zero) कहते हैं।

17.4 उष्मा के उद्गम (sources of heat):—वास्तव में कहा जाय
तो हमारा उष्मा का सबसे बड़ा उद्गम सूर्य ही है। उसी के द्वारा अन्य पदार्थ, जैसे लकड़ी,
कोयला इत्यादि बने, जिनको जलाने से भी हम उष्मा प्राप्त कर सकते हैं। साधारणतया
निम्नलिखित उष्मा के उद्गम होते हैं:

1. सूर्य:—सूर्य हमारा उष्मा का सबसे बड़ा उत्पादक है। इसी के द्वारा हमारा जीवन सुखी बनाना सम्भव हुआ है। अतएव इसे हम हमारा प्राणदाता कहते हैं। वास्तव में सूर्य में उष्मा हाइड्रोजन गैस के संघनन (fusion) से उत्पन्न होती है।

2. रासायनिक क्रिया (chemical action):—कोयला, लकड़ी, तेल जैसी वस्तुएं जब आक्सीजन से मिल कर जलती हैं, तब हमारे लिए उष्मा का बहुत बड़ा उद्गम प्राप्त होता है। वास्तव में कहा जाए तो कोयला, तेल इत्यादि में सूर्य से प्राप्त ऊर्जा ही दूसरे रूप में स्थित है। हजारों साल पहिले जो लकड़ी व प्राणी पृथ्वी के अन्दर दब गये वे ही कोयला व तेल के रूप में बदल गये हैं।

3. यान्त्रिक क्रिया (mechanical action):—हम पहिले देख ही चुके हैं कि हाथ पर हाथ रगड़ने से किस प्रकार उष्मा उत्पन्न हुई। चकमक के पत्थर को रगड़ कर आग उत्पन्न करना तो आप जानते ही हैं।

4. विद्युत (electricity):—विद्युत की धारा को किसी वस्तु में से प्रवाहित करने से भी उष्मा उत्पन्न होती है। विद्युत के बने चूल्हे प्रायः सभी ने देखे ही होंगे।

5. दशा परिवर्तन (change of state):—जब वस्तु एक दशा से जैसे वाष्प से दूसरी दशा जैसे द्रव में परिवर्तित होती है, तब उष्मा निकलती है।

17.7 उष्मा का प्रभाव (effects of heat):—उष्मा के कई प्रकार के प्रभाव होते हैं। कुछ के बारे में हम आगे चल कर पढ़ेंगे।

(अ) ताप का बढ़ना:—किसी पदार्थ को उष्मा देने से उसका ताप बढ़ता है।

(ब) लम्बाई, क्षेत्रफल व आयतन का बढ़ना:—किसी पदार्थ को गर्म करने से उसकी लम्बाई, आयतन इत्यादि बातों में परिवर्तन होता है। प्रयोग द्वारा इस बात को हम अगले पाठों में पढ़ेंगे।

(स) दशा परिवर्तन:—आप जानते ही हैं कि किस प्रकार द्रव (पानी) गर्म होने से गैस (वाष्प) में बदल जाता है।

(द) रासायनिक परिवर्तन:—जब कोई वस्तु जलती है, तब उस वस्तु में आक्सीजन मिलने से परिवर्तन हो जाता है। क्या आप अपने रासायनिक विज्ञान से कोई उदाहरण बता सकते हैं?

(इ) भौतिक परिवर्तन:—यह (ब) से मिलता-जुलता है। जस्ता जो साधारणतया कड़ा होता है, गर्म होने पर मुलायम हो जाता है।

प्रश्न

1. उष्मा और ताप से आप क्या समझते हैं? इनमें क्या अन्तर है? उदाहरण सहित समझाओ। (देखो 17.1, 17.2, 17.3)

2. उष्मा के उद्गम व उसके प्रभाव पर एक टिप्पणी लिखो। (देखो 17.4, 17.5)

अध्याय 18

तापमिति

(Thermometry)

18.1 ताप (Temperature):—ताप क्या है? इसमें और ऊष्मा में क्या अन्तर है? इसका उत्तर हम पिछले पाठ में पढ़ ही चुके हैं। जैसे किसी पदार्थ में ऊष्मा की मात्रा बढ़ती जाती है वैसे उसका ताप भी बढ़ता जाता है। ताप पर ही एक पदार्थ से दूसरे पदार्थ की ओर ऊष्मा का बहना निर्भर होता है। इस ताप का नाप भौतिक विज्ञान में एक आवश्यक बात है।

हम किसी वस्तु को छूकर ही बता सकते हैं कि वह गर्म है या ठंडी। जब कोई वस्तु गर्म हो रही हो तो छूकर हम बता सकते हैं कि वस्तु का ताप बढ़ रहा है। परन्तु क्या सदा स्पर्श से हमारा अनुमान ठीक निकलेगा?

18.2 ताप व स्पर्श:—तीन बीकर लो। एक में ठण्डा, दूसरे में गुनगुना और तीसरे में गर्म पानी रखो। अब इनको स्पर्श कर मालूम करो कि सब से अधिक ताप वाला कौनसा बीकर है। तुम्हारा अनुमान सही निकलेगा। अब सीधे हाथ को गर्म व बाए हाथ को ठण्डे पानी में डुबाओ। थोड़ी देर पश्चात् दोनों हाथों को एक दम गुनगुने पानी वाले बीकर में डुबाओ। तुम अनुभव करोगे कि सीधे हाथ को यह पानी ठंडा व बाए हाथ को गर्म मालूम पड़ेगा। अतएव हम गुनगुने पानी के ताप के बारे में सही अनुमान लगाने में असमर्थ होते हैं।

इस प्रकार हम देखते हैं कि स्पर्श से किसी पदार्थ का ताप ज्ञात करना हमेशा विश्वसनीय न होगा।

साधारणतया निम्नलिखित कारणों से हम स्पर्श द्वारा ताप का अनुमान लगाना त्रुटिपूर्ण समझते हैं:—

1. जैसा कि ऊपर के प्रयोग में समझाया गया है, हाथ का ताप हमेशा एक जैसा नहीं रहता।

2. एक ही कमरे में रखी हुई भिन्न भिन्न वस्तुएं जैसे लोहे की कुर्सी व लकड़ी की कुर्सी को जब हम ठंड में स्पर्श करते हैं तब लोहे की कुर्सी लकड़ी की अपेक्षा अधिक ठंडी मालूम पड़ती है। वास्तव में दोनों का ताप एक ही है। इसका कारण यह है कि लोहा धातु होने के कारण हमारे हाथ से शीघ्र ही ऊष्मा को ग्रहण कर लेता है जब लकड़ी नहीं करती। अतएव पदार्थ के ऊष्मा लेने के सामर्थ्य पर भी हमारा स्पर्श का अनु-
निर्भर करेगा।

3. स्पर्श से हम मोटे रूप से ताप का अनुमान लगा सकते हैं, किन्तु यदि दो के ताप में थोड़ा सा ही अन्तर पैदा हो तो स्पर्श उसे मालूम करने में असमर्थ

4. स्पर्श से हम ताप का नाप ले नहीं सकते हैं। किसी वस्तु का ताप कितने गुना दूसरी वस्तु के ताप से अधिक है, यह हम स्पर्श से नहीं कह सकते हैं।

18.3 ताप और उसका नाप:—ताप (temperature) के नाप के लिए, हमें किसी ऐसे उपकरण के लिए सोचना चाहिए जो अनुच्छेद 18.2 में बताई हुई बातों से प्रभावित न हो। ऐसे उपकरण को जो किसी वस्तु के ताप को ठीक ठीक मालूम कर सकता है, तापमापी (thermometer) कहते हैं।

हम पहिले पाठ में पढ़े हो चुके हैं कि जब किसी पदार्थ को उष्मा देने से उसका ताप बढ़ता है तब उसमें कुछ परिवर्तन होता है—जैसे आयतन का बढ़ना। जितना अधिक ताप बढ़ेगा, उतना ही अधिक आयतन बढ़ेगा। चूंकि यह गुण ताप पर निर्भर है, अतएव हम इसका उपयोग तापमापी बनाने में कर सकते हैं।

18.4 पारे का तापमापी:—हम आगे पढ़ेंगे कि किस प्रकार द्रव्य (matter) ताप के कारण प्रसारित होते हैं। गैस में सबसे अधिक प्रसार होता है, व ठोस में सबसे कम। अतएव प्रायः हम द्रव व गैस के प्रसार का उपयोग, तापमापी बनाने के काम में लाते हैं। इनमें द्रव से बने तापमापी अधिक सुविधाजनक होते हैं, और इसलिए प्रथम इन्हीं का वर्णन करेंगे। द्रवों में हम पारे का उपयोग अधिकता से करते हैं।

F C' B B'

चित्र 18.1

बनावट:—तुम इसके बारे में, अपनी पिछली कक्षा में ही पढ़ चुके हो। चित्र के अनुसार काच की एक केशिका (capillary) नली लो। इसके छेद का काट-क्षेत्र (cross section) सब जगह एकसा ही होना चाहिये। इस नली के एक ओर एक कांच की कीप F लगी रहती है व दूसरी ओर एक बल्ब B. केशिका नली के चारों ओर काच की मोटी सतह होती है, व बल्ब के चारों ओर बिलकुल पतली।

पारे का भरना:—चूंकि नली केशिका होती है, अतएव इसे पारे से भरना कठिन है। कीप F को पारे से भरो। अब धीरे धीरे बल्ब B को गर्म करो। जैसे ही बल्ब की हवा गर्म होगी, वह प्रसारित होकर कीप में से बाहर निकलेगी। थोड़े समय बाद बल्ब को ठंडा करो। हवा सिकुड़ेगी और उसके स्थान पर वायुमण्डलीय दाब के कारण पारा अन्दर आयगा। पुनः बल्ब को गर्म व ठण्डा करो। ऐसा बारम्बार करने से कुछ समय में पूरा बल्ब पारे से भर जायगा।

अब बल्ब को ऐसे द्रव में रखो जिसका क्वथनांक (boiling point) उस से थोड़ा अधिक हो, जिस ताप तक हम वह तापमापी बनाना चाहते हैं। फिर द्रव इतना गर्म करो कि वह उबलने लगे।

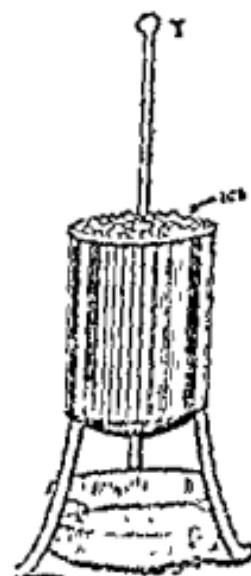
इस समय पूरा बल्ब व केशिका नली, पारे से भरी हुई दिखाई देगी। ऐसी अवस्था में ज्वालक (burner) की तेज लौ से कीप व केशिका नली के बीच के स्थान को गर्म करो। अधिक देर तक गर्म करने से वहां का कांच पिघलने लगेगा। तब कीप थोड़ा बल लगा कर खींचो। वह केशिका नली से अलग हो जाएगी व साथ ही केशिका नली का मुंह बन्द हो जाएगा। यदि बल्ब को ठंडा किया जाए तो पारा बल्ब व नली के थोड़े से हिस्से में आ जाएगा। इसके बाद इसको कुछ दिनों के लिए रख दो ताकि नली का कांच अपनी पूर्वावस्था में आ जावे।

अंशांकन करना (Graduation):—तापमापी को ताप पढ़ने योग्य बनाने के लिए कोई इकाई निश्चित करनी पड़ती है। जिस प्रकार लम्बाई, संहति इत्यादि के नाप के लिए भिन्न भिन्न पैमानों के अनुसार भिन्न-भिन्न इकाइयां होती हैं, उसी प्रकार ताप के लिए भी। यहां पर हम एक विशिष्ट पैमाना सेन्टीग्रेड का ही वर्णन करेंगे।

पैमाने को निश्चित करने से पहिले हम दो तापों को प्रमाणिक (standard) ताप मान लेते हैं। ये ताप क्रमशः हैं, बर्फ का गलनांक (melting point) व पानी का क्वथनांक (boiling point). जिस ताप पर बर्फ पिघल कर पानी में परिवर्तित होती है, उसे बर्फ का गलनांक व जिस ताप पर पानी उबलने (इस समय वायुमण्डलीय दाब पारे का 76 से. मी. होना चाहिये) लगता है, उसे पानी का क्वथनांक कहते हैं।

चित्र 18.2

बर्फ का गलनांक अंश:—जब तापमापी पारे से भर दिया जाता है तब उसे १०, १५ दिन तक ठंडा किया जाता है। ऐसा करना इसलिए आवश्यक है कि कांच एक बार गर्म होने पर अपनी पूर्वावस्था में आने के लिए अधिक समय लेता है। चित्र के अनुसार एक कीप को बर्फ के छोटे छोटे टुकड़ों से भरो व उसमें तापमापी को डुबाओ। तुम देखोगे कि कुछ समय बाद पारा नीचे गिर कर एक स्थान पर स्थिर हो गया है। आधा, पौन घण्टे के बाद इस स्थान पर सावधानी से धुरच कर एक निशान M बनाओ। यही गलनांक अंश है।

पानी का क्वथनांक:—इस प्रयोग के लिए एक विशेष उपकरण हैप्सोमीटर (hypsometer) की, जिसे चित्र 18.3 में दिखाया गया है, आवश्यकता पड़ती है। अतः

पानी शुद्ध अवस्था में नहीं रहता है। यदि इसमें अशुद्धियां रहीं तो अशुद्धियों की मात्रा व गुण के अनुसार पानी के उबलने का ताप भिन्न भिन्न रहेगा। ऐसा होने पर भी यदि हम इस अवस्था में बनी भाप का ताप लें, तो ताप हमेशा एक ही रहता है। अतः हमें हैप्सोमीटर की आवश्यकता पड़ती है। उसके द्वारा हम तापमापी को भाप में रख सकते हैं।

चित्र 18.3 को देखने से पता चलेगा कि इसमें तापमापी चारों ओर से भाप से ढका हुआ है। इस अवस्था में जब तापमापी गर्म किया जाता है तब पानी के उबलने के कुछ समय बाद पारा केशिका नली में एक स्थान पर स्थिर हो जाता है। इस स्थान पर एक अंश खींचा जाता है, जिसे S कहेंगे। यह क्वथनांक अंश है।

चित्र 18.3

पैमानों के अनुसार अंशांकन करना:—साधारणतया: तीन प्रकार के पैमाने तापमापी के काम में आते हैं 1. सेन्टीग्रेड, 2. फारेनहाइट, 3. रूमर।

सेन्टीग्रेड पैमाना:—इस पैमाने का निर्माण वैज्ञानिक सेलसियस ने किया। बर्फ के गलनांक को 0 अंश व क्वथनांक को 100 अंश माना जाता है। इन चिन्हों के बीच की दूरी 100 बराबर के अंशों में विभाजित की जाती है। प्रत्येक चिन्ह 1 अंश सेन्टीग्रेड के बराबर होता है। कई तापमापियों में दो चिन्हों के बीच 2, 5, अथवा 10 और छोटे विभाग किये जाते हैं। तब हम कहते हैं कि तापमापी से ताप 1/2, 1/5 या 1/10 अंश तक पढ़ सकते हैं। 0 के अंश के नीचे भी बराबर दूरी पर चिन्ह लगे रहते हैं। ये ऋणात्मक ताप बताते हैं। इसी प्रकार 100 अंश के ऊपर भी चिन्ह होते हैं। प्रायः तापमापी 110 अंश या 360 अंश ताप पढ़ सकने वाले बनाये जाते हैं। यही पैमाना अधिकतर काम में लाया जाता है।

(ब) फारेनहाइट पैमाना:—वैज्ञानिक फारेनहाइट ने 1714 ई. में इस पैमाने का प्रयोग किया। उन दिनों सबसे कम ताप जो ज्ञात था वह बर्फ में नमक मिलाने से प्राप्त होता था। इस ताप को सेन्टीग्रेड पैमाने से नापने पर यह ताप ऋणात्मक आता था। अतएव फारेनहाइट ने इस सबसे कम ताप को शून्य मानना चाहा। इस ताप को यदि शून्य माना जाय तो बर्फ का गलनांक अधिक होगा। इसलिए इस पैमाने के अनुसार गलनांक को 32 व क्वथनांक को 212 माना गया। इसके बीच की दूरी 212−32 = 180 बराबर हिस्सों में बांटी गई। दो चिन्हों के बीच की दूरी को 1 अंश फारेनहाइट कहा जाता है।

यह पैमाना अधिकतर इंग्लैंडी कार्यों में लाया जाता है। चूंकि हमारी सरकार ने दाशमिक प्रणाली को चालू किया है, अतः इस पैमाने का उपयोग कम होकर उसके स्थान पर सेन्टीग्रेड पैमाने का उपयोग और भी व्यापक हो जायगा।

रियूमर पैमाना—रियूमर ने इसका निर्माण किया। इसका उपयोग बहुत कम और कुछ यूरोपीय देशों में होता है। इसके अनुसार बर्फ का गलनांक 0 व क्वथनांक 80 माना जाता है।

तापमापी की कुछ विशेषताएं —

1. केशिका नली का अनुप्रस्थ काट जितना महीन होगा उतना ही तापमापी अधिक सुग्राही (sensitive) होगा। क्योंकि दो बिन्दुओं के बीच दूरी अधिक होगी। इसलिये कम से कम ताप ज्ञात हो सकेगा।

2. केशिका नली का काट-छाव सब जगह बिलकुल एकसा होना चाहिये, अन्यथा तापमान गलत होगा।

3. घुण्डी बड़ी होनी चाहिये। इसमें उसमें अधिक पारा आ सकेगा व गर्म होने पर उसमें अधिक प्रसार होगा। यह तापमापी को सुग्राही बनायेगा।

4. घुण्डी के चारों ओर पतला कांच व केशिका नली के चारों ओर मोटा कांच होता है। इसका होना इसलिए आवश्यक है कि कांच में उष्मा आसानी से नहीं आ जा सकती। तापमापी की घुण्डी के चारों ओर पतला कांच होने से वह शीघ्रतापूर्वक उष्मा को ग्रहण कर ताप बताने में उपयोगी होता है। नली के चारों ओर मोटा कांच होने से वह पारे को, बाहरी ताप जिसे हम मालूम नहीं कर रहे हैं, प्रभावित नहीं होने देगा।

18.5. पारे के तापमापी की कुछ अशुद्धियां:—साधारण कामों के लिये पारे का तापमापी एक बहुत ही अच्छा उपकरण है। परन्तु विशेष कामों के लिये इसका उपयोग नहीं हो सकता है।

1. एक बार गर्म करने पर कांच अपनी पूर्वावस्था में आने के लिये कई दिन ही नहीं बल्कि कई वर्ष लगाता है। इस कारण उसका अंशांकन गलत हो जाता है।

2. क्वथनांक का चिन्ह लगाते समय यदि वायुमण्डलीय दाब 76 से. मी. न हो तो उसे 100 अंश मानना गलत होगा। प्राय: यह देखा गया है कि 25·3 मि. मी. दाब के परिवर्तन से 1° से. ग्रे. ताप में परिवर्तन हो जाता है।

3. घुण्डी बड़ी होने के कारण सम्पूर्ण पारे को गर्म होने में देर लगती है। इसलिये ऐसे पदार्थ का, जिसका ताप बदल रहा हो, हम इस तापमापी से ताप मालूम नहीं कर सकते।

4. पारे के तापमापी से किसी पदार्थ का, जैसे किसी द्रव का, ताप निकालना हो, तो प्रायः घुण्डी और उसका कुछ भाग ही द्रव में डूबा रहता है। बाकी का भाग वायुमण्डल में खुला रहता है। इस कारण उसके ताप में अशुद्धि होती है, जिसे खुली नली की अशुद्धि (exposed stem error) कहते हैं।

5. इस तापमापी से किसी बिन्दु पर ताप ज्ञात नहीं कर सकते हैं।

18.6. तापमापी में पारे का उपयोग करने के कारण:—

(अ) पारा उष्मा का सुचालक होता है। अतएव वह पदार्थ से शीघ्र उष्मा लेकर उसका ताप ग्रहण कर लेता है।

(ब) पारा आसानी से शुद्ध रूप में मिल सकता है।
(स) उसका उष्मा से प्रसार एकसा होता है।
(द) यह तापमापी की दीवारों पर चिपकता नहीं है।
(इ) अपारदर्शी होने के कारण यह बाहर से स्पष्ट दिखाई देता है।
(फ) इसका क्वथनांक बहुत ऊंचा अर्थात् 365° से. ग्रे. व हिमांक बहुत न लगभग – 39° से. ग्रे. होता है। इस कारण इससे, – 39° से. ग्रे. लेकर 365° से. ग्रे. तक ताप पढ़ सकते हैं।

18.7. तापमापी के विभिन्न पैमानों में सम्बन्धः—चित्र 18.4 में विभि पैमानों पर बने तापमापी दिखाए गए हैं। हम जानते हैं कि सेन्टीग्रेड, फारेनहाइट व रूमर तापमापी में क्रमशः बर्फ का गलनांक 0° से. ग्रे., 32° फा. और 0° रु. और पा का क्वथनांक 100° से. ग्रे., 212° फा. व 80° रु. होता है। इस प्रकार इन स्थिर चिन्हों के बीच,

सेन्टीग्रेड तापमापी में 100 अंश
फारेनहाइट तापमापी में 180 अंश
व रूमर तापमापी में 80 अंश होते हैं।

इसलिये 100 से. ग्रे. = 180° फा. = 80° रूमर

इस समीकरण को 20 से भाग देने पर—

5° से. ग्रे. = 9° फा. = 4° रु. .... (

समीकरण (1) का उपयोग ताप को एक पैमाने से दूसरे पैमाने में बदलने के लिये कर सकते हैं। दूसरी बात जो हमें ध्यान में रखनी पड़ती है, वह यह है कि जब बर्फ के गलनांक का ताप सेन्टीग्रेड व रूमर पैमाने पर 0 होता है, तब वही ताप फारेनहाइट में 32 अंश पर होता है। इस प्रकार यदि कोई ताप से. ग्रे. तापमापी पर 5° से. ग्रे. आता है तब चूंकि 5° से. ग्रे. = 9° फा. होता है, अतएव फारेनहाइट में वही ताप 9 + 32 = 41° फा. होगा। यहां हम देखते हैं कि सेन्टीग्रेड अथवा रूमर पैमाने के ताप को फारेनहाइट ताप में बदलने के लिये पहिले समीकरण (1) का उपयोग कर उसमें 32 मिलाना चाहिये। इसके विपरीत यदि हमें फारेनहाइट ताप को से. ग्रे. अथवा रूमर

C F R S X M

चित्र 18.4

पैमाने में बदलना हो तो फारेनहाइट ताप में से प्रथम 32 घटाना पड़ेगा, व बा समीकरण (1) का उपयोग करना पड़ेगा। उदाहरणार्थ मानलो हमें 59° फा. को से. में बदलना है। यह गलनांक से,

$$59 - 32 = 27^{\circ} \text{ अधिक है।}$$

अब 9 फा. बराबर है 5 से. ग्रे. के

$$\therefore \quad 27 \text{ फा.} = \frac{27 \times 5}{9} = 15^{\circ} \text{ से. ग्रे.}$$

अतएव से. ग्रे. ताप 15° हुआ।

सूत्र निकालना:—चित्र 18.4 देखो। M व S क्रमशः गलनांक व क्वथनांक है। तब से. ग्रे., फारेनहाइट व रूमर तापमापी में MS दूरी क्रमशः 100, 180 व 8 अंश के बराबर है। मानलो किसी ताप का मान इन तापमापियों में क्रमशः C,F और R है। इस ताप को X बिन्दु से बताया गया है। अतएव MX इन तापमापियों में क्रमश C, F – 32 व R अंश के बराबर हुई। सब तापमापियों में MX दूरी MS दूरी क एक ही अनुपात है। और इसलिये,

$$\frac{C}{100} = \frac{F - 32}{180} = \frac{R}{80} \quad \cdots \quad (2)$$

या
$$\frac{C}{100} = \frac{F - 32}{180}$$

या
$$C = 100\ \frac{(F - 32)}{180} = (F - 32)\ \frac{5}{9} \quad \cdots (3)$$

या
$$9/5\ C = F - 32$$

या
$$F = 9/5\ C + 32 \quad \cdots \quad (4)$$

समीकरण (3) व (4) के उपयोग से हम सीधे एक पैमाने से ताप को दूसरे पैमाने में बदल सकते हैं। इसी प्रकार सूत्र रूमर पैमाने के लिये निकालने का प्रयत्न करो।

संख्यात्मक उदाहरण I:—वह कौनसा ताप है जिसका मान दोनों पैमानों पर एक ही होता है?

मानलो x ताप पर दोनों पैमानों का एक ही पाठ्यांक आता है। x को समीकरण (2) में F और C के स्थान पर रख कर पहले और दूसरे सूत्र को सरल करने पर,

$$\frac{x}{5} = \frac{x - 32}{9} \text{ या } 9x = 5x - 160$$

या
$$4x = -160^{\circ} \quad \therefore\ x = -40^{\circ}$$

अतएव—40° पर दोनों पैमानों का एक ही पाठ्यांक होगा।

2. एक रोगी को 104° बुखार है। यह कौनसे पैमाने का है और दूसरे पैमाने में कितना होगा ?

यह बुखार फ़रेनहाइट पैमाने में नापा जाता है। परन्तु सेन्टीग्रेड में मानलो वह C° है। तो—

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \text{ या } \frac{C}{5} = \frac{104 - 32}{9}$$

या $$\frac{C}{5} = \frac{72}{9} = 8 \therefore C = 40°$$

सेन्टीग्रेड पैमाने में यह 40° होगा।

3. जेकाकाबाद का सबसे अधिक ताप 122° F है। यह सेन्टीग्रेड पैमाने में कितना होगा।

मानलो सेन्टीग्रेड में यह ताप C° है। तो–

$$\frac{C}{5} = \frac{122 - 32}{9} = \frac{90}{9} = 10 \therefore C = 5°C$$

4. एक अशुद्ध तापमापी के ऊपर और नीचे के प्रामाणिक चिन्ह 95° और 5° लगे हुए हैं। यदि यह तापमापी किसी वस्तु का ताप 59° बताता है, तो शुद्ध ताप बताओ ?

मानलो शुद्ध ताप C° है, तो,

$$\frac{C}{100} = \frac{59 - 5}{95 - 5} = \frac{54}{90}$$

$$C = \frac{54 \times 100}{90} = 60°C$$

18.8. कुछ अन्य विशेष तापमापी:—कुछ विशिष्ट कामों के लिये हमें विशेष प्रकार के तापमापियों को उपयोग में लाना पड़ता है।

(अ) अल्कोहल तापमापी:—पारा –39° से. ग्रे. पर द्रव अवस्था से ठोस अवस्था में बदलता है। इस कारण इसका उपयोग इससे कम ताप नापने के लिये नहीं किया जा सकता। साथ ही 1° से. ग्रे. ताप बढ़ने से पारे में प्रसार भी कम होता है। इन दो कारणों से पारे के स्थान में अल्कोहल का उपयोग किया जाता है। इसकी बनावट पूर्णतया पारे के तापमापी जैसी ही होती है।

इसमें निम्नलिखित दोष होते हैं:–

(i) यह अधिक ताप नापने में असमर्थ होता है।

(ii) इसका प्रसार एकसा नहीं होता। अतएव इसका अंशांकन करना अत्यन्त कठिन होता है।

3. किसी तापमापी पर बर्फ का गलनांक 20° है और पानी का क्वथनांक 150°। यदि वस्तु का ताप 45° C है तो यह तापमापी कितना बतायेगा ? (उत्तर $78{\cdot}5^\circ$)

4. किस ताप पर फा. तापमापी का पाठ्यांक से. ग्रे. का दुगुना होगा ?
(उत्तर 320° F)

5. फारेनहाइट बनाओ 96° C, 102°, -10° C, -35° C का
(उत्तर $208{\cdot}4^\circ$ F, $215{\cdot}6^\circ$ F, 14° F, -31° F)

6. सेन्टीग्रेड बनाओ 205° F, 195° F, 103° F, -40° F का।
(उत्तर $96{\cdot}1^\circ$ C, $90{\cdot}5^\circ$ C, $39{\cdot}4^\circ$ C, -40° C)

7. डाक्टरी तापमापी के अंशांकन 95° F से 110°F तक होते हैं। इनका मान सेन्टीग्रेड में क्या होगा ? (उत्तर 35° C और $43{\cdot}3^\circ$ C)

अध्याय 19

कलरीमिति

(Calorimetry)

19.1 प्रस्तावना:—हम पहिले पाठ में ताप व उसके माप के बारे में पढ़ चुके । इस पाठ में उष्मा (Heat) व उसके माप के बारे में पढ़ेंगे । वैज्ञानिक कार्यों में कई अवसर ऐसे आते हैं जब एक गर्म व एक ठंडी वस्तु का मिश्रण होता है । ऐसे अवसर पर हम जानना चाहते हैं कि इस प्रकार के मिश्रण से अन्तिम ताप क्या होगा ? कौनसी वस्तु उष्मा देगी और कितनी ? इन सब प्रश्नों का उत्तर हम कलरीमिति में पढते हैं ।

19.2 कलरी (Calorie):—उष्मा का माप करने के लिए हमें कोई इकाई निश्चित करनी पड़ती है । यह इकाई कलरी (Calorie) है । एक ग्राम पानी के ताप को 1° से. ग्रे. से बढ़ाने के लिए जितनी उष्मा की आवश्यकता होती है उसे कलरी (Calorie) कहते हैं ।

यथार्थ रूप से कहने के लिए हम कलरी उस उष्मा की मात्रा को कहते हैं जो एक ग्राम शुद्ध पानी का ताप $14{\cdot}5^\circ$ से. ग्रे. से $15{\cdot}5^\circ$ से. ग्रे. तक बढ़ाने के लिए आवश्यक है ।

इस प्रकार की परिभाषा देने का कारण यह है कि यदि 1 ग्रा. पानी को 0° से. ग्रे. से 1° से. ग्रे., 50° से. ग्रे. से 51° से. ग्रे. अर्थात्, भिन्न भिन्न ताप पर 1° से. ग्रे. से गर्म किया जाय तो इसके लिए, भिन्न भिन्न उष्मा की मात्रा की आवश्यकता पड़ती है । साधारण कामों के लिए यह भिन्नता इतनी छोटी होती है कि इसको हम नगण्य मान सकते हैं । कलरी के अतिरिक्त उष्मा के लिए जो दूसरी इकाई काम में लाते हैं उसे ब्रिटिश थर्मल इकाई (B. TH. U.) कहते हैं । यह उष्मा की वह मात्रा है जो एक पौंड पानी का ताप 1° फा. बढाने के लिए आवश्यक है ।

सेन्टीग्रेड हीट यूनिट (C.H.U.):—1 पौंड पानी को 1° से. ग्रे. से गर्म करने के लिए जितनी उष्मा की आवश्यकता होती है उसे एक C.H.U. इकाई कहते हैं ।

B. Th. U. और कलरी (Calorie) में सम्बन्ध:-

1 पौंड = 453·6 ग्राम, 1° F = 5/9 से. ग्रे.

इसलिए 1 ब्रिटिश थरमल इकाई (B. Th. U.) = 453.6 × 5/9 कलरी
= 252 कलरी

19.3. विशिष्ट उष्मा (Specific heat):—यदि 1 ग्राम पानी के ताप को 1° से. ग्रे. से बढाने के लिए 1 कलरी उष्मा की आवश्यकता होती है, तो 100 ग्राम पानी के लिए 1° से. ग्रे. से ही ताप बढाने के लिए 100 कलरियों की आवश्यकता होगी । ठीक इसी प्रकार यदि 1 ग्राम पानी का ताप 100° से. ग्रे. तक बढाना हो तो 100 कलरियों की आवश्यकता होगी ।

प्रयोग 1. दो एक से पात्र लो, व उनमें एक ही संहति का पानी व मिट्टी का तेल भरो। दोनों का ताप एक ही है। यदि दोनों पात्रों को एकसी उष्मा दी जाए, (एक ही समय के लिये गर्म किया जाए) तो तुम देखोगे कि पानी और मिट्टी के तेल का ताप एकसा नहीं बढ़ा है। वास्तव में मिट्टी के तेल का ताप अधिक हुआ है।

प्रयोग 2. दो एक से पात्रों में बराबर बराबर पानी भरो। दो एकसी परख नलियों में क्रमशः एक ही संहति वाला पानी व पारा भरो, और दोनों नलियों को उबलते हुये पानी में रख कर गर्म करो। पानी व पारे का ताप एकसा होगा। इन दोनों को क्रमशः पहले व दूसरे पात्र में डालो। तुम देखोगे कि पहले पात्र का जिसमें पानी डाला गया है, ताप अधिक बढ़ा है।

इन उपर्युक्त प्रयोगों से सिद्ध होता है कि यदि हम भिन्न भिन्न पदार्थों को (उनकी संहति एक है) एक ही ताप तक गर्म करें तो उनके लिए भिन्न भिन्न उष्मा की आवश्यकता होती है। यह उष्मा पदार्थ के स्वभाव (Nature) पर निर्भर करती है।

1 ग्राम पदार्थ को 1° से. ग्रे. ताप से गर्म करने के लिए जितनी उष्मा की आवश्यकता होती है, उसे उस पदार्थ की विशिष्ट उष्मा (specific heat) कहते हैं।

अतएव पानी की विशिष्ट उष्मा होगी 1 कलरी। तांबे की विशिष्ट उष्मा 0·1 कलरी होती है। इसका अर्थ यह है कि 0·1 कलरी उष्मा 1 ग्राम तांबे को देने से उसका ताप 1° से. ग्रे. से बढ़ेगा।

कई बार विशिष्ट उष्मा को एक अनुपात से भी परिभाषित किया जाता है। तब हम कहते हैं—

विशिष्ट उष्मा (Specific heat)

$$= \frac{m \text{ ग्रा. संहति के पदार्थ का } 1^\circ \text{ से. ग्रे. से ताप बढ़ाने के लिए आवश्यक उष्मा}}{\text{उसी संहति के पानी का } 1^\circ \text{ से. ग्रे. से ताप बढ़ाने के लिए आवश्यक उष्मा}}$$

$$= \frac{m \times \text{एक ग्राम पदार्थ को } 1^\circ C \text{ से गर्म करने के लिए आवश्यक उष्मा}}{m \times \text{एक ग्रा. पानी को } 1^\circ C \text{ से गर्म करने के लिए आवश्यक उष्मा}}$$

$$= \frac{\text{एक ग्राम पदार्थ को } 1^\circ \text{ से. ग्रे. से गर्म करने के लिए आवश्यक उष्मा}}{\text{एक ग्राम पानी को } 1^\circ \text{ से. ग्रे. से गर्म करने के लिए आवश्यक उष्मा}}$$

= एक ग्राम पदार्थ को $1^\circ C$ से गर्म करने के लिए आवश्यक उष्मा

19.4 उष्मा धारिता (Thermal capacity):—उस उष्मा को कहते हैं जो किसी पदार्थ के ताप को 1° से. ग्रे. से बढ़ाने के लिए आवश्यक है। इस प्रकार यदि किसी पदार्थ की विशिष्ट-उष्मा S है व उसकी संहति m ग्राम है, तो उसका ताप 1° से. ग्रे. से बढ़ाने के लिए हमें $m \times S$ कलरी (Calorie) उष्मा की आवश्यकता होगी। अतएव पदार्थ की उष्मा धारिता mS कलरी हुई। यदि इस पदार्थ का ताप 1° से. ग्रे. बढ़ाने की जगह T° से. ग्रे. से बढ़ाया जाए तो mST कलरी (Calorie) की आवश्यकता होगी।

मानलो प्रथम उसका ताप t_1° से. ग्रे. था और गर्म करने पर ताप हो गया t_2° से. ग्रे.। अतएव ताप में परिवर्तन हुआ $T = t_2 - t_1$

इसलिए m ग्राम संहति व S विशिष्ट उष्मा रखने वाले पदार्थ को t_1° से. ग्रे. से t_2° से. ग्रे. तक गर्म करने के लिए $mST = mS\ (t_2 - t_1)$ कलरी (Calorie) उष्मा की आवश्यकता होती है।

19.5 मिश्रण का सिद्धान्तः—जिस प्रकार पदार्थ नष्ट नहीं होते हैं, ठीक उसी प्रकार उष्मा भी नष्ट नहीं होती है। हम पहिले पढ़ ही चुके हैं कि उष्मा अधिक ताप से कम ताप की ओर प्रवाहित होती है। जिस प्रकार द्रव तब तक बहता है जब तक उसका तल एकसा न हो जाए, उसी प्रकार उष्मा भी ऊंचे ताप से नीचे ताप की ओर तब तक बहती है जब तक दोनों जगह एकसा ताप न हो जाय।

जितनी उष्मा एक पदार्थ देता है, उतनी ही उष्मा दूसरा पदार्थ ग्रहण करता है। इस प्रकार—

दी गई उष्मा (Heat lost) = ली गई उष्मा (Heat gained), यह मिश्रण का सिद्धान्त कहलाता है।

मानलो एक पदार्थ की संहति, विशिष्ट उष्मा व ताप क्रमशः m_1, S_1 व t_1 हैं व दूसरे की m_2, S_2 व t_2 हैं, व t_2 ताप t_1 ताप से ऊंचा है। दोनों को मिलाने पर दूसरे पदार्थ से उष्मा पहिले पदार्थ को जाएगी। इस प्रकार एक का ताप कम होगा व दूसरे का बढ़ेगा। अन्त में दोनों का एक समान ताप T हो जाएगा। यह अन्तिम ताप T, t_1 से ऊंचा परन्तु t_2 से नीचा रहेगा।

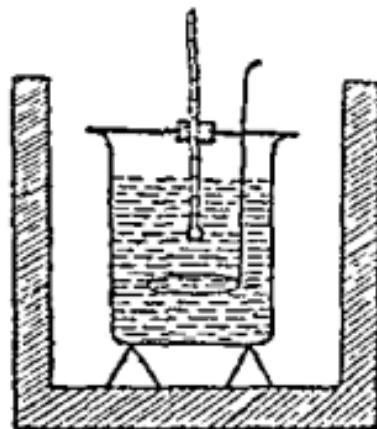
अतएव दूसरे पदार्थ द्वारा दी गई उष्मा $= m_2\ S_2\ (t_2 - T)$ और

पहिले पदार्थ द्वारा ली गई उष्मा $= m_1\ S_1\ (T - t_1)$

मिश्रण के नियमानुसार-$m_2\ S_2\ (t_2 - T) = m_1\ S_1\ (T - t_1)$

19.6 कलरीमापी का समतुल्य जलः-(Water equivalent of calorimeter) कलरीमिति में जिस उपकरण को द्रव रखने के काम में लाते हैं उसे कलरीमापी (calorimeter) कहते हैं। यह प्रायः तांबे का बना होता है। इसे तांबे का बनाने का कारण यह है कि तांबा उष्मा का बहुत ही अच्छा चालक हैं। इस कारण इसके एक भाग से दूसरे भाग तक उष्मा शीघ्रता से जाती है। अतएव इसका ताप सब जगह एकसा ही रहता है। दूसरा कारण इसकी विशिष्ट उष्मा का कम होना है। इसलिये यह अधिक उष्मा न लेकर अधिकांश भाग उस द्रव को दे देता है जो इसमें रखा जाता है।

तांबे के पात्र को लकड़ी के सन्दूक के अन्दर रखा या लटकाया जाता है। इसके चारों ओर उष्मा के कुचालक पदार्थ जैसे कपास या ऊन रख दी जाती है। इसका कारण यही है कि कलरीमापी स्वयं तो उष्मा ले किन्तु बाहरी वायुमण्डल को न दे। चित्र देखो। इसमें जब कोई द्रव की मात्रा रखी जाती है तब उसकी मात्रा निम्नलिखित बातों पर निर्भर रहती है:-

चित्र 19.1

(i) ढक रखने से द्रव व कलरीमापी का ताप एकसा रहे।

(ii) इसमें द्रव रहे कि जब कोई दूसरी वस्तु इसमें डाली जाय तब वह पूरी डूबे

(iii) उसके डालने से द्रव बाहर उछल न जाय।

(iv) कलरीमापी व द्रव द्वारा ली गई उष्मा इतनी हो कि उनका ताप कमरे के ताप से बहुत अधिक न बढ़े। ऐसा होने से उष्मा का ह्रास विकिरण (radiation) से होने से लगता है।

यदि कलरीमापी की संहति m ग्रा. व विशिष्ट उष्मा S हो तो उसकी उष्मा धारिता mS होगी। यदि mS संख्या के बराबर ग्रामों में पानी लिया जाए तो उसकी उष्मा धारिता कलरीमापी के बराबर होगी। अतएव इस पानी को कलरीमापी का समतुल्य जल (Water equivalent of the calorimeter) कहते हैं।

कलरीमापी का समतुल्य जल उस जल की ग्राम में मात्रा को कहते हैं जिसकी उष्मा धारिता कलरीमापी के बराबर हो। साधारणतया इसे W से अंकित करते हैं और $W = mS$ होता है। यहां m व S क्रमशः कलरीमापी की संहति ग्राम में व विशिष्ट उष्मा है।

10.7. किसी कलरीमापी का समतुल्य जल निकालना:—प्रयोग:—दिये हुये कलरीमापी को तोलो। अब उसे लगभग आधा पानी से भर दो और फिर से तोलो। तापमापी द्वारा इस ठण्डे पानी का ताप ज्ञात करो। यही ताप कलरीमापी का भी होगा। एक दूसरे बीकर में कुछ पानी लेकर उसे इतना गर्म करो कि वह उबलने लगे। तापमापी द्वारा यह ताप भी ज्ञात करो। अब शीघ्रता पूर्वक इस उबलते हुए पानी को कलरीमापी में उंडेलो व खूब विलोडन (stir) करो। तुम देखोगे कि ताप बढ़ता है। तापमापी द्वारा उसका अन्तिम ताप (final temperature) ज्ञात करो। फिर कलरीमापी को पानी सहित तोल लो।

प्रेक्षित अंक

1. कलरीमापी का तोल	$= M$ ग्राम
2. कलरीमापी + ठंडे पानी का तोल	$= M_1$ ग्राम
3. ठंडे पानी का प्रारम्भिक ताप	$= t_1°$ से. ग्रे.
4. उबलते पानी का ताप	$= t_2°$ से. ग्रे.
5. अंतिम ताप गर्म पानी उंडेलने पर	$= T°$ से. ग्रे.
6. कलरीमापी + ठंडा पानी + गर्म पानी का तोल	$= M_2$ ग्राम
∴ गर्म पानी का तोल (6) − (2) $= W_2$	$= (M_2 - M_1)$ ग्राम
ठंडे पानी का तोल (2) − (1) $= W_1$	$= (M_1 - M)$ ग्राम

गर्म पानी द्वारा उष्मा छोड़ी गई व ठंडे पानी व कलरीमापी द्वारा ली गई।

मानलो कलरी मापी का समतुल्य जल	$= W$ ग्राम
गर्म पानी द्वारा छोड़ी गई उष्मा	$= W_2 (t_2 - T)$
ठंडे पानी द्वारा ली गई उष्मा	$= M_1 (T - t_1)$
कलरीमापी द्वारा ली गई उष्मा	$= MS (T - t_1)$
	$= W (T - t_1)$

अतएव, लो गई उष्मा = दी गई उष्मा

या $W(T - t_1) + W_1(T - t_1) = W_2(t_2 - T)$

या $W(T - t_1) = W_2(t_2 - T) - W_1(T - t_1)$

$\therefore \quad W = \dfrac{W_2(t_2 - T) - W_1(T - t_1)}{(T - t_1)}$

टिप्पणी:—यहां विलोडक को कलरीमापी के पदार्थ का ही माना गया है व उसकी संहति इत्यादि कलरीमापी के साथ ग्रहित की गई है।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक वस्तु की संहति 310 ग्राम है, तथा उसका ताप 25° से. ग्रे. है। यदि वह 75° से. ग्रे. तक गर्म किया जाय तो कितनी उष्मा की आवश्यकता होगी? (विशिष्ट उष्मा = 0·08)

यहां $m = 310$, $S = 0{\cdot}08$, $t_1 = 25°$ से. ग्रे., $t_2 = 75°$ से. ग्रे.

$\therefore$ वस्तु द्वारा ली गई उष्मा $= mS(t_2 - t_1)$

$= 310 \times 0{\cdot}03\,(75 - 25) = 310 \times 0{\cdot}08 \times 50 = 1,240$ कलरी

2. एक कलरीमापी में 15° से. ग्रे. पर 200 ग्राम पानी है। जब उसमें 100° से. ग्रे. ताप पर 60 ग्राम पानी डाला जाता है, तो अन्तिम ताप 30° से. ग्रे. हो जाता है। कलरीमापी का जल तुल्यांक ज्ञात करो।

मानलो कलरीमापी का जल तुल्यांक W ग्राम है।

गर्म पानी द्वारा दी गई उष्मा $= 60 \times 1 \times (100 - 30)$
$= 60 \times 70$ कलरी

ठंडे पानी तथा कलरीमापी द्वारा ली गई उष्मा $= (200 + W)(30 - 15)$

मिश्रण के नियमानुसार, ली गई उष्मा = दी गई उष्मा

$(200 + W)(30 - 15) = 60 \times 70$

$(200 + W)(15) = 60 \times 70$

$200 + W = \dfrac{60 \times 70}{15} = 280 \therefore W = 280 - 200 = 80$ ग्राम

19. किसी ठोस पदार्थ की विशिष्ट उष्मा निकालना:—(अधिक जानकारी के लिए देखो "प्रायोगिक भौतिकी")—

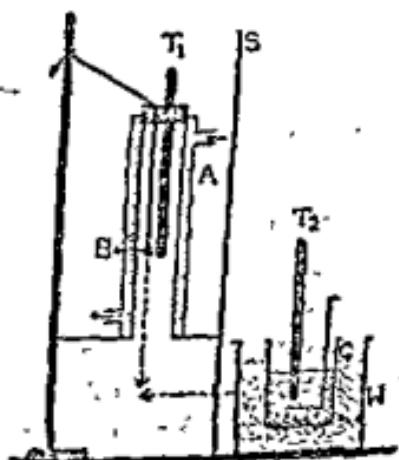
किसी दिये ठोस पदार्थ को गर्म कर यदि पानी भरे कलरीमापी में डाला जाय तो मिश्रण के सिद्धान्त के अनुसार उसकी विशिष्ट उष्मा निकाली जा सकती है। किन्तु प्रश्न यह उठता है कि ठोस को गर्म कैसे किया जाय? यदि उबलते हुए पानी में डुबो कर किया जाय तो उसके साथ पानी चिपका रहेगा। यदि ज्वालक की लौ पर सीधे गर्म किया जाय तो उसका सही ताप ज्ञात नहीं हो सकता। साथ ही ठोस को पानी में डालते समय उसके ताप में भी कमी होने की सम्भावना है। इन सब बातों को ध्यान में रख कर वैज्ञानिक रैग्नो ने एक ऐसे उपकरण की योजना की जिसमें इन सब दोषों को दूर कर दिया।

रेनो (Regnault's) का उपकरण:—चित्र २ (अ) के अनुसार, A बेलनाकार विशेष पात्र है, जिसमें दुहरी दीवारें हैं। इन दो दीवारों के बीच खाली जगह में हम भाप भेज सकते हैं। पात्र के अन्दर में जो खाली जगह है उसमें ठोस को लटकाया जा सकता है। पात्र के चारों ओर भाप रहेगी। यह विकिरण द्वारा ठोस को गर्म करेगी। ठोस का भाप से स्पर्श नहीं हो सकता है।

चित्र 19.2 (अ)

यह पात्र एक लकड़ी के पर्दे S द्वारा कलरीमापी C से छिपा रहता है जिससे पात्र की ऊष्मा कलरीमापी तक न पहुंचे। जब चाहें तब S को उठाकर कलरीमापी को पात्र A के मुंह के नीचे ला सकते हैं। दिये हुये ठोस को लो व तौलो। एक धागे से बांध कर इसे पात्र A के अन्दर लटकाओ। A के मुंह में एक तापमापी भी इस प्रकार लटकाओ कि तापमापी की घुंडी व ठोस एक दूसरे से सटकर रहें। अब बॉयलर में बन रही भाप का सम्बन्ध पात्र A से कर दो। इस बीच कलरीमापी व विलोडक को तौल लो। उसे लगभग 2/3 हिस्से तक पानी से भर कर पुनः तौल लो। एक तापमापी द्वारा इनका प्रारम्भिक ताप देखो। कुछ समय बाद जब पात्र A में रखे तापमापी का ताप बढ़ना बंद होवे अर्थात् ठोस का ताप स्थिर हो जाय, तब परदे S को ऊंचा उठा कर कलरीमापी को ठीक पात्र A के नीचे लाओ, व धागे को काटकर ठोस को कलरीमापी में गिराओ।

चित्र 19.3 (ब)

जैसे ही ठोस कलरीमापी में गिरे, उसका विलोडन शुरु करो व ताप को देखते रहो। ताप बढ़कर उच्चतम हो जायेगा व फिर गिरना शुरू होगा। इस उच्चतम ताप ो जिसे अन्तिम ताप कहते हैं, अंकित
।

ध्यान रहे कि पात्र A व कलरीमापी C के बीच खुली जगह बहुत ही थोड़ी है। इस कारण जब ठोस द्रव में गिरता है, तब उसका ताप वही है जो हमने पात्र A में अंकित किया था।

मानलो किसी प्रयोग में निम्नलिखित पाठ्यांक लिये गये—

1.	ठोस की संहति	$= m$ ग्राम
2.	*कलरीमापी व विलोडक की संहति*	$= m_2$ ग्राम
3.	कलरीमापी + विलोडक + पानी की संहति	$= m_3$ ग्राम
4.	कलरी मापी व पानी का प्रारम्भिक ताप	$= t_2^\circ$ से. ग्रे.
5.	ठोस का प्रारम्भिक ताप (गर्म का)	$= t_1^\circ$ से. ग्रे.
6.	ठोस को डालने के बाद अन्तिम ताप	$= T^\circ$ से. ग्रे.
7.	कलरीमापी की विशिष्ट उष्मा S_2	$= 0{\cdot}1$ कलरी
8.	ठोस की विशिष्ट उष्मा (यह ज्ञात करनी है)	= S (मानलो)
9.	द्रव की विशिष्ट उष्मा (यहाँ पानी है)	$= S_1$

कलरीमापी में पानी की संहति (3 − 2) $= m_3 - m_2 = m_1$ ग्राम

कलरीमापी तथा पानी द्वारा ली गई उष्मा $= (m_1 S_1 + m_2 S_2)(T - t_2)$

ठोस द्वारा दी गई उष्मा $= mS(t_1 - T)$

मिश्रण के नियमानुसार—

दी गई उष्मा = ली गई उष्मा

$$mS(t_1 - T) = (m_1 S_1 + m_2 S_2)(T - t_2) \quad .... \quad (1)$$

चूंकि $S_1 = 1$ है व $S_2 = 0{\cdot}1$ अतएव

$$S = \frac{(m_1 + m_2 \times 0.1)(T - t_2)}{m(t_1 - T)}$$

मिश्रण के नियम से किसी द्रव की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करना:—इसके लिये सारा प्रयोग उपरोक्त प्रकार से करो, केवल *पानी के स्थान पर कलरीमापी में दिया हुआ* द्रव भर लो तथा ऐसा ठोस लो जिसकी विशिष्ट उष्मा हमें मालूम हो। फिर उपरोक्त समकरण (1) से ठोस की विशिष्ट उष्मा S मालूम है तो द्रव की विशिष्ट उष्मा S_1 ज्ञात की जा सकती है।

$$S_1 = \frac{mS(t_1 - T) - m_2 S_2 (T - t_2)}{m_1 (T - t_2)}$$

पदार्थों के विशिष्ट उष्मा की सूची:—

पदार्थ	वि. उ.	पदार्थ	वि. उ.
पानी	1·000	टिन	0·055
अल्कोहल	0·620	जस्ता	0·093
ग्लिसरीन	0·560	पीतल	0· 94
तारपीन	0·430	कांच	0·193
पारा	0·033	अल्यूमिनियम	0·214

संख्यात्मक उदाहरण 3:—एक प्लेटिनम के टुकड़े को जिसकी संहति 200 ग्राम है, एक भट्टी में 578·8° से. ग्रे. तक गर्म कर, 0° से. ग्रे. ताप के 150 ग्राम पानी में डाल दिया जाता है। यदि मिश्रण का अन्तिम ताप 30° C हो जाता है तो प्लेटिनम की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करो।

मानलो, प्लेटिनम की वि. उ. S है।

∴ प्लेटिनम द्वारा दी गई उष्मा $= 200 \times S \times (578{\cdot}8 - 30)$ कलरी;

तथा पानी द्वारा ली गई उष्मा $= 150 \times 1 \times (30 - 0)$ कलरी

मिश्रण के नियमानुसार दी गई उष्मा = ली गई उष्मा

$$200 \times S\,(548{\cdot}8) = 150 \times 30$$

$$S = \frac{150 \times 30}{200 \times 548{\cdot}8} = 0{\cdot}41$$

4. एक कलरीमापी की संहति 60 ग्राम है तथा उसमें 50 ग्राम तेल 18·1 से. ग्रे. पर भरा है। एक 50 ग्राम लोहे के टुकड़े को (वि. उ. 0·112) 90° से. ग्रे. तक गरम कर कलरीमापी में डाल दिया जाता है। यदि मिश्रण का अन्तिम ताप 29·5° से. ग्रे. हो जाता है तो तेल की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करो। (कलरीमापी का जलतुल्यांक 4·8 ग्राम है।)

मानलो तेल की विशिष्ट उष्मा S_1 कलरी है।

लोहे के टुकड़े द्वारा दी गई उष्मा $= 50 \times 0{\cdot}112 \times (90 - 29{\cdot}5)$

$= 50 \times 0{\cdot}112 \times 60{\cdot}5$ कलरी

तेल तथा कलरीमापी द्वारा ली गई उष्मा $= (50 \times S_1 + 4{\cdot}8)\,(29{\cdot}5 - 18{\cdot}1)$

$= (50 \times S_1 + 4{\cdot}8)\,11{\cdot}4$

चूंकि, ली गई उष्मा = दी गई उष्मा

$$(50 \times S_1 + 4{\cdot}8)\,11{\cdot}4 = 50 \times 0{\cdot}112 \times 60{\cdot}5$$

या $$50\,S_1 = \frac{50 \times 0{\cdot}112 \times 60{\cdot}5}{11{\cdot}4} - 4{\cdot}8$$

या $$S_1 = \frac{50 \times 0{\cdot}112 \times 60{\cdot}5}{11{\cdot}4 \times 50} - \frac{4{\cdot}8}{50}$$

या $$S_1 = {\cdot}59 - {\cdot}096 = 0{\cdot}494 \text{ कलरी}$$

5. एक 100 ग्राम तांबे के टुकड़े (वि. उ. 0·1) को 80° से. ग्रे. तक गर्म कर एक कलरीमापी में, जिसकी संहति 250 ग्राम है, और जिसमें 300 ग्राम पानी 20° से. ग्रे. पर है, डाल दिया जाता है। मिश्रण का अन्तिम ताप ज्ञात करो।

मानलो मिश्रण का अन्तिम ताप T° से. ग्रे. हो जाता है।

तांबे के टुकड़े द्वारा दी गई उष्मा $= 100 \times 0{\cdot}1 \times (80 - T)$ कलरी

पानी तथा कलरीमापी द्वारा ली गई उष्मा $= (300 + 250 \times {\cdot}1)\,(T - 20)$

ली गई उष्मा = दी गई उष्मा

$$100 \times 0{\cdot}1\ (90 - T) = (300 + 25)\ (T - 20)$$

$$900 - 10\ T = 325\ T - 325 \times 20$$

$$335\ T = 7400$$

$$T = 7400/335$$

$T = 22{\cdot}1^\circ$से. ग्रे.

6. A,B और C तीन द्रव क्रमशः 30°, 20° और 10° से. ग्रे. ताप हैं। जब A और B समान मात्रा में मिलायें जायें, तो मिश्रण का ताप ° से. ग्रे. हो जाता है। जब A और C समान मात्रा मे मिलाये जावें तो श्रण का ताप 25° से. ग्रे. हो जाता है। यदि B और C को समान मात्रा मिलाया जाय तो मिश्रण का ताप क्या होगा ?

मानलो, प्रत्येक द्रव M ग्राम लिया जाता है, और S_1, S_2, S_3 क्रमशः तीनों वि. ऊ. हैं।

पहली स्थिति में जब A और B मिलाये जावें तो—

A द्वारा दी गई उष्मा = B द्वारा ली गई उष्मा

$$MS_1\ (30 - 26) = M \times S_2\ (26 - 20)$$

$$S_1 \times 4 = S_2 \times 6$$

$$S_2 = 4/6\ S_1 = 2/3\ S_1 \quad \ldots \quad (1)$$

इसी प्रकार दूसरी स्थिति में,

$$M \times S_1\ (30 - 25) = M \times S_3\ (25 - 10)$$

$$S_1 \times 5 = S_3 \times 15$$

$$S_1 = 3\ S_3$$

$$S_3 = 1/3\ S_1\ .$$

तीसरी स्थिति में मानलो अन्तिम ताप T^0 से. ग्रे. है। अतः,

$$M \times S_2 \times (20 - T) = M \times S_3 \times (T - 10)$$

$$S_2 \times (20 - T) = S_3\ (T - 10)$$

समीकरण (1) व (2) से S_2 और S_3 का मान रखने पर—

$$2/3\ S_1\ (20 - T) = 1/3\ S_1\ (T - 10)$$

$$40 - 2T = T - 10$$

$$3\ T = 50$$

$T = 50/3 = 16{\cdot}66$ से. ग्रे.

प्रश्न

1. निम्नलिखित को परिभाषा बताओ—कलरी, विशिष्ट उष्मा, उष्मा धारिता कलरीमापी का जलतुल्यांक। (देखो 19·2, 19·3, 19·4 और 19·6)

2. मिश्रण के सिद्धान्त को समझाते हुए बताओ कि किस प्रकार रेनों के उपकरण से तुम किसी वस्तु की विशिष्ट उष्मा ज्ञात कर सकते हो ? (देखो 19·5, 19·8)

3. समझाओ कि कलरीमापी तांबे का क्यों बना होता है तथा उसको साधारणतया 2/3 भाग तक पानी से क्यों भरते है ? (देखो 19·6)

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. एक कलरीमापी का भार 100 ग्राम है तथा उसकी विशिष्ट उष्मा 0·1 है। तो उसकी उष्माधारिता तथा जल तुल्यांक ज्ञात करो। (उत्तर 10, 10)

2. एक तांबे के टुकड़े को जिसका भार 700 ग्राम है और ताप 98° से. ग्रे. है, 15° से. ग्रे. वाले 800 ग्राम पानी में डाला जाता है, जो एक 200 ग्राम संहति वाले कलरीमापी में है। यदि अन्तिम ताप 21° से. ग्रे. हो तो तांबें की वि. उ. ज्ञात करो। (उत्तर 0·091)

3. एक तांबे के कलरीमापी (वि. उ. 0·09) का भार 100 ग्राम है। एक 100 ग्राम तावे के टुकड़े को 100° से. ग्रे. तक गरम कर उसमें डाल दिया जाता है। यदि मिश्रण का ताप 39° से. ग्रे. हो तो तेल की वि. उ. ज्ञात करो। (उत्तर 0·51)

4. एक 6 पौंड की तांबे की गेंद को एक भट्टी में से निकाल 10 से. ग्रे. ताप के 20 पौंड पानी मे डुबादी जाती है। यदि मिश्रण का ताप 25° से. ग्रे. हो जावे तो भट्टी का ताप ज्ञात करो। (तांबें की वि .उ. = 0·095) (उत्तर 551·3° से. ग्रे.)

5. एक पीतल के बाट को इतना गर्म किया जाता है कि इस पर रखा हुआ जालन का धातु पिघलने लगता है, तब उसको 15° से. ग्रे. वाले 100 घ. से. मी. पानी में रख दिया जाता है, जो कि 12 ग्राम जलतुल्यांक वाले एक कलरीमापी में भरा हुआ है। यदि मिश्रण का ताप 35° से. ग्रे. हो जाता है तो जालन का गलनांक ज्ञात करो। (पीतल की वि. उ. = 0·088) (उत्तर 289·5° से. ग्रे.)

6. 150 ग्राम पानी 80° से. ग्रे. पर 500 ग्राम पानी 14° से. ग्रे. के साथ मिश्रित किया जाता है। मिश्रण का अन्तिम ताप ज्ञात करो। (उत्तर 65·65° से. ग्रे.)

7. किसी एक द्रव का आ. घ. 0·8 है और किसी दूसरे का 0·51. प्रथम द्रव के 3 लीटर आयतन की उष्मा धारिता वही है जितनी कि दूसरे द्रव के 2 लीटर की। तो प्रथम और दूसरे द्रव की वि. उष्मा का अनुपात ज्ञात करो। (राज. 1960) (उत्तर $S_1 S_2$ :: 1:2.4)

8. एक तांबे के कलरीमापी में जिसकी संहति 100 ग्राम है, 80 ग्राम तेल 250 से. ग्रे. पर भरा है। एक ताम्बे के टुकड़े को जिसकी संहति 100 ग्राम है और वि. उ. 0·09 कलरी है, 100 से. ग्रे. तक गरम कर कलरीमापी में डाल दिया जाता है। यदि तेल की वि. उ. 0·5 है तो अन्तिम ताप क्या होगा। (राज. 1962) (उत्तर 39·2°(?))

अध्याय 20

दशा परिवर्तन व गलन की गुप्त उष्मा

(Change of state and latent heat of fusion)

20·1. पदार्थ की दशाएं (States):—आप पहले पढ़ चुके हो कि पदार्थ तीन दशाओं में प्राप्त होते हैं:—1. ठोस, 2. द्रव और 3. गैस। वास्तव में कहा जाय तो प्रत्येक पदार्थ अत्यन्त छोटे छोटे कणों से मिल कर जिन्हें अणु कहते हैं, बनता है। ये अणु स्थिर न होकर अपनी अपनी स्थिति मे कम्पन करते है। जब कम्पनों का आयाम (amplitude) बहुत छोटा रहता है तब हम पदार्थ को ठोस कहते हैं। इसमें दो अणुओं में अधिक आकर्षण रहता है। जब हम ऐसे ठोस पदार्थ को बाहरी किसी स्रोत से ऊर्जा (energy) देते हैं तब इन कम्पनों का आयाम बढ़ता है। अब अणुओं का आकर्षण अधिक नहीं रहता। अणु अपना स्थान आसानी से छोड़ सकते हैं। इस दशा को द्रव कहते हैं। ऐसी अवस्था में यदि और अधिक ऊर्जा दी जाये तो उनका आयाम इतना अधिक बढ़ता है कि अणु एक दूसरे के आकर्षण को जीत कर चाहे जिधर घूम सकते हैं। इस दशा को गैस कहते हैं। हम कहते है कि अणु-आकर्षण अब शून्य हो गया है। इस प्रकार हम देखते है कि एक ही पदार्थ भिन्न भिन्न अवस्थाओं में भिन्न २ दशाओं में रहता है।

20·2 पानी की तीन दशाएं:—बर्फ तो सबने देखी होगी। यह ठोस है। उसे जब गर्म किया जाता है तब वह पिघल कर पानी में परिवर्तित हो जाती है, जो द्रव दशा है। अब यदि पानी को खूब गर्म किया जाए तो वह वाष्प मे बदल जाता है। यह वाष्प गैस रूप होती है। इस प्रकार हम पानी को तीनों दशाओं में प्राप्त करते हैं।

हम जानते हैं कि वाष्प को जब ठंडा किया जाता है तब वह संघनित होकर पानी में बदल जाती है। यदि पानी को खूब ठंडा किया जाए तो वह जम कर बर्फ बन जाता है।

पानी ही ऐसा पदार्थ न होकर सभी पदार्थ ऐसे हैं जो विशिष्ट परिस्थियों में सब दशाओं में प्राप्त हो सकते हैं।

20·3. गलनांक व हिमांक:—प्रयोग—एक कलरीमापी में बर्फ के टुकड़े रखो व उसमें एक तापमापी लगाओ। ज्वालक के ऊपर इसे गर्म करो। विलोडक से विलोडन अवश्य करो। तुम देखोगे कि ज्वालक से उष्मा देने पर भी तापमापी में ताप नहीं बढ़ता है। वह O° से. ग्रे. पर ही रहता है। जब बर्फ के सब टुकड़े पूर्ण रूप से गल जावेंगे तब ही ताप बढ़ना शुरू होगा।

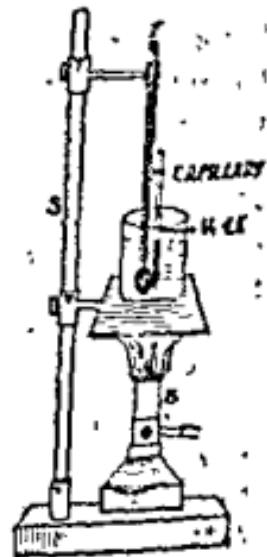
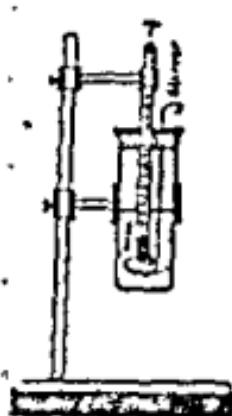
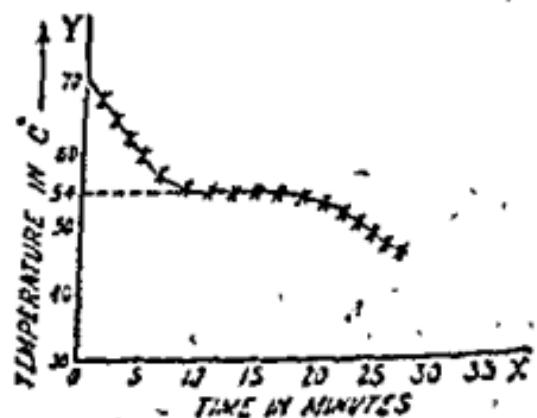
प्रश्न यह उठता है कि प्रथम इतनी उष्मा देने पर भी ताप क्यों नहीं बढ़ा ? बर्फ पूर्णतया पिघलने पर ही ताप क्यों बढ़ा ?

जैसे हम उष्मा देते हैं वैसे उस उष्मा का उपयोग बर्फ को ठोस दशा द्रव में बदलने में होता है। अतएव ताप बढ़ नहीं पाता है। ऐसे ताप को गलनांक कहते हैं। गलनांक (melting point) वह ताप है जिस पर उष्मा देने से ठोस पदार्थ द्रव दशा में बदलता है और जब तक यह परिवर्तन पूरा नहीं होता है तब तक ताप स्थिर बना रहता है।

ठीक इसी के विपरीत यदि हम पानी को (freezing mixture) जमने के मिश्रण (अर्थात् बर्फ व नमक) में रखें तो धीरे-धीरे पानी का ताप कम होते जाएगा। एक स्थिति ऐसी आयगी जब पानी जमने लगेगा और उस समय ताप स्थिर हो जायगा। जब पूरा पानी बर्फ में बदल जायगा तभी ताप आगे गिरेगा। यह स्थिर ताप जब द्रव ठोस में बदलता है तब हिमांक (freezing point) कहलाता है। तुम देखोगे कि हिमांक और गलनांक का मान एक ही होता है।

20.4. मोम का गलनांक निकालना (प्रथम विधि):—एक कांच की केशिका नली लो व उसे मोम से भरो। इस नली को तापमापी की घुंडी पर रख कर बांधो। अब तापमापी को पानी से भरे एक कांच की परख नली में रखो व परख नली को गर्म करो। चित्र 20.1 देखो। जैसे ही केशिका नली में का मोम पिघले, तापमापी में ताप पढ़ो। अब ज्वालक को हटाओ व पानी को ठंडा होने दो। कुछ समय बाद जैसे ही मोम जमने लगेगी वैसे ही फिर से ताप पढ़लो। इन दो तापों का मध्यमान मोम का गलनांक होगा।

चित्र 20.1

द्वितीय विधिः-शीतली करणः-(Method of cooling) एक परख नली में कुछ मोम रखो व उसे इतना गर्म करो कि वह पूर्ण रूप से पिघल जाय। अब ज्वालक बुझादो व मोम को ठंडा होने दो। साथ ही साथ प्रत्येक 1/2 मिनिट के बाद उसका ताप लेते जाओ। विलोडन करना न भूलो।

चित्र 20.2 चित्र 20.3

देखोगे कि पहिले तो ताप धीमगतिपूर्वक गिरेगा परन्तु कुछ देर बाद जब मोम जमने लगेगी तब वह स्थिर होने लगेगा। पूर्ण मोम जमने पर फिर से ताप गिरना शुरू होगा।

ताप व समय में एक रेखा चित्र खींचो। चित्र 20.3 के अनुसार तुम देखोगे कि चित्र का एक भाग सीधी रेखा के रूप मे समय के अक्ष के समान्तर प्राप्त होता है। सीधा रेखा को बढ़ाने से वह ताप अक्ष पर एक बिन्दु पर मिलती है। यह बिन्दु जिस ताप को बताता है वही हिमांक या गलनांक है।

20.5. गलन से आयतन पर प्रभाव:—दो प्रकार के पदार्थ होते हैं:–1. बर्फ जैसे व 2. मोम जैसे। बर्फ जैसे पदार्थ वे है जो गलने पर आकुंचित होते हैं। 1 ग्राम पानी का आयतन 1 घ. से. मी. होता है जबकि 1 ग्राम बर्फ का 1·0908 घ. से. मी.। दूसरे शब्दों में बर्फ का घनत्व पानी के घनत्व से कम होता है। इसी कारण हम बर्फ को पानी में तैरते हुए देखते हैं।

मोम जैसे पदार्थ इसके विरुद्ध गलने पर प्रसारित होते हैं।

20.6. गलनांक पर दाब का प्रभाव:—हम जानते हैं कि दाब बढने से आयतन में कमी होती है। अतएव ऐसी प्रत्येक क्रिया में, जिसमें आयतन की कमी होती है, दाब बढने से सहायता मिलेगी।

चूंकि मोम पिघलने से उसके आयतन में वृद्धि होती है, इसलिए दाब बढ़ने से मोम के गलने में रुकावट ही उत्पन्न होती है। इस के कारण दाब बढने से मोम का गलनांक भी बढ़ता है।

ठीक इसके विपरीत चूंकि बर्फ जैसे पदार्थ गलने पर आकुंचित होते हैं, इसलिए दाब बढ़ने से उनके गलने में सहायता मिलती है और उनका गलनांक कम हो जाता है।

20.7. पुनर्हिमायन:—(Regelation) एक बड़े बर्फ के टुकड़े पर तार लटकाओ व उसमें एक बड़ा सा वार्ट रखो। इस प्रकार तार बर्फ टुकडे पर दाब डालेगा। दाब के कारण बर्फ गलने लगेगा व तार बर्फ में घस जायगा। जैसे जैसे तार अन्दर जायगा, उसके ऊपर दाब कम हो जायगा व इस कारण वहा पिघली हुई बर्फ फिर जम जाएगी। इस प्रकार कुछ देर बाद तार बर्फ में से होता हुआ बाहर निकल पड़ेगा किन्तु बर्फ के दो अलग अलग टुकड़े नहीं बनेंगे। दाब के प्रभाव से बर्फ के गलने को व दाब हटने से उसके पुनः जमने को पुनर्हिमायन (regelation) कहते हैं।

चित्र 20.4

यदि तुम दो छोटे बर्फ के टुकड़ों को एक साथ हाथ में लेकर दबाओगे तो तुम देखोगे कि वे एक दूसरे से चिपक जाते है। इसका कारण यह है कि दाब से प्रथम दोनों के बीच पानी बनता है किन्तु दाब हटने पर यह पानी जम जाता है और दोनों टुकड़े एक हो जाते है।

यही सिद्धान्त बर्फ पर चलने वाली गाड़ियों में तथा स्केटिंग में काम में आता है। दाब से बर्फ पिघलने के कारण हम आसानी से बर्फ में फिसल सकते है और दाब हटने पर पानी तुरन्त बर्फ में बदल जाता है।

20.8. गलन की गुप्त ऊष्मा—हम अनुच्छेद 20.3 में देख चुके हैं कि जब बर्फ को ऊष्मा दी जाती है तब उसका ताप तब तक नहीं बढ़ता है जब तक कि उसकी दशा पूर्ण रूप से बदल नहीं जाती है। अतः ऊष्मा साधारणतः पदार्थ के ताप को बढ़ा देती है। परन्तु उपर्युक्त उदाहरण में ऊष्मा देने पर भी ताप नहीं बढ़ता है। अतएव ऊष्मा को गुप्त ऊष्मा कहते हैं। यह गुप्त ऊष्मा पदार्थ की दशा बदलने के काम में आती है। गुप्त ऊष्मा (latent heat) वह ऊष्मा है जो पदार्थ की दशा को बिना ताप बदले बदलती है। जब इस ऊष्मा से पदार्थ ठोस दशा से द्रव दशा में बदलता तब इसे गलनांक की गुप्त ऊष्मा कहते हैं। चूंकि इस गुप्त ऊष्मा की मात्रा पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर रहती इसलिए हम इसकी परिभाषा 1 ग्रा. पदार्थ के लिए देते हैं।

1 ग्राम पदार्थ को उसके गलनांक पर ठोस अवस्था से द्रव अवस्था में बिना ताप के बदले परिवर्तित करने के लिए जितनी ऊष्मा की आवश्यकता होती है उसे गलन की गुप्त ऊष्मा कहते हैं। यदि 1 ग्राम द्रव को ठोस में उसी ताप पर बदला जाए तो इतनी ही ऊष्मा उसमें से निकालनी पड़ेगी। इस प्रकार बर्फ की गलन की ऊष्मा 80 कलरी होती है अर्थात् 0° से. ग्रे. ताप पर 1 ग्रा. बर्फ को पानी में बदलने के लिए 80 कलरी ऊष्मा की आवश्यकता होती है। भिन्न भिन्न पदार्थों की गलन की गुप्त ऊष्मा भिन्न भिन्न होती है। उदाहरणार्थ मोम की 35 कलरी व जस्ते की 23 कलरी। बर्फ की गुप्त ऊष्मा बहुत अधिक होती है और इस कारण बर्फ जल्दी पिघलती नहीं है। यह हमारे लिए वरदान है अन्यथा ठंड ऋतु में तालाब, कुआँ, इत्यादि में शीघ्र ही बर्फ जम जाती।

20.9. बर्फ की गलन गुप्त ऊष्मा निकालना:—प्रथम विधि:—एक कलरी मापी व विलोडक लो व उन्हें तोल लो (M_1)। फिर कलरीमापी को पानी से आधा भर कर पुन्हः तोल लो (M_2)। अतएव पानी का भार हुआ $M = (M_2 - M_1)$. इस पानी का ताप (t_1) अंकित करलो।

बर्फ का एक टुकड़ा लो। उसे ब्लाटिंग कागज पर रख कर सोख लो। फिर शीघ्रता पूर्वक उसे कलरीमापी में डाल दो और विलोडन करो। सारा बर्फ पिघलकर पानी में बदल जायगा। कलरीमापी का तापमापी से ताप देखते जाओ। ताप गिरता जायगा। एक ताप ऐसा आयगा कि उसके बाद ताप पुन्हः बढ़ने लगेगा। इस कम से कम ताप (T) को पढ़लो। अब फिर से कलरी मापी को तोल लो (M_3)। इस समय यह भार कलरी मापी + विलोडक + पानी + बर्फ इन सबका मिल कर है। अतएव बर्फ का तोल हुआ $M' = (M_3 - M_2)$.

उपर्युक्त प्रयोग में कलरी मापी व विलोडक की विशिष्ट ऊष्मा मानलो S है। इसमें कलरीमापी व पानी द्वारा $t_1°$ से. ग्रे. से $T°$ से. ग्रे. तक ठंडे होने में ऊष्मा दी गई। यह ऊष्मा प्रथम बर्फ को 0° सं. ग्रे. ताप पर गलन के काम आई और बाद में इस गलन से प्राप्त पानी का ताप 0° से $T°$ तक बढ़ाने में।

यदि कलरी मापी + विलोडक का समतुल्य जल W हो तो $W = M_1 S$.

कलरीमापी + विलोडक द्वारा छोड़ी गई उष्मा $= W\ (t_1 - T)$
पानी द्वारा छोड़ी गई उष्मा $= M\ (t_1 - T)$

यदि बर्फ की गलन गुप्त उष्मा L है तो M′ ग्रा. बर्फ को 0° से. ग्रे. ताप पर पानी में बदलने के लिए ली गई उष्मा $= M'L$. इस M′ ग्रा. पानी को 0° से. ग्रे. ताप से T° से. ग्रे. ताप तक गर्म होने में ली गई उष्मा $= M'\ (T - O) = M'T$.

अतएव मिश्रण के सिद्धान्त के अनुसार ली गई उष्मा = दी गई उष्मा

या　$M'L + M'T = W\ (t_1 - T) + M\ (t_1 - T)$

या　$M'L = W\ (t_1 - T) + M\ (t_1 - T) - M'T$

$$\therefore \quad L = \frac{(t_1 - T)\ (W + M) - M'T}{M'}$$

इस प्रकार बर्फ की गलन गुप्त उष्मा निकाली जाती है।

इस विधि का एक बहुत बड़ा दोष यह है कि बर्फ को सुखाना पड़ता है। ब्लाटिंग कागज द्वारा सुखाने की विधि अच्छी नहीं है। साथ ही उसे पानी में गिराते गिराते उसका पिघलना प्रारम्भ हो जाता है। इस दोष को दूरने के लिए बुन्सेन ने बहुत ही अच्छी विधि बताई।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक ताम्बे के कलरीमापी की संहति 50 ग्राम है और उसमें 200 ग्राम पानी 20° से. ग्रे. पर है। यदि उसमें 20 ग्राम सूखा बर्फ डाल दिया जाय तो ताप 11° से. ग्रे. हो जाता है। तो गलनांक की गुप्त उष्मा ज्ञात करो। (ताम्बे की वि. उ. = 0·1)

मानलो गलनांक की गुप्त उष्मा L कलरी है।

बर्फ द्वारा केवल पिघलने में ली गई उष्मा
$= 20 \times L$ कलरी

बर्फ से बने पानी द्वारा उसका ताप बढ़ाने में ली गई उष्मा
$= 20 \times (11 - 0)$ कलरी

पानी तथा कलरीमापी द्वारा दी गई उष्मा
$= (200 + 50 \times 0{\cdot}1)\ (20 - 11)$ कलरी

मिश्रण के सिद्धान्त के अनुसार, ली गई उष्मा
= दी गई उष्मा

$\therefore$　$20 \times L + 20\ (11 - 0) = (200 + 50 \times 0{\cdot}1)\ (20 - 11)$

या　$20\ L + 220 = 205 \times 9$

या　$20\ L = 1845 - 220 = 1625$

$\therefore$　$L = 1625/20 = 81{\cdot}25$ कलरी

2. एक धातु के टुकड़े को जिसका भार 16 ग्राम और ताप 112·4° से. ग्रे. है एक बर्फ के खड्डे (cavity) में डाला जाता है। यदि इसके फलस्वरूप 2·5 ग्राम बर्फ पिघलती है तो धातु की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करो। (बर्फ की गुप्त उष्मा 80 कलरी है)

मानलो धातु की वि. उष्मा S कलरी है, तो,

धातु द्वारा दी गई उष्मा $= 16 \times S \times (112{\cdot}5 - 0)$ कलरी

बर्फ द्वारा ली गई उष्मा $= 2{\cdot}5 \times 80$ कलरी

मिश्रण के नियमानुसार दी गई उष्मा = ली गई उष्मा

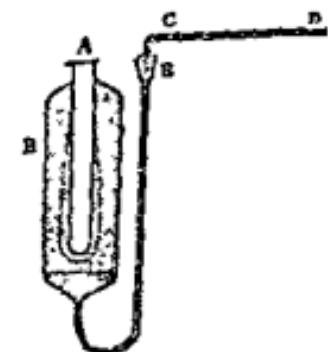
$$16 \times S \times 112{\cdot}5 = 2{\cdot}5 \times 80$$

$$S = \frac{2{\cdot}5 \times 80}{16 \times 112{\cdot}5} = \frac{200}{16 \times 112{\cdot}5}$$

$= 200/1800 = 1/9 = 0{\cdot}11$ कलरी

20.10. द्वितीय विधिः—बुन्सेन का कलरीमापी (Ice calorimeter):-

बनावटः—A यह एक कांच की परख नली है। इसके चारों ओर एक दूसरा काच का पात्र B रहता है। यह नीचे एक नली के रूप में ऊपर की ओर मुड़ता है। E इसका खुला मुंह है। नली C व B का कुछ भाग पारे से भरा रहता। यह पानी पहिले उबला हुआ रहता है। बाद में इसे ऐसे स्थान में ठंडा किया जाता है जहां हवा न हो। इस प्रकार यह पानी हवा रहित होता है। E मुंह में एक कार्क लगा रहता है जिसमें मुड़ी हुई एक केशिका नली CD लगी रहती है। इस नली CD में घ. से. मी. में अंशाकन किये रहते हैं। इसके भी कुछ भाग में पारा रहता है।

चित्र 20.5

कार्यः-पात्र B चारों ओर से बर्फ के टुकड़ों से घिरा हुआ रहता है। इस कारण अन्दर के पानी का ताप शून्य हो जाता है किन्तु यह जम नहीं पाता। इस न जमने का कारण है पानी का हवा रहित होना और उसका विलोडन न होना। अब हम A के अन्दर थोड़ा सा ईथर (एक प्रकार का द्रव) डालते हैं और उसमें हवा फूंकते हैं। इस कारण ईथर वाष्पित होती है। वाष्पन के लिए आवश्यक उष्मा आसपास के ठंडे पानी से आती है। चूंकि ठंडा पानी अपनी गुप्त उष्मा खोता है इसलिए उसका बर्फ बन जाता है। इस प्रकार अन्दर से A के चारों ओर बर्फ जमा हो जाती है।

मानलो ईथर के खर्च होने पर A के आसपास बहुत सी बर्फ जमा हो गई है। अब A के अन्दर बर्फ का ठंडा पानी डालो जिससे वह आधा भर जाए। थोड़ी देर उपरांत पारे की स्थिति CD में पढ़लो। मानलो यह X है।

अब एक ठोस पदार्थ को जिसका तोल (M) व विशिष्ट उष्मा (S) मालूम है, रेनो के उपकरण में गर्म करो। जब उसका ताप (T) स्थिर हो जाए तब A नली के खुले मुंह को रेनो के उपकरण के नीचे लाकर उसमें ठोस डाल दो। ध्यान रहे ठोस पानी में पूरा डूब जाय। अब ठोस अपनी उष्मा पानी को, और पानी आस पास के बर्फ को देगा। इसके फलस्वरूप बर्फ पिघलेगा।

हम जानते हैं कि गलन पर बर्फ संकुचित होती है। इस कारण B में पारा ऊंचा चढ़ेगा व फलस्वरूप CD में पारे की स्थिति बदलेगी। जब A में का पानी व ठोस 0° से॰ ग्रे. ताप पर आजाएंगे तब बर्फ का पिघलना बन्द होगा। उस समय पारे की स्थिति (Y) CD में पढ़लो। X व Y के पाठ्यांक से हम बर्फ के पिघलने से कितना संकुचन हुआ यह ज्ञात सकते हैं। मानलो यह v घ. से. मी. हुआ।

सिद्धान्तः—ठोस द्वारा दी गई उष्मा बर्फ के पिघलने में काम आई है। मानलो m ग्रा. बर्फ पिघली। यदि L उसकी गुप्त उष्मा है तो

बर्फ द्वारा ली गई उष्मा mL कलरी

ठोस द्वारा दी गई उष्मा MST कलरी

$$\therefore \quad mL = MST$$

$$L = \frac{MST}{m} \quad .... \quad (1)$$

पिघली हुई बर्फ m ग्रा. को मालूम करने के लिए उसके संकुचन का उपयोग किया जाता है।

हम जानते हैं कि 1 ग्रा. बर्फ का आयतन होता है = 1·0908 घ. से. मी.

व हम जानते हैं कि 1 ग्रा. पानी का आयतन होता है = 1.0001 घ. से. मी.

इसलिये 1 ग्रा. बर्फ पिघलने से आयतन में संकुचन हुआ = 0.0907 घ. से. मी.

परन्तु कुल संकुचन हुआ है = v घ. से. मी.

$$\therefore \text{ पिघले हुए बर्फ की मात्रा हुई } m = \frac{v}{0·0907} \text{ ग्राम}$$

इसका उपयोग समीकरण (1) में करने से

$$L = \frac{MST}{v/0·0907} = \frac{MST}{v} \times 0·0907 \text{ कलरी} \quad (2)$$

इस प्रकार v को X व Y की स्थिति पढ़ कर ज्ञात कर समीकरण द्वारा बर्फ की गलन गुप्त उष्मा ज्ञात की जाती है।

आपने देखा ही होगा कि किस प्रकार सूखे बर्फ की समस्या हल हो गई।

उपरोक्त सम्बन्ध बर्फ के घनत्व D के रूप में भी निकाला जा सकता है। मानलो बर्फ का आ. घ. D है तो 1 ग्राम बर्फ का आयतन होगा 1/D घ. से. मी. तथा 1 ग्राम पानी का आयतन होगा 1 घ. से. मी.। अतएव जब 1 ग्रा. बर्फ पिघल कर पानी बनेगी तो आयतन में (1/D − 1) घ. से. मी. का संकुचन होगा। इससे 0.0907 के स्थान पर समीकरण (2) में रखने से

$$L = \frac{MST}{v} \times \left(\frac{1}{D} - 1 \right) \quad .... \quad (3)$$

बुन्सेन कलरीमापी से किसी पदार्थ की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करना:— सारे प्रयोग के उपरोक्त इसमें यदि L मालूम हो तो S भी ज्ञात की जा सकती है,

$$S = \frac{vL}{(D-1)} \times \frac{1}{MT} \quad (4)$$

v का मान निकालना:—साधारणतः केशिका नली से. मी. में अंकित होती है। अतएव उसमें आकुंचन के कारण खिसके हुए पारे की लम्बाई ही ज्ञात होगी। इस लम्बाई से यदि हमें नली का अनुप्रस्थ-काट (Cross-section) ज्ञात हो तो आयतन v ज्ञात कर सकते हैं। अनुप्रस्थ काट ज्ञात करने के लिये वही विधि अपनाई जाती है जिसे आप पढ़ चुके हैं। यह विधि निम्नलिखित संख्यात्मक उदाहरण से समझ में आयगी।

संख्यात्मक उदाहरण —3. बुन्सेन कलरी मापी की अन्दर की नली में 25 ग्राम पानी 17.8° से. ग्रे. ताप पर डाला जाता है। यदि आकुंचन के कारण 6·8 ग्राम पारा नली में और खिंच जाता है तो बर्फ की गुप्त उष्मा ज्ञात करो। पारे का घा. घ. = 13·6 है तथा 1 ग्राम बर्फ पिघलने पर 0·09 घ. से. मी. से आकुंचन होता है।

इस उदाहरण में पहले केशिका नली पूरी भरी हुई थी तथा उसका मुंह पारे में डूबा हुआ था। आकुंचन के कारण 6·8 ग्राम पारा नली में और चला गया। अतएव आयतन में आकुंचन 6·8 ग्राम पारे के आयतन के बराबर हुआ। 6.8 ग्राम पारे का आयतन = 6·8/13·6 घ. से. मी.। यह v हुआ।

समीकरण $L = \frac{MST}{v} \times 0·09$ में उपरोक्त राशियों का मान रखते हैं,

$$L = \frac{25 \times 1 \times 17·8}{6·8/13·6} = \frac{25 \times 17·8}{6·8} \times \frac{13·6 \times 0·09}{1}$$

$$= \frac{25 \times 2 \times 17·8 \times 0·9}{1} = 80·1 \text{ कलरी प्रति ग्राम}$$

4. एक बुनसेन कलरी मापी की केशिका नली को 10 से. मी. से भरने के लिये 3·1 ग्राम पारे की आवश्यकता होती है। जब 14·6 ग्राम धातु को 97·2° से. ग्रे. से गर्म कर उसमें डालते हैं तो पारा 54·6 मि. मी. से खिसकता है। एक ग्राम पानी जमने में 0·0907 घ. से. मी. बढ़ता है। बर्फ की गुप्त उष्मा 80 कलरी है और पारे का घनत्व 13·6 ग्राम प्रति घ. से. मी. है। धातु की वि. उ. ज्ञात करो। (रा. यू. 1960)

3·1 ग्राम पारे का आयतन = 3·1/13·6 घ. से. मी., यह पारा 10 से. मी. नली में आता है तो एक से. मी. नली में पारे का आयतन होगा 3·1/13·6 × 1/10 घ. से. मी. होगा और 5·46 से. मी. नली में पारे का आयतन होगा 3·1/13·6 × 5·46/10 घ. से. मी. यह सूत्र का v हुआ,

अब सूत्र, $MST = \frac{v \times L}{0·0907}$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$14·6 \times S \times 97·2 = \frac{3·1 \times 5·46}{13·6 \times 10} \times \frac{80}{0·0907}$$

$$\therefore \quad S = \frac{3.1 \times 5.46 \times 80}{13.6 \times 10 \times 0.0907 \times 14.6 \times 97.2}$$

$$= 0.077$$

5. 1 ग्राम धातु को 100° तक गर्म कर बुन्सेन कलरी मापी की नली में डाला जाता है जिसमें एक से. मी. केशिका नली को भरने के लिये 0·026 ग्राम पारे की आवश्यकता है। धातु को डालने पर पारा 52·5 मि. मी. से सरकता है। यदि एक ग्राम पानी जमने पर 0·0907 घ. से. मी. से बढ़ता है तो धातु की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करो। पारे का घनत्व 13·6 ग्रा. घ. से. मी. है और बर्फ को गुप्त उष्मा 80·08 कलरी प्रति ग्राम है।

यहां v = 5·25 से. मी. नली में भरे पारे का आयतन = 0·026 × 5·25/13·6 घ.से.मी.
m = 1 ग्राम, t = 100 और L = 80·02 है।

सूत्र $MST = \frac{v \times L}{0.0907}$ में दी हुई राशियों का मान रखने से,

$1 \times S \times 100 = 0.026 \times 5.25/13.6 \times 1/0.0907 \times 80.02$

$\therefore S = 0.026 \times 5.25/13.6 \times 80.02/0.0907 \times 1/100 = 0.088$

सीधा अंशाकन (Direct calibration):—इस विधि मे पहले हम कोई ज्ञात विशिष्ट उष्मा की वस्तु (जैसे पानी) गर्म कर बुन्सन कलरी मापी मे डाल देते है और उससे यह ज्ञात कर लेते हैं कि कितनी उष्मा देने पर पारा 1 से. मी. से खिसकता है। फिर दी हुई वस्तु को डाल, पारे का हटाव ज्ञात कर लेते हैं। इससे यह ज्ञात कर लेते है कि वस्तु ने कितनी उष्मा दी। इससे विशिष्ट उष्मा ज्ञात कर लेते हैं। यह विधि निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट हो जायगी।

संख्यात्मक उदाहरण 6:—जब 25 ग्राम पानी को 15° से. ग्रे. तक गर्म कर बुन्सेन कलरी मापी की नली मे डालते है तो 20 से. मी. मे पारा खिसकता है। उसी कलरी मापी में 15 ग्राम धातु के टुकड़े को 100° से. ग्रे. तक गर्म कर डालते हैं तो पारा 12 से. मी. से खिसकता है। धातु की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करो। यदि केशिका नली का अनुप्रस्थकाट 1·5 वर्ग मि. मी. है तो एक ग्राम बर्फ के पिघलने से बर्फ में कितना आंकुचन होगा ?

25 ग्राम पानी द्वारा दी गई उष्मा = 25 × 15 कलरी
= 375 कलरी

जब 20 से. मी. पारा खिसकता है तो दी गई उष्मा = 375 कलरी

$\therefore$ जब 1 से. मी. पारा खिसकता है तो दी गई उष्मा = 375/20

$\therefore$ जब 12 से. मी. पारा खिसकता है तो दी गई उष्मा = 375/20 × 12

यह उष्मा धातु ने जो MSt के बराबर है

इसलिये, $MSt = 375/20 \times 12$

या $15 \times S \times 100 = 375/20 \times 12/1$

$\therefore S = 375/20 \times 12/15 \times 100 = 0.15$

मानलो एक ग्राम बर्फ के पिघलने पर पारा h से. मी. से खिसकता है। जब एक ग्राम बर्फ पिघलती है तो उसे 80 कलरी उष्मा की आवश्यकता होती है। अतएव उपरोक्त विधि से,

$375/20\ h = 80 \qquad \therefore\ h = 80 \times 20/375 = 4{\cdot}27$ से. मी.

20.11 वाष्पायन:—हम पहिले अध्याय में पढ़ ही चुके हैं कि किस प्रकार ठोस पदार्थ द्रव में बदलते हैं। यदि द्रवों को गर्म किया जाय तो उनका ताप बढ़ता जाता है। ताप बढ़ते बढ़ते एक स्थिति ऐसी आती है कि जब ताप बढ़ना बन्द होकर स्थिर हो जाता है। इस समय हम हवा के बुलबुले बड़े तेजी के साथ द्रव में से निकलते हुए देखते हैं। दूसरे शब्दों में द्रव उबलने लगता है। इस ताप को द्रव का क्वथनांक कहते हैं। इस ताप पर कितनी भी उष्मा देने से द्रव की ताप वृद्धि नहीं होती है। सब उष्मा पदार्थ की दशा बदलने के काम में आती है-द्रव गैस अवस्था में बदलता है। हम जानते हैं कि गैस रंगहीन, रूप हीन होती है। अतएव इस अवस्था को हम सीधे आंखों से देख नहीं सकते हैं। यदि हम किसी ठंडे ढक्कन को उबलते हुये पानी पर रखें तो हम शीघ्र ही उस पर बनी पानी की बूंदे देख सकेंगे। ये पानी की बूंदें कहां से आईं? वास्तव में पानी से जो गैस रूप में भाप बन रही है उसी ने ठंडा होकर संघनन से इन बूंदों को बनाया है।

20.12 क्वथनांक (Boiling point) निकालना:—चित्र 20·5 में बताये अनुसार एक हिप्सोमीटर लो व उसमें द्रव भर कर ताप मापी लगाओ। अब इसे जब तक कि द्रव उबलने न लगे खूब गर्म करो। इस अवस्था में तापमापी जो स्थिर ताप बतावेगा वही द्रव का क्वथनांक है।

तापमापी की घुण्डी द्रव की सतह से ऊपर रखी जाती है। इसका कारण यह है कि द्रव में यदि कोई अशुद्धि हो तो उसका क्वथनांक बढ़ जायगा किन्तु उसकी भाप का ताप सही क्वथनांक ही बना रहेगा।

चित्र 20.5

टिप्पणी:—किसी द्रव को उबालने के लिये अच्छा है कि इस पात्र में कुछ चीनी मिट्टी के टुकड़े डाल दें। इससे हवा बाहरी रहती है व द्रव का उबलना सुगमता से होता है। अन्यथा द्रव के उछलने (bump) का भय रहता है।

20.13 क्वथनांक पर दाब (pressure) का प्रभाव:—हम जानते हैं कि 1 ग्रा. पानी जब केवल 1 घ. से. मी. ग्रायतन रखता है तब 1 ग्रा. वाष्प लगभग 1600 घ. से. मी. जगह घेरती है। यह दूसरे द्रवों के लिये भी सत्य है। चूंकि दाब की वृद्धि ग्रायतन को कम घेरती है ग्रतएव द्रव के उबलने में दाब सहायता नहीं देगा। इस कारण जैसे जैसे दाब बढ़ता जायगा, द्रव का क्वथनांक भी बढ़ता जायगा। कम दाब पर क्वथनांक भी कम होगा।

हम जानते हैं कि समुद्र तल पर साधारणतया वायुमण्डल का दाब पारे का 76 से. मी. होता है। जैसे जैसे समुद्र तल से ऊंचाई पर जाते हैं यह दाब कम कम होता जाता है। इस कारण ऊंचे पहाड़ों पर दाब कम होता है। दाब कम होने से पानी का क्वथनांक भी कम होगा और इस कारण वहां पर भोजन पकाना बड़ा ग्रसुविधाजनक होगा।

प्रयोग द्वारा कम दाब पर पानी का उबलना बताना:—एक पलिघ लो और उसे 2/3 भाग तक पानी से भरो। इस पलिघ में डाट में से होती हुई एक नली लगाओ। इस नली में टोंटी ग्रवश्य होनी चाहिए।

ग्रब पलिघ को खूब गर्म करो। पानी उबलने लगेगा। जैसे वाष्पायन होगा, भाप ग्रपने साथ हवा लेकर नली द्वारा बाहर निकलेगी। थोड़ी देर उपरान्त टोंटी को बन्द कर दो। ग्रब पलिघ का बाहर से सम्बन्ध टूट जायगा। चित्र 20.7 में बताए ग्रनुसार पलिघ को उल्टा करो व ऊपर से उस पर ठंडा पानी डाल कर ठंडा करो। उसमें की भाप सघनित होकर पानी में बदलेगी। इस कारण पलिघ में का दाब कम हो जायगा। तुम देखोगे कि ठंडा होने पर भी पलिघ के ग्रन्दर पानी उबलने लगेगा।

चित्र 20.7

थोड़ी देर बाद ही टोंटी को खोल दो ग्रन्यथा पलिघ के टूटने का डर होगा। चूंकि ग्रन्दर का दाब बाहरी दाब से कम होता है इसलिए पलिघ के टूटने का डर होता है। टोंटी खोलने से बाहर की हवा ग्रन्दर ग्रायगी व दाब एकसा हो जायगा।

20.14. वाष्पायन की गुप्त उष्मा:—जब द्रव उबलता है तब दी हुई उष्मा द्रव का ताप न बढ़ा कर उसको द्रव से गैस ग्रवस्था में बदलने के काम में ग्राती है। यह क्रिया गलन जैसी ही हुई। ग्रतएव उस उष्मा को वाष्पायन की गुप्त उष्मा कहते हैं। यह उष्मा द्रव की सहति पर निर्भर रहती है। ग्रतएव हम कहते हैं कि वाष्पायन की गुप्त उष्मा वह उष्मा है जो 1 ग्रा. द्रव को उबलते हुए ताप पर वाष्प में परिणित

करने के काम में आती है। पानी की वाष्पायन की गुप्त उष्मा 535 कलरी होती है अर्थात् 1 ग्रा. पानी को 100° से. ग्रे. भाप में बदलने के लिए 536 कलरी उष्मा लगेगी। इसी प्रकार भिन्न भिन्न द्रवों की भिन्न भिन्न गुप्त उष्मा होती है।

यह देखा गया है कि द्रव का क्वथनांक बदलता जाय तो उसकी गुप्त उष्मा भी बदलती जाती है। साधारणतया हम गुप्त उष्मा को एक स्थिर मात्रा मान लेते हैं जो केवल द्रव पर निर्भर रहती है। यदि 1 ग्राम भाप को 1 ग्रा. उबलते हुए पानी में बदला जाय तो भाप को 536 कलरी उष्मा छोड़नी पड़ेगी।

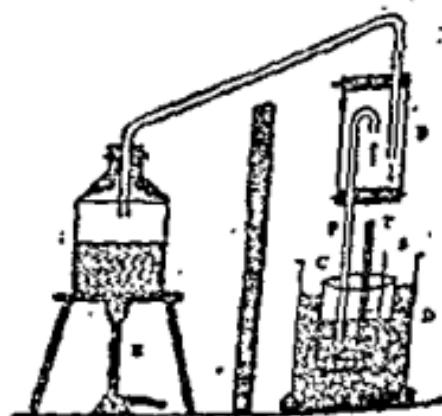
20.15. भाप का उबलते हुए पानी से अधिक जलन पैदा करना:—
यह सभी को ज्ञात होगा कि यदि हम गलती से उबलते हुए पानी में हाथ डालें या उबलते हुए पानी में से निकलने वाली भाप के बीच में हाथ दें तो भाप अधिक हानिकारक सिद्ध होती है। यदि हम 10 ग्राम उबलते हुए पानी को 10° से. ग्रे. तक ठंडा करें तो वह 10 × (100 − 10) = 900 कलरी उष्मा देगा। किन्तु यदि 10 ग्राम भाप को ठंडा किया जाय तो, प्रथम भाप 100° से. ग्रे. पर पानी में बदलने के लिए 10 × 535 5360 कलरी उष्मा देगी व बाद में 10 ग्रा. पानी 10° से. ग्रे. तक ठंडा होने में 10 × 90 = 900 कलरी उष्मा देगा। इस प्रकार भाप से हमें 5360 कलरी उष्मा अधिक प्राप्त होगी और इस कारण यह पानी से अधिक जलन पैदा करेगी।

प्रयोग द्वारा भी उपरोक्त बात को हम सिद्ध कर सकते हैं। दो एक जैसे कलरीमापियों में जिनमें एकसा पानी भरा है यदि बराबर मात्रा का उबलता पानी और भाप डाली जाय तो भाप वाला कलरीमापी अधिक ताप बतायगा।

इसी कारण ठंड में कमरे को गर्म रखने के लिये नलों में पानी के स्थान पर भाप भेजी जाती है।

20.16. वाष्पायन की गुप्त उष्मा मालूम करना:—(देखो प्रायोगिक भौतिकी)

उपकरण:—A यह एक फ्लास्क है जिसमें पानी गर्म किया जाता है। इसके मुंह में ऊंची उठती हुई एक नली लगी हुई है। यह मुड़कर सवनित्र B में प्रवेश करती है। इसमें से एक नली F बाहर निकल कर कलरीमापी C में प्रवेश करती है। एक दूसरी नली और होती है जिसमें एक पिन्च कोर्क लगा हुआ होता है। इसे खोलकर अन्दर एकत्रित हुआ पानी बाहर निकाला जा सकता।

चित्र 20.8

विधि:—A में से निकली हुई भाप नली में होती हुई B में प्रवेश करती है।

चूंकि नली ऊपर उठती हुई है इसलिए C में केवल भाप ही आती है । यदि कुछ भाप ठण्डी होकर पानी में बदले तो वह दूसरी नली द्वारा बाहर निकाली जा सकती है । F के द्वारा केवल भाप ही बाहर निकलती है ।

जब F में से पानी रहित केवल भाप आने लगे, तब उसके नीचे कलरीमापी रख दो । मानलो कलरीमापी व विलोडक का जल समतुल्यांक W है । पानी का भार M है व उसका प्रारम्भिक ताप t_1° से. ग्रे. । जैसे भाप पानी में जायगी वहां वह संघनित होकर उसका ताप बढायेगी । जब 10° से. ग्रे. लगभग ताप बढ़ जाय तब भाप की नली F को बाहर निकाल लो व विलोडन के बाद अन्तिम ताप T मालूम करलो । अब यदि कलरीमापी को फिर से तोला जाय तो भार की वृद्धि भाप की सहति देगी । मानलो यह m है ।

सिद्धान्तः—m ग्रा. भाप द्वारा T° से. ग्रे. तक ताप आने के लिये उष्मा छोड़ी गई और कलरीमापी व पानी द्वारा t_1 से T तक ताप बढ़ने में उष्मा ली गई ।

मानलो वाष्पायन की गुप्त उष्मा L है ।

तब m ग्रा. द्वारा छोड़ी गई उष्मा $= mL$ कलरी

और बन गये m ग्रा. पानी द्वारा 100° से. ग्रे. से T° से. ग्रे. तक ताप होने में छोड़ी गई उष्मा $= m\ (100 - T)$

कलरीमापी व उसमें के पानी द्वारा ली गई उष्मा $= (W + M)\ (T - t_1)$

अतएव मिश्रण के नियम के अनुसार,

$$mL + m\ (100 - T) = (W + M)(T - t_1)$$

या
$$mL = (W + M)(T - t_T) - m\ (100 - T)$$

$$\therefore \quad L = \frac{(W + M)(T - t_1) - m\ (100 - T)}{m}$$

इस प्रकार पानी के वाष्पायन की गुप्त उष्मा निकाली जाती है । इस विधि का दोष यही है कि पानी रहित भाप का मिलना कठिन रहता है । सब सावधानियों को ध्यान में रखते हुए भी नली L द्वारा कुछ पानी की बूंदें कलरीमापी में चली जाती हैं जिससे परिणाम त्रुटिपूर्ण आता है ।

संख्यात्मक उदाहरण 7:—एक तांबे के कलरीमापी में जिसका भार 95 ग्राम है 310 ग्राम पानी 25° से. ग्रे. पर है । उसके अन्दर 100° से. ग्रे. ताप वाली वाष्प डाली जाती है जिसके फलस्वरूप उसका ताप 35° से. ग्रे. हो जाता है । यदि इस क्रिया में 5 ग्राम वाष्प संघनित हुई तो वाष्प की गुप्त उष्मा ज्ञात करो । (तांबे की वि. उ. = 0·1 कलरी)

मानलो वाष्प की गुप्त उष्मा L कलरी है । तो,

वाष्प द्वारा केवल संघनित होने में दी गई उष्मा $= 5 \times L$ कलरी

वाष्प से बने पानी द्वारा ठंडा होने में दी गई उष्मा $= 5 \times (100 - 35)$ कलरी

पानी द्वारा ली गई उष्मा $= 310 \times 1\ (35 - 25)$ कलरी

कलरीमापी द्वारा ली गई उष्मा $= 95 \times 0{\cdot}1 \times (35 - 25)$ क.

मिश्रण के नियमानुसार, दी गई उष्मा = ली गई उष्मा

$$5 \times L + 5 \times (100 - 35) = 310 \times (35-25) + 95 \times 0{\cdot}1 \times (35-25)$$

या $\quad 5\,L + 5 \times 65 = 310 \times 10 + 9{\cdot}5 \times 10$

या $\quad 5\,L + 325 = (319{\cdot}5)\,10 = 3195$

$$\therefore \quad L = \frac{3195 - 325}{5} = \frac{2870}{5} = 574 \text{ कलरी प्रति ग्राम}$$

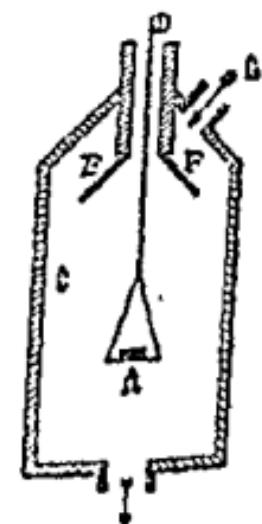
20.17. जॉली का भाप कलरीमापी:—उपर्युक्त दोष को दूर करने के लिये वैज्ञानिक जॉली ने एक विशेष कलरीमापी बनाया। A और B एक भौतिक तुला के दो पलड़े हैं। चित्र में केवल A ही दिखाया गया है। A पलड़ा एक भाप के पात्र (chamber) C में लटकता है। इस पात्र के ऊपर एक छोटा छेद D है जिसमें से होकर बिना छुए A पलड़ा लटकता है। D छेद के पास दो पट्टिकाएं E और F लगी हुई हैं। भाप के पात्र में एक बड़ा छेद G रहता है जिसके द्वारा भाप अन्दर आ सकती है। एक छेद नीचे और होता है जिसके द्वारा संघनित पानी अथवा भाप बाहर चली जाती है।

चित्र 20.9

विधि:—पात्र के अन्दर रखे हुए तापमापी से ताप मालूम करलो (t)। अब G द्वारा भाप को अन्दर आने दो। कुछ भाप A पलड़े पर संघनित होकर पानी में बदल जायगी। इस कारण तुला का संतुलन बिगड़ेगा। जब अधिक संघनन बन्द हो जाय तब B पलड़े में बाट रख कर जितनी भाप संघनित (condense) हुई है यह मालूम करलो। मानलो यह m ग्रा. है। अब एक ठोस लो जिसकी संहति M है व विशिष्ट उष्मा S है। उसे A पलड़े में रखकर तुला को सन्तुलित करो व फिर से भाप को प्रविष्ट करो। अब की बार पहिले से अधिक भाप संघनित होगी। कारण अब पलड़े पर ठोस भी रखा है। मानलो इस भाप की मात्रा m' है। अतएव केवल ठोस पर जितनी भाप की मात्रा संघनित होती वह है $(m' - m) = W$ ग्रा.

सिद्धान्त:—ऊपर के प्रयोग में भाप जब अन्दर आई तब वहां का ताप है t° से. ग्रे.। भाप अन्दर आने से प्रथम संघनित हुई। इस संघनन के कारण जो उष्मा दी गई उसने ठोस व पलड़े का ताप बढ़ाया। होते होते जब ताप 100° से. ग्रे. हो जायगा तब भाप का संघनन नहीं होता।

ऊपर बताये अनुसार W ग्रा. भाप के संघनन से ठोस t° से ग्रे. से 100° से. ग्रे. तक गर्म हुआ। अतएव,

भाप द्वारा दी गई उष्मा = ठोस द्वारा ली गई उष्मा

या $\quad WL = MS\,(100 - T)$

यहां , L भाप की गुप्त उष्मा है।

अतएव, $L = \frac{MS\ (100-T)}{W}$

इस प्रकार भाप की गुप्त उष्मा मालूम की जाती है।

इस प्रयोग में न तो हमें सूखी भाप की आवश्यकता होती है और न कलरीमापी की। अतएव इस विधि से गुप्त उष्मा का सही मान निकाला जाता है।

संख्यात्मक उदाहरण 8:—एक 270 ग्राम के धातु के गोले को एक जाली के वाष्प कलरीमापी में 0° से. ग्रे. ताप पर लटकाया जाता है। उसमें 100° से. ग्रे. ताप पर वाष्प भेजी जाती है जब तक कि उसका ताप 100° से. ग्रे. हो जाए। संघनित हुई वाष्प की संहृति 5 ग्राम है। धातु की वि. उ. ज्ञात करो। (वाष्प की गुप्त उष्मा = 540 कलरी)

वाष्प द्वारा दी गई उष्मा $= 5 \times 540$ कलरी

धातु द्वारा ली गई उष्मा $= 270 \times S \times (100-0)$ कलरी

मिश्रण के नियमानुसार, ली गई उष्मा = दी गई उष्मा

$\therefore \quad 270 \times S \times (100-0) = 5 \times 540$

$\therefore \quad S = \frac{5 \times 540}{270 \times 100} = 0{\cdot}1$ कलरी

9. 100 ग्राम बर्फ का ताप $-10°$ से. ग्रे. है। यदि उसे इतना गरम किया जाय कि वाष्प का ताप 110° से. ग्रे. तक हो जाय तो कुल कितनी उष्मा देनी पड़ेगी? (बर्फ की गुप्त उष्मा 80 क., वाष्प की गु. उ. 540 क., बर्फ और वाष्प की वि. उ. 0 5)

बर्फ निम्नलिखित रूप से उष्मा लेगा,

100 ग्राम बर्फ का ताप $-10°$ से 0° तक बढ़ने में ली गई उष्मा

$= 100 \times 0{\cdot}5 \times 10$ कलरी

100 ग्राम बर्फ द्वारा 0° से ताप पर पिघलने में ली गई उष्मा

$= 100 \times 80$ कलरी

100 ग्राम पानी का ताप 0° से 100° तक बढ़ने में ली गई उष्मा

$= 100 \times 100$ कलरी

100 ग्राम पानी को 100° से. ग्रे. पर वाष्प बनाने में ली गई उष्मा

$= 100 \times 540$ कलरी

100 ग्राम वाष्प का ताप 100° से. ग्रे. से 110° से. ग्रे. तक बढ़ने में ली गई उष्मा

$= 100 \times 0{\cdot}5 \times 10$ कलरी

इस प्रकार कुल ली गई उष्मा $= 100 \times 0{\cdot}5 \times 10 + 100 \times 80 + 100 \times 100 + 100 \times 540 + 100 \times 0{\cdot}5 \times 10$

$= 500 + 8000 + 10000 + 54000 + 500$

$= 73000$ कलरी

प्रश्नः—

1. परिभाषा दोः—द्रवणांक, क्वथनांक, बर्फ की गुप्त उष्मा, वाष्प की गुप्त उष्मा।

2. बर्फ की अथवा वाष्प की गुप्त उष्मा किस प्रकार ज्ञात करोगे ?
(देखो 20.9 और 20.14)

3. किसी ठोस का द्रवणांक तथा किसी द्रव का क्वथनांक किस प्रकार ज्ञात करोगे ।
(देखो 20'4 और 20.12)

4. द्रवणांक और क्वथनांक पर दाब (pressure) का क्या प्रभाव पड़ता है
(देखो 20'6 और 20'13)

5. समझाओ कि क्यों उबलते पानी की अपेक्षा भाप अधिक जलन पैदा करती है ?
(देखो 20'15)

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. एक तालाब का क्षेत्रफल 50 वर्ग मीटर है। वह सारा 0° से. ग्रे. ताप पर बर्फ से ढका हुआ है। यदि वह सूर्य से 0'25 कलरी प्रति मिनट प्रति व. से. मी. उष्मा लेता है तो प्रति घण्टा कितनी बर्फ पिघलेगी ?
(उत्तर 93'75 कि. ग्राम)

2. बर्फ का ताप—10° से. ग्रे. और पानी का 60° से. ग्रे. है। यदि इनको समान मात्रा में मिलाया जाय तो क्या परिणाम होगा ?

(उत्तर बर्फ का $\frac{11}{16}$ भाग पिघलेगा)

3. एक तांबे का गोला जिसका भार 56'32 ग्राम और ताप 15° से. ग्रे. भाप में रखा जाता है। यदि उसका ताप 100° से. ग्रे. हो जाता है तो कितनी भाप संघनित होगी ? (तांबे की वि. उ. 0'093, L = 536 कलरी) (उत्तर 0'831 ग्राम)

4. एक तांबे के कलरीमापी का भार 100 ग्राम है और उसमें 500 ग्राम पानी 15° से. ग्रे. पर है। कलरीमापी में तब तक वाष्प भेजी जाती है जब तक कि उसका ताप 25° से. ग्रे. तक बढ़ न जाय। यदि तांबे की वि. उ. 0'1 और गुप्त उष्मा 536 कलरी है तो कितनी वाष्प संघनित होगी ?
(उत्तर 8'35 ग्राम)

5. एक 500 कि. ग्रा. तांबे के टुकड़े को तेल कुण्डी (oil bath) में गरम कर बर्फ कलरीमापी में डाला जाता है। यदि 10 कि. ग्रा. बर्फ पिघलता है तो कुंडी का ताप ज्ञात करो। (तांबे की वि. उ. 0'08)
(उत्तर 20'0°C से. ग्रे.)

6. एक ग्राम भाप 0° C के 91 ग्राम पानी में जिसमें 3 ग्राम बर्फ है तथा जो 5 ग्राम वाले जल तुल्यांक के बर्तन में रखा हुआ है, ले जायी जाती है। अन्तिम ताप ज्ञात करो। भाप और बर्फ की गुप्त उष्मा क्रमशः 537 व 79 कलरी है।
(R. B. 1948) (उत्तर 4° C.)

7. एक द्रव की 5 ग्राम भाप जिसका क्वथनांक 120° C, गुप्त ताप 24 कलरी प्रति ग्राम और विशिष्ट उष्मा 0'6 है, 15° C के 100 ग्राम उसी द्रव में ले जाई गई

तो अन्तिम ताप ज्ञात करो।   (R. B. 1955)   (उत्तर 21·9° C)

8. 100° C ताप वाली भाप—10° C वाले 100 ग्राम बर्फ में ले जाई जाती है। अब ताप 35° C है और मिश्रण का भार 120 ग्राम है। बर्फ की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करो। बर्फ तथा भाप की गुप्त उष्मा क्रमशः 80 और 535 है।

(R. B. 1955) (उत्तर 0·5)

9. तांबे और सोने के दो गोले, जिनमें से प्रत्येक का भार 400 ग्राम तथा तापक्रम 100° C था, बर्फ की शिला पर रखे गये। उनके ताप जब 0° C हुए तब पहले गोले से 50 ग्राम और दूसरे से 15 ग्राम बर्फ पिघल गया। इन परिवर्तनों के कारण कैसे स्पष्ट करोगे ? उनकी वि. उ. का अनुपात ज्ञात करो।

(R. B. 1958)   (उत्तर $S_1 : S_2$ :: 10 : 3)

10. पानी की कुछ मात्रा का ताप 0° C से 100° C तक बढ़ाने में आधा घण्टा लगता है। तब उतने ही पानी को 100° C ताप पर पूर्णतया भाप में बदलने के लिये कितना समय लगेगा यदि यह मान लिया जाय कि पानी में ताप पहुंचाने की गति लगातार समान है ? (वाष्प की गुप्त उष्मा 536) (R. B, 1958) (उत्तर 2·68 घंटा)

11. एक 30 ग्राम भार के कलरीमापी की विशिष्ट उष्मा 0·1 है जिसमें 20° C का 110 ग्राम पानी भरा है। इस कलरीमापी में 4·78 ग्राम भाप पहुंचाई गई हो उसका अन्तिम ताप 45° C हो गया। भाप की गुप्त उष्मा ज्ञात करो।

(R. B. 1961)   (उत्तर 536 कलरी लगभग)

12. 50 ग्राम बर्फ को जिसका ताप 0° C है भाप में बदलने के लिये कितनी उष्मा की आवश्यकता होगी अगर भाप का ताप 100° C हो। भाप की गुप्त उष्मा 537 कलरी प्रति ग्राम और बर्फ की गुप्त उष्मा 80 कलरी है।

(उत्तर 35850 कलरी)

13. बर्फ की गुप्त उष्मा 80 कलरी है। जब बर्फ को 10 कलरी उष्मा दी जाती है तो 9 से. मी. से पारा खिसकता है। यदि केशिका नली का व्यास 0·4 मि. मी. है तो बर्फ का घनत्व ज्ञात करो।   (रा. यू. 1956)   (उत्तर 0·918)

14. एक ग्राम बर्फ 0° से. ग्रे. पर पिघलने में 0·091 घ. से. मी से आकुंचित होता है। यदि 40 ग्राम पदार्थ 60° से. ग्रे. तक गर्म कर कलरी मापी में डाला जाय तो कितना आकुंचन होगा ? पदार्थ की वि. उ. 0·098 है और बर्फ की गुप्त उष्मा 80 कलरी प्रति ग्राम है।   (रा. बो. 1959)   (उत्तर 0·2675 घ. से. मी)

15. एक ग्राम ताम्बे का टुकड़ा (वि उ. 0·1) 100° से. ग्रे. तक गर्म कर बुन्सेन कलरी मापी की नलिका में डाला जाता है यदि केशिका नली का व्यास 0.4 मि. मी. है तो पारा कितने से. मी. से खिसकेगा ? बर्फ की गुप्त उष्मा 80 कलरी है और बर्फ का घनत्व 0 917 है।   (उत्तर 9 से. मी.)

16. 20 ग्राम पानी 15° से ग्रे. तक गर्म कर बुन्सेन कलरी मापी में डाला जाता है तो पारा 29 से. मी. से खिसकता है। यदि 12 ग्राम धातु का टुकड़ा 100° से. ग्रे.

तक गर्म कर कलरी मापी में डाला जाय तो पारा 12 से. मी. से खिसकता है । धातु की
वि. उ. ज्ञात करो । (रा. यू. 1950) (उत्तर 0·1034)

17. 20 ग्राम पदार्थ 100° से. ग्रे. तक गर्म कर बुन्सेन कलरी मापी की नली
में डाला जाता है । केशिका नली का अनुप्रस्थ काट 1 वर्ग मि. मी. है और पारा 13
मि. मी. से खिसकता है । यदि जमने पर 1000 घ. से. मी. पानी 1090 घ. से. मी. हो
जाता है तो पदार्थ की वि. उ. ज्ञात करो । (रा. यू. 1964) [उत्तर 0.0014]

18. 100° C ताप वाली 10 ग्राम वाष्प एक पात्र में डाली जाती है जिसमें
कुछ बर्फ है और 175 ग्राम पानी 0°C पर है । इससे सारी बर्फ पिघल जाती है और
ताप 10°C हो जाता है । यदि पात्र का जल तुल्यांक 5 ग्राम है तो पहले बर्फ की कितनी
मात्रा थी ? [वाष्प की गुप्त उष्मा 540 और बर्फ की 80 है] [राज. 1960]
(उत्तर 50 ग्राम)

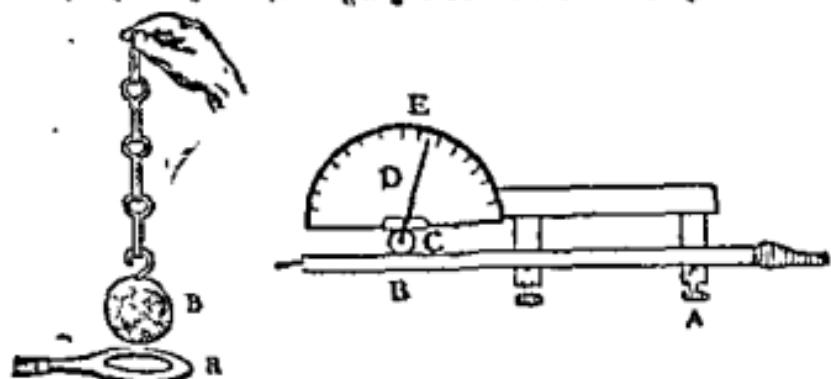
अध्याय 21

ठोस का प्रसरण

(Expansion of solids)

21·1. प्रस्तावना:—आप जानते ही हो कि अधिकांश पदार्थ उष्मा पाकर फैलते हैं— प्रसारित होते हैं। यह प्रसार पदार्थ की लम्बाई, क्षेत्रफल तथा आयतन सब में होता है। इस प्रकार के प्रसारण का अध्ययन अत्यन्त आवश्यक है क्योंकि इसका उपयोग हमें दैनिक जीवन में करना पड़ता है जैसा कि आप पढ़ ही चुके हो। बैलगाड़ी के पहिये पर हाल चढ़ाना, बोतल को गर्म कर उसका डाट निकालना, दो रेल की पटरियों के बीच जगह छोड़ना इत्यादि बातों से कौन परिचित नहीं है ?

21·2. ठोस का प्रसरण (Expansion):—इस अध्याय में हम केवल ठोस के प्रसरण का अध्ययन करेंगे।

प्रयोग 1:—ग्रेवीसेण्डीज की कड़ी द्वारा ठोस का प्रसरण बताना:—चित्र 21.1 देखो। B यह एक लोहे का खाली गोला है और R एक गोल कड़ी। B का आकार ऐसा है कि वह R कड़ी को छूता हुआ उसमें से निकल सकता है। यदि अब गोले

चित्र 21.1 चित्र 21.2

B को ज्वालक पर खूब गर्म किया जाय और फिर उसी गर्म अवस्था में B कड़ी पर रखा जाय तो हम देखेंगे कि वह उसमें से निकल न पायगा। इसका कारण गोले का उष्मा पाकर प्रसरण होना है। अब यदि R को गरम करें तो गोला उसमें से होकर निकल जायगा।

प्रयोग 2:–AB यह एक धातु की छड़ है। चित्र 21.2 देखो। इसका एक सिरा A पेच द्वारा कसा हुआ है और B सिरा एक कील C पर रखा हुआ है। यदि छड़ कील C पर आगे पीछे खिसके तो यह कील गोल घूमेगी। इसके सिरे पर एक संकेतक D लगा हुआ है जो एक वृत्ताकार पैमाने पर घूमता है।

जैसे ही हम ज्वालकों द्वारा छड़ को गर्म करते है वह लम्बाई में प्रसारित होती है। चूंकि A सिरा स्थिर है, B सिरा आगे खिसकता है। इसके खिसकने से संकेतक वृत्ताकार पैमाने पर घूमता है। जब छड़ को ठंडा किया जाता है तब वह आकुंचित होता है और संकेतक विरुद्ध दिशा में घूमता है। इस प्रकार हम छड़ की लम्बाई में वृद्धि को प्रदर्शित करते है।

कई बार छड़ AB में B सिरे पर एक छेद रहता है। छड़ के फैलने पर इस छेद में एक कील अटका दी जाती है जिससे छड़ ठंडा होने पर संकुचित (contract) होकर अपनी पूर्ववत् स्थिति में लौट न सके। ऐसा देखा जाता है कि इस प्रयोग को करते समय संकुचन का बल इतना अधिक होता है कि कील टूट जाती है और छड़ अपनी पूर्ववत स्थिति में आ जाती है।

21·3. रेखीय प्रसरण गुणांक (Linear coefficient of expansion)

:—यह देखा गया है कि ठोस की लम्बाई में वृद्धि निम्न बातों पर निर्भर करती है:—(i) उसकी प्रारम्भिक लम्बाई, (ii) ताप में वृद्धि और (iii) पदार्थ का स्वभाव (nature) जैसे लोहा, तांबा, पीतल इत्यादि।

0^o से. ग्रे. ताप पर 1^o से. ग्रे. ताप वृद्धि से, इकाई लम्बाई में जितनी लम्बाई की वृद्धि होती है उसे पदार्थ का रेखीय प्रसरण गुणांक कहते हैं। दूसरे शब्दों में 0^o से. ग्रे. ताप पर प्रति इकाई प्रारम्भिक लम्बाई में प्रति इकाई से. ग्रे. ताप वृद्धि से जो लम्बाई में वृद्धि होती उसे रेखीय प्रसरण गुणांक कहते हैं।

मानलो छड़ की प्रारम्भिक लम्बाई 0^o से. ग्रे. ताप पर है $= l_o$ से. मी.
तथा छड़ की अन्तिम लम्बाई t^o से. ग्रे. ताप पर है $= l_t$ से. मी.
लम्बाई में वृद्धि हुई t^o से. ग्रे. ताप वृद्धि से $= (l_t - l_o)$ से. मी.
अतएव यदि a को रेखीय प्रसरण गुणांक मान लिया जाय तो,

$$a = \frac{\text{लम्बाई में वृद्धि}}{\text{प्रारम्भिक लम्बाई} \times \text{ताप वृद्धि}} = \frac{l_t - l_o}{l_o \times t} \text{ प्रति से. ग्रे.} \quad (1)$$

या $$a l_o t = l_t - l_o = \text{लम्बाई में वृद्धि} \quad (2)$$

या $$l_t = l_o + a l_o t = l_o (1 + at) \quad (3)$$

समीकरण 1 से हमें यह ज्ञात होता है कि रेखीय प्रसरण गुणांक दो लम्बाइयों का अनुपात है। अतएव इसकी इकाई केवल प्रति^{o} से. ग्रे. हुई। इसलिये प्रसरण गुणांक का मान, चाहे लम्बाई से. मी. में हो या चाहे इंचों में, हमेशा एक ही रहेगा। यह केवल ताप की इकाई व पदार्थ के स्वभाव पर निर्भर होता है। भिन्न भिन्न पदार्थों का रेखीय प्रसरण गुणांक भी भिन्न भिन्न होता है। सारिणी देखो।

पदार्थ	a	पदार्थ	a
तांबा	0·0000167 प्रति^{o} से. ग्रे.	कांच	0·0000089
पीतल	0·0000189 ,, ,,	प्लेटिनम	0·0000089
	0·0000116 ,, ,,	इन्वर	0·0000009
	0·0000110 ,, ,,	निकल	0·000130

सारिणी से पता चलता है कि यह गुणांक बहुत ही छोटा होता है। अतएव ... में वृद्धि बहुत ही कम होती है। इसे यदि देखना है अथवा नापना है तो छड़ की प्रारम्भिक लम्बाई जितनी अधिक हो उतना ही अच्छा। समीकरण (2) देखो

21·4 रेखीय प्रसरण गुणांक को प्रयोग द्वारा निकालना:—(अधिक जानकारी के लिए देखो—प्रायोगिक भौतिकी) पुलिन्जर के उपकरण द्वारा:—दी हुई लम्बी छड़ का जिसका रेखीय प्रसरण गुणांक हमें निकालना है, एक सिरा पट्टिका M पर स्थित है। छड़ के चारों ओर एक भाप की चौड़ी नली (steam jacket) है। इसमें भाप को भेज कर छड़ को गर्म किया जाता है। नली के ऊपर के सिरे पर एक स्फिअरोमापी रखा जाता है जिसका मध्य पेच छड़ के ऊपरी सिरे से स्पर्श करता है।

चित्र 21·3

प्रयोग शुरू करने के पूर्व छड़ की प्रारंभिक लम्बाई l_{t_1} नाप लो और फिर उसे भाप की भोंगली में रख कर उसका ताप t_1 मालूम करो। यह देखलो कि छड़ का नीचे का सिरा पट्टिका पर अच्छी तरह स्पर्श कर रहा है। स्फिअरोमापी को अब ऐसा समजित करो कि उसका मध्यपेच ऊपरी सिरे से स्पर्श करे। इस स्थिति में स्फिअरोमापी का पाठ्यांक लो। इस समंजन को पांच बार दुहरा कर मध्यमान पाठ्यांक मालूम करो। फिर मध्यपेच को घुमा कर ऊपर उठालो। वाष्पित्र (boiler) से भाप को भाप भोंगली में भेजो। छड़ धीरे धीरे गर्म होने लगेगी। जब तापमापी स्थिर ताप बतावे तब स्फिअरोमापी को पुनः सिरे से स्पर्श करके पाठ्यांक लो। इसे भी पांच बार दुहरा कर मध्यमान पाठ्यांक लो। इन दो पाठ्यांकों का अन्तर छड़ की लम्बाई में वृद्धि को बताता है। इस समय तापमापी का ताप t_2 अंकित करलो। फिर समीकरण (1) की सहायता से

$$a = \frac{l_t - l_o}{l_o \times t} = \frac{\text{लम्बाई में वृद्धि}}{\text{प्रारंभिक लम्बाई} \times \text{ताप वृद्धि}}$$

वास्तव में हमें प्रारंभिक लम्बाई 0° से. ग्रे. पर लेनी चाहिये थी परन्तु हमने t_1° से. ग्रे. पर ली है। चूंकि प्रसार गुणांक a का मान अत्यधिक छोटा है अतएव परिणाम में अधिक अन्तर नहीं आयगा। मानलो किसी छड़ की लम्बाई 0° से. ग्रे. पर l_o है, t_1° से. ग्रे. पर l_{t_1} है, तथा t_2° से. ग्रे. पर l_{t_2} है। अतएव,

$$l_{t_1} = l_o (1 + a\, t_1) \text{ और } l_{t_2} = l_o (1 + a t_2)$$

$$\therefore \quad l_{t_2} - l_{t_1} = l_o \times a \times (t_2 - t_1)$$

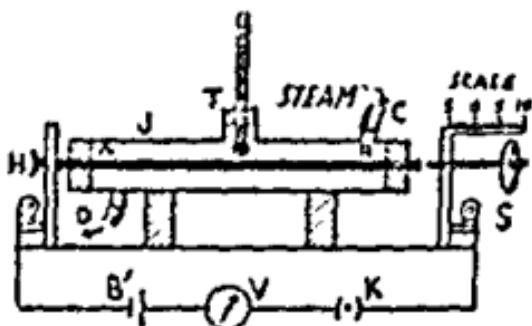
$$\therefore \quad a = \frac{l_{t_2} - l_{t_1}}{l_o (t_2 - t_1)}$$

चूंकि $l_{t_1} - l_o$ नगण्य है, अतएव l_o के स्थान पर l_{t_1} रख सकते हैं।

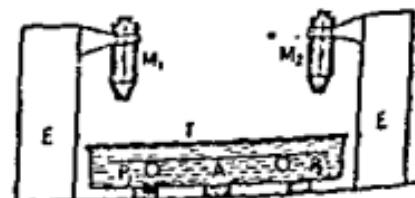
$$\therefore \quad a = \frac{l_{t_2} - l_{t_1}}{l_{t_1} (t_2 - t_1)}$$

कभी कभी पुलिंजर का उपकरण चित्र 21.4 के अनुसार होता है। इसकी कार्य प्रणाली उसी प्रकार है। स्फेरोमीटर का सिरा जब छड़ को स्पर्श करता

चित्र 21.4

इसका सरलता से ज्ञान करने के लिये विद्युतीय परिपथ का उपयोग करते हैं। यह चित्र में दिखाया गया है। B एक लेक्लान्शी सेल व T एक वोल्टमापी है। जब पेच छड़ को स्पर्श करेगा तब परिपथ (circuit) पूरा हो जायगा और धारा का प्रवाह होगा। इससे वोल्टमापी में विक्षेप होगा। यह विक्षेप इस बात को सूचित करेगा कि पेच छड़ को स्पर्श कर चुका है।

त्रुटियों के उद्गम:—उपरोक्त विधि में कुछ त्रुटियां हैं। (i) छड़ का कुछ भाग बाहरी नली से बाहर निकला हुआ रहता है जो अपेक्षाकृत कम ताप पर रहता है। (ii) छड़ केवल एक ही दिशा में प्रसारित हो सकती है। (iii) अधिक समय तक पेच छड़ से स्पर्शित रहने के कारण उसकी लम्बाई में भी वृद्धि हो जाती है। इन त्रुटियों का निराकरण करने के लिये कम्पेरेटर विधि का उपयोग किया जाता है।

कम्पेरेटर विधि:—इसका उपकरण चित्र 21.5 में दिखाया गया है। T एक जल कुंडी है जिसमें पानी भरा हुआ है। M_1 और M_2 दो सूक्ष्मदर्शी (microscopes) हैं जो स्तम्भ पर लगे हुए हैं तथा जिनकी स्थिति पैमाने पर पढ़ी जा सकती है। A एक प्रामाणिक छड़ है जिस पर ठीक एक मीटर की दूरी पर P_1 और P_2 दो चिन्ह बने हुए हैं।

विधि:—M_1 और M_2 को इधर-उधर सरका कर P_1 और P_2 पर फोकस करो तथा उनका पाठ्यांक ले लो। फिर प्रयोगात्मक छड़ लो और उस पर लगभग एक मीटर की दूरी पर दो चिन्ह लगा कर उसको A के बाजू में रख दो। पुनः M_1 और M_2 को इस छड़ के चिन्हों पर फोकस करो तथा पाठ्यांक लो। दोनों स्थितियों में दूसरी छड़ की यथार्थ लम्बाई ज्ञात करो। अब कुंडी को गरम करो। जब पानी उबलने लगे तो सूक्ष्मदर्शी

चित्र 21.5

को पुनः चिन्हों पर फोकस करो। इनके हटाव से फिर इस छड़ की लम्बाई उबलते हुए पानी के ताप पर ज्ञात करो।

इस प्रकार, lt_1 और lt_2 नाप कर α ज्ञात करो।

21.5 क्षेत्र प्रसरण (Superficial expansion) व घन प्रसरण (Cubical expansion) गुणांकः—तुम अपनी पिछली कक्षाओं में पढ़ चुके हो कि ठोसों में लम्बाई के साथ साथ क्षेत्रफल व आयतन में भी प्रसरण होता है।

यदि S_0 व S_t क्रमशः 0° से. ग्रे. व t° से. ग्रे. पर क्षेत्रफल हैं तो क्षेत्र प्रसरण गुणांक, $\beta = \frac{S_t - S_0}{S_0 \times t}$ होता है। अर्थात्,

क्षेत्र प्रसारण गुणांक 1° से. ग्रे ताप वृद्धि से इकाई क्षेत्रफल में क्षेत्र-वृद्धि है। β (बीटा) यह एक ग्रीक अक्षर है।

इसी प्रकार घन प्रसरण गुणांक 1° से. ग्रे. ताप वृद्धि से इकाई आयतन में आयतन वृद्धि है। अतएव,

$\gamma = \frac{V_t - V_o}{V_o t}$ यहाँ γ (गामा) ग्रीक अक्षर घन-प्रसरण गुणांक बताता है और V_o , V_t क्रमशः 0° व t° से. ग्रे. ताप पर आयतन।

21.6 ठोस के भिन्न भिन्न प्रसरण गुणांकों में सम्बन्धः-(i) α और β में सम्बन्धः—हम ऊपर पढ़ ही चुके हैं कि,

$$\alpha = \frac{l_t - l_o}{l_o.\ t}$$

या $$l_t = l_o\ (1+\alpha t) \qquad \text{....} \qquad (1)$$

ठीक इसी प्रकार, $\beta = \frac{S_t - S_o}{S_o.\ t}$

या $$S_t = S_o\,(1+\beta t) \qquad \text{....} \qquad (2)$$

मानलो ABCD एक वर्गाकार ठोस है। 0° से. ग्रे. ताप पर इसकी भुजाओं की लम्बाई AB = BC = l_o है व क्षेत्रफल S_o । अतएव $S_o = l_o \times l_o = l_o{}^2$; अब t° से. ग्रे. से ताप बढ़ने पर प्रत्येक भुजा की लम्बाई बढ़कर AB′ = B′C′ होगी। यह समीकरण (1) के अनुसार $l_t = lo\ (1 \times \alpha t)$ हो जायगी व क्षेत्रफल A′B′C′D′ समीकरण (2) के अनुसार $S_t = S_o\ (1+\beta t)$ हो जायगा।

चित्र 21.6

किन्तु $S_t = l_t \times l_t$

या $$S_o\ (1+\beta t) = l_o\ (1+\alpha t) \times l_o\ (1+\alpha t)$$

या $$S_o\ (1+\beta t) = l_o{}^2\ (1+\alpha t)^2 \text{ परन्तु } l_o{}^2 = S_o$$

$$S_o\ (1 + \beta t) = So\ (1 + \alpha t)^2$$

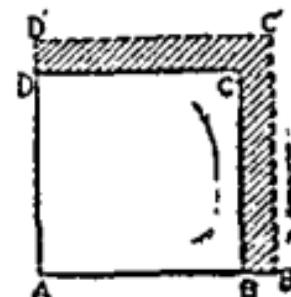
$\therefore$

या $$(1 + \beta t) = (1 + \alpha t)^2 = 1 + 2\alpha t + \alpha^2 t$$

चूंकि α बहुत ही छोटी राशि है, इसलिए α^2 नगण्य राशि होगी। अतएव $\alpha^2 t$ को नगण्य मानने से,

$$1 + \beta t = 1 + 2\alpha t$$

या $$\beta t = 2\alpha t$$

या $$\beta = 2\alpha$$

इस प्रकार क्षेत्र प्रसरण गुणांक रेखीय प्रसरण गुणांक का दुगुना होता है।

(ii) α और γ में सम्बन्ध:—ऊपर बताए अनुसार जिस प्रकार,

$$l_t = l_o\ (1 + \alpha t)$$

उसी प्रकार,

$$V_t = V_o\ (1 + \gamma t)$$

मानलो आरम्भ में घन की भुजाएं l_o लम्बी हैं और आयतन V_o है। t^o से. ग्रे. से ताप बढ़ाने पर प्रत्येक भुजा $l_t = l_o\ (1 + \alpha t)$ होगी व आयतन होगा V_t = $V_o\ (1 + \gamma t)$. इसलिये,

$$V_t = l_t \times l_t \times l_t$$

या $$V_o\ (1 + \gamma t) = \{l_o\ (1 + \alpha t)\}^3 = l_o^3\ (1 + \alpha t)^3$$

इसलिये $$V_o\ (1 + \gamma t) = V_o\ (1 + \alpha t)^3 \because V_o = l_o^3.$$

या $$1 + \gamma t = (1 + \alpha t)^3 = 1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3$$

ऊपर समझाए अनुसार $\alpha^2 t^2$ व $\alpha^3 t^3$ नगण्य राशियां हैं।

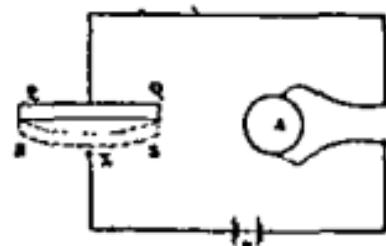
$\therefore$ $$1 + \gamma t = 1 + 3\alpha t$$

या $$\gamma = 3\alpha$$

इस प्रकार घन प्रसरण गुणांक रेखीय प्रसरण गुणांक का तिगुना होता है।

21.7. प्रसरण का उपयोग (Practical applications of expansion):—

(अ) पहिये पर हाल चढ़ाना, बोतल का डाट निकालना, रेल की पटरियों के बीच की जगह छोड़ना, खंबों के बीच तारों को ढीला छोड़ना इत्यादि:—इनके बारे में आप अपनी पिछली कक्षाओं में पढ़ ही चुके हो। हाल को पूर्व गर्म कर लकड़ी के पहिये पर चढ़ाया जाता है। जब हाल ठंडा होता है तब वह आकुंचित होकर पहिये को जकड़ लेता है। जब बोतल को गर्म किया जाता है तब चूंकि कांच उष्मा का कुचालक होता है इसलिए केवल बोतल का मुंह ही प्रसारित होता है। डाट का आयतन वही रहता है। वह आसानी से निकल आता है। रेल की पटरियों के बीच यदि जगह न छोड़ी जाए तो उष्मा के कारण जब वे प्रसारित होंगी तब खाली स्थान न मिलने के कारण टेढ़ी हो जायेंगी। इस कारण उन पर चलने वाली गाड़ियों को धक्का पहुंचेगा। यह बात कोई इमारत बनाते समय भी ध्यान में रखी जाती है। यदि दो खंबों के बीच तार को [illegible] रखा जाए तो ठंड के दिनों में उनके सिकुड़ कर टूटने का डर होगा।

(व) अग्नि बचाव घंटीः—PQ व RS दो भिन्न धातुओं की छड़े हैं जो एक दूसरे से सिरों पर जुड़ी हुई हैं। A, यह एक विद्युत घंटी है और विद्युत पथ चित्र 21.7 में बताया गया है। यदि मकान में आग लग जाय तो उष्मा पाकर छड़ें प्रसारित होती हैं। यदि RS छड़ का प्रसार PQ छड़ से अधिक हो तो वह चित्र में बताए अनुसार मुड़ जाती है और X बिन्दु से स्पर्श करती है। स्पर्श होते ही विद्युत परिपथ पूरा होता है और विद्युत घंटी बज उठती है। इस प्रकार हमें आग लगने के बारे में मालूम होता है। थर्मोस्टेट में भी यही सिद्धान्त काम में लाते हैं।

चित्र 21.7

(स) कांच का ग्लास टूटनाः—हमें ज्ञात है कि यदि कांच के ग्लास में एकाएक खूब गर्म अथवा ठंडा पानी डाला जाय तो उसके टूटने का डर रहता है। इसका कारण यह है कि कांच उष्मा का कुचालक होने से उष्मा जल्दी फैलती नहीं है और केवल कुछ ही भाग प्रसारित होता है। इस कारण वह टूट जाता है।

(ड) कांच के उपकरण मे धातु के तार लगानाः—विद्युतीय उपकरण में हमें धातु के तार कांच के उपकरण मे लगाने पड़ते हैं। इसलिये प्लेटिनम धातु का उपयोग किया जाता है। इसका कारण यह है कि प्लेटिनम धातु व कांच का प्रसरण गुणांक एक ही है। यदि दूसरे धातु के तार लगाए जाएं तो उष्मा से उनमें भिन्न भिन्न प्रसरण होंगे और कांच टूटने का भय रहेगा।

(इ) कई घड़ियां लोलक के सिद्धांत पर काम करती हैं। इनमें लोलक बनाने के लिए भिन्न भिन्न धातुओं की छड़े भिन्न भिन्न लम्बाई की इस प्रकार जोड़ी जाती हैं कि लोलक की कार्यकारी लम्बाई प्रत्येक ताप पर एक समान रहती है और घड़ी ठीक समय बताती है। इसी प्रकार छोटी घड़ियों में समजन चक्र होता है। इसे दो भिन्न धातुओं की पट्टियों को जोड़ कर इस प्रकार बनाया जाता है कि चक्र के घूमने का समय हरेक ताप पर एक जैसा ही रहे।

चित्र 21.8

पूरक लोलक (Compensated pendulum):—आप पहिले पढ़ चुके हैं कि लोलक की घड़ियों का समय उसके आवर्त काल पर निर्भर करता है। लोलक का आवर्त काल उसकी कार्यकारी लम्बाई पर निर्भर करता है। यदि लम्बाई में वृद्धि होती है तो आवर्त-काल

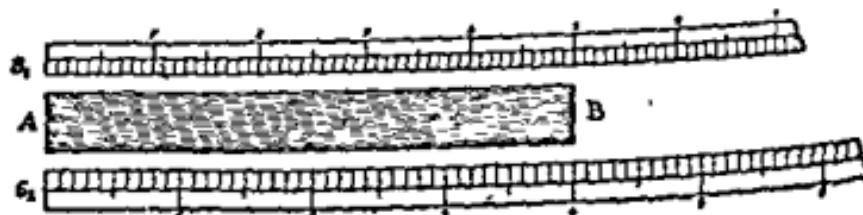
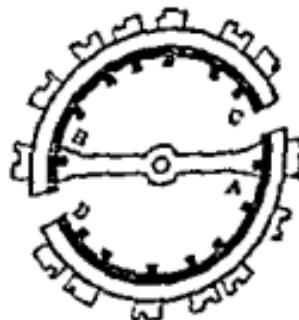
बढ़ेगा जिससे लोलक धीरे धीरे चलेगा । इसके फलस्वरूप घड़ी पीछे रह जायगी । इसी प्रकार यदि लम्बाई कम होती है तो घड़ी आगे निकलेगी । ऋतु परिवर्तन के साथ साथ परिवर्तन के कारण लोलक की लम्बाई परिवर्तित होती रहती है; फलतः उसका आवर्तकाल भी परिवर्तित होता रहता है । यदि हम चाहें कि घड़ी सदा सही समय बताए तो लोलक की कार्यकारी लम्बाई स्थिर रहनी चाहिये । इसके लिए भिन्न २ धातुओं की छड़ों का लोलक बनाते हैं जैसा कि चित्र में दिखाया गया है । इसमें कुछ छड़ें A, B, C, नीचे की ओर बढ़ सकती हैं । ये एक धातु की होती हैं । कुछ छड़ें D और E ऊपर की ओर बढ़ती हैं । ये दूसरे धातु की होती हैं । इन छड़ों की लम्बाई और रेखीय प्रसरण गुणांक इस प्रकार लिए जाते हैं कि कार्यकारी लम्बाई सब ताप पर वही रहे । इसके लिए निम्नलिखित शर्त पूरी होनी चाहिये ।

$$\frac{\text{A + B + C की लम्बाई}}{\text{D + E की लम्बाई}} = \frac{\text{D,E के धातु का प्रसरण गुणांक}}{\text{A,B,C के धातु का प्रसरण गुणांक}}$$

दूसरे रूपमें एक और लोलक इसके पास ही बताया गया है । इसमें जितनी लम्बाई A की बढ़ती है उतनी ही B की । इससे गोले की O से दूरी स्थिर रहती है ।

घड़ी का समंजन चक्रः—छोटी घड़ियों में समंजन चक्र (balance wheel) घड़ी का समय निर्धारित करता है तथा यह चक्र के आवर्तकाल पर निर्भर करता है। इसका आवर्तकाल परिधि पर लगे हुए भार के टुकड़ों पर निर्भर करता है। इसकी परिधि छड़ों की बनी हुई होती है जो भिन्न भिन्न धातुओं की होती है। इनका चुनाव इस प्रकार किया जाता है कि बाहरी छड़ का प्रसार अधिक हो। ताप वृद्धि के कारण स्पोक (spoke) की लम्बाई बढ़ेगी। इससे भार दूर जाएंगे। परन्तु बाहरी छड़ अधिक बढ़ने से उसमें मोड़ अधिक होगा। इससे भार समीप आएंगे। इस प्रकार उनकी कामकारी दूरी वही रहती है।

चित्र 21.9

पैमाने की वृद्धि के कारण संशोधनः—देखो चित्र 21·10। ताप वृद्धि के कारण धातु के बने पैमाने भी बढ़ जाते हैं। मानलो

चित्र 12.10

किसी पैमाने का अंशांकन करते समय उसका ताप 0° से. ग्रे. है। इसके बाद मानलो उसका ताप t^0 से. ग्रे. हो जाता है। तब उसका प्रत्येक 1 से. मी. का चिन्ह बढ़ कर $(1+at)$ से. मी के बराबर हो जायगा अर्थात् जिस लम्बाई को वह पैमाने पर 1 से. मी. पढ़ता है वह वास्तव में $(1+at)$ से. मी. है। अतएव जिस लम्बाई को वह पैमाने पर n से. मी. पढ़ता है वह वास्तव में $n\ (1+at)$ से. मी. है।

∴　यर्थात् लम्बाई = प्रेक्षित लम्बाई × $(1+at)$

संख्यात्मक उदाहरण १:—एक 50 से. मी. छड़ का ताप 14° से. ग्रे. से 98° से. ग्रे. तक बढ़ाने पर उसकी लम्बाई 0·7 मि. मी. से बढ़ जाती है तो धातु का प्रसरण गुणांक ज्ञात करो।

यहां　$L_2 - L_1 = 0.7$ मि. मी. $= 0·07$ से. मी.,

$L_1 = 50,\ t_2 - t_1 = 98 - 14 = 84,$

इन राशियों का मान सूत्र, में रखने पर, $a = \dfrac{L_2 - L_1}{L_1\ (t_2 - t_1)}$

$$a = \frac{0·07}{50 \times 84} = \frac{1}{50 \times 1200} = \frac{1}{60000}$$

$= 0·000016$ प्रति डिग्री से. ग्रे.

2. एक 100 मील लम्बी रेल की लाइन डालते समय 70° से. ग्रे. से ताप परिवर्तन के लिये गुंजाइश छोड़ी जाती है। तो कुल कितनी खाली जगह छोड़ी जाती है ? ($a = 0·000012$)

यहां　$L_1 = 100,\ t_2 - t_1 = 70°$ से. ग्रे., $a = 0·000012,\quad L_2 - L_1 = ?$

हम जानते है कि, $L_2 - L_1 = a \times L_1 \times (t_2 - t_1)$. इसमें उपरोक्त राशियों का मान रखने से, $L_2 - L_1 = 0·000012 \times 100 \times 70$ मील

$= 147·84$ गज

3. एक जस्ते की छड़ तांबे के पैमाने से नापी जाती है जो 0° से. ग्रे. ताप पर सही लम्बाई देता है। 10° से. ग्रे. पर छड़ की लम्बाई 1·0001 मीटर है। तो जस्ते की छड़ को 0° से. ग्रे. पर यथार्थ लम्बाई ज्ञात करो। [जस्ते का $a = 0·000029$, तांबे का $= a = 0·000019$]

इस प्रश्न में पहले हमें जस्ते की छड़ की सही लम्बाई 10° से. ग्रे. पर निकालनी है। तत्पश्चात छड़ की लम्बाई 0° से. ग्रे. पर निकालनी है।

पठित लम्बाई = 1·0001 मीटर = 100·01 से. मी. है 10^0 से. ग्रे. पर,

तो सही लम्बाई 10 से. ग्रे. पर होगी $L_t = n\ (1 + at)$

$= 100·01\ (1 + 0·000019 \times 10)$

$= (100·01)\ (1·00019)$

अर्थात यदि पैमाना सही होता तो उस छड़ की लम्बाई 10° से. ग्रे. पर L_t होती। मानलो उसकी लम्बाई 10° से. ग्रे. पर L_o है। तो,

$L_t = L_o\ (1 + \alpha t)$ में दी हुई राशियों का मान रखने से,

$$(100{\cdot}01)\ (1{\cdot}00019) = L_o\ (1 + 0{\cdot}000029 \times 10) = L_o\ (1{\cdot}00029)$$

$$L_o = \frac{100{\cdot}01 \times 1{\cdot}00019}{1{\cdot}00029} = 100 \text{ से. मी.} = 1 \text{ मीटर}$$

4. एक घड़ी में पीतल का लोलक (pendulum) लगा हुआ है। यह घड़ी 25° से. ग्रे. पर सेकण्ड बताती है। यदि ताप 0° से. ग्रे. हो जाय तो वह घड़ी एक दिन में कितने सेकण्ड आगे निकल जायगी? (पीतल के लिये $\alpha = 0{\cdot}000019$)

मानलो लोलक की लम्बाई 25° से. ग्रे. पर L_t है और 0° से. ग्रे. पर L_o तथा उसका आवर्तकाल क्रमशः 2 से. और T_o से. है।

लोलक का सूत्र लगाने से, $$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{L_o}{g}} \quad \ldots \quad (i)$$

और $$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_t}{g}} \quad \ldots \quad (ii)$$

(ii) में (i) का भाग लगाने से, $$\frac{T}{T_o} = \sqrt{\frac{L_t}{L_o}} \quad \ldots \quad (iii)$$

प्रसरण का सूत्र लगाने से, $$L_t = L_o\ (1 \times \alpha t)$$

$$\frac{L_t}{L_o} = 1 \times \alpha t = 1 \times 0{\cdot}000019 \times 25$$

$$= 1{\cdot}000475 \quad \ldots \quad (iv)$$

इसका मान समीकरण (iii) में रखने से, $$\frac{T}{T_o} = \sqrt{1{\cdot}000475}$$

$$= (1 \times 0{\cdot}000475)^{1/2}$$

$$= 1 \times \tfrac{1}{2} \times 0{\cdot}000475$$

$$= 1 \times 0{\cdot}0002375 \quad \ldots \quad (v)$$

एक दिन रात में 24 घंटे अथवा 86400 से. होते हैं। मानलो लोलक 25° से. ग्रे. पर N दोलन करता है और 0° से. ग्रे. पर N_o,

$$\therefore \quad N_o = \frac{86400}{T_o} \text{ और } N = \frac{86400}{T}$$

$\therefore$ अधिक किये गये दोलन $$n = N_o - N = \frac{86400}{T_o} - \frac{86400}{T}$$

$$= \frac{86400}{T}\left(\frac{T}{T_o} - 1\right)$$

$$\frac{86400}{T}\ (1 + 0.0002375 - 1)$$

$$\therefore \quad n = (86400/T) \times 0.0002375$$

1 दोलन अधिक करने से T से. अर्थात् 2 से. का लाभ होता है, तो उपरोक्त n दोलन अधिक करने से कुल लाभ, (यहां T = 2 से. है)

$$= n \times 2 = \left(\frac{86400}{2}\right) \times 0.0002375 \times 2 = 20.52 \text{ से.}$$

5. एक लोहे की छड़ जिसकी लम्बाई 100 से. मी. और अनुप्रस्थ-काट 1 व. से. मी. है, 100° से. ग्रे. से गरम की जाती है। कितना बल लगाने से उसकी लम्बाई में वृद्धि रोकी जा सकती है? ($Y = 2 \times 10^{12}$ डाइन प्रति वर्ग से. मी., आयतन प्रसरण गुणांक $= 36 \times 10^{-6}$ प्रति° से. ग्रे.)

इस उदाहरण में हमें ताप वृद्धि के कारण प्रसरण और बल लगाने के कारण आकुंचन दोनों का उपयोग करना होगा।

मानलो छड़ की लम्बाई 0° से. ग्रे. पर L_o है और $t°$ से. ग्रे. पर L_t है। मानलो उसका अनुप्रस्थ-काट A वर्ग से. मी. है।

प्रसरण के सूत्र के अनुसार, $L_t = L_o\ (1 + \alpha \times t)$

$$= 100\ (1 + 0.000012 \times 100)$$

$$= 100 + 0.12 = 100.12 \text{ से. मी.}$$

इस लम्बाई को यदि हम दबा कर 100 से. मी. करना चाहें तो आकुंचन =0.12 से. मी.। मानलो इसके लिये हमें Mg बल लगाना पड़ता है। तो यंग के प्रत्यास्थता गुणांक के सूत्र द्वारा,

$$Y = \frac{Mg}{A} \times \frac{L}{l}\ ; \text{ यहां } Y = 2 \times 10^{12},\ A = 1,\ L = 100 \text{ है। तो,}$$

$$2 \times 10^{12} = \frac{Mg}{1} \times \frac{100}{0.12}$$

$$\therefore \quad Mg = \frac{2 \times 10^{12} \times 0.12}{100} = 24 \times 10^{8} \text{ डाइन}$$

प्रश्न

1. रेखीय प्रसरण गुणांक किसे कहते हैं? इसको प्रयोग द्वारा किस प्रकार ज्ञात करोगे? (देखो 21·3 और 21·4)

2. क्षेत्र प्रसरण गुणांक और आयतन प्रसरण गुणांक का रेखीय प्रसरण गुणांक से क्या सम्बन्ध है? (देखो 21·6)

3. रेखीय प्रसरण गुणांक के उपयोग के कुछ उदाहरण दो। (देखो 21·7)

संख्यात्मक प्रश्न:—

1. 0° C. पर एक लोहे की छड़ की नाप 50 फीट है। यदि लोहे का रेखीय प्रसार गुणांक 0·000012 है तो बताओ 50° C. पर यह छड़ कितना बढ़ जायगी ?

(R. B. 1957) (उत्तर 0·03 फीट)

2. एक लोहे की छड़ की 0° C. पर लम्बाई 5 मीटर है। उसकी 100° C. पर लम्बाई ज्ञात करो जब कि उसका रेखीय प्रसार गुणांक ·000012 है। इस छड़ के 1 से. मी. में क्या बढ़ाव होगा यदि उसे 1° F से गर्म किया जाय।

(R. B. 1950) (उत्तर 5·006 मीटर, 0·0000064)

3. 50° C. पर एक तांबे की छड़ की लम्बाई 2·00166 मीटर है। और 200° C. पर 2·00674 मीटर है उसकी 0° C पर लम्बाई ज्ञात करो और तांबे का रेखीय प्रसार गुणांक ज्ञात करो। (R. B.) (उत्तर 2 मीटर, ·000018)

4. 50 से. मी. लम्बी छड़ 14° C. से 18° C तक गर्म की गई। यदि लम्बाई ·07 मि. मी. बढ़ी तो रेखीय प्रसार गुणांक ज्ञात करो।

(R. B. 1962) (उत्तर ·000035)

5. रेल की 63 फीट लम्बी लाइन में प्रसरण के लिए जगह छोड़ी गई है। यदि 10° से. ग्रे. पर कुल खाली जगह 0·5 इन्च है तो कितने ताप पर लाइन पूरी जुड़ जायगी ? ($\alpha = 11 \times 10^{-6}$ प्रति डिग्री से. ग्रे.) (उत्तर 67·4° से. ग्रे.)

6. एक पीतल और एक इस्पात की छड़ों को 0° से. ग्रे. ताप पर नापा जाता है। यदि उनकी लम्बाई क्रमशः 120 और 120·2 से. मी. है तो किस ताप पर वे दोनों बराबर हो जायगी ? पीतल और इस्पात का रेखीय प्रसार गुणांक क्रमशः 0·000018 और 0·000011 है। (उत्तर 216·97° से. ग्रे.)

7. एक जस्ते का पैमाना 0° से. ग्रे. पर शुद्ध पाठ्यांक देता है। इससे एक पीतल की छड़ 0° से. ग्रे. पर 1 मीटर नापी जाती है तो उस छड़ की 10° से. ग्रे. पर आभासित लम्बाई कितनी होगी ? (पीतल के लिए $\alpha = 0·000019$ और जस्ते के लिए $\alpha = 0·000029$) (उत्तर 99·99 से. मी.)

8. एक पीतल का लोलक 0° से. ग्रे. पर सही समय बताता है। परन्तु 20° से. ग्रे. पर एक दिन में 16 से. पीछे रहता है। तो पीतल का प्रसरण गुणांक ज्ञात करो।

(उत्तर 0·0000185)

9. एक लोहे की छड़ जिसका अनुप्रस्थ काट 4 वर्ग से. मी. है 20° से. ग्रे. से 300° से. ग्रे. तक गरम की जाती है। यदि इसकी लम्बाई में वृद्धि को रोकना है तो कितना बल लगाना होगा ? ($Y = 1·1 \times 10^{12}$ डाइन/वर्ग से. मी. $\alpha = 10^{-5}/°$ से. ग्रे. (उत्तर $1·23 \times 10^{10}$ डाइन

अध्याय 22

द्रव का प्रसरण

(Expansion of Liquids)

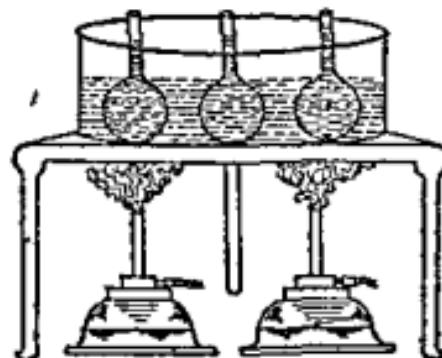
22.1 द्रवों का प्रसरण (Expansion of liquids):—ठोस जैसे ही द्रव भी उष्मा पाकर प्रसारित होते हैं। चूंकि इनका अपना कोई निश्चित रूप नहीं होता इसलिए इनके घन प्रसरण गुणांक का ही अध्ययन किया जाता है। ठोसों से इनका घन प्रसरण गुणांक बहुत अधिक होता है जैसा कि सारिणी से स्पष्ट है। हम पहिले पढ़ ही चुके हैं कि किस प्रकार द्रवों के प्रसरण का उपयोग तापमापी बनाने में किया जाता है।

द्रवों का प्रसरण गुणांक

द्रव	α	द्रव	α
पानी	0·00053	तारपीन का तेल	0·00094
पारा	0·00018	इथाइल अल्कोहल	0·00110
ग्लिसरीन	0·00053	पेराफिन का तेल	0 00090

ठोस जैसे ही भिन्न भिन्न द्रवों का प्रसरण भिन्न भिन्न होता है। इस बात को प्रयोग द्वारा बताने के लिए एक जैसे पलिघों में बराबर बराबर द्रव लो व एक साथ गर्म करो। तुम देखोगे कि प्रारम्भ में सब पलिघों में द्रव की सतह एक जैसी थी किन्तु गर्म करने पर वह भिन्न भिन्न हो गई है। चित्र 22.1 देखो।

चित्र 22.1

22.2 आभासी व वास्तविक प्रसरण गुणांक (Apparent and real coefficient of expansion):—हमें मालूम है कि द्रवों का अपने आप कोई रूप नहीं होता है और उन्हें किसी न किसी पात्र में रख कर ही गर्म किया जाता है। द्रव के प्रसरण का अध्ययन करने के लिए हम उसकी सतह का ही पाठ्यांक लेते हैं। द्रव की सतह पात्र के आयतन पर निर्भर रहती है। अतएव जब हम किसी द्रव को गर्म करते हैं तब हमें साथ साथ पात्र को भी गर्म करना पड़ता है। पात्र उष्मा पाने से प्रसारित होता है और हमारे द्रव के प्रसरण अध्ययन में गड़बड़ी पैदा करता है।

यदि किसी द्रव को बिना पात्र में रखे (कल्पना करो) गर्म किया जाय तो उसमें

1. 0° C. पर एक लोहे की छड़ की नाप 50 फीट है। यदि लोहे का
प्रसार गुणांक 0·000012 है तो बताओ 50° C. पर वह छड़ कितना बढ़ जा
(R. B. 1949) (उत्तर 0·03

2. एक लोहे की छड़ की 0° C. पर लम्बाई 5 मीटर है। उसकी 10
पर लम्बाई ज्ञात करो जब कि उसका लम्ब प्रसार गुणांक ·000012 है। इ
1 से. मी. में क्या बढ़ाव होगा यदि उसे 1° F से गर्म किया जाय।
(R. B. 1950) (उत्तर 5·006 मीटर, 0·000

3. 50° C, पर एक तांबे की छड़ की लम्बाई 2·00166 मीटर है
200° C. पर 2·00674 मीटर है उसकी 0° C पर लम्बाई ज्ञात करो
का घन प्रसरण गुणांक ज्ञात करो। (R. B.) (उत्तर 2 मीटर, ·00

4. 50 से. मी. लम्बी छड़ 14° C. से 18° C तक गर्म की
लम्बाई ·07 मि. मी. बढ़ी तो लम्ब प्रसार गुणांक ज्ञात करो।
(R. B. 1962) (उत्तर ·00

5. रेल की 65 फीट लम्बी लाइन में प्रसरण के लिए जगह छोड़ी गई
10° से. ग्रे. पर कुल खाली जगह 0·5 इन्च है तो कितने ताप पर लाइन
जायगी? ($\alpha = 11 \times 10^{-6}$ प्रति डिग्री से. ग्रे.) (उत्तर 67·4° से

6. एक पीतल और एक इस्पात की छड़ों को 0° से. ग्रे. ताप पर न
है। यदि उनकी लम्बाई क्रमशः 120 और 120·2 से. मी. है तो किस ताप पर
बराबर हो जायगी? पीतल और इस्पात का रेखीय प्रसार गुणांक क्रमशः 0·0
और 0·000011 है। (उत्तर 216·97°

7. एक जस्ते का पैमाना 0° से. ग्रे. पर शुद्ध पाठ्यांक देता है।
पीतल की छड़ 0° से. ग्रे. पर 1 मीटर नापी जाती है तो उस छड़ की 10
आभासित लम्बाई कितनी होगी? (पीतल के लिए $\alpha = 0·000019$ और जस
$\alpha = 0·000029$) (उत्तर 99·99

8. एक पीतल का लोलक 0° से. ग्रे. पर सही समय बताता है। परन्तु
ग्रे. पर एक दिन में 16 से. पीछे रहता है। तो पीतल का प्रसरण गुणांक ज्ञात
(उत्तर 0·00

9. एक लोहे की छड़ जिसका अनुप्रस्थ काट 4 वर्ग से. मी. है 20
से 100° से. ग्रे. तक गरम की जाती है। यदि उसकी लम्बाई में वृद्धि को
तो कितना बल लगाना होगा? ($Y = 1·1 \times 10^{12}$ डाइन/वर्ग से. मी.
$\alpha = 10^{-5}$/° से. ग्रे. (उत्तर 1·23 × 10

जितना प्रसार हुआ दिखाई देता वह वास्तविक प्रसार है और 1° से. ग्रे. ताप वृद्धि से 1 घ. से. मी. द्रव में जितनी वास्तविक आयतन वृद्धि हो उसे वास्तविक घन प्रसरण गुणांक (C_r) कहते हैं। इस प्रकार यदि V_{rt}, V_o क्रमशः $t°$ व 0° से. ग्रे. ताप पर आयतन है।

तो
$$C_r = \frac{V_{rt} - V_o}{V_o\, t} \quad .... \quad (1)$$

या पहिले बताये अनुसार
$$V_{rt} = V_o\,(1 + C_r\, t) \quad .... \quad (2)$$

यदि द्रव को पात्र में रख कर गर्म किया जाए तो द्रव पात्र के साथ साथ प्रसारित होगा और हम जिस प्रसार को देखेंगे वह आभासी प्रसार होगा। यदि हम पात्र के प्रसार से अनभिज्ञ रहें तो इस दीखते हुए प्रसार को द्रव का प्रसार मान बैठते हैं। अतएव द्रव का आभासी घन प्रसरण गुणांक (C_a) द्रव में, वह आभासी आयतन वृद्धि है जो 1 घ. से. मी. द्रव को 1° से. ग्रे. ताप से गर्म करने पर मिलती है।

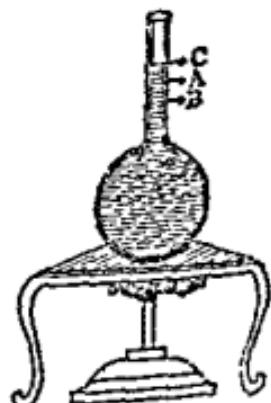
अतएव
$$C_a = \frac{V_{at} - V_o}{V_o\, t} \quad .... \quad (3)$$

या
$$V_{at} = V_o\,(1 + C_a\, t) \quad .... \quad (4)$$

यहाँ V_{at} द्रव का $t°$ से. ग्रे. ताप पर आभासी आयतन है।

चित्र 22.2 जैसा एक पलिघ लो। उसे रंगहीन पानी से पूरा भर कर उसमें एक अंशांकित नली डालो। अब थोड़ा सा पानी नली में आना चाहिये। मानलो 0° से. ग्रे. ताप पर पानी की सतह A पर है व उसका आयतन V_o है।

चित्र 22.2

धीरे धीरे पलिघ को गर्म करो। तुम देखोगे कि पानी की सतह गिर रही है। क्या इसका अर्थ यह है कि पानी उष्मा पाकर आकुंचित हो रहा है? नहीं। उष्मा पाने से पलिघ प्रसारित हो गया है। पलिघ का आयतन बढ़ने से द्रव की सतह नीचे गिर गई है। तुम देखोगे कि कुछ समय बाद सतह B तक नीचे गिर कर फिर बढ़ना शुरू हो गई है। इसका कारण यह है कि अब उष्मा पात्र से होकर द्रव तक पहुंच गई है और द्रव भी प्रसारित होने लगा है। द्रव की सतह जब पुनः A पर पहुँच जाएगी उस समय आभासी प्रसार शून्य रहेगा। इस समय जितना प्रसार पलिघ में हुआ है उतना ही प्रसार द्रव में भी हुआ है। चूंकि द्रव का प्रसार ठोस से अधिक है, इसलिए कुछ समय बाद देखोगे कि द्रव की सतह बढ़ना शुरू हो गई है। मानलो $t°$ से. ग्रे. ताप पर द्रव की सतह C तक पहुँच गई है। मानलो यह अंशांकन V_{at}

है तो हम कहेंगे कि द्रव का आयतन V_{at} हो गया है। वास्तव में यह आभासी आयतन है चूंकि हमने पात्र का प्रसार गणना म नही लिया है।

पात्र के प्रसार से उस पर $0°$ से. ग्रे. ताप पर किया गया अंशाकन गलत हो गया है। $0°$ से. ग्रे. ताप पर 1 घ. से. मी. पात्र का आयतन अब $1(1+C_g t)$ हो गया है। यहां C_g पात्र का घन प्रसार गुणांक है। अतएव चूंकि हमारा पाठ्यांक C पर V_{at} आया है, इसलिए उसका सही मान V_{at} न हो कर $V_{at}(1+C_g t)$ होगा। मानलो द्रव का वास्तविक आयतन V_{rt} है।

इसलिए—

$$V_{rt} = V_{at}(1+C_g t) \qquad (5)$$

उपरोक्त समीकरण में V_{rt} व V_{at} का मान समीकरण (2) व (4) में रखने से

$$V_o(1+C_r t) = V_o(1+C_a t)(1+C_g t)$$

या
$$(1+C_r t) = (1+C_a t)(1+C_g t)$$

या
$$1+C_r t = 1+C_g t+C_a t+C_a C_g t$$

चूंकि C_a व C_g दोनों छोटी राशियां है, अतएव उनका गुणाकार नगण्य होगा।

$$\therefore \quad 1+C_r t = 1+C_g t + C_a t$$

या
$$C_r t = C_g t+C_a t$$

$$\therefore \quad C_r = C_a+C_g \qquad (6)$$

अर्थात् वास्तविक घन प्रसार गुणांक = आभासी घन प्रसार गुणांक
+ पात्र का घन प्रसार गुणांक

22.3 वास्तविक प्रसरण गुणांक व घनत्व में सम्बन्धः—मानलो किसो पदार्थ की संहति m ग्रा. है। उसका आयतन व घनत्व $0°$ से. ग्रे. व $t°$ से. ग्रे. ताप पर क्रमश: V_o d_o व V_t, d_t है। चूंकि ताप घटने बढ़ने से संहति मे कोई परिवर्तन नहीं होता है, इसलिए

$$V_t d_t = V_o d_o$$

परन्तु $V_t = V_o(1+C_r t)$, यहां C_r पदार्थ का घन प्रसार गुणांक है।

$$\therefore \quad V_o(1+C_r t)\, d_t = V_o d_o$$

या
$$1 + C_r t = \frac{d_o}{d_t} \quad \cdots\cdots \qquad (1)$$

या
$$\frac{1}{1+C_r t} = 1/d_o/d_t = d_t/d_o$$

या
$$1-C_r t = \frac{t}{d_o} \qquad (2)$$

(ग्रापको यह गृहीत करना चाहिये कि,

$$\frac{1}{1+C_r t} = 1 - C_r t$$

होता है जब कि $C_r t$ छोटा है।)

22.4 पारे के वास्तविक घन प्रसरण गुणांक (Real coeffcient of expansion) को निकालना:— डूलोंग व पेटिट की विधि—

BACD एक दो बार लम्बवत मुड़ी हुई कांच की नली है। चैतिज नली AC बाकी दो नलियों से सकरी है। इस नली को पारे से भरा जाता है। AB के चारों ग्रोर भाप की खोलली J_1 (steam jacket) व CD के चारों ग्रोर बर्फ भरी नली J_2 होती है।

चित्र 22.3

इस प्रकार नली AB का ताप t^0 से. ग्रे. व DC का $0°$ से. ग्रे. होता है। मानलो पारे के स्तम्भ की ऊंचाई AB में A से H_t है व DC में C से H_0 है। चूंकि A व C विन्दु एक ही चैतिज धरातल में है, इसलिए उन पर दाब भी एकसा होगा।

$$A \text{ पर दाब} = C \text{ पर दाब}$$

किन्तु A पर दाब = वायुमण्डल का दाब + पारे के स्तम्भ H_t का दाब $= P + H_t d_t g$, यहां d_t पारे का $t°$ से. ग्रे. ताप पर घनत्व है। ग्रोर इसी प्रकार C पर दाब $= P + H_0 d_c g$, यहां d_0 पारे का $0°$ से. ग्रे. ताप पर घनत्व है।

इसलिए $\qquad P + H_t d_t g = P + H_0 d_0 g$

या $\qquad H_t d_t g = H_0 d_0 g$

या $\qquad \dfrac{d_0}{d_t} = \dfrac{H_t}{H_0}$

किन्तु ग्रनुच्छेद 22.3 के समीकरण (1) के द्वारा $\dfrac{d_0}{d_t} = 1 + C_r t$

$\therefore \quad 1 + C_r t = H_t/H_0$

या $$C_r t = H_t/H_0 - 1 = \frac{H_t - H_0}{H_0}$$

$$C_r = \frac{H_t - H_0}{H_0 \times t} \quad (1)$$

इस प्रकार केवल H_t व H_0 को नाप कर पारे का वास्तविक घन प्रसार गुणांक निकाल सकते हैं।

यहां पर ध्यान देने योग्य है कि द्रव का दाब केवल ऊंचाई पर निर्भर रहता है। इस कारण नली के अनुप्रस्थ-काट में ताप के परिवर्तन से अन्तर आने से ऊंचाई में कोई त्रुटि नहीं आएगी।

साथ ही हमने AC नली को इसीलिए संकरा रखा है कि A के गर्म भाग से, उष्मा C भाग में न चली जाए।

इतना होने पर भी इस विधि में कई त्रुटियाँ रह जाती हैं। जैसे,

(i) पारे की ऊपरी सतह का एक ताप पर न होना। एक ताप न होने से गोलाईदार सतह की गोलाई भिन्न आएगी। इससे स्तम्भ की ऊंचाई पढ़ने में त्रुटि होगी।

(ii) ताप पारे के तापमापी से लिया जाता है।

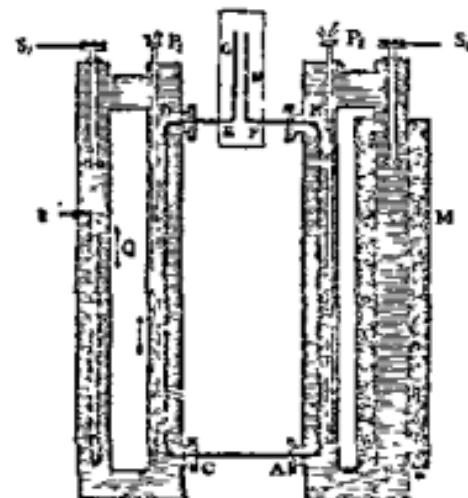
(iii) ताप पूरे स्तम्भ मे एकसा रखने की कोई विशेष व्यवस्था नहीं है।

इन सब त्रुटियों को कलैण्डर की विधि में दूर कर दिया गया है।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक यू नली में पारा भरा है। उसके दोनो स्तम्भ क्रमशः 0° से. ग्रे. और 100° से. ग्रे. पर रखे जाते हैं। यदि ठंडा स्तम्भ 60 से. मी. ऊंचा है और गर्म उससे भी 1·08 से. मी. ऊंचा है तो द्रव का वास्तविक प्रसरण गुणांक ज्ञात करो

यहां $H_0 = 60$ से. मी., $H_t - H_0 = 1{\cdot}08$ से. मी., $t = 100°$ से. ग्रे.

$$\therefore \quad C_r = \frac{H_t - H_0}{H_0 \times t} = \frac{1{\cdot}08}{60 \times 100} = 0{\cdot}00018 \text{ प्रति}^{\circ} \text{ से. ग्रे.}$$

कलेण्डर की विधि या रेगनाल्ट की विधि:—इस उपकरण में चित्र जैसी नली HFBACDEG ली जाती है। उसे पारे से भर दिया जाता है। GE व HF भाग को बाहर से बर्फ से, AB को बर्फ से व CD को द्रव कुंडी (liquid bath) से ढक दिया जाता है। द्रव (liquid bath) को एक विद्युत सिगड़ी द्वारा गर्म किया जाता है। इसमें एक विद्युतीय विलोडन की भी व्यवस्था है जिससे कि ताप हर स्थान पर एक जैसा रहे। ताप पढने के लिए भी एक विशेष तापमापी (विद्युतीय तापमापी) की व्यवस्था होती है।

चित्र 22.4

इस प्रकार GE, HF व AB भाग का ताप 0° से. ग्रे. व CD का t° से. ग्रे. रहता है। मानलो GE, HF, AB व CD पारे के स्तम्भ की क्रमशः ऊंचाई h_o', h_o, H_o व H_t है।

पहिले समझाए अनुसार

C बिन्दु पर दाब = A बिन्दु पर दाब

$$\therefore \quad P + H_t d_t g + h_o' d_o g = P + H_o d_o g + h_o d_o g$$

या $$H_t d_t g = H_o d_o g + h_o d_o g - h_o' d_o g$$

या $$H_t d_t g = g\,(H_o + h_o - h_o')\, d_o$$

$$\therefore \quad H_t d_t = (H_o + h_o - h_o')\, d_o$$

या $$d_o / d_t = H_t \,/ (H_o + h_o - h_o') \left[\because \frac{d_o}{d_t} = 1 + C_r\, t \right]$$

$$\therefore \quad 1 + C_r\, t = H_t \,/\, H_o + h_o - h_o'$$

या $$C_r\, t = \frac{H_t}{H_o + h_o - h_o'} - 1 = \frac{H_t - (H_o + h_o - h_o')}{H_o + h_o - h_o'}$$

$$\therefore \quad C_r = \frac{H_t - H_o - h_o + h_o'}{(H_o + h_o - h_o')\, t} \qquad (2)$$

पारे के स्तम्भ की ऊंचाई ज्ञात कर C_r को मालूम किया जाता है। यहां यह ध्यान देने योग्य है कि पहिले विधि में बताई गई सब त्रुटियां दूर हो गई हैं।

22·5. किसी द्रव का आभासी घन प्रसरण गुणांक (Apparent coefficient of expansion) निकालना :—

(अ) भार तापमापी (Weight thermometer) द्वारा:— चित्र 22.5 में बताए अनुसार भार तापमापी कांच का एक उपकरण होता है। इसमें एक बड़ी घुण्डी होती है और उसका मुंह केशिका नली का बना हुआ होता है जो दो या एक बार मुड़ी रहती है।

चित्र 22.5

भार तापमापी को अच्छी तरह से तोल लो। मानलो इसका भार W ग्रा. है। इसे दिये हुए द्रव से भरने के लिए निम्न विधि करो:—

एक बीकर में पानी को गर्म करो व भार तापमापी की घुण्डी उसमें डुबोओ। साथ ही केशिका नली का खुला मुंह उस द्रव में डुबा रहे जिसका प्रसार गुणांक हमें निकालना है। तुम देखोगे कि घुण्डी की हवा गर्म होकर नली में होती हुई द्रव में बुलबुलों के रूप में बाहर निकलेगी। तब नली के मुंह को द्रव के अन्दर ही रख कर घुण्डी को ठंडा करो। ठंडा होने से हवा सिकुड़ेगी व उसका स्थान लेने के लिए बाहरी वायुमण्डलीय दाब से द्रव अन्दर प्रवेश कर जायगा। जब द्रव अन्दर भरना बन्द हो जावे तब घुण्डी को फिर से गर्म करो। जब हवा बाहर निकल जावे तब ठंडा करो।

फिर से द्रव अन्दर आएगा। इस प्रकार बारम्बार गर्म और ठंडा करने से भार तापमापी पूर्णतया द्रव से भरेगा। मानलो 0° से. ग्रे. ताप पर भार तापमापी द्रव से पूर्णतया भर गया है। अब भार तापमापी को बाहर निकालने पर भी द्रव बाहर नहीं आयगा चूं कि यह केशिका नली है

अब एक तुले हुए बीकर को नली के खुले मुंह के नीचे रखो व घुण्डी को उबलते हुए गर्म पानी में जिसका ताप t° से. ग्रे. है। तुम देखोगे कि गर्म होने पर द्रव में प्रसार होता है और वह नली द्वारा बाहर निकल कर बीकर में गिरता है। कुछ देर बाद इस प्रकार गर्म करने पर जब अधिक द्रव न निकले तब बीकर को तोल कर यह मालूम करलो कि कितना द्रव बाहर निकल आया है। मानलो बाहर निकला हुआ द्रव m ग्राम है।

फिर भार तापमापी को ठंडा होने दो। ठंडा होने पर द्रव सिकुड़ जायगा। बाद में उसे तोल लो। मानलो इसका भार W' ग्रा. है। अतएव भार तापमापी में शेष रहे द्रव का भार हुआ $= W' - W = M$ ग्रा.

0° से. ग्रे. ताप पर जब कि भार तापमापी पूरा भरा हुआ था तब उसमें कुल द्रव की मात्रा थी = बचा हुआ द्रव + बाहर निकला हुआ द्रव $= M + m$ ग्रा.

अतएव यदि द्रव का घनत्व d_0 हो, तो द्रव का आयतन हुआ $= \dfrac{M + m}{d_0}$

इसलिए हम कहते हैं कि भार तापमापी का आयतन है $= \dfrac{M + m}{d_0}$ घ. से. मी.

चूंकि हम आभासी प्रसरण गुणांक निकाल रहे हैं, इसलिए यह गृहीत किया जाएगा कि भार तापमापी का आयतन सब तापों पर एक ही अर्थात्, $\dfrac{M + m}{d_0}$ रहेगा

यदि M ग्रा. द्रव को 0° से. ग्रे. ताप पर माना जाय तो उसका आयतन होगा $V_0 = M/d_0$.

यही द्रव जब t° से. ग्रे. ताप पर रहता है, तब वह पूरे भार तापमापी में पूरा भर जाता है। अतएव उसका आयतन भार तापमापी के आयतन के बराबर होगा, $V_{at} = \dfrac{M+m}{d_0}$

इस आयतन को V_{at} अर्थात् आभासी आयतन इसलिए माना गया है कि भार तापमापी एक निश्चित आयतन का रखता है।

अतएव आभासी घन प्रसरण गुणांक $C_a = \dfrac{V_{at} - V_0}{V_0 t}$

$$\therefore \qquad C_a = \frac{\dfrac{M + m}{d_0} - \dfrac{M}{d_0}}{\dfrac{M}{d_0} \times t} = \frac{\dfrac{M + m - M}{d_0}}{\dfrac{M}{d_0} \times t} = \frac{m}{Mt}$$

इस प्रकार हटाया गया द्रव का भार (m) व बचे हुए द्रव का भार (M) मालूम कर आभासी घन प्रसार गुणांक ज्ञात किया जाता है। यदि हमें भार तापमापी के

पदार्थ का घन प्रसार गुणांक (C_g) ज्ञात हो तो सम्बन्ध $C_r = C_a + C_g$ की सहायता से हम वास्तविक प्रसार गुणांक निकाल सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण 2:—एक भार तापमापी का भार 40 ग्राम है जब उसे 0° से. ग्रे. पर पारे से भरा जाता है तो उसका भार 490 ग्राम है। उसको 100° से. ग्रे. तक गर्म करने से 6·85 ग्राम पारा बाहर निकल जाता है। यदि पारे का वास्तविक प्रसरण गुणांक 0·000182 है तो कांच का रेखीय प्रसरण गुणांक ज्ञात करो।

तापमापी में पारे का 0° से. ग्रे. पर भार $(M + m) = 490 - 40 = 450$ ग्राम

बाहर निकले पारे का भार $m = 6·85$ ग्राम

100° से. ग्रे. पर अन्दर रहे पारे का भार $M = 450 - 6·85 = 443·15$ ग्राम

ताप वृद्धि = 100° से. ग्रे.

सूत्र $C_a = \frac{m}{M \times t}$ में दी हुई राशियों का मान रखने से,

$$C_a = \frac{6·85}{443·15 \times 100} = \frac{685}{44315 \times 100} = 0·0001545$$

सूत्र $C_r = C_a + C_g$ से, $0·000182 = 0·0001545 + C_g$

$\therefore$ $C_g = 0·000182 - 0·0001545 = 0·0000275$

$\therefore$ $a_g = \frac{C_g}{3} = ·000009$ प्रति से. ग्रे.

3. एक भार तापमापी में 15° से. ग्रे. पर 510 ग्राम पारा है। उसे एक गरम तेल को कुण्डी मे रखने से 500 ग्राम पारा उसमे रह जाता है। तेल कुण्डी का ताप ज्ञात करो। (पारे का $C_r = 0·00018$ और $a_g = 0·00001$)

$C_r = 0·00018$, $C_g = 3a_g = 0·00001 \times 3 = 0·00003$

$\therefore$ $C_a = C_r - C_g = 0·00018 - 0·00003 = 0·00015$

सूत्र $C_a = \frac{m}{M \times t}$ में दी हुई राशियों का मान रखने से,

$$0·00015 = \frac{510 - 500}{500 \times (t - 15)} = \frac{10}{500\,(t - 15)}$$

$\therefore$ $t - 15 = \frac{10}{500 \times 0·00015} = \frac{10 \times 100000}{500 \times 15} = 133·3$

$\therefore$ $t = 133·3 + 15 = 158·3°$ से. ग्रे.

4. एक आपेक्षिक घनत्व बोतल में 30° से. ग्रे. पर 50 ग्राम द्रव आता है। यदि उसका ताप 100° से. ग्रे. हो तो कितना द्रव जायगा ?

($C_r = 0·00051, C_g = 0·00003$)

मानलो 100° से. ग्रे. पर उसमें M ग्राम द्रव रहेगा तो बाहर निकला द्रव

$m = 50 - M$

सूत्र $C_r = C_a + C_g$ से $C_a = 0·00051 - 0·00003 = 0·00048$

सूत्र $C_a = \frac{m}{M \times t}$ से, $0{\cdot}00048 = \frac{50 - M}{M \times (100 - 30)} = \frac{50 - M}{M \times 70}$

या $0{\cdot}00048 \times M \times 70 = 50 - M$

या $\cdot 03360\, M + M = 50$

या $1{\cdot}0336\, M = 50$

$$M = \frac{50}{1{\cdot}0336} = 48{\cdot}3 \text{ ग्राम}$$

(ब) द्रव प्रसारमापक (Dilatometer) द्वारा:—यह एक बल्ब होता है जिसका आयतन हमें मालूम है। इसमें एक पतली नली लगी हुई होती है जो घ. से. मी. में अंशांकित होती है। दिया हुआ द्रव बल्ब में 0° ताप पर भरो व उसका आयतन V_0 निकाल कर लिख लो। अब बल्ब को ऐसी जल कुण्डी में रखो जिसका ताप $t°$ से. ग्रे. हो। इस ताप पर द्रव का आयतन V_t निकालो।

सूत्र $C_a = \frac{V_t - V_0}{V_0 \times t}$ की सहायता से C_a की गणना करो।

C
A
B

चित्र 22.7

(स) उत्प्लावन (Hydrostatic) विधि:—एक कोई ठोस का टुकड़ा लो और उसका हवा में भार ज्ञात करो। फिर इसको दिए हुये द्रव में 0° से. ग्रे. ताप पर लटकाओ और भार ज्ञात करो। अब उस द्रव को $t°$ से. ग्रे. ताप तक गरम करो और उस ठोस का पुनः उस द्रव में भार ज्ञात करो। इन पाठ्यांकों की सहायता से निम्नलिखित विधि से C_a की गणना करो:—

मानलो 0° से. ग्रे. ताप पर वस्तु के भार में कमी $= m_0$ ग्राम

तथा $t°$ से. ग्रे. ताप पर वस्तु के भार में कमी $= m_t$ ग्राम

0° से. ग्रे. ताप पर द्रव का घनत्व $= d_0$

$t°$ से. ग्रे. ताप पर द्रव का घनत्व $= d_t$

ठोस का आयतन प्रसरण गुणांक $= C_s$

उपरोक्त दोनों परिस्थितियों में वस्तु के भार में कमी = हटाये हुए द्रव का भार

∴ 0° से. ग्रे. पर हटाये हुए द्रव का भार $= m_0$ ग्राम

∴ 0 से. ग्रे. पर हटाये हुए द्रव का आयतन $= \frac{m_0}{d_0}$ घ. से. मी. (i)

इसी प्रकार $t°$ से. ग्रे. पर हटाये हुए द्रव का आयतन $= \frac{m_t}{d_t}$ घ. से. मी. (ii)

चूंकि हटाये हुए द्रव का आयतन = ठोस का आयतन

$\therefore$ 0° से. ग्रे. पर ठोस का आयतन $= \frac{m_o}{d_o}$ घ. से. मी.

t° से. ग्रे. पर ठोस का आयतन $= \frac{m_t}{d_t}$ घ. से. मी.

इन राशियों का मान आयतन प्रसार के सूत्र $= V_t = V_o(1 + C_g \times t)$ में रखने पर,

$$\frac{m_t}{d_t} = \frac{m_o}{d_o}(1 + C_g \times t)$$

$$\therefore \quad \frac{m_o}{m_t} = \frac{d_o}{d_t(1 + C_g \times t)} = \frac{1 + C_r \times t}{1 + C_g \times t}$$

$$= (1 + C_r \times t)(1 + C_g \times t)^{-1}$$

$$= (1 + C_r \times t)(1 - C_g \times t + \cdots)$$

ऊंचे घात की संख्याओं को नगण्य मान कर के $m_o/m_t = 1 + (C_r - C_g)t$,

$C_r \times C_g \times t^2$ को नगण्य मान कर के

$$\frac{m_o}{m_t} = 1 + C_a \times t$$

या
$$C_a \times t = \frac{m_o}{m_t} - 1 = \frac{m_o - m_t}{m}$$

$$\therefore \quad C_a = \frac{m_o - m_t}{m} \times \frac{1}{t}$$

संख्यात्मक उदाहरण 5:— एक धातु के टुकड़े का भार हवा में 50 ग्राम है। जब इसे 15° से. ग्रे. और 65° से. ग्रे. ताप वाले द्रव में पूरा डुबाया जाता है तो उसका भार क्रमशः 34·61 और 34·42 ग्राम है। धातु के टुकड़े का रेखीय प्रसरण गुणांक ज्ञात करो। ($C_r = 0\ 00119$)

15° से. ग्रे. ताप पर ठोस के भार में कमी $m_o = 50 - 34{\cdot}61 = 15{\cdot}39$ ग्राम

55° से. ग्रे. ताप पर ठोस के भार में कमी $m_t = 50 - 35{\cdot}42 = 14{\cdot}58$ ग्राम

हम जानते हैं कि इस विधि में, $C_a = \frac{m_o - m_t}{m_t . t} = \frac{15{\cdot}39 - 14{\cdot}58}{14{\cdot}58 \times 50}$

$$\therefore \quad C_a = \frac{0{\cdot}81}{14{\cdot}58 \times 50} = \frac{81}{72900} = 0\ 0011$$

$$\therefore \quad C_g = C_r - C_a = 0{\cdot}00119 - 0{\cdot}0011 = 0{\cdot}00009$$

$$\therefore \quad \frac{0{\cdot}00009}{3} = 0{\cdot}00003$$

22·6 पानी का असाधारण (anamolous) प्रसार:—पानी यह एक विचित्र द्रव है। यदि 0° से. ग्रे. से इसका ताप बढ़ाया जाय तो यह 4° से. ग्रे. ताप तक आकुंचित होता है—अर्थात् इसका प्रसरण गुणांक ऋणात्मक होता है। इस कारण इसका

घनत्व 4° से. ग्रे. ताप तक बढ़ता जाता है। 4° से. ग्रे. ताप से अधिक ताप करने पर पानी में प्रसार होने लगता है यानि उसका प्रसरण गुणांक धनात्मक होता है। अतएव इसका घनत्व 4° से. ग्रे. के ऊपर ताप से घटने लगता है। उपर्युक्त बात को वैज्ञानिक होप ने प्रयोग द्वारा सिद्ध किया।

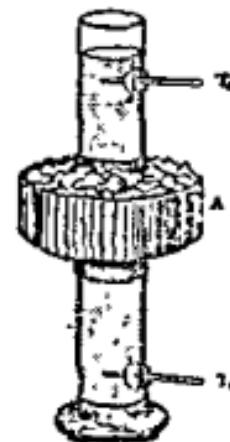
होप का प्रयोगः—होप का उपकरण एक धातु का बना लम्बा बेलन होता है। इस बेलन में दो छेद—एक ऊपर व दूसरा नीचे होता है। इनमें दो तापमापी T_1 व T_2 लगाये जाते हैं। बेलन के मध्य में उसके चारों ओर एक दूसरा बेलनाकार पात्र होता है जिसे बर्फ के टुकड़े व नमक के मिश्रण से भर दिया जाता है।

चित्र 22·7

प्रयोग शुरू करने के पहले दोनो तापमापियों में एक सा ताप रहता है। बाद में हम देखते है कि T_2 का ताप अधिक तेजी से गिर रहा है। इसका कारण यह है कि पानी ठण्डा होने पर संकुचित होता है अर्थात् उसका घनत्व बढ़ता है। घनत्व बढ़ने से यह ठण्डा पानी नीचे की ओर जाता है व T_2 का ताप गिरता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि T_2 का ताप 4° से. ग्रे. तक पहले पहुँच जाता है। बाद में हम देखते है हैं कि T_2 का ताप अधिक न गिर कर T_1 का ताप गिरना शुरू हो गया है। थोड़ी देर बाद T_1 का ताप 4° से. ग्रे. होकर और अधिक कम होने लगता है। होते होते T_1 का ताप 0° से. ग्रे. के भी नीचे गिर जाता है किन्तु T_2 का ताप 4° से. ग्रे. पर ही बना रहता है। इसका कारण यह है कि जब पानी का ताप 4° से. ग्रे. से कम होता है तब वह भारी न होकर हल्का होता है अर्थात् उसका घनत्व कम होता है। इस कारण यह पानी नीचे न गिरकर ऊपर उठता है और T_1 के ताप को 0° से. ग्रे. के नीचे भी गिराता है। इस प्रकार हम प्रयोग द्वारा पानी के असाधारण प्रसार को बताते हैं।

22·7 हिम प्रदेशों में मछली इत्यादि जलीय जीव-जन्तुओं का जीवित रहनाः—हम जानते हैं कि उत्तरी व दक्षिणी महासागर में पानी मे जीव-जन्तु जीवित रहते हैं। इसी प्रकार शरद ऋतु में जब झीलो में बर्फ जमने लगती है तब वहां के प्राणी भी जीवित रहते है। इसका कारण पानी का असाधारण प्रसार है। जब ऊपर की सतह पर बर्फ जम जाती है तब तल में पानी का ताप 4° से. ग्रे. रहता है। यह ताप ऊपर समझाये अनुसार अधिक नीचे नहीं गिर सकता। अतएव नीचे का पानी जमने का कोई भय नहीं होता है। इस कारण वहां मछली इत्यादि प्राणी जीवित रह सकते हैं।

23·8. प्रायोगिक साधन (Practical appliances):—

(अ) द्रवीय ताप स्थायी (Thermostat):—यह एक कांच का उपकरण होता है। इसमें द्रव भरा रहता है। इसकी बनावट विशिष्ट प्रकार की होती है। जब इसे किसी गर्म होने वाले पात्र में रखा जाता है तब द्रव में प्रसार होकर वह गैस को नियन्त्रित

यहां $V_0 = 1$ घ. से. मी., $C = \frac{1}{5550}$, $t = 100^\circ$ से. ग्रे.

दी हुई राशियों का मान सूत्र में रखने से,

$$V_t - V_0 = V_0 \times C \times t = 1 \times \frac{1}{5550} \times 100 = \frac{10}{555}$$

या $V_t - V_0 = 2/111$ घ. से. मी.

अब हमें यह ज्ञात करना है कि पारे का यह आयतन केशिका नली में किस लम्बाई तक चढ़ेगा ? मानलो यह l से. मी. तक चढ़ेगा । तो

पारे का आयतन $= A \times l$, यहां A अनुप्रस्थ-काट है ।

$\therefore$ $A \times l = 2/111$ इसमें A का मान रखने पर,

$0{\cdot}001 \times l = 2/111$

$$\therefore \quad l = \frac{2}{111} \times \frac{1}{0{\cdot}001} = \frac{2000}{111} = 18{\cdot}02 \text{ से. मी.}$$

9. पारे का घनत्व 0° से. ग्रे. पर 13·596 ग्राम प्रति घ. से. मी. है। यदि पारे का वास्तविक प्रसरण गुणांक $0{\cdot}182 \times 10^{-3}$ है तो उसका 18° से. ग्रे. पर घनत्व ज्ञात करो।

अनुच्छेद 22.3 के अनुसार,

$$\frac{d_t}{d_o} = 1 - C_r t \text{ या } d_t = d_o \ (1 - C_r t)$$

यहां $d_o = 13{\cdot}596$, $C_r = 0{\cdot}000182$, $t = 180$, $d_t = ?$

इन राशियों का मान सूत्र में रखने से,

लघु 13 6 = 1·1335	$d_t = 13{\cdot}596\ (1 - 0{\cdot}000182 \times 180)$
लघु 0·9672 = $\overline{1}$·9855	$= 13{\cdot}596\ (1 - 0{\cdot}032760)$
योग = $\overline{1}$·1190	$= 13{\cdot}596\ (0{\cdot}96724)$
प्रति लघु $\overline{1}$·1190 = 13·15	$= 13{\cdot}15$ ग्राम प्रति घन से. मी.

प्रश्न

1. वास्तविक और आभासी आयतन प्रसरण गुणांक की परिभाषा दो और इनके बीच सम्बन्ध स्थापित करो । (देखो 22.2)

2. भार तापमापी की सहायता से अथवा (hydrostatic) विधि से किसी द्रव का आभासी प्रसरण गुणांक किस प्रकार ज्ञात करोगे । (देखो 22.5)

3. सिद्ध करो:—$d_0 = d_t\ (1 + C_r\ t)$

ड्यूलांग अथवा रेनो के उपकरण से वास्तविक प्रसरण गुणांक किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 22.3 और 22.4)

4. पानी के असाधारण (anomalous) प्रसरण के बारे में आप क्या जानते है ? यह गुण किस प्रकार प्रयोगों से सिद्ध हुआ है ? (देखो 22.6)

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. एक भार तापमापी का भार 6·34 ग्राम है। जब वह 99° से. ग्रे. ताप पर पारे से भरा जाता है तो उसका भार 151·73 ग्राम है। यदि उसको 0° से 99° तक गरम करने में 2·08 ग्राम पारा बाहर निकल जाता है तो पारे का आपेक्षिक प्रसरण गुणांक ज्ञात करो। (राज. 1962) (उत्तर 0·000144)

2. एक भार तापमापी में 0° से. ग्रे. पर 51 ग्राम पारा भरा है। जब उसे एक तेल कुण्डी में रखा जाता है तो 9 ग्राम पारा बाहर निकल जाता है। तेल कुण्डी का ताप ज्ञात करो। (C_r = 0·00018 और C_g = 0·000026) (उत्तर 1391·46° से.ग्रे.)

3. एक भार तापमापी में 0° से. ग्रे. पर 500 ग्राम पारा है। यदि उसे 100° से. ग्रे. तक गरम किया जाय तो कितना द्रव बहेगा ?
(C_a = 0·00015)　　　　　　　　　　(उत्तर 7·389)

4. एक 100° से. ग्रे. ताप पर 76·35 से. मी. लम्बा पारे का स्तम्भ 0° से. ग्रे. ताप पर 75 से. मी. के स्तम्भ को संतुलित करता है। तो पारे का वास्तविक प्रसरण गुणांक ज्ञात करो।　　　　　　　　　　(उत्तर 0·00018)

5. एक फोर्टीन के वायुदाबमापी का 30° से. ग्रे. पर पाठ्यांक 75·38° से. मी. है। इसका 0° से. ग्रे. ताप पर शुद्ध पाठ्यांक कितना होगा ?
[α (पीतल के लिये) 0·00018 तथा C_r = 0·00018] (उत्तर 75·01 से. मी.)

6. एक पारे के तापमापी की घुंडी और 0° से. ग्रे. चिन्ह तक का स्तम्भ, 100° से. ग्रे. ताप पर पानी में डूबे हुए है तथा बाकी बची हुई नली बाहर हवा में 20° के ताप पर है। तो तापमापी का प्रेक्षित पाठ्यांक क्या होगा ?　　　　(C_a = 0·00016)
(उत्तर 98·72° से. ग्रे.)

7. एक काँच के टुकड़े का भार हवा में 47 ग्राम है तथा 4° से. ग्रे. पानी में 31·53 है और 60° से. ग्रे. पानी में 31·75 ग्राम है। तो पानी का प्रसरण गुणांक ज्ञात करो।　　　　　　　　　　(उत्तर 0·00026/° से. ग्रे.)

8. एक ड्यूलोंग और पेटिट के प्रयोग में गर्म स्तम्भ में पारे की ऊंचाई 212°F पर 67 से. मी. है और ठंडे स्तम्भ की ऊंचाई 25°C, पर 62·81 से. मी. है। द्रव का वास्तविक प्रसरण गुणांक ज्ञात करो।　　(राज. 1960) (उत्तर 0·000389)

9. एक पारे के वायु दाबमापी पर पीतल का पैमाना है जो 0°C पर शुद्ध पाठ्यांक देता है। यदि 25°C. पर वायु दाबमापी का पाठ्यांक 70·0 से. मी. है तो उसकी 0°C पर शुद्ध ऊंचाई ज्ञात करो।　(राज. 1962)　(उत्तर 69·71 से. मी.)

अध्याय 23

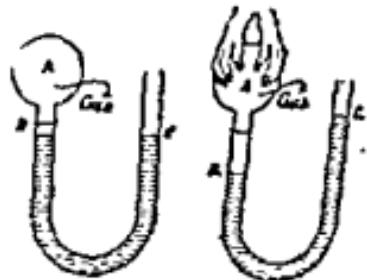
गैस का प्रसरण

(Expansion of gases)

23·1. प्रस्तावना:—हम पहले ही पढ़ चुके हैं कि किस प्रकार ठोस व द्रव उ(heat) से प्रसारित होते हैं। गैस में विशेषता यह होती है कि इस पर उष्मा के प्र से बहुत अधिक प्रसरण होता है। ग्रीष्म ऋतु में पुरानी साइकिल की ट्यूबों व गुब्बारों फटने से कौन परिचित नहीं है ? हम जानते हैं कि गैस की दूसरी विशेषता यह है कि उस अपना कोई आकार (size) नहीं होता है और न ही क्र। इस गुण के कारण गैस आयतन (volume) कोई अर्थ नहीं रखता है, जब तक कि हम यह नहीं कहें कि उ पर दाब (pressure) कितना है। दाब के परिवर्तन से गैस के आयतन में बहुत अधि परिवर्तन होता है। इस कारण जब भी हम उष्मा के प्रभाव का अध्ययन करना चाहते तब हमें गैस की विशिष्ट दशाओं को प्रथम निश्चित करना पड़ता है। ये दशाएं दो हैं:

अ. उष्मा का प्रभाव जब गैस का आयतन निश्चित रखा जाए

ब. उष्मा का प्रभाव जब गैस का दाब निश्चित रखा जाए

23·2. सरल प्रयोग द्वारा गैस के प्रसरण का दिग्दर्शन:—चित्र में बताये अनुसार कांच का एक उपकरण लो। BC भाग में रंगीन द्रव भरो। तुम देखोगे कि बल्ब A को थोड़ा सा ही गर्म करने पर द्रव की स्थिति दूसरे चित्र में बनाए अनुसार होजाती है। इसका कारण स्पष्ट है। गैस मे प्रसरण होने के कारण उसने द्रव के स्तम्भ को ऊपर उठा दिया। यदि बल्ब A को अधिक गर्म किया जाए तो उसमें इतना अधिक प्रसरण होगा कि द्रव को वह बाहर उछाल फेंक देगा।

चित्र 23·1

यदि हम नली के मुँह में एक डाट लगा दें तब गैस के आयतन में प्रसरण असम्भव होगा। इस समय नली में का दाब बढ़ने लगेगा। बढ़ते बढ़ते दाब इतना अधिक बढ़ जायेगा कि कांच का बल्ब ही फूट जायगा और गैस बाहर निकल आएगी। यही कारण है कि अधिकतर साइकिल की ट्यूब गर्मी में फट जाती है।

23·3. चार्ल्स का नियम:—गैस के निश्चित आयतन पर उष्मा के प्रभाव का अध्ययन करते हुए चार्ल्स नामक वैज्ञानिक ने एक नियम का प्रतिपादन किया जिसे चार्ल्स का नियम कहते हैं। इस नियम के अनुसार

"जब एक संयत (निश्चित) आयतन पर किसी गैस का ताप 1° से. ग्रे. से बढ़ाया जाता है तब उसके दाब में वृद्धि होती है। यह वृद्धि 0° से. ग्रे. पर होने वाले दाब का 1/273 हिस्सा होती है।

मानलो 0° से. ग्रे. ताप पर गैस का दाब P_o है। 1° से.ग्रे. से ताप बढ़ाने पर दाब में वृद्धि होगी $\frac{1}{273} P_o$। अतएव दाब होगा $P_o + \frac{1}{273} P_o =$ $P_o \left(1 + \frac{1}{273}\right)$ यदि 5° से. ग्रे. से ताप बढ़ाया जाय तो दाब में वृद्धि होगी $\frac{1}{273} \times 5 \times P_o$, और अन्तिम दाब होगा $= P_o + \frac{1}{273} \times 5 \times P_o =$ $P_o \left(1 + \frac{1}{273} \times 5\right)$। इसी प्रकार ताप वृद्धि t° से. ग्रे. होने से, दाब वृद्धि होगी $P_o \times \frac{1}{273} \times t$ और अन्तिम दाब P_t होगा $P_t = P_o + P_o \times \frac{1}{273} \times t$ $= P_o \left(1 + \frac{t}{273}\right)$। संख्या $\frac{1}{273}$ को दाब का गुणांक कहते हैं और प्रायः इसे β से संबोधित किया जाता है। इस प्रकार हम चार्ल्स के नियम को निम्न प्रकार से भी निवेदित करते हैं।

निश्चित आयतन पर किसी गेस के ताप को बढ़ाने से उसके दाब में प्रति डिग्री सेन्टीग्रेड ताप पर उसके शून्य डिग्री से. ग्रे. पर होने वाले दाब के $\beta \left(=\frac{1}{273}\right)$ गुना वृद्धि होती जाती है।

इस प्रकार 1° से॰ ग्रे॰. ताप बढ़ने से दाब वृद्धि $P_o \beta$

2° „ „ „ „ $P_o \beta 2$

5° „ „ „ „ $P_o \beta 5$

t „ „ „ „ $P_o \beta t$

अतएव t° से. ग्रे. ताप पर अन्तिम दाब होगा $P_o + P_o \beta t$

$$\therefore \quad P_t = P_o + P_o \beta t = P_o (1 + \beta t) \quad .... \quad (1)$$

समीकरण 1 तब सही होता है जब गैस का आयतन संयत (constant) रहता है।

23·4. गेलूसेक का नियमः—हम देख चुके हैं कि किसी गैस पर उष्मा का प्रभाव देखने के लिए यदि उसका आयतन निश्चित रखा जाय तो उसके दाब में समीकरण 1 के अनुसार वृद्धि होती जाती है। यदि हम गैस को गर्म करते समय उसका दाब संयत रखें तो उसके आयतन में वृद्धि होती है। ताप वृद्धि के साथ उस आयतन वृद्धि का अध्ययन कर, गेलूसेक नामक वैज्ञानिक ने एक नियम का प्रतिपादन किया। इस नियम के अनुसार

"जब किसी गैस के दाब को निश्चित रखते हुए गर्म किया जाता है तब उसके ताप में प्रति डिग्री से. ग्रे. वृद्धि होने से उसके शून्य डिग्री से. ग्रे. ताप पर होने वाले आयतन का 1/273 गुना आयतन में वृद्धि होती है।"

मानलो 0° से. ग्रे. ताप पर किसी गैस का आयतन V_o घ. से. मी. है। उसका ताप 1° से. ग्रे. बढ़ाने से आयतन में वृद्धि होगी $V_o \frac{1}{273}$ और अन्तिम आयतन होगा $V_o + V_o \frac{1}{273}$ पर $t°$ से. ग्रे. से ताप बढ़ाने पर आयतन में वृद्धि होगी $V_o \frac{1}{273} t$ और अन्तिम आयतन V_t होगा $V_t = V_o \left(1 + \frac{1}{273} t\right)$ इस संख्या 1/273 को आयतन का गुणांक कहते हैं और इसे α से संबोधित करते हैं। इस प्रकार

$$V_t = V_o \left(1 + \alpha t\right) \qquad \text{....} \qquad (2)$$

23·5 परम ताप प्रणाली:—

उपर्युक्त समीकरण 1 व 2 को पुनश्च लिखने से

$$P_t = P_o \left(1 + \frac{1}{273} t\right)$$ जब आयतन संयत होता है

और $$V_t = V_o \left(1 + \frac{1}{273} t\right)$$ जब दाब संयत होता है।

हमें ज्ञात है कि यदि ताप t को कम करते जाएं तो दाब अथवा आयतन कम होते जाएगा। चूंकि 0° से. ग्रे. के नीचे ताप का मूल्यांक ऋणात्मक होगा इसलिये यदि ताप को कम करते करते इतना कम किया जाय कि $t = -273$ ° से. ग्रे. हो जाय तो हम देखेंगे कि इस ताप पर

$$P_t = P_o \left(1 + \frac{1}{273} \times -273\right) = P_o \left(1 - 1\right) = 0$$

$$\text{और } V_t = V_o \left(1 + \frac{1}{273} \times -273\right) = V_o \left(1 - 1\right) = 0$$

अर्थात् इस ताप पर यदि गैस चार्ल्स अथवा गेलूसेक के नियमों के अनुसार कार्य करते रहें तो उनका दाब अथवा आयतन शून्य हो जायगा। इस प्रकार हम देखते हैं कि इस ताप − 273° से. ग्रे. पर गैस का अस्तित्व ही नष्ट हो जाता है। इस ताप को परम शून्य कहते हैं। इस ताप से कम ताप करना असंभव है। संसार के वैज्ञानिक इस परम शून्य को प्रयोग द्वारा प्राप्त करने में संलग्न है किन्तु अभी तक पूर्ण यश प्राप्त नहीं हुआ है। हम शून्य के बहुत ही पास तक पहुंच सके हैं।

इस परम शून्य ताप की परिभाषा एक दूसरे प्रकार से भी दी जाती है। प्रायः किसी भी प्रकार के अणु गतिशील होते हैं और उनकी गति उनके ताप की निदर्शक होती है। जैसे जैसे गति कम होती जाती है ताप भी कम होता जाता है। हम कहते हैं कि परम शून्य ताप वह ताप है जिस पर पदार्थ के अणुओं की गति शून्य हो जाती है। इससे भी अधिक ठीक परिभाषा नीचे दी गई है।

परम शून्य वह ताप है जिस पर कार्य करने से किसी भी उष्मा इंजन की क्षमता (efficiency) 100 प्रतिशत होती है।

किसी भी परिभाषा के अनुसार परम शून्य ताप– 273° से. ग्रे. के बराबर होता है। अतएव–270° से. ग्रे. ताप 3° परम ताप, 0° से. ग्रे. ताप 273° परम ताप व 10° से. ग्रे. 273 + 10 = 283° परम ताप होगा। अतएव से. ग्रे. पैमाने से परम पैमाने पर ताप को बदलने के लिये से. ग्रे. ताप में 273 जोड़ना पड़ता है। उदाहरणार्थ $t°$ से. ग्रे. ताप परम पैमाने पर $t + 273$ परम ताप होगा। इस ताप को प्रायः A या K से संबोधित करते हैं। जैसे 10 से. ग्रे. ताप बराबर 283° A or K.

23 6. चार्ल्स व गेलुसेक के गैस नियमों का दूसरा रूपः—

समीकरण 1 द्वारा,

$$P_t = P_o \left(1 + \frac{1}{273}\, t\right) = P_o \left(\frac{273 + t}{273}\right)$$

$$= P_o \left(\frac{273 + t}{273 + o}\right)$$

हम उपर्युक्त समीकरण में से. ग्रे. ताप के स्थान पर परम ताप लिख सकते हैं और इस प्रकार $273 + t = T$ व $273 + o = T_o$, यहां T व T_o परम ताप हैं। अतएव समीकरण 3 के स्थान पर हमें प्राप्त हुआ,

$$P_t = P_o \quad \frac{T}{T_o} \text{ or } \frac{P_t}{T} = \frac{P_o}{T_o} \qquad .... \qquad (4)$$

उपर्युक्त समीकरण का अभ्यास करने से मालूम होता है कि किसी गैस के दाब व उस समय के उसके परम ताप का अनुपात यदि आयतन संयत रहे तो एक स्थिरांक (constant) है। यहां यह गृहीत किया गया है कि गैस की संहति में कोई परिवर्तन नहीं होता है। इसलिये समीकरण 4 के स्थान पर हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{P_t}{T} = \frac{P_o}{T_o} = K$$

जब K कोई स्थिरांक है।

या $$P_t = KT$$

या $$P_t \propto T \qquad .... \qquad (5)$$

सम्बन्ध 5 द्वारा हम चार्ल्स के नियम को इस प्रकार भी प्रतिपादन कर सकते हैं:—

"किसी निश्चित संहति वाले गैस का यदि आयतन संयत रखा जाय तो उसका दाब उसके परम ताप का सीधा समानुपाती (proportional) होता है"

ठीक चार्ल्स के नियम जैसे ही गेलुसेक के नियम को भी दूसरा रूप दे सकते हैं और फिर हमें प्राप्त होगा,

$$V \propto T$$

अर्थात् गेलुसेक के नियम के अनुसार,

"किसी निश्चित संहति वाले गैस का यदि दाब संयत रखा जाय तो उसका आयतन उसके परम ताप का सीधा समानुपाती होता है"

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक नियत गैस का 20° से. ग्रे. ताप पर आयतन 100 घ. से. मी. है। तो 50 से. ग्रे. पर उसका क्या आयतन होगा ?

हम जानते हैं कि $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

यहां $T_1 = 273 + 20 = 293°$ से. ग्रे. तथा $T_2 = 273 + 50 = 323°$ से. ग्रे.

$V_1 = 100$ घ. से. मी., V_2 ज्ञात करना है।

राशियों को सूत्र में रखने पर, $\frac{100}{V_2} = \frac{293}{323}$

$\therefore \quad 293\ V_2 = 100 \times 323$

$\therefore \quad V_2 = \frac{100 \times 323}{293} = 110{\cdot}3$ घ.से.मी.

2. एक फ्लास्क में वायुमण्डल के दाब पर हवा भरी हुई है। उसको 35° से. ग्रे. ताप पर डाट लगाकर एक तेल कुंडी में इतना गरम किया जाता है कि उसका डाट उछल जाय। यदि यह क्रिया 3 वायुमण्डलीय दाब पर हो तो उस समय तेल कुंडी का ताप ज्ञात करो।

यहां $P_1 = 1$ वायुमण्डल दाब, $P_2 = 3$ वायुमण्डल दाब,

$T_1 = 273 + 35 = 308, T_2 = ?$

सूत्र $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$ में राशियों का मान रखने पर,

$\frac{1}{3} = \frac{308}{T_2}$. $\quad \therefore\ T_2 = 308 \times 3 = 924°$ परमताप

$\therefore \quad t_2 = T_2 - 273 = 924 - 273 = 651°$ से. ग्रे.

23.7 गैस की दशा का समीकरण (Equation of state):— पदार्थ के सामान्य गुण वाले भाग में पढ़े हुये बॉयल के नियम व अभी पढ़े हुये चार्ल्स व गेलूसेक के नियमों को मिलाकर कुल गैस के हम तीन नियमों से भिज्ञ हैं। यदि किसी निश्चित संहति वाले गैस के P, V और T क्रमशः दाब, आयतन व परम ताप हों तो,

बॉयल के नियमानुसार	$P \propto V$	जब	T	स्थिर रहता है
चार्ल्स के नियमानुसार	$P \propto T$	जब	V	स्थिर रहता है
गेलूसेक के नियमानुसार	$V \propto T$	जब	P	स्थिर रहता है

इन तीनों नियमों की सहायता से हम गैस की दशा का समीकरण ज्ञात कर सकते हैं। मानलो एक M ग्रा. संहति वाले गैस के क्रमशः P_1, V_1, T_1 दाब, आयतन व परम ताप हैं। दूसरी दशा में ये तीनों बदल कर क्रमशः P_2, V_2, T_2, हो जाती हैं। हम इन छः राशियों (quantities) में सम्बन्ध ज्ञात करना चाहते हैं।

अ. पहले मानलो हम गैस को स्थिर दाब पर $T_2°$ A तक गर्म करते हैं। इससे आयतन v हो जाता है। इस परिवर्तन में चूंकि दाब P_1 स्थिर है अतएव गेलूसेक के नियमानुसार,

$$\frac{v}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$$

$$\therefore \quad v = \frac{T_2}{T_1} \times V_1 \quad .... (i)$$

चित्र 23.2

ब. प्रथम क्रिया के बाद गैस का आयतन v, ताप T_2, तथा दाब P_1 है। अब मानलो हम धीरे धीरे दाब बढ़ाते हैं ताकि ताप तो स्थिर रहे और दाब P_2 हो जाय तथा आयतन V_2. अब इस ब क्रिया में चूंकि ताप स्थिर रहता है अतएव बॉयल के नियमानुसार,

$$P_1 \, v = P_2 \, V_2 \qquad \therefore \qquad v = P_2 \, V_2/P_1 \qquad .... \quad (1)$$

समीकरण (i) और (ii) से, v के मान को बराबर कर

$$P_2 \, V_2/P_1 = T_2 \, V_1/T_1$$

या $$P_2 \, V_2/T_2 = P_1 \, V_1/T_1. \qquad .... \quad (3)$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि P, V और T का अनुपात एक निश्चित मात्रा है।

इसलिये, $$PV/T = R \qquad .... \quad (4)$$

यहाँ R एक स्थिरांक है। R को गैस का नियतांक कहते हैं। यदि गैस की संहति 1 ग्राम हो तो R को गैस का निर्दिष्ट नियतांक (specific gas constant) कहते हैं। नियतांक को निर्दिष्ट इसलिये कहा जाता है कि इसका मान भिन्न-भिन्न गैसों के लिये भिन्न भिन्न होता है। यदि हम एक ग्राम गैस को N. T. P. पर लें तो प्रत्येक गैस के लिये P (= 76 × 13·6 × 980 डाइन) और T (= 273° A) का मान एक ही होगा किन्तु V का मान भिन्न भिन्न होने से समीकरण 4 में R का मान भिन्न भिन्न आवेगा। यदि हम एक ग्राम अणु (gram molecule) गैस लें तो N. T. P. पर प्रत्येक गैस का आयतन एक सा अर्थात् 22·4 लीटर होगा। अतएव इस समय प्रत्येक गैस के लिये R का मान एक सा ही आवेगा। R के इस मान को गैस का सार्वत्रिक नियतांक (Universal gas constant) कहते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण 3—एक ग्राम हाइड्रोजन के लिये गैस का नियतांक ज्ञात करो। (हाइड्रोजन का घनत्व N. T. P. पर 0·0899 ग्रा./लीटर, पारे का घनत्व 13·6 ग्राम/घ. से. मी.)

यहाँ 1 ग्राम गैस का आयतन = $\frac{M}{d_0} = \frac{1}{0.0899}$ लीटर = $\frac{1000}{0.0899}$ घ.से.मी.

और $P = 76 \times 13.6 \times 980$ डाइन $\qquad T_0 = 273 + 0 = 273$

गैस समीकरण के अनुसार,

$$R = \frac{P_o V_o}{T_o} = \frac{(76 \times 13{\cdot}6 \times 980)\left(\frac{1000}{0{\cdot}0899}\right)}{273}$$

$$= \frac{76 \times 13{\cdot}6 \times 980}{273} \times \frac{1000}{0{\cdot}0899}$$

$$= \frac{76 \times 13{\cdot}6 \times 98}{273 \times 899} \times 10^7$$

$= 4.126 \times 10^7$ अर्ग प्रति° से. ग्रे. प्रति ग्राम

4.—1 ग्राम हवा के लिये गैस का स्थिरांक ज्ञात करो। (हवा का घनत्व N. T. P. पर 1.293 ग्रा./लीटर है और पारे का 13·6 ग्रा./ घ. से. मी.)

संख्यात्मक उदाहरण 3 की तरह,

$$R = \frac{76 \times 13{\cdot}6 \times 980}{273} \times \frac{1000}{1{\cdot}293} = \frac{76 \times 136 \times 98}{273 \times 12930} \times 10^7$$

$= 0{\cdot}2869 \times 10^7$ अर्ग प्रति° से. ग्रे. प्रति ग्राम

5. एक ग्राम कण (gram molecule) के लिये गैस का स्थिरांक ज्ञात करो।

हम जानते हैं कि प्रत्येक गैस के एक ग्राम कण का N. T. P. पर आयतन 22·4 लीटर होता है।

इसलिये ऊपर समझाए अनुसार,

$$R = \frac{P_o V_o}{T_o} = \frac{76 \times 13{\cdot}6 \times 980}{273} \times \frac{(22{\cdot}4 \times 1000)}{1}$$

$= 8{\cdot}3 \times 10^7$ अर्ग प्रति° से. ग्रे प्रति ग्राम कण

6. यदि एक नियत आक्सीजन गैस का N. T. P. पर आयतन 175 घ. से. मी. है तो 51° से. ग्रे. और 75 से. मी. दाब पर क्या आयतन होगा?

यहां $P_1 = 76$ से. मी., $T_1 = 0 + 273°$, $V_1 = 175$ घ. से. मी.

तथा $P_2 = 75$ से. मी., $T_2 = 51 + 273$, $V_2 = ?$

गैस समीकरण $\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$\frac{75 \times V_2}{324} = \frac{76 \times 175}{273}$$

$$\therefore \quad V_2 = \frac{76 \times 175}{273} \times \frac{324}{75} = 210{\cdot}4 \text{ घ. से. मी.}$$

6. यदि एक ग्राम हाईड्रोजन 25° से 26° से. ग्रे. तक गर्म करने से वायुमण्डल के दाब के विरुद्ध प्रसारित होती है तो आयतन में परिवर्तन ज्ञात करो। (वायुमण्डल का दाब = 10^6 डाइन/वर्ग सें. मी., $R = 8{\cdot}3 \times 10^7$)

गैस समीकरण से, $PV_1 = RT_1$

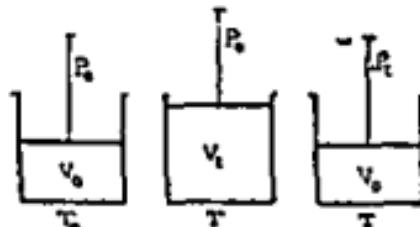
तथा $PV_2 = RT_2$

दूसरे में से पहले को घटाने पर $PV_2 - PV_1 = RT_2 - RT_1$

या $P(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$

यहाँ $R = \frac{8.3 \times 10^7}{2}$ है, $T_2 - T_1 = 1°$ है, $P = 10^6$ है

$\therefore \quad V_2 - V_1 = \frac{8.3 \times 10^7}{2 \times 10^6} = 41.5$ घ. से. मी.

23.8 यह सिद्ध करना है कि गैस के लिये दाब गुणांक β व आयतन गुणांक α का मान बराबर होता है:—मानलो किसी निश्चित संहति वाले गैस का दाब, आयतन व ताप क्रमशः P_o, V_o व T_o है। अब चार्ल्स के नियमानुसार हम यदि ताप को T कर दें अर्थात् $t°$ से. ग्रे से बढ़ाएँ तो आयतन V_o रहते हुए दाब $P_o(1 + \beta t)$ हो जाएगा। ठीक इसी प्रकार गेलुसेक के नियमानुसार इसी ताप पर दाब को P_o रखने से आयतन $V_o(1 + \alpha t)$ हो जाएगा। इस प्रकार हमें ताप T पर,

चित्र 23.3

गैस का आयतन V_o व दाब $P_o(1 + \beta t)$

और गैस का आयतन $V_o(1 + \alpha t)$ व दाब P_o प्राप्त हुआ।

चूँकि ताप एक ही है, अतएव बॉयल के नियमानुसार,

$$V_o \cdot P_o(1 + \beta t) = V_o(1 + \alpha t) \cdot P_o \text{ होना चाहिये,}$$

या $1 + \beta t = 1 + \alpha t$

या $\beta t = \alpha t$

या $\beta = \alpha$

यही सिद्ध करना था।

23.9 गैस तापमापी (Gas thermometer):—जिस प्रकार हम ताप के साथ द्रव के प्रसरण का उपयोग द्रव तापमापी बनाने के काम में करते हैं, उसी प्रकार गैस के दाब अथवा आयतन के प्रसरण को भी तापमापी बनाने के काम में ला सकते हैं।

जब हम गैस के आयतन के प्रसरण का अध्ययन करना चाहते हैं तब हमें उसके दाब को नियत रखना पड़ता है और दाब के प्रसरण का अध्ययन करते समय आयतन को

नियत रखना पड़ता है । जैसा कि पहले वर्णन किया गया है हमें गैस के आयतन को स्थिर रखते हुए उसके दाब के प्रसरण का अध्ययन करना अधिक सुलभ व ठीक लगता है । अतएव प्रायः गैस तापमापी नियत आयतन वाले होते हैं ।

चित्र 23.4

23.10 नियत दाब गैस तापमापी (Constant pressure air thermometer):-चित्र में बताए अनुसार यह एक कांच का उपकरण होता है । B, यह एक बल्ब है जो कि एक दूसरी नली D से जुड़ा रहता है । D नली घ. से. मी. में अंकित रहती है जिससे हम किसी भी समय गैस का आयतन मालूम कर सकते हैं । D नीचे की ओर एक टोंटी E द्वारा व बाजु में नली F द्वारा जुड़ी रहती है । नली F और D में इस प्रकार पारा भरा रहता है कि उसका तल दोनों में एक सा ही हो । F पर हमेशा वायुमण्डलीय दाब रहता है । अतएव B व D के कुछ भाग में भरे हुए गैस का दाब भी वायुमण्डल के दाब के बराबर होगा ।

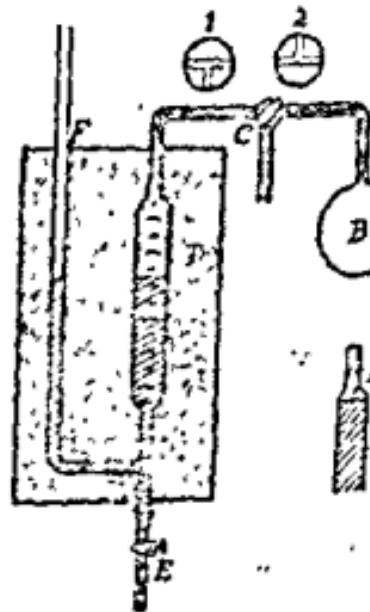
जब बल्ब B को गर्म किया जाता है तब उस गैस का ताप बढ़ने से उसमें प्रसरण (expansion) होता है । वह D में के पारे को नीचे दबाकर F में के पारे को ऊपर उठाता है । किन्तु इससे गैस के दाब में परिवर्तन होगा । अतएव E टोंटी को खोलकर कुछ पारे को बाहर निकाल दिया जाता है, जिससे पारे का तल दोनों नलियों में एकसा हो जाए । जैसे ही तल एक हो जाता है, E टोंटी को बन्द कर दिया जाता है व D में पारे की इस स्थिति को अंकित कर लिया जाता है । पारे की पूर्व व वर्तमान स्थिति का अन्तर गैस का प्रसरण बताता है ।

उपरोक्त दोनों पाठ्यांकों से हम गैस का आयतन प्रसरण गुणांक α ज्ञात कर सकते हैं;

$$\alpha = \frac{\text{आयतन में वृद्धि}}{0^\circ \text{ से. ग्रे. पर प्रारम्भिक ताप} \times \text{ताप में वृद्धि}}$$

इस प्रकार ताप वृद्धि से गैस के नियत दाब पर प्रसरण का अध्ययन किया जाता है ।

इस व्यवस्था में सबसे बड़ा दोष यह है कि दाब का नियत रहना वायुमण्डलीय दाब पर अवलंबित रहता है । यह मान लेना कि प्रयोग के पूरे समय में वायुमण्डलीय दाब एक सा रहता है सरासर गलत व दोष पूर्ण है । इसलिये इस प्रकार की व्यवस्था का उपयोग अधिक नहीं किया जाता है ।

त्रुटियों के उद्गमः—केशिका नली और बेलन D की गैस अपेक्षाकृत कम ताप

पर है इसलिये प्रसरण कम होता है। कुछ गैस केशिका नली और बेलन D में होती है। उसका आयतन बल्ब के आयतन में नहीं गिना जाता है। उष्मा के कारण बल्ब भी प्रसारित होता है।

23·11 नियत आयतन गैस तापमापी (Constant volume gas thermometer) :—

सिद्धान्तः—इस तापमापी में ताप के साथ नियत आयतन पर दाब के प्रसरण का अध्ययन किया जाता है। इस दाब वृद्धि का अध्ययन कर चार्ल्स के नियम की सत्यता को सिद्ध किया जा सकता है। आवश्यकतानुसार β अर्थात् दाब गुणांक का मान मालूम किया जा सकता है और साथ ही साथ किसी भी अज्ञात ताप को मालूम किया जा सकता है।

बनावटः—चित्र में बताए अनुसार यह एक कांच का उपकरण होता है। लकड़ी का एक क्षैतिज तख्ता तीन तलीय पेंचों पर रहता है। इस तख्ते के मध्य में एक दूसरा लकड़ी का तख्ता सीधा, खड़ा रहता है। इस तख्ते पर कांच का बल्ब A स्थिर रहता है। एक केशिका नली द्वारा यह एक दूसरी नली C से जुड़ा रहता है। इस नली C के अन्त में एक रबड की दाब नली जुड़ी रहती है। इस दाब नली के अन्त में एक दूसरी चौड़ी कांच की नली B जुड़ी रहती है। यह नली तख्ते के ऊपर नीचे खिसकाई जा सकती है। अंशतः B नली, रबड़ की नली अंशतः C पारे से भरी रहती है। किसी भी समय B व C में पारे का तल तख्ते पर लगे हुए पैमाने पर पढ़ा जा सकता है।

चित्र 23·5

कार्यः—(i) ताप वृद्धि के साथ दाब प्रसरण का अध्ययन करनाः—नली C में बिलकुल ऊपर की ओर एक चिन्ह P लगाओ। साधारण तौर पर एक संकेतक P लगा रहता है। अब एक बड़े बीकर में बर्फ लो व बल्ब A को उसमें इस प्रकार रखो कि बल्ब A के चारों ओर बर्फ रहे। दूसरे शब्दों मे A के अन्दर भरी गैस (यहां हवा) का ताप 0° से. ग्रे. हो। अब नली B को ऊपर नीचे इस प्रकार खिसकाओ कि नली C में पारे का तल P पर आजाए। इस समय P व B में के पारे के तल को पैमाने पर पढ़ो। मानलो क्रमशः ये पाठ्यांक X और Y हैं। बल्ब A के अन्दर के गैस का दाब मालूम करने के लिये X और Y का अन्तर मालूम करो। यदि Y पाठ्यांक X के ऊपर है तो इस अन्तर को वायुदाबमापी की ऊंचाई में जोड़ दो, अन्यथा घटा दो। परिणमित ऊंचाई बल्ब के अन्दर के गैस का दाब है।

नियत रखना पड़ता है । जैसा कि आगे वर्णन किया गया है हमें गैस के आयतन को स्थिर रखते हुए उसके दाब के प्रसरण का अध्ययन करना अधिक सुलभ व ठीक लगता है । अतएव प्रायः गैस तापमापी नियत आयतन वाले होते हैं ।

चित्र 23.4

23.10 नियत दाब गैस तापमापी (Constant pressure air thermometer):-चित्र में बताए अनुसार यह एक कांच का उपकरण होता है । B, यह एक बल्ब है जो कि एक दूसरी नली D से जुड़ा रहता है । D नली घ. से. मी. में अंकित रहती है जिससे हम किसी भी समय गैस का आयतन मालूम कर सकते हैं । D नीचे की ओर एक टोंटी E द्वारा व बाजु में नली F द्वारा जुड़ी रहती है । नली F और D में इस प्रकार पारा भरा रहता है कि उसका तल दोनों में एक सा ही हो । F पर हमेशा वायुमण्डलीय दाब रहता है । अतएव B व D के कुछ भाग में भरे हुए गैस का दाब भी वायुमण्डल के दाब के बराबर होगा।

जब बल्ब B को गर्म किया जाता है तब उस गैस का ताप बढ़ने से उसमें प्रसरण (expansion) होता है । यह D में के पारे को नीचे दबाकर F में के पारे को ऊपर उठाता है । किन्तु इससे गैस के दाब में परिवर्तन होगा । अतएव E टोंटी को खोलकर कुछ पारे को बाहर निकाल दिया जाता है, जिससे पारे का तल दोनों नलियों में एकसा हो जाए । जैसे ही तल एक हो जाता है, E टोंटी को बंद कर दिया जाता है व D में पारे की इस स्थिति को अंकित कर लिया जाता है । पारे की पूर्व व वर्तमान स्थिति का अन्तर गैस का प्रसरण बताता है ।

उपरोक्त दोनों पाठ्यांकों से हम गैस का आयतन प्रसरण गुणांक α ज्ञात कर सकते हैं;

$$\alpha = \frac{\text{आयतन में वृद्धि}}{0^\circ \text{ से. ग्रे. पर प्रारम्भिक आयतन} \times \text{ताप में वृद्धि}}$$

प्रकार ताप वृद्धि से गैस के नियत दाब पर प्रसरण का अध्ययन किया जाता है । व्यवस्था में सबसे बड़ा दोष यह है कि दाब का नियत रहना वायुमण्डलीय दाब ... रहता है । यह मान लेना कि प्रयोग के पूरे समय में वायुमण्डलीय दाब ... रहता है बराबर सत्य व दोष पूर्ण है । इसलिये इस प्रकार की व्यवस्था का अधिक नहीं किया जाता है ।

त्रुटियों के उद्गम:—केशिका नली और बेलन D को ...

पर है इसलिये प्रसरण कम होता है। कुछ गैस केशिका नली और वेलन D में होती है। उसका आयतन वल्ब के आयतन में नहीं गिना जाता है। उष्मा के कारण बल्ब भी प्रसारित होता है।

23·11 नियत आयतन गैस तापमापी (Constant volume gas thermometer) :—

सिद्धान्तः—इस तापमापी में ताप के साथ नियत आयतन पर दाब के प्रसरण का अध्ययन किया जाता है। इस दाब वृद्धि का अध्ययन कर चार्ल्स के नियम की सत्यता को सिद्ध किया जा सकता है। आवश्यकतानुसार β अर्थात् दाब गुणांक का मान मालूम किया जा सकता है और साथ ही साथ किसी भी अज्ञात ताप को मालूम किया जा सकता है।

बनावटः—चित्र में बताए अनुसार यह एक कांच का उपकरण होता है। लकड़ी का एक क्षैतिज तख्ता तीन तलीय पेंचों पर रहता है। इस तख्ते के मध्य में एक दूसरा लकड़ी का तख्ता सीधा, खड़ा रहता है। इस तख्ते पर कांच का बल्ब A स्थिर रहता है। एक केशिका नली द्वारा यह एक दूसरी नली C से जुड़ा रहता है। इस नली C के अन्त में एक रबड़ की दाब नली जुड़ी रहती हैं। इस दाब नली के अन्त में एक दूसरी चौड़ी कांच की नली B जुड़ी रहती है। यह नली तख्ते के ऊपर नीचे खिसकाई जा सकती है। अंशतः B नली, रबड़ की नली अंशतः C पारे से भरी रहती है। किसी भी समय B व C में पारे का तल तख्ते पर लगे हुए पैमाने पर पढ़ा जा सकता है।

चित्र 23·5

कार्यः—(i) ताप वृद्धि के साथ दाब प्रसरण का अध्ययन करनाः—नली C में बिलकुल ऊपर की ओर एक चिन्ह P लगाओ। साधारण तौर पर एक संकेतक P लगा रहता है। अब एक बड़े बीकर में बर्फ लो व बल्ब A को उसमें इस प्रकार रखो कि बल्ब A के चारों ओर बर्फ रहे। दूसरे शब्दों में A के अन्दर भरी गैस (यहां हवा) का ताप 0° से. ग्रे. हो। अब नली B को ऊपर नीचे इस प्रकार खिसकाओ कि नली C में पारे का तल P पर आजाए। इस समय P व B में के पारे के तल को पैमाने पर पढ़ो। मानलो क्रमशः ये पाठ्यांक X और Y हैं। बल्ब A के अन्दर के गैस का दाब मालूम करने के लिये X और Y का अन्तर मालूम करो। यदि Y पाठ्यांक X के ऊपर है तो इस अन्तर को वायुदाबमापी की ऊंचाई में जोड़ दो, अन्यथा घटा दो। परिणमित ऊंचाई बल्ब के अन्दर के गैस का दाब है।

यदि नली B में हम कोई चिन्ह Z मान लें जो P के तल में हो तो Z पर वही दाब होगा जो P पर है। यदि Z, Y के नीचे है तो Z पर दाब होगा वायुमण्डलीय दाब + YZ स्तम्भ द्वारा दाब। यदि Z, Y के ऊपर हो तो इतने स्तम्भ से ही दाब में कमी होगी।

अब किसी पानी भरे बीकर में A बल्ब को डुबोओ व धीरे-धीरे उसे गर्म करो। जैसे-जैसे ताप बढ़ता जाएगा वैसे-वैसे पारे के तल को P चिन्ह पर स्थिर रखने के लिये हमें B को ऊपर उठाना पड़ेगा। पारे की स्थिति को P पर स्थिर रखने का कारण यह है कि इससे गैस का आयतन नियत रहता है। प्रत्येक ताप पर B में के पारे के तल को पढ़ कर गैस का दाब मालूम करो।

इस प्रकार आयतन को स्थिर रखते हुए हम भिन्न-भिन्न तापों पर गैस के दाब को मालूम करते हैं।

चित्र 23.6

(ii) चार्ल्स के नियम की सत्यता को स्थापित करना:—उपर्युक्त समझाए अनुसार भिन्न भिन्न तापों (T) पर गैस के दाब (P) को मालूम कर इन दो में एक लेखा चित्र खींचो। यदि यह एक सीधी रेखा आता है तो इसका अर्थ यह हुआ कि P α T और चार्ल्स का नियम सिद्ध हो गया।

(iii) दाब गुणांक β का मान ज्ञात करना:—हम पहिले पढ़ ही चुके हैं कि,

$$P_t = P_o (1 + \beta t) = P_o + P_o \beta t \quad (1)$$

or

$$P_o \beta t = P_t - P_o \text{ or } \beta = \frac{P_t - P_o}{P_o t} \quad ....$$

समीकरण (1) में P_t व P_o अर्थात् t° व 0° से. ग्रे. पर दाब का मान रखकर (substitute) समीकरण को हल करने से β का मान प्राप्त होता है। किन्तु इसमें P_o अर्थात् 0° से. ग्रे. पर दाब का मालूम होना आवश्यक है। हमेशा बर्फ का प्राप्त होना संभव नहीं होता है। अतएव निम्नलिखित विधि काम में लेना चाहिये।

मानलो P_{t_1} व P_{t_2} क्रमशः t_1 और t_2 ताप पर दाब है। इसलिये,

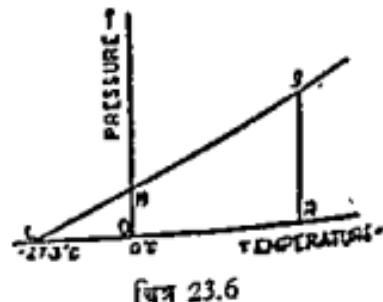
$$P_{t_1} = P_o \ (1+\beta t_1) \quad .... \quad (2)$$

और

$$P_{t_2} = P_o \ (1+\beta t_2) \quad .... \quad (3)$$

समीकरण (2) को (3) से भाग देने से,

$$\frac{P_{t_1}}{P_{t_2}} = \frac{P_o (1+\beta t_1)}{P_o (1+\beta t_2)} = \frac{1+\beta t_1}{1+\beta t_2}$$

$$P_{t_1} (1+\beta t_2) = P_{t_2} (1+\beta t_1)$$

या $$P_{t_1} + P_{t_1}\beta t_2 = P_{t_2} + P_{t_2}\beta t_1$$
या $$P_{t_1}\beta t_2 - P_{t_2}\beta t_1 = P_{t_2} - P_{t_1}$$
या $$\beta(P_{t_1}.t_2 - P_{t_2}.t_1) = P_{t_2} - P_{t_1}$$
$$\therefore \quad \beta = \frac{P_{t_2} - P_{t_1}}{P_{t_1}.t_2 - P_{t_2}.t_1} \quad \ldots \quad (4)$$

समीकरण (4) का उपयोग कर हम β का मान ज्ञात कर सकते हैं।

हम उपरोक्त लेखा चित्र से भी P_o ज्ञात कर सकते हैं। (OM देखो चित्र 23.6)

(iv) गैस तापमापी का तापमापी जैसे उपयोगः—यहां यह गृहीत किया जाता है कि बर्फ के पिघलने का ताप 0° से. ग्रे. व पानी उबलने का ताप 100° से. ग्रे. होता है।

ऊपर समझाए अनुसार बल्ब A को बर्फ के अन्दर रखकर दाब P_o मालूम करो। बाद में उसे उबलते हुए पानी मे रखकर पुनः दाब P_{100} मालूम करो। मानलो हमें मोम के पिघलने का ताप मालूम करना है। इसलिये एक बड़े बीकर में पानी भर उसमें बल्ब A डुबाओ। फिर एक केशिका नली में मोम डाल कर उस नली को बल्ब A के पास रखो। धीरे-धीरे बीकर को गरम करो। जैसे ही मोम पिघलने लगे, पारे को P पर स्थित कर दाब P_t मालूम करो। फिर ज्वालक को हटादो। जैसे ही मोम जमने लगे पुनश्च P पर मालूम कर दोनों पाठ्यांकों का मध्यमान मालूम करो। यह दाब P_t अज्ञात ताप t पर है।

इन तीनों (P_o, P_{100} व P_t) की सहायता से हम अज्ञात ताप ज्ञात कर सकते हैं।

समीकरण (1) के अनुसार हमें ज्ञात है कि,

$$\beta = \frac{P_t - P_o}{P_o . t} \quad \ldots \quad (5)$$

इसी प्रकार t के स्थान पर 100° से. ग्रे. व P_t के स्थान पर P_{100} रखने से,

$$\beta = \frac{P_{100} - P_o}{P_o . t} \quad \ldots \quad (6)$$

चूंकि उपरोक्त दो समीकरणों में बाईं ओर की संख्या एक सी है, अतएव

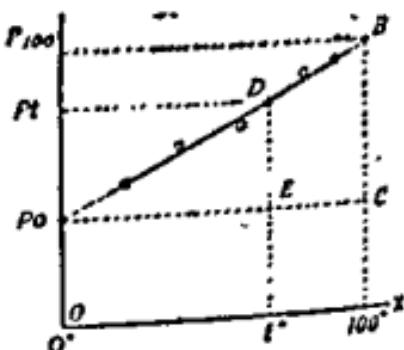
$$\frac{P_t - P_o}{P_o . t} = \frac{P_{100} - P_o}{P_o . 100}$$
$$P_o\, t\,(P_{100} - P_o) = P_o . 100\,(P_t - P_o)$$
या $$t = P_o\,\frac{100\,(P_t - P_o)}{P_o\,(P_{100} - P_o)} = \frac{P_t - P_o}{P_{100} - P_o}.100 \quad (7)$$

इस प्रकार समीकरण (7) की सहायता से हम अज्ञात ताप t ज्ञात कर सकते हैं।

रेखाचित्रीय विधिः—यदि हम चित्र में बताए अनुसार एक P व T में रेखाचित्र खींचें तो हमें एक सीधी रेखा प्राप्त होगी। रेखा चित्र जहां Y अक्ष को काटता है वह

बिन्दु दाब P_o व ताप 0° से. ग्रे. और B बिन्दु दाब P_{100} व ताप 100° से. ग्रे. बताता है। यदि P_t दाब के समान्तर एक रेखा खींची जाए तो वह रेखा AB को D बिन्दु पर काटेगी। D बिन्दु पर दाब P_t व ताप t होगा। D बिन्दु से ऊर्ध्वाधर रेखा DE खींचो। EC यह P_o के क्षैतिज रेखा है।

चित्र 23.7

चित्र में देखने से स्पष्ट है कि BC व DE एक दूसरे से समानान्तर हैं। अतएव

$$\frac{t}{100} = \frac{P_t - P_o}{P_{100} - P_o} \therefore t = \frac{P_t - P_o}{P_{100} - P_o} 100$$

इस प्रकार हमें इस विधि से भी अज्ञात ताप के लिये वही सूत्र प्राप्त होता है।

23.12 प्रामाणिक हाइड्रोजन गैस तापमापी:—(Standard hydrogen gas thermometer):—प्राय: गैस तापमापी द्रव तापमापी से अधिक सुग्राही (sensitive) और यथार्थ (accurate) होते हैं। इसका मुख्य कारण गैस का ताप से अधिक प्रसरण है। निम्नलिखित बातों के लिये हम गैस तापमापी को सर्वोत्तम समझते हैं :

1. अच्छा तापमापी सुग्राही होना चाहिये। ताप में जरा सा भी परिवर्तन बताने में तापमापी समर्थ होना चाहिये। यह तभी सम्भव है जब तापमापी में उपयोग में आने वाले पदार्थ का ताप के कारण अधिक प्रसरण हो। हम जानते हैं कि गैस में द्रव की अपेक्षा कई गुना अधिक प्रसरण होता है। इस कारण इससे बना हुआ तापमापी अधिक सुग्राही होगा।

2. अच्छा तापमापी यथार्थ होना चाहिये। इसके लिये यह आवश्यक है कि तापमापी पदार्थ में प्रसरण हमेशा एकसा ही हो। द्रव की अपेक्षा गैस में प्रसरण अधिक एकसा होता है। अतएव प्रत्येक डिग्री ताप वृद्धि से हमेशा एक सा ही प्रसरण होगा और इस कारण ताप मापन अधिक यथार्थ होगा।

3. तापमापी की परास (range) अधिक होनी चाहिये। तापमापी की परास उसमें उपयोग में आने वाले पदार्थ के हिमांक, क्वथनांक, गलनांक इत्यादि पर निर्भर होती है। पारे के तापमापी की परास साधारणतया − 39 से. ग्रे. से 360° से. ग्रे. तक होती है। हवा, हाईड्रोजन जैसी गैसों का द्रवणांक बहुत ही कम होता है और क्वथनांक का तो प्रश्न ही नहीं। अतएव इनके बने तापमापी की परास उसके बल्ब के पदार्थ पर निर्भर करती है। मिश्र धातुओं के बने बल्बों के उपयोग से यह परास बहुत अधिक की जा सकती है।

4. प्रामाणिक तापमापी का किसी विशेष पदार्थ पर निर्भर रहना अच्छा नहीं। इस

तापमापी में प्रत्येक द्रव का भिन्न भिन्न प्रसरण होता है किन्तु प्रायः सभी गैसों में प्रसरण एक सा ही रहता है।

5. द्रव तापमापी में शून्यांकी संशोधन की आवश्यकता होती है क्योंकि इनमें कांच एक बार प्रसारित होने पर अपनी पूर्वावस्था में कई दिनों बाद लौटता है। इस संशोधन की गैस तापमापी में आवश्यकता नहीं होती है।

उपर्युक्त बातों को ध्यान मे रखते हुए हम प्रामाणिक गैस तापमापी का निर्माण करते हैं।

बनावटः—चित्र में बताए अनुसार A यह एक बल्ब है जो 90° प्रतिशत प्लेटिनम व 10° प्रतिशत इरिडियम के मिश्रण धातु से बना हुआ है। इस मिश्रण धातु का गलनांक बहुत अधिक होता है। बल्ब की क्षमता अधिक अर्थात् 1000 घ. से. मी. होती है। यह बल्ब एक केशिका नली द्वारा दूसरी कांच की नली M से जुड़ा रहता है। M के ऊपर के सिरे पर एक चिन्ह P लगा रहता है। पहिले वर्णित गैस तापमापी के अनुसार यह नली रबर की नली द्वारा कांच की नली B से जुड़ी रहती है। इसके साथ M का सम्बन्ध एक ओर कांच की नली M' के साथ भी होता है। B, M', M व रबर की नलियों में पारा भरा रहता है व बल्ब A में हाइड्रोजन गैस। हाइड्रोजन गैस का चुनाव इसलिये किया जाता है कि यह गैस के नियमों का अधिक यथार्थता से पालन करती है। नली M' में एक वायु दाबमापी कांच की नली डूबी रहती है। यह नली इस प्रकार मुड़ी रहती है कि इसका ऊपरी सिरा H ठीक M की स्थिति के ऊर्ध्वाधर रहता है। इस नली का प्रयोग बाद में समझाया गया है। साधारण गैस मापी की तरह ही यह लकड़ी के तख्ते पर स्थित रहता है।

चित्र 23.8

कार्यः—इसकी कार्य पद्धति साधारण गैसमापी जैसी ही होती है। पद्धति में केवल निम्नलिखित अन्तर होता है।

निश्चित आयतन व किसी ताप पर गैस का दाब मालूम करने के लिये हम B व M में की पारे की सतह के अन्तर को वायु दाबमापी की ऊंचाई में घटा या जोड़ देते हैं। इसके लिये B व M पर पारे की स्थिति ज्ञात तो करनी ही पड़ती है किन्तु साथ ही साथ फोर्टीन दाबमापी में भी पारे की सतह के दो पाठ्यांक लेने पड़ते हैं। चूंकि इस प्रकार दाब मालूम करने में हमें पारे की सतह को बार-बार पढ़ना पड़ता है अतएव त्रुटि की संभावना बढ़ जाती है। प्रामाणिक गैस तापमापी में H नली को जोड़कर इस प्रकार व्यवस्था कर दी गई है कि पूर्ण दाब एकदम दो पाठ्यांकों से ही मालूम हो जाए।

$$t = \frac{77 \cdot 8 - 73}{100 \cdot 3 - 73} \times 100 = \frac{4 \cdot 8}{27 \cdot 3} \times 100 = 17 \cdot 6^\circ \text{ से. ग्रे.}$$

8. एक गैस का आयतन 18° से. ग्रे. ताप पर और 72 से. मी. दाब पर 100 घ. से. मी. है। यदि ताप 90° से. ग्रे. और दाब 45 से. मी. कर दिया जाय तो उसका आयतन 200 घ. से. मी. हो जाता है। गैस का प्रसरण गुणांक ज्ञात करो। यहां यह गृहीत किया गया है कि गैस बॉयल के नियम का पालन करती है।

चूंकि हम गैस का आयतन प्रसरण गुणांक ज्ञात करना चाहते हैं, अतएव हमें गैस का आयतन 90° से. ग्रे. और 72 से. मी. दाब पर ज्ञात करना चाहिये।

बॉयल के नियमानुसार,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\therefore \quad 72 \times V_1 = 45 \times 200$$

$$\therefore \quad V_1 = \frac{45 \times 200}{72} = 125 \text{ घ. से. मी.}$$

अतएव गैस का आयतन 72 से. मी. दाब पर और 90° से. ग्रे. पर,

$$V_t = 125 \text{ घ. से. मी.}$$

प्रसरण के सूत्र $V_t = V_o (1 + \alpha t)$ में राशियों का मान रखने से,

$$V_{90} = V_o (1 + \alpha \times 90) \quad .... \quad (i)$$

$$V_{18} = V_o (1 + \alpha \times 18) \quad .... \quad (ii)$$

$$\therefore \quad \frac{V_{90}}{V_{18}} = \frac{1 + \alpha \times 90}{1 + \alpha \times 18} \text{ [(i) में (ii) का भाग देने से],}$$

$$\therefore \quad \frac{125}{100} = \frac{1 + \alpha \times 90}{1 + \alpha \times 18}$$

या $125 \times (1 + \alpha \times 18) = 100 (1 + \alpha \times 90)$

या $5 (1 + 18\alpha) = 4 (1 + 90 \alpha)$

या $5 + 90 \alpha = 4 + 360 \alpha$

या $360 \alpha - 90 \alpha = 5 - 4 = 1$

या $270 \alpha = 1$

$$\therefore \quad \alpha = \frac{1}{270}$$

प्रश्न

1. आयतन प्रसरण गुणांक की परिभाषा दो। उसका मान प्रयोग द्वारा किस प्रकार ज्ञात करोगे? (देखो 23·4 व 23·10)

2. दाब प्रसरण गुणांक किसे कहते हैं? प्रयोग द्वारा दाब प्रसरण गुणांक किस प्रकार ज्ञात करोगे? (देखो 23·3 और 23·11)

3. सिद्ध करो $\alpha = \beta$ होता है। (देखो 23·8)

4. गैस समीकरण ज्ञात करो तथा गैस स्थिरांक का मान 1 ग्राम कण गैस लिये लिये ज्ञात करो ? (देखो 23

5. स्थिर आयतन हाईड्रोजन तापमापी की बनावट तथा कार्य प्रणाली बताओ। प के ताप मापी की अपेक्षा यह किस प्रकार लाभप्रद है ? इसके दोषों का वर्णन करो। (देखो 23·11

6. निरपेक्ष ताप पैमाना या केलविन का ताप पैमाना क्या है ? (देखो 23 5

संख्यात्मक प्रश्न:—

1. एक स्थिर आयतन तापमापी में 0° से. ग्रे. पर दाब 54·6 से. मी. त 100° से. ग्रे. पर 74·4 से. मी. है। यदि कांच का आयतन प्रसरण गुणांक 0·00003 तो गैस का दाब प्रसरण गुणांक ज्ञात करो। (उत्तर 0·0036

2. एक स्थिर आयतन तापमापी की बन्द नली में पारे का पाठ्यांक 30 से. मी. है। जब बल्ब को पिघलते हुए बर्फ में रखा जाता है तो खुली हुई नली में पारे का पाठ्यांक 32·4 से. मी. है। बल्ब को वाष्प में रखा जाता है तो उसका पाठ्यांक 61·1 से. मी. है तथा गलन मिश्रण (freezing mixture) में रखने पर 22 4 से. मी. है। तो मिश्रण का ताप ज्ञात करो। (उत्तर — $34{\cdot}84^\circ$ से. ग्रे.)

3. पूर्ण गैस की 1 ग्राम मात्रा 270° से. ग्रे. ताप पर है। यदि उसका दाब आधा कर पुनः उसको इतना ठंडा किया जाय कि उसका आयतन उतना ही हो जावे तो उसका अन्तिम ताप ज्ञात करो। (उत्तर — 123° से. ग्रे.)

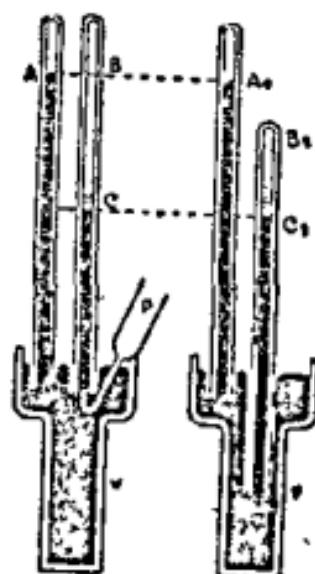
4. एक गैस का आयतन 21° से. ग्रे. ताप और 793 मि. मी. दाब पर 1000 घ. से. मी. है। यदि गैस का घनत्व N. T. P. पर 1·2 ग्राम प्रति लीटर है तो गैस की सहति ज्ञात करो। (उत्तर 1·17 ग्राम)

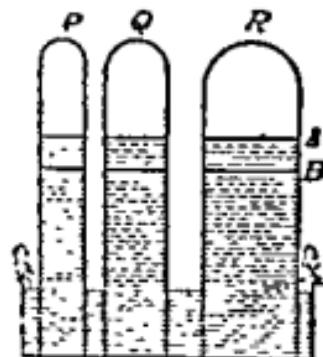
अध्याय 24

वाष्प दाब

(Vapour Pressure)

24·1. वाष्प और उसका दाबः—यदि हम एक परात में दो-तीन पानी की बूंदे डालें व कुछ समय बाद उन्हें देखने का प्रयत्न करें तो हमें मालूम होगा कि वे बूंदे गायब हो गई हैं। इसका कारण पानी का वाष्प में बदलना है। पानी अपना द्रव रूप छोड़कर गैस रूप में बदल गया है। इस प्रकार प्रत्येक द्रव में हर किसी ताप पर वाष्पन (evaporation) क्रिया सक्रिय रहती है। जिस प्रकार हवा दाब डालती है उसी प्रकार यह वाष्प भी दाब डालती है। इस दाब को वाष्प का दाब कहते हैं।

उदाहरणार्थ चित्र में बताए अनुसार दो वायुदाबमापी नलियां लो। उनमें पारे की स्थिति A और B को अंकित करो। अब एक मुड़ी हुई कांच की नली P के द्वारा द्रव की कुछ बूंदों को एक नली के अन्दर डालो। यह द्रव पारे से हलका होने के कारण शीघ्र ही पारे के ऊपर चढ़ जाएगा। कुछ समय उपरान्त तुम देखोगे कि ये द्रव की बूंदें लुप्त हो गई हैं और पारे की सतह B से गिरकर C पर आकर स्थिर हो गई है। इसका कारण स्पष्ट है। द्रव की बूंदें वाष्प में बदल गई हैं। यह वाष्प टोरीसैली निर्वात में फैल गई है। उस वाष्प में दाब होता है और इस कारण उसने पारे के तल को नीचे गिरा दिया है। चित्र के अनुसार BC ऊंचाई वाष्प का दाब बताती है। यदि हम कुछ और द्रव बिन्दुओं को अन्दर डालें तो उनकी भी यही स्थिति होगी और पारे की सतह नीचे गिरेगी। इसी क्रिया को दुहराने से एक स्थिति ऐसी आएगी जब हम देखेंगे कि अन्दर डाली हुई द्रव की बूंदें जैसी की तैसी विद्यमान हैं। उनका वाष्पन नहीं हो रहा है। हम कहते हैं कि पारे के तल के ऊपर का स्थान वाष्प से संतृप्त (saturated) हो गया है। वहां स्थित वाष्प संतृप्त है। इस स्थिति में यह वाष्प जो दाब डालती है उसे संतृप्त वाष्प दाब कहते हैं।

चित्र 24·1

24.2. संतृप्त वाष्प दाब और उसकी भिन्न भिन्न बातों पर निर्भरताः—(अ) चित्र में बताए अनुसार भिन्न-भिन्न काट छेद वाली तीन वायुदाबमापी नलियां लो। प्रत्येक में पारे की सतह एक ही ऊंचाई A पर होगी। प्रत्येक नली में तब तक द्रव की बूंदे डालते जाओ जब तक कि पारे के ऊपर कुछ बूंदे न तैरें। तुम देखोगे कि P नली में सबसे कम व R में सबसे अधिक द्रव की मात्रा को डालना पड़ा। संतृप्ति की स्थिति में वाष्प को लाने के लिये जितना अधिक स्थान हो उतनी ही अधिक द्रव की मात्रा लगती

चित्र 24·2

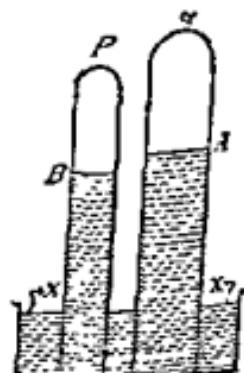
है। अतएव हम देखते हैं कि संतृप्त करने के लिये वाष्प की मात्रा स्थान पर निर्भर करती है। इस समय यदि हम पारे की गिरावट को देखें तो हमें मालूम होगा कि पारे का तल प्रत्येक नली में B पर है। अतएव इससे सिद्ध हुआ कि संतृप्त वाष्प का दाब AB प्रत्येक नली में एक सा ही है।

(ब) उपर्युक्त प्रयोग में तीनों नलियों में ताप एक सा ही है। यदि किसी साधन द्वारा हम Q और R के ऊपर के हिस्सों का ताप बढ़ावें तो हम देखेंगे कि वहां की बूंदें गायब हो गई हैं। अतएव उस स्थान को संतृप्त करने के लिये हमें अधिक द्रव डालना पड़ेगा और फिर हम देखेंगे कि पारे का तल और नीचे की ओर गिर जाएगा। इसका अर्थ यह हुआ कि ताप बढ़ाने से संतृप्त वाष्प दाब बढ़ता है। जितना अधिक ताप होगा उतना ही अधिक दाब होगा।

वास्तव में संतृप्त वाष्प दाब केवल ताप पर ही निर्भर रहता है और अन्य किसी बात पर नहीं। भिन्न-भिन्न प्रकार की वाष्पों के लिये यह अवश्य ही भिन्न-भिन्न रहेगा।

21·3. असंतृप्त (unsaturated) और संतृप्त (saturated) वाष्प और उस पर दाब का प्रभाव:—एक वायुदाबमापी (Barometer) नली लो। इसकी लम्बाई वायुदाबमापी की ऊंचाई से अधिक होनी चाहिये। इसे पारे के बर्तन में पारे से पूरा भर कर उलट दो। ऊपर के टोरिसेली निर्वात स्थान पर किसी द्रव की बूंदें डाल कर उसमें असंतृप्त वाष्प बनाओ। मानलो कि पारे की सतह A से B तक गिर गई है। इसका अर्थ यह हुआ कि AB के बराबर असंतृप्त वाष्प का दाब है। इस समय रिक्त स्थान BP है जिसमें असंतृप्त वाष्प फैली हुई है।

चित्र 24.3

अब यदि नली को पारे के अन्दर अधिक डुबोया जाए तो पारे की सतह B के ऊपर उठेगी और रिक्त स्थान BP से कम हो जाएगा। इस समय पारे की सतह की X से ऊंचाई भी पहिले से कम होगी। इसका स्पष्ट अर्थ यह है कि ऊपर के स्थान में स्थित वाष्प का दाब बढ़ गया है। जैसे जैसे हम नली को अधिकाधिक पारे में डालते जायेंगे वैसे वैसे रिक्त स्थान कम-कम होता जाएगा। X बिन्दु से पारे की ऊंचाई कम होती जायगी और परिणाम स्वरूप असंतृप्त वाष्प का दाब बढ़ता जायेगा।

दूसरे शब्दों में वर्णन करना हो तो हम कह सकेंगे कि जैसे-जैसे हम असंतृप्त वाष्प का आयतन कम करते जाते हैं वैसे वैसे उसका दाब बढ़ता जाता है। यह परिवर्तन लगभग बॉयल के नियमानुसार होता है।

नली को पारे के अन्दर अधिकाधिक डुबोते हुए एक स्थिति ऐसी आएगी जब हम देखेंगे कि पारे के ऊपर द्रव की बूंदें बन गई हैं। इस समय वाष्प संतृप्त दशा में है। X बिन्दु से पारे की ऊंचाई को अंकित करो। अब यदि तुम नली को पारे में अधिक डुबाओगे तो संतृप्त वाष्प का आयतन तो कम हो जाएगा किन्तु पारे की X बिन्दु से ऊंचाई में कोई

अन्तर नहीं पड़ेगा (देखो चित्र 24.1)। इसका अर्थ यही होगा कि संतृप्त वाष्प का दाब वही है जो पहले था। अब अन्तर केवल इतना ही गया है कि पारे की सतह पर द्रव की अधिक बूंदें बन गई हैं अर्थात् आयतन कम करने से संतृप्त वाष्प संघनित (condense) होकर द्रव में बदल गई और इस प्रकार उसके द्वारा व्याप्त आयतन कम हुआ, किन्तु संतृप्त वाष्प दाब वही रहा।

इस प्रकार हम देखते है कि संतृप्त वाष्प बॉयल के नियम का पालन नहीं करती है। उपरोक्त प्रयोगों के आधार पर हम निम्नलिखित परिणामों पर पहुंचते हैं :

(i) प्रत्येक द्रव की वाष्प दाब डालती है जो उसकी प्रकृति पर निर्भर करता है।

(ii) असंतृप्त वाष्प का दाब वाष्प की मात्रा, जगह के आयतन और ताप पर निर्भर करता है।

(iii) असंतृप्त वाष्प बॉयल तथा चार्ल्स के नियम का पालन करती है।

(iv) असंतृप्त वाष्प को वाष्प की मात्रा बढ़ा कर या ताप को कम करके अथवा आयतन को कम करके संतृप्त किया जा सकता है।

(v) संतृप्त वाष्प दाब उस ताप पर अधिकतम दाब है।

(vi) संतृप्त वाष्प दाब द्रव की मात्रा पर अथवा वाष्प के आयतन पर निर्भर नहीं करता। वह केवल ताप पर निर्भर करता है।

(vii) संतृप्त वाष्प बॉयल अथवा चार्ल्स के नियमों का पालन नहीं करती।

(viii) संतृप्त वाष्प को आयतन बढ़ा कर अथवा ताप बढ़ा कर असंतृप्त किया जा सकता है।

समतापीय रेखाएं (Isothermal curves):—

निश्चित ताप पर किसी वाष्प के आयतन और दाब का अध्ययन कर एक लेखा चित्र खींचे तो चित्र 24.4 में बताए अनुसार रेखाएं आएंगी। ये रेखाएं कार्बन डाइऑक्साइड गैस के लिये खींची गई हैं। ये रेखाएं समतापीय रेखाएं कहलाती हैं।

चित्र 24.4

विश्लेषण:—मानलो रेखा ABCD पर विचार करें। हम A बिन्दु से प्रारम्भ करें। जैसे-जैसे हम दाब बढ़ाए गे आयतन कम होगा। इस प्रकार हम B बिन्दु तक पहुँच जाएंगे। इस क्रिया में वाष्प असंतृप्त है और बॉयल के नियम का पालन करती है। B पर वाष्प संतृप्त हो जाती है और तनिक सा दाब बढ़ाने पर संघनन प्रारम्भ हो जाता

में जितना अन्तर है उसे संतृप्त वाष्प का दाब कहते हैं। तापमापी को हिम मिश्रण में डालकर उसका ताप मालूम करो। इस प्रकार भिन्न भिन्न तापों पर वाष्प दाब मालूम करो।

चित्र 24.6

(ब) 0° से 50° से. ग्रे. ताप के बीच में संतृप्त वाष्प दाब मालूम करना:—इस विधि में भी ऊपर जैसी ही दो नलियों का प्रयोग किया जाता है। अन्तर केवल इतना होता है कि दूसरी नली में बल्ब नहीं होता है। साथ ही A और C नलियों के चारों ओर इस प्रकार एक पात्र J रखा जाता है कि जिसमें रखे द्रव का ताप हम आवश्यकतानुसार घटा बढ़ा सकते हैं। पहले जैसे ही C नली में द्रव डाल कर उसकी संतृप्त वाष्प का दाब मालूम कर सकते हैं। संतृप्त वाष्प का दाब होगा, A में स्तम्भ – C में स्तम्भ

24.5. संतृप्त वाष्प दाब और क्वथनांक—

एक फ्लास्क लो और उसे पानी से भरो। उसमें चित्र के अनुसार आकार की नली डालो। यह एक ओर से बन्द व दूसरी ओर से खुली है। बन्द सिरे की ओर पानी भर कर बाद में उसमें पारा डालो। पारे की मात्रा इतनी होनी चाहिये कि वह नली के दोनों भागों में आ जाए। नली का खुला सिरा फ्लास्क के बराबर है व A का कुछ भाग में पानी है।

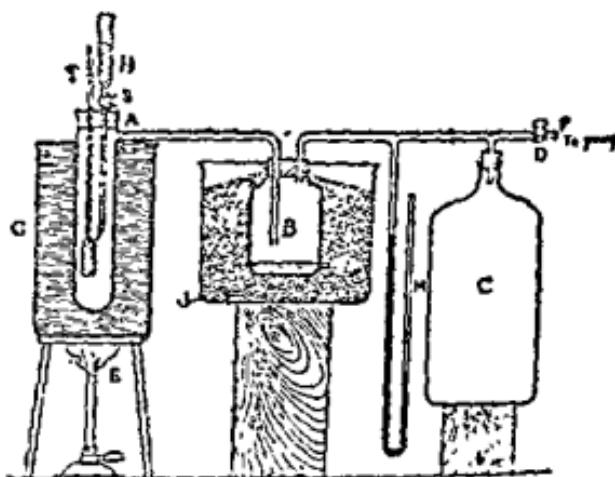
चित्र 24.7

फ्लास्क को गर्म करने से पहिले पारे के स्तम्भ की सतह नली के दोनों भागों में एकसी नहीं होती है। जैसे जैसे फ्लास्क गर्म होता जायगा वैसे-वैसे पारे की सतह A में गिरती जायगी व दूसरे में ऊंची उठती जायेगी। जब फ्लास्क में का पानी उबलने लगेगा तब पारे की सतह नली के दोनों भागों में एकसी हो जायगी। इसका अर्थ यह हुआ कि अब पारे की सतह पर दोनों ओर से एक ही दाब पड़ रहा है। एक ओर वायुमण्डल का दाब कार्य कर रहा है और दूसरी ओर संतृप्त वाष्प का। अतएव जब द्रव उबलने लगता है अर्थात् उसके क्वथनांक (boiling point) पर द्रव की संतृप्त वाष्प का दाब बाहरी वायुमंडलीय दाब के बराबर हो जाता है।

24.6. रेगनो व दंग की गतिज (dynamical) विधि से संतृप्त वाष्प दाब मालूम करना:—

सिद्धान्तः—इस विधि का सिद्धान्त ऊपर अनुच्छेद में बताए अनुसार नियम

पर निर्भर करता है। किसी भी द्रव के क्वथनांक पर उसकी संतृप्त वाष्प का दाब बाहरी दाब के बराबर होता है।

उपकरण की बनावटः—A एक कांच की चौड़े मुंह वाली परख नली है। इसे एक कुंडी (bath) में रखा जाता है। इस कुंडी में इस प्रकार का द्रव रहता है कि हम उसका ताप अपनी आवश्यकतानुसार रख सकते हैं। A के मुंह पर एक चिमनी कीप (funnel) H लगी रहती है। इसका नीचे का सिरा इस प्रकार मुड़ा रहता है कि

चित्र 24.8

उसका मुंह एक तापमापी T के बल्ब पर आजाय। तापमापी के बल्ब पर एक कपड़ा बंधा हुआ रहता है। एक नली द्वारा परख नली A का सम्बन्ध एक बोतल B से रहता है। इस बोतल को बर्फ के अन्दर रखा जाता है। बोतल B का सम्बन्ध एक दाबमापी (manometer) M से रहता है और बाद में उसे एक बड़ी बोतल C से होते हुए आवश्यक पम्प के साथ जोड़ देते हैं।

क्रियाः—मानलो हम पानी की संतृप्त वाष्प का दाब 100° से. ग्रे. से ऊपर के ताप पर निकालना चाहते हैं।

द्रव कुंडी G में ग्लिसरीन जैसा कोई द्रव भर कर उसका ताप 200° से. ग्रे. के आसपास स्थिर करलो। एक संपीडन (compression) पम्प की सहायता से परख नली A के अन्दर वायुमंडल के दाब से अधिक दाब कर दो। यह दाब हमें दाबमापी (manometer) M से मालूम होगा। चिमनी कीप H में आवश्यक द्रव भरो। इस समय तापमापी T लगभग 200° से. ग्रे. ताप बताएगा। अब टुप H से बूंद बूंद द्रव T के बल्ब पर गिराओ। बल्ब पर गिरते ही द्रव का वाष्पीकरण होगा। यह वाष्पीकरण उस ताप पर होगा जो उस नली में स्थित दाब से सम्बन्धित है। अतएव द्रव के गिरते ही तापमापी का ताप कम होकर एक निश्चित ताप पर स्थिर हो जायगा। इस ताप को अंकित करो। यह ताप द्रव का क्वथनांक होगा। इस क्वथनांक

पर दाबमापी M में अंकित दाब मालूम ही है। अतएव ऊपर समझाए अनुसार यही दाब द्रव की संतृप्त वाष्प का दाब भी होगा। इस प्रकार पम्प की सहायता से हम क्रमशः दाब को घटा या बढ़ाकर उससे सम्बन्धित द्रव के क्वथनांक को मालूम करते जाते हैं और इस प्रकार भिन्न भिन्न तापों पर हमें संतृप्त वाष्प का दाब मालूम हो जाता है।

सपीड्य (compression) या निर्वात (exhaust) पम्प की सहायता से हम दाब को वायुमण्डलीय दाब से घटा या बढ़ा सकते हैं।

बोतल B का उपयोग इसलिये किया जाता है जिससे यदि द्रव कीमती हो तो यहां आकर संघनित हो जायगा व फिर उसी द्रव की मात्रा का बारम्बार उपयोग किया जा सकेगा।

24.7. दाब का द्रव के क्वथनांक पर प्रभाव:—हमें मालूम है कि दाब के बढ़ने से द्रव का क्वथनांक बढ़ता है व घटने से घटता है। इसका एक कारण तो हम पहले बतला ही चुके हैं। (कक्षा 9 अध्याय 20 उष्मा) दूसरा कारण हम संतृप्त वाष्प दाब के रूप में दे सकते हैं। हमें मालूम है कि द्रव के क्वथनांक पर उसकी संतृप्त वाष्प का दाब बाहरी दाब के बराबर होता है। अतएव दाब बढ़ने से द्रव की असंतृप्त वाष्प का दाब बढ़ना चाहिये और इस दाब को बढ़ने के लिये ताप का बढना आवश्यक है। अतएव दाब के घटने बढ़ने से द्रव का क्वथनांक घटता बढ़ता है।

प्रश्न

1. किसी संतृप्त वाष्प दाब से तुम क्या समझते हो ? यह किन किन बातों पर निर्भर करता है ? समझाओ। (देखो 24.1 और 24.2)

2. संतृप्त वाष्प दाब को भिन्न भिन्न तापों की परास पर निकालने की क्रिया का वर्णन करो। (देखो 24.4 और 24.6)

3. पानी की संतृप्त वाष्प का दाब 100° से. ग्रे. से अधिक ताप पर कैसे ज्ञात करोगे ? (देखो 24 6)

अध्याय 25

आपेक्षिक आर्द्रता

(Relative Humidity)

25·1. हमें ज्ञात है कि पानी का सर्वदा वाष्पीकरण होता रहता है। नदी, नाले, तालाब समुद्र इत्यादि पानी के सभी स्रोतों से सब तापों पर कम या अधिक परिमाण में पानी वाष्प रूप में परिणित होता है। इस प्रकार वायुमण्डल में पर्याप्त मात्रा में वाष्प होती है। वाष्प होने के कारण ऐसी हवा को आर्द्र हवा कहते हैं। वायुमण्डल की आर्द्रता का सही सही ज्ञान होना हमारे लिये अत्यन्त आवश्यक है। इस आर्द्रता का जिस प्रकार उस स्थान की जलवायु व आर्द्र हवा पर प्रभाव पड़ता है उसी प्रकार वहां की उपज व पैदावार तथा उद्योग धन्धों पर भी प्रभाव पड़ता है। अतएव भौतिक विज्ञान में आर्द्रता माप एक विशेष स्थान रखता है। इस विभाग को आर्द्रता माप कहते हैं।

25·2. आपेक्षिक आर्द्रता (Relative humidity) :—प्रायः देखा जाता है कि हमारे गीले कपड़े वर्षा ऋतु में जब सतत वर्षा होती रहती है बड़ी कठिनाई से सूखते हैं। वही कपड़े ग्रीष्म ऋतु मे देखते देखते सूख जाते हैं। इसका कारण स्पष्ट है। ग्रीष्म ऋतु मे हवा सूखी रहती है व उसमें वाष्प ग्रहण करने की बहुत क्षमता रहती है। वर्षा ऋतु मे, हवा में वाष्प प्रचुर मात्रा में होती है और वह संतृप्त होने के कारण अधिक वाष्प अपनाने के लिये इच्छुक नहीं रहती है। दूसरे शब्दों में हम कहते है कि हवा की आर्द्रता बहुत अधिक है। कई बार हमारा यह भी अनुभव है कि शीत ऋतु में थोड़ी सी वर्षा होने पर हवा की आर्द्रता इतनी बढ़ जाती है कि हमारे गीले कपड़े सूख नहीं पाते हैं। समुद्री किनारों पर भी हमारा यह अनुभव है कि ताप अधिक होने पर भी हवा म आर्द्रता अधिक है।

यदि हम किसी निश्चित आयतन वाली हवा को लें और उसमें विद्यमान वाष्प की संहति (mass) मालूम करे तो हमे विदित होगा कि शीत ऋतु मे वर्षा होने पर यह शायद ग्रीष्म ऋतु में वर्षा होने पर प्राप्त वाष्प की संहति से कम हो किन्तु शीत ऋतु में कपड़े को सूखने में ग्रीष्म ऋतु से अधिक समय लगेगा। इस उदाहरण से स्पष्ट है कि केवल वाष्प की संहति मालूम होने से हमे हवा की आर्द्रता का ठीक ठीक अनुमान नहीं लग सकता। अतएव हम उसकी तुलनात्मक आर्द्रता का जिसे आपेक्षिक आर्द्रता कहते हैं, अध्ययन करते है। किसी निश्चित आयतन वाली हवा को संतृप्त करने के लिये आवश्यक वाष्प मानलो M ग्राम है। इसी ताप पर मानलो उस हवा में केवल m ग्राम वाष्प विद्यमान है। तो हम कहते है कि

$$\text{हवा की आपेक्षिक आर्द्रता (Relative humidity)} = \frac{m}{M}$$

इस प्रकार, किसी निश्चित आयतन वाली हवा में विद्यमान वाष्प की संहति के तथा उस हवा को संतृप्त करने के लिये आवश्यक वाष्प की संहति के अनुपात को हवा की आपेक्षिक आर्द्रता कहते हैं। शीत ऋतु में हवा की इकाइ

करने के लिये वाष्प की बहुत थोड़ी संहति आवश्यक होगी जबकि ग्रीष्म ऋतु में अधिक। अतएव शीत ऋतु में हवा में थोड़ी सी ही वाष्प की संहति होने पर भी उसकी आपेक्षिक आर्द्रता अधिक हो सकेगी।

प्राय: आपेक्षिक आर्द्रता को प्रतिशत के रूप में लिखा जाता है और हम कहते हैं कि,

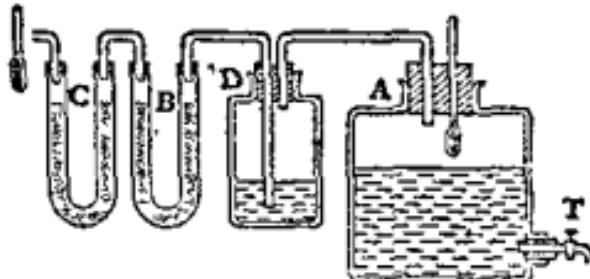
$$\text{आपेक्षिक आर्द्रता} = \frac{m}{M} \times 100$$

आज हवा की आपेक्षिक आर्द्रता 40% है। इसका अर्थ यह हुआ कि यदि किसी हवा को संतृप्त करने के लिये 100 ग्राम वाष्प की आवश्यकता है तो इस समय वहां केवल 40 ग्राम वाष्प ही विद्यमान है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि हवा की आपेक्षिक आर्द्रता केवल हवा में वाष्प की कितनी मात्रा है इस बात पर निर्भर न रहकर उस हवा को संतृप्त करने के लिये कितनी वाष्प की आवश्यकता है इस बात पर भी निर्भर करती है।

आपेक्षिक आर्द्रता को नापने के लिये जिस उपकरण का उपयोग किया जाता है उसे आर्द्रतामापी (hygrometer) कहते हैं।

25.3. रासायनिक आर्द्रतामापी (Chemical hygrometer):—

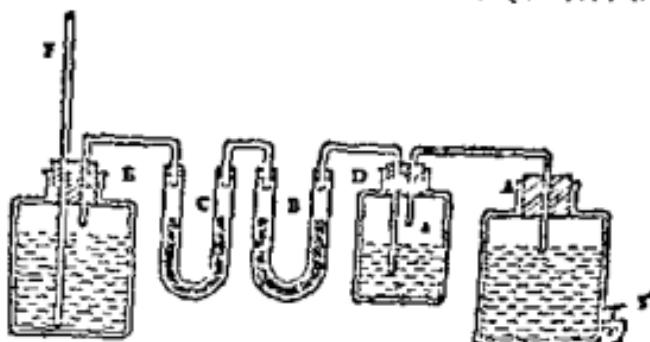
बनावट:—चित्र में बताए अनुसार B और C काच की यू नली है। इनमें केलशियम क्लोराइड ($CaCl_2$) भरा रहता है। D एक बोतल है जिसमें गंध का अम्ल (str. H_2SO_4) रहता है। ये आपस में जुड़ी रहती हैं।

चित्र 25·1

D बोतल को एक बड़े पात्र A से जोड़ देते हैं जिसमें पानी भरा रहता है।

कार्य:—प्रयोग शुरू करने के पूर्व नली B और C को तोल लिया जाता है। मानलो उनका भार W_1 ग्रा. है। अब A में लगी टोंटी को खोल दो। उसमें भरा हुआ पानी बाहर निकलेगा। बोतल A में हुए रिक्त स्थान को ग्रहण करने के लिये वायुमण्डलीय हवा अन्दर जायगी। C व B में से जाते हुए हवा में की वाष्प $CaCl_2$ द्वारा सोख ली जायगी क्योंकि इन पदार्थों का यह गुण है। अतएव जब A में का सब पानी बह जायगा और जब हम पुन: C व B को तोलेंगे तो उनका भार आवेगा W_2 ग्रा.। हम देखेंगे कि भार में वृद्धि हो गई है। यह भार की वृद्धि $W_2 - W_1 = m$ ग्राम बोतल A के बराबर आयतन वाली हवा में उपस्थित वाष्प की संहति है।

बोतल D में रखे अम्ल (str. H_2SO_4) का कार्य यह है कि बोतल A में के पानी के वाष्प को सोख कर वह उसे नली C व B में न जाने दे।

अब पुन: बोतल A को पानी से पूर्ण भर दो और ऊपर समझाये अनुसार प्रयोग को दुहराओ। किन्तु अब नली C को चित्र 25·2 में बताए अनुसार पात्र E से जोड़

दो। इसका अर्थ यह होगा कि अब हवा प्रथम नली F में से होते हुए पानी में बुलबुलों के रूप में निकल कर फिर नली C और B में प्रवेश करेगी। इस प्रकार पानी में से होकर

चित्र 25·2

आने से हवा वाष्प से संतृप्त हो जायगी। इस बार C व B नली के भार में जो वृद्धि होगी वह हवा को संतृप्त करने के लिये आवश्यक वाष्प की संहति M प्राप्त होगी। इस प्रकार m व M को मालूम कर हम हवा की आपेक्षिक आर्द्रता ज्ञात करते हैं।

25·4 आपेक्षिक आर्द्रता और ओस बिन्दु (Dew point):— हम अनुच्छेद 25.2 में पढ़ चुके हैं कि,

वायुमण्डलीय आपेक्षिक आर्द्रता,

$$= \frac{\text{किसी निश्चित आयतन वाली हवा में वाष्प की संहति}}{\text{उसी हवा को, उसी ताप पर संतृप्त करने वाली वाष्प की संहति}} \times 100$$

$$= \frac{m}{M} \times 100 \qquad \ldots \qquad (1)$$

बॉयल के नियमानुसार हमें मालूम है कि किसी निश्चित संहति वाले गैस का एक नियत ताप पर

$$\text{दाब} \propto \frac{1}{\text{आयतन}}$$

या $$P \propto \frac{1}{V}$$

यदि हम आयतन को स्थिर रखकर, उसी ताप पर गैस की संहति को दुगुना करें तो गैस का दाब दुगुना होगा, चौगुना करें तो चौगुना होगा। अर्थात् हम कह सकते हैं कि

$$\text{दाब} \propto \text{गैस की संहति}$$

या $$P \propto m$$

या $$P = K\, m$$

जहाँ K यह एक स्थिरांक (constant) राशि है।

हमें मालूम है कि असंतृप्त (unsaturated) वाष्प बॉयल के नियम को स्थूल रूप से यह कुछ हद तक मानती है। अतएव वायुमण्डल में m था, वाष्प दाब p मानें तो हम समीकरण (2) द्वारा कह सकते हैं कि

$$p = Km \qquad \text{या } m = p/K \quad .... \quad (3)$$

ठीक इसी प्रकार यदि संतृप्त वाष्प P दाब डाले तो

$$P = KM \qquad \text{या } M = P/K \quad (4)$$

समीकरण (3) व (4) में के m व M के मान को समीकरण (1) में रखने से आपेक्षिक आर्द्रता

$$= \frac{p/K}{P/K} 100 = \frac{p}{K} \times \frac{K}{P} \times 100 = \frac{p}{P} \times 100 \; .... \quad (5)$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि वायुमण्डलीय आर्द्रता, किसी निश्चित आयतन वाली हवा मे स्थित वाष्प द्वारा डाले हुए दाब व उसी आयतन मे उसी ताप पर संतृप्त वाष्प दाब के अनुपात को 100 से गुणा करने पर प्राप्त राशि के बराबर है।

अनुभव द्वारा यह सभी को ज्ञात है कि शीत ऋतु में जब प्रातः हम बाग में घूमने जाते हैं तब हमें वहाँ हरी दूब गीली दिखाई देती है। ग्रीष्म ऋतु में जब हम किसी गिलास में बर्फ मिला हुआ ठंडा पेय लेते है तब प्रायः हम देखते हैं कि गिलास बाहर से गीला हो गया है। इसका क्या कारण है? क्या बागवान ने पानी का छिड़काव किया है? क्या गिलास में बाहर से पेय लगा होता है? नहीं तो। इसका बिल्कुल भिन्न कारण है।

दोपहर के समय हवा में वाष्पीकरण के कारण पर्याप्त मात्रा में वाष्प रहती है। किन्तु यह हवा को संतृप्त करने के लिये पर्याप्त नहीं होती है। हमें मालूम है कि जितना अधिक ताप होता है उतनी अधिक वाष्प किसी स्थान को संतृप्त करने के लिये आवश्यक है। अतएव जो वाष्प किसी ऊँचे ताप पर किसी स्थान को संतृप्त करने के लिये असमर्थ होती है वही वाष्प कम ताप पर उसे संतृप्त करने में समर्थ होती है। इस सिद्धान्त के अनुसार जो वायुमंडल दोपहर में वाष्प से संतृप्त नहीं होता है वह प्रातः समय कम ताप के कारण संतृप्त हो जाता है और संतृप्त होकर वाष्प का संघनन होता है और हरी दूब गीली हो जाती है। यही कारण गिलास के गीले होने का भी है। इस ताप को, जिस पर वायु मंडल वाष्प से संतृप्त होकर उसे पानी में संघनित करे, ओस बिन्दु कहते हैं व इस प्रकार बने हुए पानी को ओस।

ऊपर हम देख चुके हैं कि जो वायुमंडल कमरे के ताप पर असंतृप्त रहता है वही वायुमंडल ओस बिन्दु पर वाष्प से संतृप्त हो जाता है। ताप के घटने बढ़ने से वायुमंडल का दाब नियत ही रहता है और वाष्प की मात्रा में भी कोई अन्तर नहीं पड़ता है। अतएव कमरे के ताप पर असंतृप्त दशा में वाष्प जो दाब डाल रही है वही दाब वह ओस बिन्दु पर संतृप्त दशा में भी डालेगी। इस प्रकार यदि कमरे के ताप पर किसी वाष्प का दाब p है तो उसी कमरे में ओस बिन्दु पर p संतृप्त वाष्प का दाब भी होगा। अतएव हम समीकरण (5) को निम्न प्रकार लिख सकते हैं:—

$$\text{आपेक्षिक आर्द्रता} = \frac{\text{कमरे के ताप पर असंतृप्त वाष्प का दाब } p}{\text{कमरे के ताप पर संतृप्त वाष्प का दाब P}} \times 100$$

$$= \frac{\text{ओस बिन्दु पर संतृप्त वाष्प का दाब } p}{\text{कमरे के ताप पर संतृप्त वाष्प का दाब P}} \times 100 \; .... \quad (6)$$

2. एक बार मलमल पर ईथर डालने से A बल्ब में वाष्पन शुरू हो जाता है। इस वाष्पन की गति का नियंत्रण हमारे हाथ में नहीं होता।

3. वाष्पन बल्ब A के अन्दर ईथर की ऊपर सतह पर होता है। इस कारण सतह पर का ताप द्रव के अन्दर के ताप से कम होता है। तापमापी का बल्ब द्रव के अन्दर रहता है। चूंकि द्रव में विलोडन नहीं होता है, उसका ताप एक जैसा नहीं होता और इस कारण तापमापी ठीक ठीक ताप नहीं बताता है।

4. बल्ब A के बाहरी भाग पर ओस बनता है। बल्ब A कांच का बना रहता है जो उष्मा का कुचालक होता है। इस कारण बल्ब के बाहरी भाग का व अन्दर की ईथर का ताप एक जैसा नहीं होता है। जिस समय ओस बनती है उस समय अन्दर का ताप, जो तापमापी में पढा जाता है, ओस बिन्दु से प्राय: कम रहता है।

5. पाठ्यांक लेने वाला व्यक्ति उपकरण के पास खडे होकर पाठ्यांक लेता है। इस कारण उसके श्वास से निकलने वाली हवा के कारण बल्ब A के धुंधला होने का डर होता है।

6. बल्ब A जब तक अधिक धुंधला नहीं हो जाता जब तक ओस बनना शुरू हो गया कि नहीं इस बात का ठीक ठीक अनुमान नहीं लगता है।

इन सब दोषों को रेनो के आर्द्रतामापी में दूर करने का प्रयास किया गया है।

(ब) रेनो का आर्द्रतामापी

चित्र 25.4

बनावट:—चित्र में बताए अनुसार A व B कांच की चौडे मुंहवाली एक जैसी नली होती हैं। इनके ऊपर के मुंह मे कार्क लगी रहती है और नीचे चादी की टोपी होती है। य टोपियें नली से अच्छी तरह चिपकी रहती हैं। नली A एक दूसरी नली द्वारा एक बड़ी बोतल से जुड़ी रहती है। यह बोतल पानी से भरी रहती है और इसमे एक टोटी लगी रहती है। नली A मे ईथर भरा रहता है और खाली रहती है। इन दोनो मे एक एक तापमापी लटका रहता है। ये दोनो नलियां एक दूसरे के पास एक स्टेन्ड पर लगी रहती हैं। नली A में एक दूसरी बारीक नली कार्क मे स अन्दर आकर ईथर में डूबी रहती है।

कार्य:—जब बोतल में लगी टोटी खोल दी जाती है तब पानी बाहर बहने लगता है और बोतल खाली होने लगती है। खाली जगह का स्थान ग्रहण करने के लिये बाहर की हवा नली में से होकर, ईथर में होती हुई बोतल मे आती है। ईथर में से होकर आने के कारण वह ईथर का वाष्पन करने में सहायक होती है। जैसे जैसे ईथर का वाष्पन होता जाता है, ऊपर समझाए अनुसार उसका ताप भी कम कम होता जाता है। ताप कम होते होते इतना कम होता है कि चादी की टोपी पर ओस जमा होकर धुंधलापन

जाता है। ऐसे समय A में के तापमापी का ताप पढ़ लिया जाता है। यही ओस बिन्दु है।

मीमांसा.—*यहाँ हम देखते हैं कि डेनियल में पाये जाने वाले दोषों को दूर* किया गया है।

1. यहाँ बाहर की ओर कोई भी वाष्प नहीं बनती है। इस कारण S पर उसके प्रभावित होने का प्रश्न ही नहीं उठता है। A के अन्दर उत्पन्न होने वाली वाष्प बोतल D में चली जाती है।

2. A में होने वाले वाष्पन पर नियंत्रण रखा जाता है। जैसे ही टोंटी में से पानी निकलना बन्द हो जाता है, बाहर की हवा अन्दर आना बन्द हो जाती है और साथ ही वाष्पन बन्द हो जाता है। इस प्रकार जब टोटी धुंधली हो जाती है हम उस समय का ताप अंकित करते हैं और वाष्पन बन्द होने पर जब यह धुंधलापन नष्ट होता है उस समय का ताप अंकित करते हैं। इन दोनों तापों का औसत ताप यही ओस बिन्दु होता है।

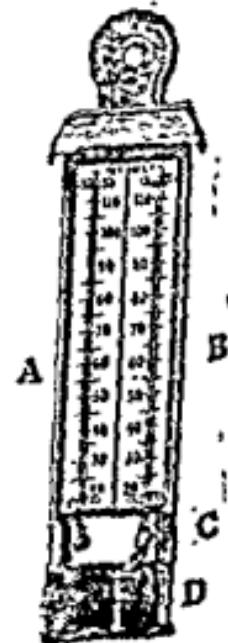
3. हवा द्रव में से होकर जाने से उसका विलोडन करती है और इस कारण संपूर्ण द्रव में एकसा ताप रहता है।

4. टोटी चांदी की बनी होती है जो ऊष्मा की सुचालक है। इस कारण बाहर व अन्दर का ताप एक जैसा ही रहता है।

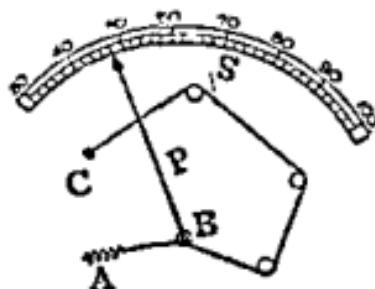
5. पाठ्यांक लेने वाला व्यक्ति दूर से दूरदर्शी के द्वारा पाठ्यांक ले सकता है।

6. B का बल्ब तुलना के लिए पास ही रहता है। इस कारण टोटी का जरासा भी धुंधलापन B की तुलना से स्पष्ट दिखाई देता है।

इन सब कारणों से रेनो का आर्द्रतामापी डेनियल के आर्द्रतामापी से श्रेष्ठ गिना जाता है।

स. सूखा और गीला बल्ब आर्द्रता मापी (*Dry* and wet bulb hygrometer):—चित्र में बताए अनुसार A और B ये दो तापमापी हैं। तापमापी B के बल्ब के ऊपर एक कपड़ा लिपटा रहता है जो पानी में डूबा रहने के कारण गीला रहता है। यदि वायुमण्डल में आर्द्रता कम हो तो, इस गीले कपड़े में से तेजी से वाष्पीकरण होगा और इस वाष्पन के कारण उसका ताप भी कम होगा। यदि वायुमण्डल वाष्प से संतृप्त हो तो वाष्पन नहीं होगा और इस कारण पानी का ताप कमरे के ताप के बराबर होगा। इस समय A और B दोनों तापमापियों का पाठ्यांक एक ही आयगा। जैसे जैसे वायुमंडल की आर्द्रता कम होती जायगी वैसे-वैसे वाष्पन बढ़ता जायगा और A और B में के ताप का अन्तर बढ़ते जाएगा। इस ताप के अन्तर को मालूम कर वायुमण्डलीय आपेक्षिक आर्द्रता का ज्ञान प्राप्त कर सकते हैं।

चित्र 25.5

केश आर्द्रता मापी (*hair hygrometer*):-

इस आर्द्रता मापी का सिद्धान्त यह है कि जब केश को आर्द्र किया जाता है तो वह लम्बाई में बढ़ता है। लम्बाई में यह वृद्धि आर्द्रता की मात्रा पर निर्भर करती है। एक केश को कास्टिक सोडा और पानी से स्वच्छ धो कर व सुखा कर A और C के बीच खींच कर चित्र के अनुसार लगा देते हैं। B पर वह एक घिर्री के चक्कर लगा कर निकलता है और A पर एक कमानी से खिंचा रहता है। घिर्री B से एक संकेतक P लगा रहता है जो एक पैमाने पर घूमता है। यह पैमाना सीधा आपेक्षिक आर्द्रता में अंशांकित होता है। जब हवा में आर्द्रता बढ़ती है तो केश की लम्बाई मे वृद्धि होती है। इससे वह कमानी के द्वारा खींचेगा और फलस्वरूप B घूमेगी और P पैमाने पर चलेगा।

चित्र 25.6

25.6. ओस, कुहरा, धुंध, बादल इत्यादि:—इनके बारे में तुम अपनी पिछली कक्षाओं में पढ़ ही चुके हो। ये सभी वायुमण्डल की वाष्प से संतृप्त होकर संघनन से बनते हैं। जब यह संघनन पृथ्वी पर होता है तब हमें ओस प्राप्त होती है। जब जरा से ऊपर होता है तब कुहरा और धुंध और जब बहुत ऊपर होता है तब बादल। जब अधिक संघनन से बादल में की पानी की बूंदें बड़ी होती हैं तब वे वर्षा के रूप में गिरने लगती हैं।

कई बार अधिक ठंड के कारण, ओस, कुहरा, धुंध इत्यादि के स्थान पर हिम पात भी होने लगता है। इस समय पानी ठंड के कारण घन रूप से बर्फ में बदलता है।

प्रश्न

1. आपेक्षिक आर्द्रता से तुम क्या समझते हो? इसे तुम रसायनिक आर्द्रतामापी से कैसे ज्ञात करोगे? (देखो 25.3)

2. ओस बिन्दु किसे कहते हैं? इसके द्वारा आपेक्षिक आर्द्रता कैसे ज्ञात करोगे? (देखो 25.4)

3. डेनियल व रेनो के आर्द्रतामापी का वर्णन करो। रेनो का आर्द्रतामापी डेनियल के आर्द्रतामापी से अच्छा होता है यह बताओ। (देखो 25.5)

4. ओस, कुहरा, धुंध, बादल किस प्रकार बनते हैं? वर्णन करो। (देखो 25.6)

अध्याय 26

उष्मा और कार्य

(Heat and Work)

26.1. उष्मा का स्वरूप (Nature of heat)—हम अभी तक उष्मा के माप व उसके प्रभाव को पढ़ते आये हैं किन्तु हम यह नहीं जानते कि वास्तव में उष्मा क्या है ? अत्यन्त प्राचीन काल में यह समझा जाता था कि उष्मा एक भार रहित विशेष द्रव है। जब किसी पदार्थ को हम गर्म करते हैं तब उसमें इस द्रव का आधिक्य होता है। जब पदार्थ में से इस द्रव को निकालते हैं तब वह ठण्डा होता है। आजकल हम इस उष्मा के द्रव सिद्धान्त को नहीं मानते हैं। यह सर्व विदित है कि शीत ऋतु में जब ठण्ड के कारण ठिठुरते हैं तब हाथ पर हाथ रगड़कर हम उष्मा उत्पन्न करते हैं। हाथ पर हाथ रगड़ने में हमें कार्य करना पड़ता है और इसी कार्य (work) के कारण उष्मा उत्पन्न होती है। जूल नामक एक सेनानी इन्जीनियर ने तोप में छेद करते समय यह देखा कि इस कार्य में उष्मा उत्पन्न होती है। इस बात का अध्ययन कर उसने यह बताया कि किया जाने वाला कार्य और उससे उत्पन्न उष्मा में एक विशेष सम्बन्ध रहता है। जितना अधिक कार्य किया जाता है उतनी ही अधिक उष्मा उत्पन्न होती है। कार्य करने की क्षमता को हम ऊर्जा (energy) कहते हैं। इससे स्पष्ट है कि उष्मा एक प्रकार की ऊर्जा है। हमें मालूम है कि प्रत्येक पदार्थ अणुओं से बनता है। ये अणु अपने अपने स्थानों पर कम्पन करते हैं। इन कम्पनों के कारण ऊर्जा होती है जिसे हम उष्मा के रूप में देखते हैं। जब हम किसी पदार्थ का ताप पर गर्म करते हैं तब अणुओं के इन कम्पनों का आयाम (amplitude) बढ़ता है और हम कहते हैं कि पदार्थ की उष्मा एवं ताप बढ़ रहा है। इस प्रकार अणुओं की गतिज ऊर्जा (kinetic energy) पर उस पदार्थ की उष्मा निर्भर रहती है। जब पदार्थ के अणुओं का यह कंपन शून्य हो जाय तब पदार्थ का ताप निरपेक्ष शून्य (absolute zero) हो जायगा और उसमें उष्मा की मात्रा भी शून्य होगी।

26.2. उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक (Mechanical equivalent of heat) J:—हम ऊपर कह चुके हैं कि जूल के अनुसार किया गया कार्य W और उससे उत्पन्न उष्मा H आपस में एक दूसरे के समानुपाती (proportional) होते हैं। अर्थात्

$$W \propto H$$

या

$$W = J H$$

या

$$J = W/H \quad \cdots \quad (1)$$

यहाँ J एक स्थिरांक (constant) है जो W और H के बीच के सम्बन्ध को बताता है। इसे उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक कहते हैं। इस प्रकार उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक किये गये कार्य और उससे उत्पन्न उष्मा का अनुपात है। यदि उत्पन्न उष्मा 1 कलरी है तो समीकरण (1) के अनुसार

$$J = W$$

अर्थात् उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक वह कार्य है जो 1 कलरी उष्मा को उत्पन्न करता है। W की इकाई अर्ग व H की कलरी होती है। अतएव J की इकाई होगी अर्ग प्रति कलरी। यदि हम प्रयोग द्वारा W और उससे उत्पन्न H के मान को ज्ञात कर J के मान को निकालें तो हम देखते हैं कि

$$J = 4{\cdot}18 \times 10^7 \text{ अर्ग प्रति कलरी}$$

अर्थात् 1 कलरी उत्पन्न करने के लिए $4{\cdot}18 \times 10^7$ अर्ग अथवा, (चूंकि 10^7 अर्ग = 1 जूल होता है।) 4·18 जूल कार्य की आवश्यकता पड़ती है।

यदि कार्य को फुट पाउन्ड की इकाई में और उष्मा को ब्रिटिश उष्मीय इकाई (B. T*h*. U.) (एक पौंड पानी का ताप 1°F से बढ़ाने में ली गई उष्मा) में नापा जाय,

तो　　　J = 778 फुट पाउन्ड प्रति ब्रिटिश उष्मीय इकाई के

मेक्सवेल के अनुसार उष्मा के गतिज सिद्धान्त का पहला नियम इस प्रकार प्रतिपादित कर सकते हैं "जब कुछ कार्य करने से उष्मा उत्पन्न होती है तो किया गया कार्य W यांत्रिक रूप से उत्पन्न उष्मा के बराबर होता है।" गणितीय रूप में इसको हम $W = JH$ लिख सकते हैं। यह नियम ऊर्जा कीअविनाशिता के नियम का ही एक रूप है।

26.3 J की विभिन्न इकाइयों में सम्बन्धः—ब्रिटिश प्रणाली में J का मान 778 फुट पौंड प्रति ब्रिटिश उष्मीय इकाई है।

$$J = 778 \text{ फुट पौंड प्रति ब्रिटिश थर्मल इकाई} = \frac{778 \text{ फुट पौंड}}{1 \text{ पौंड-डिग्री-फारेनहाइट}}$$

$$1 \text{ फुट पौंड} = 30{\cdot}48 \times 453{\cdot}6 \times 981 \text{ अर्ग}$$

$$1 \text{ B. T}h\text{. U.} = 1 \text{ पौंड डिग्री फारेनहाइट} = 453{\cdot}6 \times \tfrac{5}{9} \text{ कलरी}$$

$$J = \frac{9 \times 778 \times 30{\cdot}48 \times 453{\cdot}6 \times 981 \text{ अर्ग}}{453{\cdot}6 \times 5 \text{ कलरी}}$$

$$= 4.186 \times 10^7 \text{ अर्ग प्रति कलरी}$$

हम जानते हैं कि यदि m ग्राम संहति (mass) की वस्तु को h से. मी. की ऊंचाई पर रखा जाय तो उसमें mgh अर्ग स्थितिज ऊर्जा (potential energy) होती है। यहां g गुरुत्व जनित त्वरण है (acceleration due to gravity) है। यदि यह वस्तु h से. मी. से नीचे गिरे तो यह ऊर्जा गतिज ऊर्जा (kinetic energy) में परिवर्तित हो जायगी। यदि पृथ्वी पर पहुंचने पर उसका वेग v से. मी. प्रति से. हो तो गतिज ऊर्जा होगी $\frac{1}{2} m v^2$ अर्ग। यदि पृथ्वी पर गिर कर वस्तु तुरन्त रुक जाये तो यह गतिज ऊर्जा उष्मा में परिवर्तित हो जायगी। इसी प्रकार अन्य किसी वेगशील वस्तु को यदि यकायक रोका जाय तो उसकी ऊर्जा उष्मा में परिवर्तित हो जायगी। यही कारण है कि बन्दूक से छोड़ी हुई गोली किसी लकड़ी के किवाड़ में लगने से उसे जला देती है।

संख्यात्मक उदाहरणः—1. एक जल प्रपात 200 मीटर ऊंचा है।

समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{\frac{1}{2} \times m \times v^2}{J} = m \times 0{\cdot}05 \times 450 + m \times 61{\cdot}5$$

या $$v^2 = J \times (0{\cdot}05 \times 450 + 61.5) \times 2$$

∵ $$J = 4{\cdot}2 \times 10^7 \text{ है,}$$

∴ $$v^2 = 4{\cdot}2 \times 10^7 \,(22{\cdot}50 + 61{\cdot}5) \times 2$$

$$= 2 \times 4{\cdot}2 \times 84{\cdot}0 \times 10^7$$

∴ $$v = \sqrt{2 \times 42 \times 84 \times 10^6} = 2 \times 42 \times 10^3$$

$$= 84 \times 10^3 \text{ से. मी./से.} = 840 \text{ मीटर/से.}$$

3. एक इंजन में 56 पौंड कोयला प्रति घंटा जलता है। कोयले का ऊष्मीय मान $3{\cdot}6 \times 10^6$ कलरी प्रति पौंड है तथा 1 फुट-पौंड कार्य = $13{\cdot}56 \times 10^6$ अर्ग होता है यदि इन्जन 5 प्रतिशत ऊष्मा को उपयोगी कार्य में परिणत कर सकता है तो उसकी अश्व सामर्थ्य (horse power) ज्ञात करो। (1 अश्व सामर्थ्य = 550 फुट पौंड/प्रति से.)

एक घंटे में 56 पौंड कोयला जलता है तथा 1 पौंड कोयला $3{\cdot}6 \times 10^6$ कलरी ऊष्मा उत्पन्न करता है,

∴ एक घंटे में उत्पन्न ऊष्मा = $56 \times 3{\cdot}6 \times 10^6$ कलरी

कार्य में परिणित ऊष्मा = $\frac{5}{100} \times \frac{56 \times 3{\cdot}6 \times 10^6}{1}$ कलरी

इस ऊष्मा से किया गया कार्य = H J = $\frac{5}{100} \times \frac{56 \times 3{\cdot}6 \times 10^6 \times 4{\cdot}2 \times 10^7}{1}$ अर्ग

यह कार्य फुट पौंड में = $\frac{5 \times 56 \times 3{\cdot}6 \times 4{\cdot}2 \times 10^{13}}{100 \times 13{\cdot}56 \times 10^6}$ फुट पौंड

∴ एक सेकंड में किया गया कार्य = $\frac{5 \times 56 \times 3{\cdot}6 \times 4{\cdot}2 \times 10^5}{13{\cdot}56 \times 60 \times 60}$

$$= \frac{5 \times 56 \times 36 \times 42}{1356 \times 36} \text{ फुट पौंड}$$

∴ अश्व सामर्थ्य = $\frac{5 \times 56 \times 42}{1356 \times 550} \times 10^3$ अश्व सामर्थ्य

$$= \frac{280 \times 70}{113 \times 11} = \frac{19600}{1243} = 15{\cdot}77 \text{ अ. सा.}$$

4. यदि हम 10 ग्राम बर्फ को जो $-5°$ से. ग्रे. पर है, $100°$ से. ग्रे. पर वाष्प में परिणत करना चाहते हैं तो आवश्यक ऊष्मा उत्पन्न करने के लिये कितना कार्य करना पड़ेगा? (बर्फ की वि. ऊ. = $0{\cdot}5$, $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$)

10 ग्राम बर्फ को – 5° से. ग्रे. से गर्म कर 100° से. ग्रे. वाष्प में परिणित करने के लिए आवश्यक उष्मा = 10 × ·5 × 5 + 10 × 80 + 10 × 100 + 10 × 536 कलरी

= 25 + 800 + 1000 + 5360 कलरी = 7185 कलरी

इस उष्मा को उत्पन्न करने के लिए आवश्यक कार्य

$= H \times J = 7185 \times 4{\cdot}2 \times 10^7 \doteq 30177 \times 10^7$ अर्ग

20 4. स्थिर दाब के विरुद्ध गैस के प्रसरण से किया गया कार्य:—मानलो एक बेलनाकार पात्र में गैस भरी हुई है और उसमें एक पिस्टन लगा हुआ है। मान लो गैस का दाब P है तथा पिस्टन का अनुप्रस्थ–काट A है। यदि यह गैस स्थिर दाब P पर प्रसारित होती है तो पिस्टन के दाब के विरुद्ध कार्य करना पड़ेगा। मान लो प्रसरण से P पिस्टन d से. मी. आगे चलता है। गैस का आयतन पहले V है और प्रसरण के पश्चात् $V + v$;

पिस्टन पर लगने वाला बल (force) = P × A पिस्टन को d से. मी. से चलाने पर किया गया कार्य = $P \times A \times d$. $A \times d$ आयतन में वृद्धि के बराबर है अर्थात् $V + v - V = v$ के बराबर है।

चित्र 25·1

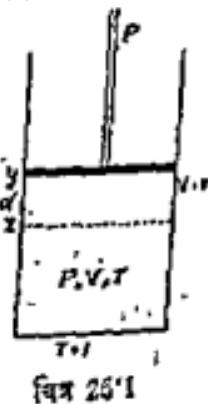
∴ किया गया कार्य = Pv अर्ग

इस प्रसरण के लिए आवश्यक ऊर्जा = Pv अर्ग। यदि यह प्रसरण उष्मा के कारण हुआ है तो,

आवश्यक उष्मा, $q = \frac{W}{J} = \frac{Pv}{J}$ कलरी

यदि प्रसरण के लिए आवश्यक ऊर्जा उष्मा के रूप में बाहर से प्राप्त नहीं हो तो आवश्यक ऊर्जा गैस की आन्तरिक ऊर्जा से प्राप्त होगी और गैस की ऊर्जा कम हो जायगी और उसका ताप कम हो जायगा।

यह ऊर्जा ताप वृद्धि के लिए आवश्यक ऊर्जा से भिन्न है। यदि उपरोक्त क्रिया में गैस की ताप वृद्धि भी होती है तो q के अतिरिक्त अधिक ऊर्जा की आवश्यकता होगी। यह ऊर्जा बराबर होगी $m \times Cv \times t$ कलरी के। इस प्रकार कुल ऊर्जा होगी $m \times Cv \times t + \frac{Pv}{J}$ यह बराबर होगी $m \times CP \times t$ के (देखो गैस की विशिष्ट उष्मा)।

संख्यात्मक उदाहरण 5 — 1 ग्राम पानी (आयतन 1 घ. से. मी.) 100° से. ग्रे. और वायुमण्डल दाब पर उबल कर वाष्प में परिणित होता है जिसका आयतन 1671 घ. से. मी. है। यदि वाष्प की गुप्त उष्मा 530 कलरी है तो इस क्रिया में किया गया आन्तरिक और वाह्य कार्य ज्ञात करो। उसमें व्यय हुई उष्मा भी ज्ञात करो।

जब आयतन V_1 घ. से. मी. से V_2 घ. से. मी. हो तो,

किया गया बाह्य कार्य $= P \times (V_2 - V_1)$

$= 76 \times 13{\cdot}6 \times 980\ (1671 - 1)$ अर्ग

$= 76 \times 13{\cdot}6 \times 980 \times 1670$ अर्ग

इस कार्य में आवश्यक उष्मा $= \frac{W}{J} = \frac{76 \times 13{\cdot}6 \times 980 \times 1670}{4{\cdot}2 \times 10^7}$ कलरी

$= 40{\cdot}276$ कलरी

1 ग्राम पानी को वाष्प में परिणित करने के लिये ली गई उष्मा 539 कलरी है। इसमें से कुछ भाग तो उपरोक्त बाह्य कार्य करने में खर्च होता है तथा शेष भाग आन्तरिक कार्य करने में,

∴ आन्तरिक कार्य से व्यय की गई उष्मा $= 539 - 40{\cdot}276$ कलरी

$= 498{\cdot}724$ कलरी

प्रश्न

1. उष्मा और कार्य में सम्बन्ध स्थापित करो। (देखो 26·2)
2. गतिज उष्मा का प्रथम नियम क्या है ? (देखो 26·2)
3. स्थिर दाब पर प्रसारित गैस का आन्तरिक और बाह्य कार्य ज्ञात करो। (देखो 26·4)

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. एक शीशे की गोली 500 मीटर प्रति से. के वेग से निशाने पर लगती है। लगने के बाद गोली का सम्पूर्ण वेग नष्ट हो जाता है तथा उसका ताप 500° से. ग्रे. हो जाता है। यदि यह मान लिया जाय कि केवल आधी गतिज ऊर्जा उष्मा में परिणत होती है तो J का मान ज्ञात करो। (वि. उ. = 0·03) (उत्तर $4{\cdot}17 \times 10^7$ अर्ग/कलरी)

2. एक बन्द कार्डबोर्ड की नली में छर्रे भरे है तथा उसकी लम्बाई 1 मीटर है। यदि नली को एकायक उलट दिया जाय ताकि छर्रे, नली की पूरी लम्बाई से नीचे गिरें तथा इस क्रिया को 100 बार दुहराया जाय तो छर्रों की ताप वृद्धि ज्ञात करो। (वि. उ. = 0·03, $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$) (उत्तर 7·78 से. ग्रे.)

3. एक शीशे की गेंद को हवाई जहाज से 15° से.ग्रे. ताप पर डाला जाता है। गेंद जमीन पर गिरने पर पिघल जाती है। यदि मान लिया जाय कि गेंद की सारी गतिज ऊर्जा उष्मा में परिणित हो जाती है तो हवाई जहाज की ऊंचाई ज्ञात करो। (शीशे की वि. उ. = 0·031, शीशे का गलनांक = 350° से. ग्रे. तथा गुप्त उष्मा = 35 कलरी) (उत्तर 19287·4616 मीटर)

4. एक गोली जिसका ताप 50° से. ग्रे. है निशाने पर लग कर पिघल जाती है। यदि यह मान लिया जाय कि उसकी सारी गतिज ऊर्जा उष्मा में परिणित हो जाती है तो

अध्याय 27

उष्मा का संचारण

(Propagation of Heat)

27.1 उष्मा का संचारण:—उष्मा के एक स्थान से दूसरे स्थान तक जाने को उष्मा का सचारण कहते हैं। हमें ज्ञात है कि जब लोहे की छड़ के एक सिरे को गर्म करते हैं व दूसरे को हाथ में रखते हैं तब कुछ देर पश्चात् हाथ का सिरा इतना गर्म हो जाता है कि उसे हाथ में रखना असंभव प्रतीत होता है। स्पष्ट है कि आग इस सिरे तक संचारित हुई है। जब हम किसी बीकर में रखे पानी को गर्म करते हैं तब देखते हैं कि कुछ देर बाद वह गर्म हो गया है। यदि इस प्रयोग में हम बीकर के पेंदे में लाल दवा का एक कण छोड़ दें तो देखेंगे कि लाल दवा से लाल बना पानी पेंदे में से गर्म होकर ऊपर उठता है व उसका स्थान लेने के लिये ऊपर का ठंडा पानी नीचे आता है और इस प्रकार गर्म हो जाता है। हमें यह भी अनुभव है कि जब हम धूप में खड़े होते हैं अथवा आग के सामने बैठते हैं तब हमें सूर्य अथवा आग से सीधे उष्मा प्राप्त होती है। आग से आने वाली उष्मा के बीच यदि कोई वस्तु जैसे हाथ ही रख दें तो वह हमारे चेहरे तक नहीं पहुंच पाती है। ऊपर के तीन उदाहरण—छड़ को गर्म करना, पानी को गर्म करना व आग से सीधे उष्मा प्राप्त करना—ये स्पष्ट बताते हैं कि उष्मा का संचारण इन तीनों में भिन्न भिन्न तरीकों से होता है।

कल्पना करो कि हमें एक स्थान से दूसरे स्थान तक पत्थर पहुंचाना है। एक विधि यह हो सकती है कि हम कई आदमियों की एक कतार बांध दें व फिर एक आदमी दूसरे आदमी को पत्थर देता जाय। इस प्रकार पत्थर एक सिरे से दूसरे तक पहुंच जायगा। दूसरी विधि में पहले सिरे का आदमी पत्थर लेकर दूसरे सिरे तक भागे व उसका स्थान लेने के लिये वहां का आदमी आए और इस प्रकार यह क्रिया चलती रहे। तीसरी विधि में हमें इतने आदमियों की आवश्यकता ही नहीं होती। इस सिरे पर का ही आदमी पत्थर को उठाकर सीधे दूसरे सिरे तक फेंक सकता है। पत्थर ढोने की तीनों विधियां उष्मा के सचारण विधियों से मिलती जुलती हैं।

27.2 उष्मा के संचारण की भिन्न-भिन्न विधियां:—उपर्युक्त उदाहरणों से यह स्पष्ट है कि उष्मा के सचारण की तीन भिन्न भिन्न विधियां हैं—1 चालन (conduction) 2 संवहन (convection) और विकिरण (radiation)

चालन विधि में उष्मा वस्तु के एक कण से दूसरे कण को और दूसरे कण से तीसरे कण को, तीसरे कण से चौथे कण को, इस प्रकार एक सिरे से दूसरे सिरे तक पहुंचती है। वस्तु के कण अपने अपने स्थानों पर इस प्रकार कंपन करते हैं कि उनके द्वारा उष्मा एक स्थान से दूसरे स्थान को संचारित होती है। वस्तु के कण अपने अपने स्थानों को स्थाई रूप से बदलते नहीं है। इस प्रकार की चालन विधि से उष्मा का सचारण अधिकतर ठोसों में और वैसे न्यूनाधिक मात्रा में सभी पदार्थों में होता है।

संवहन विधि में गर्म हुआ वायु अपने स्थान को छोड़ कर ऊपर की ओर जाता है और उसका स्थान लेने के लिये वहाँ दूसरा वायु पहुँचता है। ऊपर दिये हुए उदाहरण में जब बोतल में के नीचे का पानी गर्म होता है तब वह गर्म होने से हलका होता है और ऊपर की ओर उठता है। उसका स्थान लेने के लिये ऊपर का गाढ़ा व ठंडा पानी भारी होने से नीचे आता है। इस प्रकार द्रव में एक धारा सी बहने लगती है। ये ही संवहन धारायें (convection currents) कहते हैं। थोड़े ही समय में सम्पूर्ण द्रव गर्म हो जाता है। इस प्रकार हम संवहन की विधि में देखते हैं कि द्रव का स्थायी रूप से स्थानान्तर हो रहा है।

ऊपर हम पढ़ चुके हैं कि चालन और संवहन की क्रिया में ऊष्मा के संचारण के लिये किसी न किसी माध्यम की आवश्यकता होती है। विकिरण की क्रिया में ऊष्मा का संचारण बिना द्रव्य (matter) माध्यम के होता है। इस विधि में ऊष्मा सीधी ऊष्मा के उद्गम से निकलकर बिना बीच के माध्यम को गर्म किये या उसकी सहायता लिये जिस किसी वस्तु को गर्म करना हो उस पर जाकर गिरती है। हम इसी विधि द्वारा सूर्य से ऊष्मा प्राप्त करते हैं। हमें मालूम है कि पृथ्वी के वायुमंडल के ऊपर लगभग निर्वात सा ही है किन्तु सूर्य से ऊष्मा इसी निर्वात में होकर हमारे तक पहुँचती है। इस ऊष्मा का संचारण, प्रकाश जैसे ही तरंगों (waves) के रूप में होता है। जिस पदार्थ पर ये तरंगें गिरती हैं, उसी पदार्थ को ये गर्म करने में सफल होती हैं। इसी कारण जब हम ग्रीष्म ऋतु में धूप में निकलते हैं तब छाते का प्रयोग करते हैं। छाते का कपड़ा इन तरंगों को रोक कर हमें धूप से बचाता है।

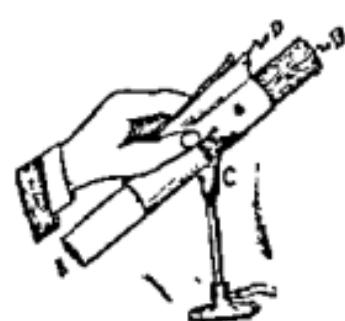
27.3 ऊष्मा का चालन (Conduction)—भिन्न भिन्न पदार्थों की चालन क्षमता (Conductivity):—भिन्न भिन्न पदार्थों की चालन क्षमता भिन्न भिन्न होती है। कुछ पदार्थ सुचालक (good conductors) होते हैं जैसे धातु तथा कुछ पदार्थ कुचालक (bad conductors) होते हैं जैसे लकड़ी, रबड़, एबोनाइट, अभ्रक, आदि आदि। साधारणतया द्रव और गैसें कुचालक होती हैं।

इंजन होज का प्रयोगः—एक धातु के बने डिब्बे में एक ही लम्बाई और अनुप्रस्थ काट की भिन्न भिन्न धातुओं की बनी छड़ें लगी हुई हैं। इनके ऊपर मोम की परत चढ़ा कर समान दूरी पर कुछ छरों की गोलियें चिपका देते हैं। इसके बाद उसमें गर्म पानी भर देते हैं। छड़ों का एक सिरा डिब्बे में गर्म होगा और गर्मी उस सिरे से दूसरे सिरे की ओर चलेगी। जैसे २ मोम पिघलता जाता है छर्रे की गोलियें गिरती जाती हैं। हम देखेंगे कि भिन्न भिन्न छड़ों पर पृथक पृथक लम्बाई तक गोलियें नीचे गिरती हैं। इससे यह सिद्ध होता है कि प्रत्येक पदार्थ की चालन क्षमता भिन्न भिन्न होती है।

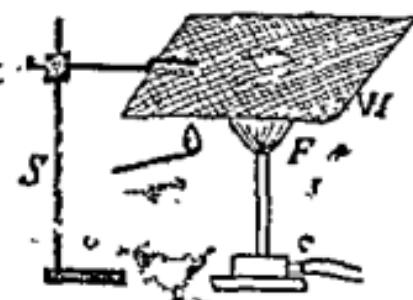
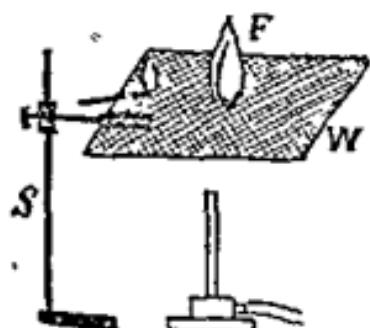
चित्र 27.1

ख. लकड़ी की चालन क्षमताः—कागज, ऊष्मा का कुचालक है और यदि उसे आग में रखा जाय तो झुलस जाता है। इस

पर भी उसे कुछ समय तक बिना झुलसे आग मे रख सकते हैं।

AB एक छड़ है जो आधी पीतल और आधी लकड़ी की बनी हुई है। इसको एक कागज की पट्टी में पकड़ कर ज्वालक की लौ में रखो। कुछ देर में तुम देखोगे कि लकड़ी की छड़ पर कागज का टुकड़ा जल गया है परन्तु पीतल वाला नहीं। ऐसा क्यों हुआ? कारण स्पष्ट है। पीतल सुचालक होने से कागज से गर्मी तुरन्त ही खींच लेता है और उसका ताप इतना नहीं बढ़ पाता कि वह जलने लगे। उधर लकड़ी कुचालक होने से कागज की गर्मी नहीं रह जाती है और वह जल्दी ही इतना गर्म हो जाता है कि जलने लगता है। इससे सिद्ध हुआ कि पीतल उष्मा का सुचालक है और लकड़ी कुचालक।

चित्र 27.2

ग. चालन के प्रभाव और उपयोगः—चित्र में बताए अनुसार एक बुनसेन का ज्वालक F लो, उसके ऊपर एक लोहे की जाली W स्तम्भ S से लगा दो। ज्वालक में गैस आने दो। एक जलती हुई माचिस की तीली लो और उसे जाली के नीचे ले जाओ। तुम देखोगे कि गैस जाली के नीचे से जलती है और ऊपर कोई लौ नही दिखाई देती। इसका कारण यह है कि नीचे की उत्पन्न गर्मी को जाली के तार तुरन्त ही चारों ओर फैला देते हैं और ऊपर की ओर इतना ताप नहीं बढ़ पाता कि गैस जलने लगे।

दूसरी बार ज्वालक को बुझा कर फिर गैस आने दो और जलती हुई तीली को जाली के ऊपर रखो। तुम देखोगे कि गैस जाली के ऊपर तो जलती है परन्तु नीचे नहीं।

चित्र 27.3

इसका भी यही कारण है। जाली पर उत्पन्न उष्मा को तार चारों ओर फैला देते हैं और नीचे इतना ताप नहीं बढ़ पाता कि गैस जलने लगे। इसी सिद्धान्त पर डेवी का अभय दीप आधारित है।

(ख) डेवी का निरापद दीपः—कई खदानें ऐसी होती हैं, कि उनमें दहनशील (combustible) गैसें होती हैं । इन खदानों में यदि हम साधारण दीप ले जाएं तो उसकी उष्मा से गैस में आग लग सकती है और इससे भयंकर जन व धन हानि की संभावना होती है । अतएव हम ऐसे विशेष दीप का उपयोग करना चाहते हैं जिसमें यह भय न हो । ऐसा दीप है डेवी का निरापद दीप । इसमें ज्वालक के चारों तरफ एक उष्मा की सुचालक धातु के तार की जाली (W) रहती है । इस जाली के सुचालक होने के कारण वह दीप की उष्मा को अपने में सोख कर चारों ओर फैलाती है और उसे बाहर जाने से रोकती है । दहनशील गैस जाली से अन्दर आकर ज्वाला के पास ही जलती है । इस आग का दीपक से बाहर फैलने का कोई डर नहीं होता है ।

W

B

चित्र 27.4

27.4 उष्मा का चालन (conduction):—एक ही पदार्थ की बनी हुई दो छड़ें A और B लो । मानलो इनकी लम्बाई एकसी है किन्तु अनुप्रस्थ काट (cross-section) भिन्न भिन्न । जब दोनों को हम एक साथ एक सिरे से गर्म करें और दूसरे सिरों को हाथ से पकड़ें तो हम देखेंगे कि बड़े काट क्षेत्र वाला छड़ शीघ्र गर्म होता है । इससे सिद्ध होता है कि बड़े काटक्षेत्र से उष्मा अधिक आसानी से चलित होती है ।

अब यदि भिन्न भिन्न लम्बाई किन्तु एक ही अनुप्रस्थ काट वाली दो छड़ें लें तो हम देखेंगे कि कम लम्बाई वाली छड़ शीघ्र ही गर्म होती है ।

इसी प्रकार यदि भिन्न भिन्न भिन्न पदार्थों की बनी हुई कई एकसी छड़ें लें और उन्हें एक साथ गर्म करें तो हम देखेंगे कि भिन्न भिन्न पदार्थों की छड़ें एक सी देने पर भी भिन्न भिन्न तरह से गर्म होती हैं । धातु की छड़ शीघ्र गर्म होगी और लकड़ी या कांच की छड़ शायद ही गर्म हो पावे । इस प्रकार हम देखते हैं कि उष्मा की मात्रा जो एक सिरे से चलकर दूसरे सिरे तक पहुँचती है वह पदार्थ के गुण, उसके अनुप्रस्थ काट व उसकी लम्बाई पर निर्भर करती है । साथ ही उष्मा का उद्गम जिससे हम सिरे को गर्म करते हैं यदि अधिक ताप पर हो तो स्पष्ट है कि अधिक उष्मा छड़ में से चलित होगी ।

मानलो AB एक छड़ है जिसका एक सिरा A गर्म हो रहा है । उष्मा A में प्रवेश कर B की ओर चलित होती है । किसी भी समय छड़ के एक छोटे से भाग XY को विचाराधीन लो । मानलो A की ओर से आने वाली कुछ उष्मा Q स्थान X पर XY टुकड़े में प्रवेश करती है ।

A ← X Y → B

चित्र 27·5

उष्मा Q में से छड़ XY कुछ उष्मा सोख लेता और इस कारण इस भाग का ताप

या। कुछ उष्मा विकिरण के द्वारा XY के चारों ओर से बाहर निकल जायगी। बची उष्मा Y में से बाहर निकलकर B की ओर चलित होगी। यदि हम छड़ के एक सिरे को कुछ समय तक गर्म करते रहें तो एक अवस्था ऐसी आयगी जब छड़ का भाग XY मा को सोखना बन्द कर देगा और उसका ताप स्थिर हो जायगा। इस समय X के वहां विष्ट होने वाली उष्मा का कुछ भाग तो विकिरण से नष्ट हो जाता है और बाकी का सब की ओर चलता है। यदि हम किसी विधि से XY की सतह में होने वाले विकिरण को रोक तो X भाग में जितनी उष्मा प्रविष्ट होगी उतनी की उतनी Y में से बाहर निकलेगी। ी अवस्था को छड़ की स्थिर अवस्था (steady state) कहते हैं। ऐसे समय A सिरे ओर छड़ का ताप अधिक रहेगा और B सिरे की ओर कम। यह ताप की कमी A से कर B तक बराबर होती जायगी। इस प्रति से. मी. दूरी के लिए ताप की गिरावट को ाप प्रवणता (temp. gradient) कहते है और यह पूरे छड़ के लिये एकसी होती । यहां यह ध्यान रखने योग्य बात है कि हमने यह गृहीत कर लिया है कि जो उष्मा B रे तक पहुँचती है वह वहां न रहकर बाहर की ओर निकल जाती है। यदि B सिरे से ष्मा का बाहर निकलना बन्द कर दिया जाय तो थोड़ी सी देर बाद छड़ के सब भागों का ाप एकसा हो जायगा और उष्मा का चालन बन्द हो जायगा।

5·5 उष्मा चालकता का गुणांक:—जब छड़ की स्थिर अवस्था प्राप्त हो ाती है तब छड़ के एक सिरे में प्रविष्ट करने वाली उष्मा Q छड़ के दूसरे सिरे तक हुँच कर बाहर निकल जाती है। यह उष्मा की मात्रा Q निम्नलिखित बातों पर निर्भर हती है:-1. छड़ का काट क्षेत्र A

2. छड़ की ताप प्रवणता (temp gradient), अर्थात् दो पृष्ठ भागों के ताप θ_1 और θ_2 व लम्बाई और

3. समय t.

यदि हम l लम्बा छड़ लें और उसके दो सिरों पर ताप क्रमशः θ_1 और θ_2 हो, ो ताप प्रवणता (Temp gradient) होगी $\frac{\theta_1 - \theta_2}{l}$, इसलिए उष्मा Q, काट-क्षेत्र A, ताप प्रवणता $\frac{\theta_1 - \theta_2}{l}$ और समय t के प्रत्यक्षानुरूप (directly proportional) होगी।

अतः उष्मा $Q \propto A$

तथा $Q \propto \frac{\theta_1 - \theta_2}{l}$

और $Q \propto t$

इन सबको मिलाने से

$$Q \propto A \frac{\theta_1 - \theta_2}{l} t$$

$$Q = K. A. \frac{\theta_1 - \theta_2}{l} t \quad .... (1)$$

या

जहाँ K वह एक स्थिरांक है जिसे उष्मा चालकता का स्थिरांक कहते हैं।

यदि उपर्युक्त समीकरण (1) में हम A को 1 वर्ग से. मी., $\frac{\theta_1 - \theta_2}{l}$ को 1° से. ग्रे. प्रति से. मी. और t को 1 सेकिन्ड मानलें,

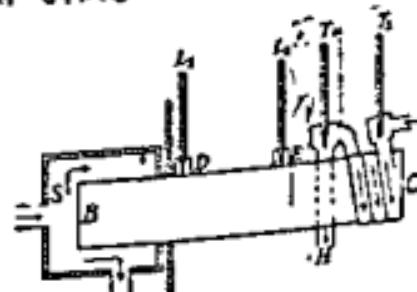
तो $$Q = K. 1. 1.1$$

या $$Q = K$$

अर्थात् किसी पदार्थ की उष्मा चालकता का गुणांक उष्मा की वह मात्रा है जो पदार्थ की स्थिर अवस्था में 1 सेकिन्ड में 1 वर्ग से. मी. काटक्षेत्र से 1° से. ग्रे. प्रति से. मी. ताप प्रवणता होने पर चलित होगी। गुणांक पदार्थ के गुण पर निर्भर करता है। जिस पदार्थ में इस गुणांक का मान अधिक होता है उसे उष्मा का सुचालक कहते हैं—जैसे सब धातु। जिसमें यह गुणांक कम होता है उन्हें उष्मा का कुचालक कहते हैं जैसे लकड़ी, कांच इत्यादि अधातु पदार्थ।

27.6 उष्मा चालकता के गुणांक को किसी सुचालक पदार्थ के लिये सर्ल की विधि द्वारा मालूम करना—सर्ल उपकरण का वर्णन—चित्र में बताये अनुसार धातु का अधिक काट क्षेत्र वाला एक छड़ CB लो। इसका एक सिरा B भाप प्रकोष्ठ S में रहता है। दूसरे पर एक खोखली तांबे की नली छड़ के चारों ओर लिपटी रहती है। इस नली में एक सिरे पर पानी प्रवेश करता है व छड़ के चारों ओर चक्कर लगाता हुआ H सिरे से बाहर निकलता है। इस पानी का वेग अपरिवर्ती (एकसा) रखा जाता है। दोनों सिरों पर क्रमशः दो तापमापी लगे रहते हैं जो अन्दर प्रवेश करने वाले पानी व बाहर निकलने वाले पानी का ताप बताते हैं। छड़ के किन्हीं दो बिन्दु D और E पर दो और तापमापी लगे रहते हैं जो इन बिन्दुओं पर छड़ का ताप बताते हैं। प्रायः D और E बिन्दुओं पर कुछ पारा रखा जाता है और इसी में तापमापियों की घुंडियां डूबी हुई रखी जाती हैं।

चित्र 27.6

पूरा छड़ चारों ओर से कपास तथा ऊन से ढका रहता है।

सिद्धान्त—अनुच्छेद 27.5 में समझाये अनुसार छड़ की स्थिर अवस्था में,

$$Q = K . A . \frac{\theta_1 - \theta_2}{l} t$$

चिन्हों का अर्थ अनु. 27.5 में स्पष्ट है। Q, A, $\frac{\theta_1 - \theta_2}{l}$ व t को ज्ञात कर K का मान मालूम किया जाता है। इसकी इकाई कलरी प्रति वर्ग से. मी. प्रति डिग्री से. ग्रे. प्रति से. मी. प्रति सेकन्ड है।

विधि—भाप प्रकोष्ठ S में भाप को प्रविष्ट करो व नली H में से अपरिवर्ती वेग से पानी को बहने दो। समयानुसार तुम देखोगे कि D व E पर लगे तापमापियों में ताप बढ़ना शुरू होता है। साथ ही यदि हम H पर लगे तापमापी को देखेंगे तो ज्ञात होगा कि उसका ताप भी बढ़ रहा है। प्रयोग को अबाध्य रूप से चलने दो। एक समय ऐसा आयगा जब तुम देखोगे कि सब तापमापियों में ताप बढ़ना बन्द होकर स्थिर हो गया है। इस समय हम कह सकते हैं कि छड़ स्थिर अवस्था में है। जितनी उष्मा छड़ के B सिरे में अन्दर जाती है उतनी सब उष्मा दूसरे सिरे तक संचारित होकर नली में बहने वाले पानी द्वारा सोख ली जाती है। जब पानी नली में प्रवेश करता है तब उसका ताप मानलो θ_3°C रहता है। अन्त सिरे तक आने वाली उष्मा को सोख लेने के कारण इसका ताप बढ़कर H में लगे तापमापी से θ_4°C हो जाता है। यदि t सेकिन्ड के लिए H में से बाहर निकलने वाले पानी को एकत्रित कर हम तोल लें और यदि उसकी संहति M ग्रा. हो तो इस t समय में M ग्रा. पानी द्वारा M ($\theta_4 - \theta_3$) कलरी उष्मा सोख ली गई है। यह उष्मा B सिरे से अन्त सिरे तक संचरित हुई है। अतएव,

$$Q = M (\theta_4 - \theta_3)$$

मानलो D व E पर लगे तापमापियों में इस समय ताप क्रमशः θ_1 और θ_2 है। θ_1 यह θ_2 से अधिक होगा। E और D के बीच की दूरी को पैमाने से नापलो। मानलो यह l से.मी. है। तब ताप प्रवणता हुई $\frac{\theta_1 - \theta_2}{l}$, छड़ के काटछेद $A = \pi r^2$ का ज्ञान वर्नियर कैलिपर्स द्वारा उसके अर्धव्यास r को ज्ञात कर लिया जाता है। इस प्रकार सब राशियों को ज्ञात कर

$M (\theta_4 - \theta_3) = K . \pi r^2 . \frac{\theta_1 - \theta_2}{l} . t$ सूत्र की सहायता से K का मान ज्ञात किया जाता है। समय t को घड़ी द्वारा मालूम करते हैं।

मीमांसा—यह प्रयोग उष्मा के सुचालक पदार्थ के लिये ही योग्य है। यह आवश्यक है कि छड़ का काटछेद अधिक हो जिससे उष्मा का संचारण छड़ की लम्बाई पर अधिकतर हो सके। छड़ के बाजू द्वारा उष्मा का संवाहन अथवा विकिरण इसी अवस्था में नगण्य माना जाता है। पानी का वेग अपरिवर्ती होना चाहिये और साथ ही धीरे-धीरे भी होना चाहिये जिससे वहां तक आने वाली उष्मा को वह पूर्ण रूप से सोख ले। प्रयोग को भिन्न-भिन्न पानी के वेग के लिए दुहराकर K के औसत मान को ज्ञात करना चाहिये।

चित्र 27.7

27.7. द्रवों तथा गैसों की चालन क्षमता:—पानी ऊष्मा का कुचालक है:—एक परखनली T लो और उसमें एक तार की जाली में बांध कर बर्फ का टुकड़ा डालदो तथा ऊपर पानी भर दो। अब नली को ऊपर से ज्वालक द्वारा गर्म करो। तुम देखोगे कि पानी उबलने लग गया है पर फिर भी बर्फ नहीं पिघलती है। इस का कारण यह है कि पानी ऊष्मा का कुचालक है। अतएव ऊष्मा ऊपर से नीचे नहीं जाती। पानी को ऊपर से गर्म करने पर हलका पानी ऊपर ही रहता है और नीचे का ठंडा पानी भारी होता है। इसलिये संवहन धाराएं भी नहीं चल सकतीं। प्रयोग द्वारा यह सिद्ध होता है कि पानी ऊष्मा का कुचालक है। साधारणतः पारे छोड़कर सब द्रव ऊष्मा के कुचालक हैं।

27.8 गैसों की चालन क्षमता:—एक गर्म तवा लो और उस पर कुछ पानी को डालो। तुम देखोगे कि बूंदें इधर उधर तवे पर नाचती हैं और वाष्पित होती हैं। इस का कारण यह है कि पहले थोड़ा सा पानी भाप बन जाता है और तवे व पानी की बूंदों के बीच में भाप का गद्दा बन जाता है। चूंकि वाष्प ऊष्मा की कुचालक होती है इससे तवे की गर्मी पानी तक पहुंचने नहीं पाती और वह वाष्पित नहीं होती। यदि तवे को कुछ ठंडा किया जाय तो ताप कम होने से वाष्प का दाब कम हो जायगा और वह पानी की बूंदों को उठाये रखने में असमर्थ होगी। तब पानी तवे को स्पर्श कर तुरन्त ही वाष्पित हो जायगा। इससे प्रमाणित होता है कि गैसें ऊष्मा की कुचालक हैं।

यही कारण है कि गीले हाथों से जलते हुए कोयले को पकड़ सकते हैं। वाष्प कुचालक परत हाथ और कोयले के बीच बन जायगी जो हाथ की रक्षा करेगी।

शरद ऋतु में ऊनी कपड़ों का उपयोग सर्व साधारण हो गया है। ऊन ऊष्मा कुचालक है तथा उसमें कई छेद होते हैं जिसमें हवा भरी रहती है। ऊष्मा की कुचालक होने से शरीर की ऊष्मा बाहर नहीं जाने देती। इस प्रकार वह हमें गर्म रखती है।

आजकल राकेट नाम सबको मालूम है। इसका वेग बहुत होता है। जिस कारण वायुमण्डल से घर्षण से अत्यधिक ऊष्मा उत्पन्न होती है। इसके फलस्वरूप राकेट की धातु का गलना अवश्यम्भावी है। इसकी रक्षा हवा की एक पतली परत से की जाती जो उत्पन्न ऊष्मा को उसके शरीर तक पहुंचने नहीं देती है।

संख्यात्मक उदाहरण 1—एक धातु की पट्टिका 5 मि. मी. मोटी तथा उसका अनुप्रस्थ काट 10 स. मी. वर्ग है। उसके दोनों ओर क्रमशः

बीच 35° से. ग्रे. का ताप अन्तर है। यदि प्रति सेकिण्ड 1820 कलरी उनके पार बहती है तो धातु की चालन क्षमता ज्ञात करो।

सूत्र, $Q = \frac{KA(\theta_1 - \theta_2)}{l} \times t$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$1820 = \frac{K \times 10 \times 10 \times 35}{0{\cdot}5} \times 1$$ [यहां अनुप्रस्थ काट = 10 × 10]

$$\therefore \quad K = \frac{1820 \times 0{\cdot}5}{100 \times 35} = 0{\cdot}26 \text{ इकाई}$$

2. एक ताम्बे की छड़ की लम्बाई 20 से. मी. है और अनुप्रस्थ काट 8 वर्ग से. मी.। उसका एक सिरा 100° से. ग्रे. पर रखा जाता है तथा दूसरे सिरे पर लिपटी हुई एक ताम्बे की सर्पिल नली में पानी बहता रहता है। पानी का ताप 20° से 25° से. ग्रे. हो जाता है। यदि 5 से. में 27 ग्राम पानी इकट्ठा किया जाता है तो ताम्बे की चालन क्षमता ज्ञात करो।

हम जानते हैं कि, $K = \frac{m \times S \times (\theta_4 - \theta_3) \times l}{A \times (\theta_1 - \theta_2) \times t}$

यहां m = 27 ग्राम, $S = 1$, $\theta_4 = 25°$ से. ग्रे., $\theta_3 = 20°$ से. ग्रे., l = 20 से. मी., A = 8 व. से. मी., $\theta_1 = 100°$ से. ग्रे., $\theta_2 = 25°$ से. ग्रे. तथा t = 5 से. हैं। इन राशियों का मान सूत्र में रखने से,

$$K = \frac{27 \times 1 \times (25 - 20) \times 20}{8 \times (100 - 25) \times 5} = \frac{27 \times 5 \times 20}{8 \times 75 \times 5}$$

= 0·9 इकाई (कलरी प्रति से. प्रति वर्ग से. मी. प्रति इकाई ताप प्रवणता)।

3. एक लोहे का घन जिसका अनुप्रस्थ काट 4 व. से. मी. है वर्फ और वाष्प के बीच रखा जाता है। यदि उसकी चालन क्षमता 0·2 है तो 10 मिनट में कितना वर्फ पिघलेगा ? (वाष्प का ताप 100° से. ग्रे., वर्फ का ताप 0° से. ग्रे. तथा वर्फ की गु. उ. = 80 है)

चूंकि घन का अनुप्रस्थ काट 4 व. से. मी. है, अतएव उसकी भुजा = 2 से. मी. होगी।

मानलो 10 मिनट में m ग्राम वर्फ पिघलेगी। इस वर्फ के पिघलने में आवश्यक उष्मा होगी = $m \times L$ कलरी। अतएव $m \times L$ कलरी 10 मिनट में घन के आरपार चलित होगी।

सूत्र, $Q = \frac{KA(\theta_1 - \theta_2)}{l} \times t$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$m \times L = \frac{0{\cdot}2 \times 4 \times (100 - 0)}{2} \times 10 \times 60$$

या $$m \times 80 = \frac{0{\cdot}2 \times 4 \times 100 \times 10 \times 60}{2}$$

$$\therefore \quad m = \frac{0.2 \times 4 \times 100 \times 10 \times 60}{2 \times 80} = 600 \text{ ग्राम}$$

4. मानलो किसी तालाब पर 10 से. मी. मोटी बर्फ की तह जमी हुई है। बाहर की हवा का ताप – 5° से. ग्रे. है। कितने समय में एक मि मी. तह और जम जायगी ?

(बर्फ की चालन क्षमता 0·005 है और गुप्त उष्मा 80

मानलो तालाब का क्षेत्रफल A वर्ग से. मी. है, K = 0·005, मध्यमान $d = \frac{10 + 10.1}{2} = 10·05$ से. मी., तथा जमने वाले बर्फ की संहति m = आयतन × घनत्व = A × ·1 × 1 (बर्फ का घनत्व 1 मान लिया है) L = 80, $\theta_1 - \theta_2$ = 0 – (– 5) = 5 है। इन राशियों का मान निम्नलिखित सूत्र में रखने पर,

$$Q = KA\ \frac{\theta_1 - \theta_2}{d} \times t = m\ L$$

$$\therefore \frac{0.005 \times A \times 5 \times t}{10.05} = A \times .1 \times 1 \times 80$$

$$\therefore t = \frac{10.05 \times .1 \times 1 \times 80}{0.005 \times 5} = \frac{80.40}{0.025} \text{ सेकंड}$$

$$= \frac{80.40}{0.025 \times 60} \text{ मिनट} = \frac{80.4}{1.500} = 53.6 \text{ मिनट}$$

5. एक लोहे के बॉयलर (वाष्पित्र) में जिसकी मोटाई 1·2 से. मी है, वायुमण्डल के दाब पर पानी है। उष्ण धरातल का क्षेत्रफल 2·5 वर्ग मीटर है और नीचे के धरातल का ताप 120° से. ग्रे है। यदि लोहे की चलन क्षमता 0.2 है और पानी की गुप्त उष्मा 536 कलरी है, तो प्रति घंटा कितना पानी वाष्प में परिणित हो जायगा ?

मानलो प्रति घंटा m ग्राम पानी वाष्प में बदल जायगा। तो पानी द्वारा ली गई उष्मा Q = m × 536. यहां पर अन्य राशियों का मान इस प्रकार है : d = 1·2 से. मी., A = 2·5 × 100 × 100 वर्ग से. मी., t = 1 × 60 × 60 से., K = 0·2 $\theta_1 - \theta_2$ = 120 – 100 = 20° से. ग्रे.

$$\therefore Q = KA \times \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{d} \times t \text{ में राशियों का मान रखने पर,}$$

$$m \times 536 = \frac{0.2 \times 2.5 \times 100 \times 100 \times 20 \times 60 \times 60}{1.2}$$

$$\therefore m = \frac{0.2 \times 25000 \times 20 \times 3600}{1.2 \times 536} = \frac{3 \times 10^8}{536} = 559.7 \text{ कि.ग्रा}$$

प्रश्न

1. निम्नलिखित की परिभाषा देकर समझाओ—ऊष्मा चालकता का गुणांक, स्थिर अवस्था और ताप प्रवणता । (देखो 27·4)

2. किसी सुचालक के लिये सर्ल के उपकरण द्वारा चालकता का गुणांक किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 27·5)

सांख्यात्मक प्रश्न—एक तालाब का क्षेत्रफल 400 वर्ग मीटर है। उस पर 5 से. मी. मोटी बर्फ की तह जमी हुई है और बाहर हवा का ताप – 5° से. ग्रे. है। यदि बर्फ का चालकता गुणांक 0·00568 है, तो प्रति घंटे कितनी ऊष्मा पानी से बाहर निकल जायगी ? (उत्तर 81790 कि. कलरी)

2. एक गट्टा दो पदार्थों की समान्तर तहों का बना हुआ है। उनकी क्रमश: मोटाई 4 से. मी. और 2 से. मी. है और उनका चालकता गुणांक 0·54 और 0·36 है। यदि गट्टे के दोनों ओर के बाहर के धरातल क्रमश: 100° से. ग्रे. और 0° से. ग्रे. पर हैं, तो उनके बीच के धरातल का ताप ज्ञात करो ? (उत्तर 42·8 से. ग्रे.)

3. एक लोहे के पात्र में 100° से. ग्रे. पर पानी है। उसमें से भाप प्रवाहित कर उसका ताप 100° से. ग्रे. पर स्थिर रखा जाता है। यदि भाप के प्रवाह का वेग 100 ग्राम प्रति सेकंड है, धरातल का क्षेत्र 6 वर्ग मीटर है, लोहे की दीवारों की मोटाई 4 मि. मी. है और लोहे का चालकता गुणांक 0·16 है, तो दोनों का तापान्तर ज्ञात करो। (वाष्प की गुप्त ऊष्मा 540 कलरी/ग्राम) (उत्तर 2·25° से. ग्रे.)

अध्याय 28

विकिरण

(Radiation)

28.1 विकिरण (Radiation):—संचारण की इस विधि के विष आप पिछली कक्षा IX के उष्मा अध्याय 6 में पढ़ ही चुके हैं। सुविधा के लिए उस अध्याय को पुनः दुहराओ। संक्षेप में, इस विधि से ऊर्जा प्रकाश की तरह, तरंगों द्वारा धरातल से चारों ओर फैलती है और जब ये तरंगें अन्य किसी धरातल द्वारा अवशो(absorbed) होती हैं तो उसका ताप बढ़ता है। आप यह भी पढ़ चुके हैं कि प्र और विकिरण में कितना साम्य है तथा इनमें मुख्यतः क्या अन्तर है। आप यह भी चुके हैं कि प्रत्येक धरातल की विकिरण क्षमता और अवशोषण क्षमता धरातल की प्र पर निर्भर करती है।

28.2 विकिरण क्षमता (Emissive or radiating power):- आप जानते हैं कि भिन्न भिन्न धरातल, भिन्न भिन्न स्थितियों में पृथक-पृथक मात्रा विकिरण ऊर्जा देते हैं। किसी भी धरातल द्वारा विकिरित ऊर्जा (i) धरातल के क्षेत्र फ(A) और उसकी प्रकृति पर, (ii) धरातल के ताप (θ_1) पर, (iii) चारों ओर के वातावरण के ताप (θ_0) पर और (iv) जितने समय (t) तक विकिरण होता है उस पर निर्भर करती है। यदि किसी धरातल द्वारा विकिरित ऊर्जा R है तो स्टीफ़न के नियमानुसार

$$R \propto A(\theta_1^4 - \theta_0^4)\,t \qquad (i)$$

यहाँ θ_1 और θ_0 ताप निरपेक्ष (absolute) पैमाने पर हैं।

साधारण तापान्तर के लिए न्यूटन के नियमानुसार,

$$R \propto A(\theta_1 - \theta_0)\,t$$

या

$$R = E\,A(\theta_1 - \theta_0)\,t \qquad (ii)$$

यहाँ E एक स्थिरांक है जिसे विकिरण क्षमता कहते हैं। यह धरातल की प्रकृति पर निर्भर करता है। विकिरण क्षमता उष्मा की वह मात्रा है जो 1 व. से. मी. धरातल से 1 से. में 1° से. ग्रे. तापान्तर होने पर विकरित होती है।

आप जानते ही हैं कि काले धरातल अच्छे विकिरक होते हैं और सफेद खराब होते हैं। इस प्रकार हम किसी भी धरातल की विकिरण क्षमता को काले धरातल की तुलना में परिभाषित कर सकते हैं।

$$\text{...क्षमता (E)} = \frac{\text{धरातल द्वारा विकिरित ऊर्जा}}{\text{समान परिस्थितियों में काले धरातल द्वारा विकिरित ऊर्जा}}$$

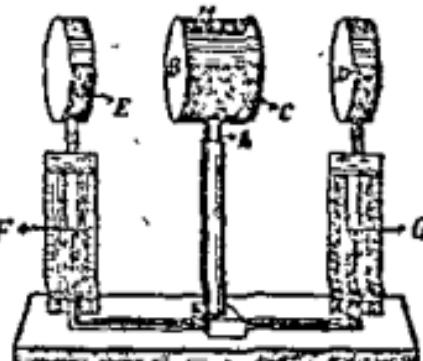
अवशोषण क्षमता (Absorbing power):—आप पढ़ चुके हैं कि ...ले धरातल उत्तम अवशोषक होते हैं और सफेद धरातल खराब अवशोषक। अवशोषण क्षमता को निम्न प्रकार से परिभाषित कर सकते हैं—

(i) अवशोषण क्षमता $(a) = \frac{\text{धरातल द्वारा अवशोषित उष्मा } (q)}{\text{धरातल पर आपातित (incident) उष्मा } (Q)}$

अथवा हम इसे काले धरातल की तुलना से भी कह सकते हैं। यथा

(ii) अवशोषण क्षमता $(a) = \frac{\text{धरातल द्वारा अवशोषित उष्मा}}{\text{काले धरातल द्वारा समान परिस्थिति में अवशोषित उष्मा}}$

आदर्श काले धरातल की अवशोषण क्षमता हम एक मानते हैं अर्थात् जितनी उष्मा काले धरातल पर आपतित होती है उतनी सब की सब उसके द्वारा अवशोषित होती है।

28.3 किसी धरातल की विकिरण क्षमता e और अवशोषण क्षमता a में सम्बन्ध ज्ञात करना :—एक यू (U) नली में चित्र के अनुसार E और D दो धातु के बेलनाकार पात्र हैं तथा H लीजले पात्र है। यह नली किसी स्तम्भ के सहारे खड़ी रहती है। इसमें कुछ रंगीन द्रव डाल देते हैं। लीजले पात्र का एक धरातल (A) सफेद चमकीला कर देते हैं और उसके सामने वाला धरातल D काला कर देते हैं। इसी प्रकार B धरातल काला और E सफेद कर देते हैं।

चित्र 28·1

फिर लीजले पात्र में उबलता हुआ पानी डाल देते हैं। थोड़ी देर में हम देखते हैं कि द्रव के स्तम्भ की ऊंचाई दोनों नलियों में समान है। इससे यह निष्कर्ष निकला कि पात्र D और E समान मात्रा में उष्मा अवशोषित करते हैं।

मानलो काले धरातल B से Q उष्मा की मात्रा विकिरित होती है। यह जब चमकीले धरातल E पर गिरती है तब मानलो Q_1 उष्मा अवशोषित होती है। इसलिये $a = Q_1/Q$ यहां a अवशोषण क्षमता है। इसलिये $Q_1 = a\,Q$. इसी प्रकार चमकीले धरातल C से उसी दशा में Q_2 उष्मा की मात्रा विकिरित होगी। यहां $e = Q_2/Q$. इसलिये $Q_2 = eQ$. चमकीले धरातल के लिये e विकिरण क्षमता है। यह Q_2 उष्मा काले धरातल D पर गिरकर पूर्ण रूप से अवशोषित होगी।

चूंकि $Q_1 = Q_2$

$aQ = eQ$

या $a = e$

इस प्रकार धरातल की विकिरण क्षमता और अवशोषण क्षमता आपस में बराबर हुई।

इसका आशय हुआ कि उत्तम विकिरक उत्तम अवशोषक होंगे और कनिष्ट विकिरक कनिष्ट अवशोषक।

28.4 प्रीवोस्ट का विनिमय (exchange) का सिद्धान्त :—पहले ऐसा माना जाता था कि ठंडी वस्तु ठंडे विकिरण देती है और उष्ण वस्तु उष्ण विकिरण।

और इसीलिये एक वस्तु ठंडी और दूसरी उष्ण मालूम होती है। लेकिन वैज्ञानिक प्रीवो
बताया कि प्रत्येक वस्तु एक ही प्रकार के विकिरण देती है। परन्तु विकिरण उ
की मात्रा वस्तु के ताप पर निर्भर करती है। जितना ताप अधिक होगा उतनी ही विकि
ऊर्जा अधिक होगी। साथ ही प्रत्येक वस्तु उस पर आपातित विकिरण ऊर्जा को अवशो
करेगी। इस प्रकार यदि कोई वस्तु विकिरण कम करती है और अवशोषण अधिक,
उसका ताप बढ़ेगा। यदि वह विकिरण अधिक करती है और अवशोषण कम तो उ
ताप घटेगा। इसी कारण वस्तुऐं गर्म और ठंडी लगती हैं। यही प्रीवोस्ट का विनिमय
सिद्धान्त है। इसके अनुसार प्रत्येक वस्तु प्रत्येक ताप पर विकिरण भी करती है
अवशोषण भी। यदि वह अवशोषण अधिक करेगी तो हमको ठंडी मालूम होगी
विकिरण अधिक करेगी तो उष्ण।

प्रश्न

1. विकिरण क्षमता और अवशोषण क्षमता की परिभाषा बताओ तथा इ
बीच सम्बन्ध प्रयोग द्वारा कैसे स्थापित करोगे। (देखो 23.1, 23.2, 23.

अध्याय 29

भाप का इंजन

(Steam Engine)

29.1. प्रस्तावना:—भाप के इंजन से कौन परिचित नहीं है ? रेल की यात्रा सभी ने की है। रेल को खीचने वाला इंजन भाप का इंजन कहलाता है। हमें ज्ञात है कि इस इंजन के लिये पानी और कोयले की आवश्यकता होती है। इनके उपयोग से इंजन गाड़ी खीचने में कैसे समर्थ होता है ?

हमें मालूम है कि जब भी हम कोई कार्य करते हैं तब उष्मा उत्पन्न होती है। यह कार्य और उष्मा का सम्बन्ध जूल के नियम से प्रसिद्ध है। जिस प्रकार हम कार्य को उष्मा में बदल सकते हैं, उसी प्रकार हम उष्मा को भी कार्य में परिणित कर सकते हैं—किन्तु यह बात—उष्मा का कार्य में बदल—इतना आसान नहीं है। हमें मालूम है कि आज से कुछ पहले हमारे कार्य करने के लिये आवश्यक शक्ति के साधन थे मानव और पशु बल। यातायात या अन्य किसी काम करने के लिये हम इसी शक्ति का उपयोग करते थे। परन्तु आजकल उष्मा को कार्य में बदल सकने, में सफल होने के कारण हमें शक्ति का बहुत बड़ा स्रोत हाथ में लग गया है। कोयला, तेल इत्यादि जलाकर प्राप्त उष्मा को हम कार्य में परिणित करने मे सफल हुए हैं। जिस उपकरण के द्वारा यह बदल सम्भव है उसे उष्मा का इंजन कहते हैं।

क्या हम प्रत्येक प्रकार की उष्मा को कार्य में बदल सकते हैं ? जूल के नियमानुसार कोई भी उष्मा कार्य में बदल सकती है। किन्तु यह असम्भव है। यदि ऐसा सम्भव होता तो हमारे पास उष्मा का अपरिमित भण्डार होने के कारण हम अपरिमित कार्य प्राप्त करने में सफल होते और तब संसार के बड़े-बड़े झगड़े सहज ही दूर हो जाते। उष्मा को कार्य में बदलने के लिये एक और नियम की पूर्ति करनी पड़ती है। इस नियम के अनुसार हम कहते हैं कि उष्मा कार्य में तभी बदल सकती है जब उसे उच्च ताप से कम ताप की ओर लाया जाय। अतएव उच्च ताप पर प्राप्त उष्मा ही कार्य में बदल सकती है। इसलिये यह आवश्यक है कि हम उष्मा को उच्च ताप पर प्राप्त करें। इसी कारण तेल और कोयले से प्राप्त उष्मा हम इस काम में लाते हैं।

29.2. उष्मा का इंजन:—उष्मा के इंजन दो प्रकार के होते हैं—बाह्य दहन (external) और अन्तः दहन (internal)। बाह्य दहन इंजन में उष्मा का स्रोत बाहर की ओर होता है और कार्य दूसरी जगह पर किया जाता है। अन्तः दहन में उष्मा का उद्गम वहीं होता है जहाँ कार्य किया जाता है। रेल का इंजन-जिसे भाप इंजन भी कहते हैं बाह्य दहन इंजन का उदाहरण है। मोटर व हवाई जहाज में काम में आने वाले इंजन अन्तः दहन इंजन हैं।

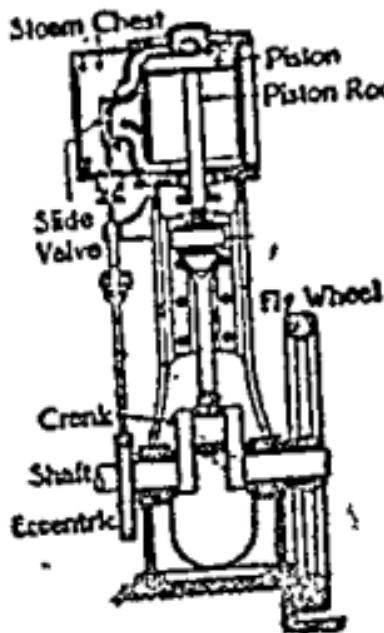
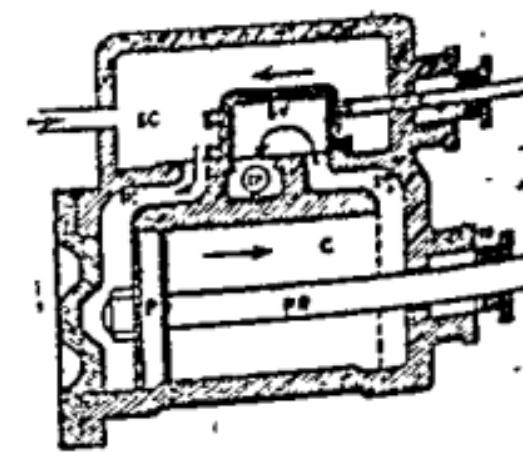
किसी भी इंजन में निम्न चार मुख्य भाग होते हैं:—

1. **उष्मा का उद्गम:**—यह तेल, कोयले जैसे किसी ईंधन को जलाकर प्राप्त किया जाता है।

2. **कार्य करने वाला पदार्थ:**—यह पदार्थ उष्मा के उद्गम से उष्मा को ग्रहण कर कुछ को कार्य में परिणित कर देता है। इस कार्य में पदार्थ में आयतन व दाब के अनेक बदल होते हैं।

3. कार्य करने वाला स्थान:—यह पदार्थ जहाँ कार्य करता है उसे वेलन कहते है। इसमें एक पिस्टन लगा रहता है जो कार्य होने के कारण आगे पीछे है और इसी आगे पीछे की गति से हम आवश्यक कार्य शक्ति प्राप्त करते हैं।

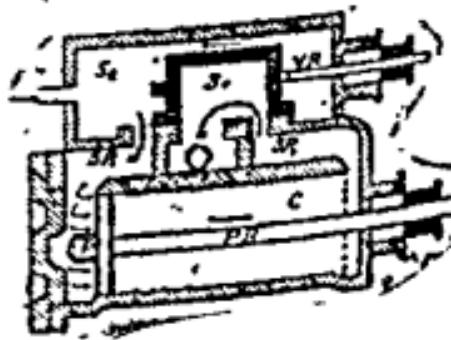
4. संघनित्र (sink):—यह ऐसी जगह है जहां पर बची हुई उष्मा दी है। इसका ताप उद्गम के ताप से जितना कम हो उतना अच्छा।

8. भाप का इंजन:—यह बाह्य दहन इंजन है। इस इंजन के आविष्का हमारे प्रर्वाचीन जीवन में आमूल परिवर्तन कर दिये हैं। आज हम देश के एक से दूसरे कोने तक इसकी सहायता से बहुत थो समय में जा सकते है। मोटर और हवाई ज होते हुए भी रेलगाड़ी अपना महत्व रखती है।

चित्र 29.1

चित्र 29.2

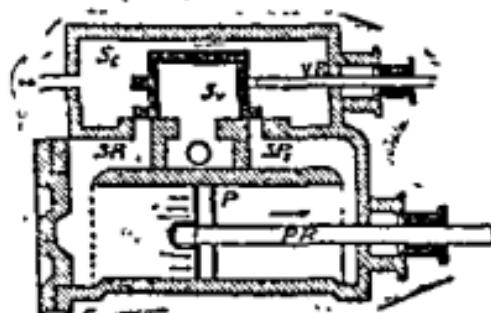
इस इंजन में कोयला जलाकर प्राप्त उष्मा से पानी को भाप में बदला जाता यह भाप फिर कार्य कर शेष उष्मा को वायुमंडल में वापिस लौटा देती है।

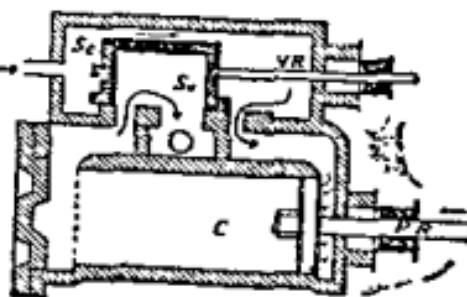
इसके मुख्य भागों का वर्णन नीचे किया गया है:—

(i) बॉयलर (coiler):—इसमें इस्पात की नलियों में पानी बहता जिनके चारों ओर अग्नि की ज्वालाएं होती हैं। इससे पानी, ऊंचे ताप और दाब पर वाष्प मे परिणित हो जाता है।

(ii) वाष्प पात्र (steam chest) Sc:—यह एक धातु का बना शक्तिशाली पात्र होता है जो नली से जुड़ा हुआ होता है। .नें वाष्प आती है। इसके . छेद होते हैं। छेद SP_1

चित्र 29.3

ग्रौर SP_2 एक दूसरे धातु के बेलनाकार पात्र से जुड़े हुए होते हैं ग्रौर बीच का छेद निकास नली (exhaust pipe) से जुड़ा होता है।

(iii) खिसकने वाला वाल्व SV:—यह एक खोखला D के ग्राकार का लोहे का ढक्कन होता है जो वाष्प पात्र के पेंदे पर इधर-उधर खिसकता है। खोखली दिशा नीचे की ग्रोर रखी जाती है। यह एक छड़ S. V. R. द्वारा चलाया जाता है जो क्रेंक ग्रौर शेफ्ट प्रणाली की छोटी भुजा से जुड़ी हुई होती है। इसके चलने से छेद SP_1 ग्रौर SP_2 बारी बारी से बन्द होते हैं ग्रौर निकास नली से सम्बन्धित होते हैं। चित्र 29.3 में SP_2 निकास नली से मिला हुग्रा है ग्रौर SP_1 वाष्प पात्र से। चित्र 29.5 में SP_1 निकास नली से मिला हुग्रा है ग्रौर SP_2 वाष्प पात्र से।

चित्र 29.4

(iv) बेलनाकार पात्र C:—यह एक मजबूत बेलनाकार पात्र होता है जो वाष्प पात्र से सटा हुग्रा रहता है। यह वाष्प पात्र से SP_1 ग्रौर SP_2 द्वारा जुड़ा हुग्रा रहता है। इस पात्र में पिस्टन P लगा रहता है जो वाष्प दाब के कारण ग्रागे पीछे सरकता है। यह पिस्टन P छड़ PR के द्वारा क्रेंक ग्रौर शाफ्ट प्रणाली से जुड़ा रहता है।

चित्र 29.5

(v) क्रेंक ग्रौर शाफ्ट प्रणाली :—इस यंत्र के द्वारा पिस्टन की ग्रागे पीछे की रेखीय गति पहिये के समान वृत्ताकार गति में परिणित की जाती है।

(vi) फ्लाइह्वील (flywheel) :—यह एक बड़ा भारी पहिया होता है जो क्रेन्क की शाफ्ट पर लगा हुग्रा होता है। इसकी सहायता से ऊर्जा निरन्तर रूप से मिलती रहती है। यह पिस्टन गति के कुछ भाग में उत्पन्न ग्रधिक ऊर्जा को ले लेता है तथा दूसरे भाग में दे देता है।

(vii) पिस्टन राड PR ग्रौर खिसकने वाला वाल्व इस प्रकार जुड़े हुए होते हैं कि दोनों विरुद्ध दिशा में चलते हैं। कार्य प्रणाली—इसकी कार्य प्रणाली चित्र 29.3, 29.4 ग्रौर 29.5 से स्पष्ट रूप में समझ में ग्रा जाती है। सर्व प्रथम शुष्क वाष्प बॉयलर से वाष्प पात्र में ग्राती है। मानलो खिसकने वाले वाल्व ग्रौर पिस्टन की स्थिति चित्र 29.3 के ग्रनुसार है। इसमें SP_1 के द्वारा वाष्प बेलनाकार पात्र में प्रवेश करेगी ग्रौर पिस्टन को धक्का मारेगी। पिस्टन ग्रागे की ग्रोर चलेगा। इससे क्रेन्क

चलेगा और वाल्व पीछे को बंद करेगा। जब पिस्टन चित्र 27.5 की स्थिति में पहुँ
है तो SP_1 बन्द हो जाता है और वाल्व SP_2 से वेलनाकार पात्र में जाती है। जब
पिस्टन को पीछे की ओर ढकेलती है जिससे वाल्व तक आगे की ओर चलती है और
चित्र 27.3 की स्थिति में पिस्टन आ जाता है। पिस्टन के दूसरी ओर की रही
निकास नली द्वारा बाहर फेंक दी जाती है। इस प्रकार पिस्टन लगातार आगे पीछे चल
है और क्रैंक और शाफ्ट की सहायता से पहिया तेज घूमने लगता है।

इंजन की कार्य कुशलता (efficiency):—कोयले को जलाने से जि
ऊर्जा उत्पन्न होती है उसका केवल कुछ ही भाग कार्य में परिणित होता है। शेष सब
जाती है। इस अनुपात को कार्य कुशलता कहते हैं।

$$\text{कार्य कुशलता} = \frac{\text{उपयोगी कार्य}}{\text{दी गई ऊर्जा}} \times 100$$

भाप इंजन की कुशलता 15 से 18 प्रतिशत होती है। यह बात ध्यान देने यो
है कि जब उष्मा को ऊंचे ताप से नीचे ताप पर लाया जाता है तो उसका सारा का स
भाग कार्य में नहीं बदला जा सकता। केवल कुछ ही भाग बदला जा सकता है। यह की
उष्मा का दूसरा नियम है। यदि संघनित्र का ताप 0° परम ताप हो तो सारी उष्मा
में परिणित की जा सकती है और कुशलता शतप्रतिशत होगी। यह शून्य परम ताप
सच्ची परिभाषा है। चूंकि शून्य परम ताप प्राप्त करना असंभव है, अतएव शतप्रति
कुशलता का इंजन बनाना भी असंभव है।

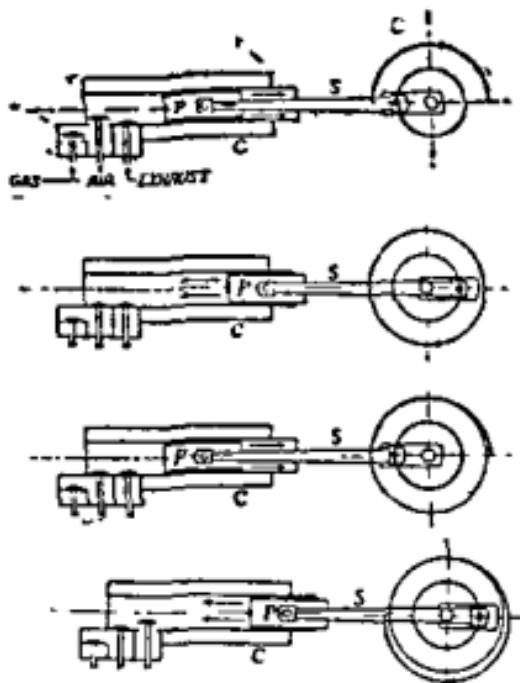
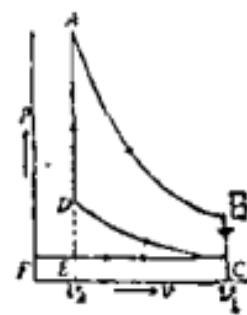
29.3 आन्तरिक जलन इन्जन (Internal combustion engine)
क्या आपने मोटर गाड़ी अथवा आटा पीसने की चक्की का इन्जन देखा है। यह व
इन्जन के समान न तो इतना भारी आकार का होता है और न इसमें पानी और कोयले
आवश्यकता होती है। इसमें कोयले के स्थान पर पेट्रोल या अन्य कोई जलने वाली
इन्जन के वेलन में ही जल कर उष्मा उत्पन्न करती है और कार्य करने वाले पदार्थ हवा
गर्म करता है। चूंकि इस प्रकार के इन्जन में उष्मा वेलन में ही उत्पन्न होती है, अतः इ
आन्तरिक जलन इन्जन कहते हैं। इनका आकार छोटा होता है और कार्य कुशलता अधि
होती है। ये दो प्रकार के होते हैं (i) ऑटो और (ii) डिजल

29.4 ऑटो इन्जनः—इसका कार्य चित्र द्वारा आसानी से समझा जा सकता है।
एक वेलन है जिसमें P पिस्टन लगा हुआ है। इसके पेंदे में तीन वाल्व होते हैं जिनका खुल
और बन्द होना पिस्टन द्वारा नियन्त्रित होता है। इस इन्जन में एक फेरी (cycle) चा
स्ट्रोक (strokes) की होती है।

1. इन्धन व कार्य करने वाला पदार्थ भरने की स्ट्रोक (chargin
stroke):—इसमें अन्दर जाने वाले वाल्व खुल जाते हैं और एक सुनिश्चित मात्रा में ह
और गैस का मिश्रण पिस्टन के आगे चलने से वेलन में खींचा जाता है।

2. दबाव की स्ट्रोकः—इसमें सब वाल्व बन्द कर दिये जाते हैं और पिस्ट
पीछे की ओर चलकर हवा को लगभग ⅙ भाग तक दबा देता है। यह परिवर्तन रुद्धोष्म
दशा में होता है। अतः मिश्रण का ताप 600° से. ग्रे. तक बढ़ जाता है।

इस दबाव के अन्त में मिश्रण में कई स्फुलिंग (spark) निरन्तर किये जाते हैं, जिससे पेट्रोल आदि जलने वाली गैस यकायक जल कर अन्दर का ताप 2000° से. ग्रे. तक बढ़ा देती है और इसी से हवा का दाब भी बढ़ जाता है, जो पिस्टन को आगे धक्का मारता है।

3. कार्य करने वाली स्ट्रोक (working stroke):-ऊंचे ताप और दाब की हवा के धक्के से पिस्टन आगे चलता है। इसी स्ट्रोक में पिस्टन लाभदायक कार्य करता

चित्र 29.6   चित्र 29.7

है। इस स्ट्रोक के अन्त में हवा का दाब और ताप काफी गिर जाता है और हवा में अधिक कार्य करने की क्षमता नहीं रहती।

4. खाली करने वाली स्ट्रोक (exhaust stroke):—अब अन्दर की हवा बेकाम हो जाती है। पिस्टन पुनः पीछे की ओर चलता है। इस बार बाहर जाने वाला वाल्व खुल जाता है और सारी हवा बाहर फेंक दी जाती है। ये चारों स्ट्रोक कार्य सूचक चित्र में दिखाये गये हैं।

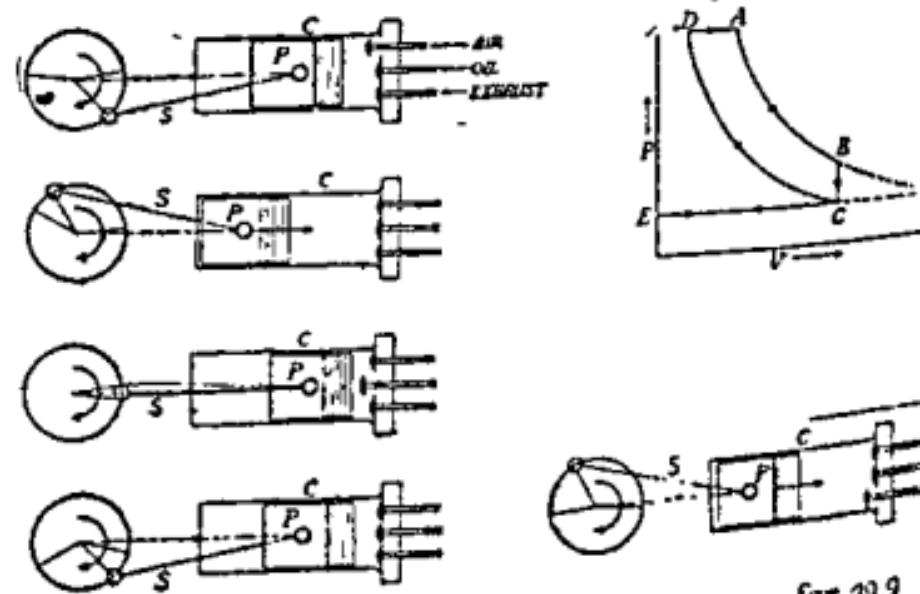
इस प्रकार एक फेरी पूरी हो जाती है और पुनः उसी प्रकार चार स्ट्रोक दुहराई जाती हैं। जिस प्रकार वाष्प इन्जन में पिस्टन के आगे पीछे चलने की गति को पहियों की वृत्ताकार गति में बदलते हैं, उसी प्रकार इसमें बदल लेते हैं।

$$\text{इसकी कुशलता } n = 1 - \left(\frac{1}{e}\right)^{\gamma-1}$$

यहां $e = \frac{V_b}{V_a}$ है, V_a दबी हुई गैस का आयतन है और V_b फैलने पर आयतन

है, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ है। C_p स्थिर दाब पर और C_v स्थिर आयतन पर गैस की वि. ऊ.
इसकी कुशलता लगभग 40% आती है।

ऑटो इन्जन की कुशलता को बढ़ाने के प्रयास में डिजल ने दूसरा इन्जन बना
उसको डिजल इन्जन कहते हैं।

29.5 डिजल इन्जन:–ऑटो इन्जन की कुशलता हवा के फैलाव के अनुपात पर नि
करती है। हवा के दबाव का अनुपात भी वही होता है। ऑटो इन्जन में यह अनुपा
है। इसको अधिक बढ़ाने में हवा को अधिक दबाना पड़ेगा। इससे उसका ताप इतना
जायगा कि अपने आप गैस जलने लग जायगी। इससे ρ का मान अधिक नहीं बढ़ा सक
इसके लिये डिजल ने निम्न प्रकार से चार स्ट्रोकों का सम्पादन किया। इस इन्जन में
मुख्यतः वही हिस्से हैं जो ऑटो में हैं। बेलन के पैंदे में तीन वाल्व होते हैं–एक से ह
दूसरे से पेट्रोल आदि तेल अन्दर आ सकते हैं और तीसरे से हवा बाहर जा सकती
इन्जन की कार्य प्रणाली चित्र में आसानी से समझी जा सकती है।

चित्र 29.8

चित्र 29.9

(i) भरने की स्ट्रोक (charging stroke):–इसमें पिस्टन
चलता है, केवल हवा का वाल्व खुलता है और हवा अन्दर ली जाती है। चित्र में यह
से बताया गया है।

(ii) दबाव की स्ट्रोक (compression stroke):–इसमें
का वाल्व बन्द हो जाता है। पिस्टन पीछे की ओर चलता है और हवा उसके $\frac{1}{1?}$ आय
तक दबा दी जाती है। हवा का ताप 1000° से. ग्रे. तक बढ़ जाता है। ऐसे
(iii) पेट्रोल आदि गैस को अन्दर पहुंचाना:–इसमें तेल आदि अन्दर

गैस को एक तेज धार के रूप में दूसरे वाल्व से अन्दर भेजी जाती है। चूंकि अन्दर का ताप गैस के जलने के ताप से काफी ऊपर होता है, अतः ज्योंही गैस अन्दर पहुंचती है तो स्वयं जलने लगती है। ईंधन की मात्रा इस प्रकार नियन्त्रित की जाती है कि जैसे पिस्टन आगे बढ़ता है (CA) दाब स्थिर रहता है। जब ताप 2000^0 से. ग्रे. हो जाता है तो तेल बन्द कर दिया जाता है।

(iv) कार्य करने वाली स्ट्रोक (working stroke) :—ऊंचे दाब और ताप पर हवा पिस्टन को आगे धक्का मारती है जिससे पिस्टन आगे बढ़ता है और लाभदायक कार्य करता है। (AB)

(v) खाली करने की स्ट्रोक:—B पर पहुंच कर बाहर खाली करने वाला वाल्व खुल जाता है जिससे हवा का दाब वायुमण्डल के दाब तक गिर जाता है और पिस्टन पीछे की ओर चलता है जिससे ठंडी हवा बाहर फेंक दी जाती है और एक फेरी पूरी हो जाती है।

$$\text{इसकी कुशलता } n = 1 - \left(\frac{1}{e}\right)^{\gamma-1}$$

इसमें e लगभग $\frac{V_d}{V_c}$ है। यह 63% के लगभग होती है।

इन इन्जनों में ईंधन बेलन के अन्दर जलती है न कि बाहर बॉयलर में, जैसाकि वाष्प इन्जन में होता है। इसलिये इसको आन्तरिक जलन इन्जन कहते हैं। चूंकि नष्मा का उत्पादन बेलन में होता है, अतः ऊर्जा की क्षति कम होगी। इससे कुशलता अधिक होगी। दूसरा वाष्प इन्जन में कार्य करने वाले पदार्थ (वाष्प) को अधिक ताप पर गर्म नहीं कर सकते हैं परन्तु यहां पर हवा को यथेष्ट ऊंचे ताप पर गर्म कर सकते हैं। साथ ही इनका आकार भी छोटा होता है। धीरे २ हमारी रेलगाड़ी के इन्जन भी डिजल के बन रहे हैं। हमारे भारत में चितरंजन में, इन्जन बनाने का सबसे बड़ा कारखाना है। टाटा नगर में भी इन्जन बनते हैं।

प्रश्न

1. वाष्प इंजन की बनावट और कार्य प्रणाली का वर्णन करो। (देखो 29.2)
2. ऑटो इन्जन की बनावट का वर्णन करो। (देखो 29.3, 29.4)
3. डिजिल इन्जन की बनावट का वर्णन करो। (देखो 29.5)

भाग 3

प्रकाशिकी

अध्याय 30

प्रकाश का ऋजुरेखीय प्रचलन

(Rectilinear Propagation of Light)

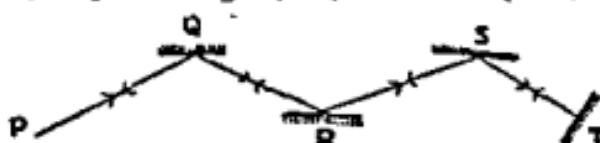
30.1. प्रकाश का अध्ययन (Study of light):—प्रकाश का अध्ययन, जिसका दूसरा नाम प्रकाशिकी (Optics) है, दो भागों में बांटा गया है । यथा— (१) रेखागणितीय प्रकाशिकी (geometrical optics) और (२ सैद्धान्तिक प्रकाशिकी (physical optics) । रेखागणितीय प्रकाशिकी में प्रकाश की प्रकृति (nature), उत्पत्ति अथवा प्रचलन का अध्ययन नहीं होता है । यह कुछ सरल नियमों पर आधारित है जिन्हें प्रयोग द्वारा सिद्ध कर सकते हैं । इनसे नये निर्णय निकाले जाते हैं और उन्हें भी हम रेखागणित की सहायता से सिद्ध कर सकते हैं । इस प्रकार का अध्ययन प्रकाश यन्त्रों (optical instruments) की बनावट व कार्य प्रणाली में सहायक होता है ।

'सैद्धान्तिक प्रकाशिकी (Physical optics) में प्रकाश क्या है ?' सबसे पहले इस प्रश्न का उत्तर दिया जाता है । यह अध्ययन इस पुस्तक की पहुँच के बाहर है ।

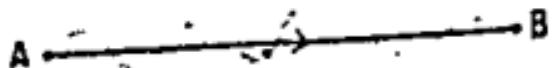
30.2. प्रकाश क्या है ?:—प्रकाश की प्रकृति ने बहुत पहले से ही वैज्ञानिकों को पहेली में डाल रखा है । प्रकाश के रूप के सम्बन्ध में अधिक वाद विवाद किये बिना यहां पर यह गृहित करना पर्याप्त होगा कि प्रकाश वह साधन है जो हमें वस्तुओं को देखने मे सहायक होता है किन्तु स्वयं अदृश्य होता है । यह साधन (agent) एक स्थान से दूसरे स्थान पर अनुप्रस्थ तरंगों (transverse waves) के रूप मे प्रचलित होता है । तरंगों के प्रचलन के लिए माध्यम (medium) की आवश्यकता होती है । चूंकि प्रकाश निर्वात (vacuum) में भी प्रचलित हो सकता है, हमें एक काल्पनिक माध्यम की कल्पना करनी पड़ती है । इसे ईथर कहते हैं । इस माध्यम 'ईथर' में ऐसे गुण होते हैं कि उसमें से प्रकाश 3×10^{10} सेन्टीमीटर प्रति सेकण्ड अर्थात् 186000 मील प्रति सेकण्ड के तीव्र वेग से चलता है । इस प्रकाश की तरंग-दैर्घ्य (wave length) बहुत ही छोटी अर्थात् 10^{-5} सेन्टीमीटर के लगभग होती है ।

30.3. रेखागणितीय प्रकाशिकी के नियम (Laws of geometrial optics):—रेखागणितीय प्रकाशिकी का अध्ययन चार मुख्य नियमों पर आधारित है । ये नियम हैं:—

(क) प्रकाश मार्ग की उत्क्रमणीकी (reversibility) का नियम,
(ख) प्रकाश का सीधी रेखाओं में चलने का नियम,
(ग) परावर्तन (reflection) के नियम,
और (घ) वर्तन (refraction) के नियम ।

30.4. प्रकाश मार्ग की उत्क्रमणीका का नियम (The law of reversibility of path of light)—हम कल्पना करते है कि एक प्रकाश किरण

चित्र 30.1

PQ, QR, RS, ST दिशा में चलती है। देखो चित्र 30.1 यदि T पर प्रकाश के चलने की दिशा उल्टी अर्थात् उत्क्रमित (reverse) करें तो इसके चलने की दिशा TS होगी। फिर इस नियम के अनुसार वह ठीक उसी रास्ते पर प्रचलित होगा, परन्तु प्रचलन की दिशा उल्टी होगी अर्थात् प्रकाश TS, SR, RQ, और QP दिशा में चलेगा।

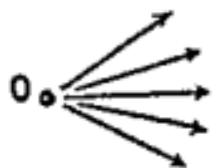
30.5. प्रकाश का ऋजुरेखीय प्रचलन का नियम (The law of rectilinear propagation of light):—इस नियम के अनुसार समाग (homogeneous) माध्यम के दो बिन्दुओं के बीच में प्रकाश सीधी रेखा

चित्र 30.2

(straight line) में चलता है। समाग माध्यम से हमारा तात्पर्य एक ऐसे माध्यम से है जिसके गुण बदलते नहीं और जो सब जगह एक ही समान होता है।

यदि प्रकाश को बिन्दु A से बिन्दु B तक पहुँचना है तो वह सीधा AB रेखा पर पर जायगा और अन्य किसी टेढ़े-मेढ़े रास्ते पर जैसा कि चित्र सख्या 30 2 में बिन्दु-रेखा (dotted line) से दिखाया गया है, नहीं चलेगा।

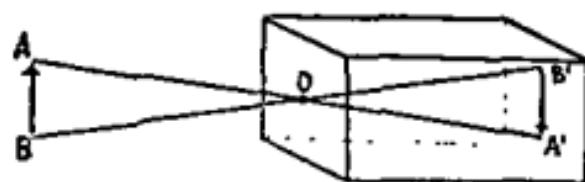
30.6. कुछ परिभाषायें :—जिस मार्ग से प्रकाश चलता है वह प्रकाश की किरण कहलाता है। बहुत-सी प्रकाश किरणें मिलकर दण्ड (beam) कहलाती हैं।

चित्र 30.3 (अ) के अनुसार जब बिन्दु रूप प्रकाश स्रोत (source) से किरणें निकलती हैं तब दण्ड अपबिन्दु (divergent) कहलाती है; जब चित्र 30.3 (ब) के अनुसार किरणें एक बिन्दु पर जाकर मिलती हैं तब दण्ड अभिबिन्दु (convergent)

चित्र 30.3 (अ) चित्र 30.3 (ब) चित्र 30.3 (स)

कहलाती है। जब किरणें चित्र 30.3 (स) की तरह होती हैं तब समान्तर दण्ड (parallel beam) कहलाती हैं। इस प्रकार के दण्ड की किरणें अनन्त (infinity) पर स्थित बिन्दु पर मिलती हैं।

30.7. प्रकाश के ऋजुरेखीय प्रचलन के नियम का उपयोग (applications of the law of rectilinear propagation of light):—

(अ) सूचीछिद्र कैमरा (pinhole camera) :—यह लकड़ी का एक सन्दूक होता है। इसमें प्रकाश का आवागमन नहीं हो सकता है। इसके एक ओर मध्य में छोटा सा छिद्र होता है और उसके सामने वाली दीवाल पर फोटो उतारने की तश्तरी

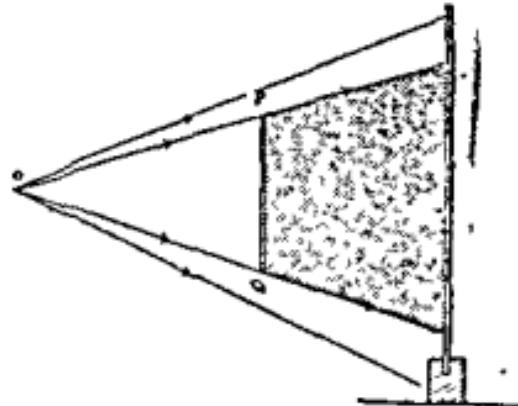
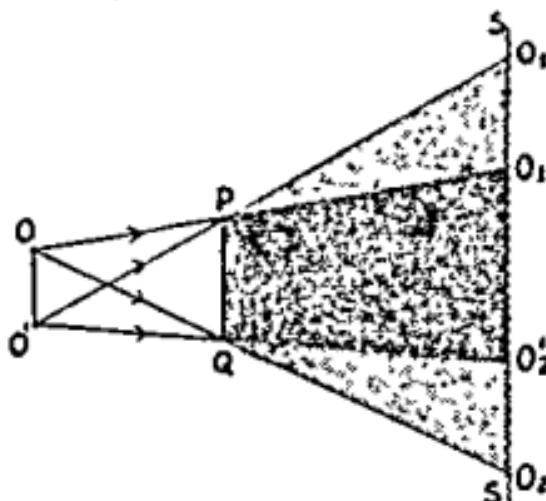
धुंधले कांच (ground glass) की पट्टिका (plate) लगी रहती है। A और B से चलने वाली प्रकाश की किरणें छिद्र O में से होकर क्रमशः A' और B' पर

चित्र 30.4

मिलती हैं। इस तरह, सामने लगी हुई पट्टिका पर एक उल्टा प्रतिबिम्ब (inverted image) A' B' बनता है। चूंकि छिद्र का आकार सुई की नोक जितना छोटा होता है, प्रतिबिम्ब अधिक तीव्र तो नहीं होता लेकिन बहुत ही स्पष्ट होता है। बिब के किसी बिन्दु से चलने वाला प्रकाश दण्ड छिद्र में से होकर निकलने से इतना संकरा (narrow) होता है कि वह प्रतिबिम्ब को अधिक प्रकाश तो नहीं दे पाता किन्तु प्रत्येक स्थान पर सुस्पष्ट प्रतिबिम्ब बनाने में सफल होता है। यदि छिद्र का आकार बढ़ा दिया जाय तो वह कई सूची छिद्रों के तुल्य (equivalent) हो जाता है। अतएव प्रत्येक सूची छिद्र से A' B', A'' B'' आदि कई और प्रतिबिम्ब AB के आसपास बनेंगे। चूंकि ये प्रतिबिम्ब एक दूसरे के पास व लगभग ऊपर बनेंगे, अतएव इस प्रकार बना हुआ परिणामित (resultant) प्रतिबिम्ब अस्पष्ट (blurred) बनेगा। यदि फोटो उतारने की पट्टिका का प्रयोग किया जाय तो उस पर AB बिम्ब का स्थायी चित्र अंकित होगा। परन्तु चूंकि प्रकाश की तीव्रता बहुत कम है, इसलिए लम्बे व्यक्तिकरण (exposure) की आवश्यकता होगी। अतएव यह कैमरा केवल निर्जीव वस्तुओं के चित्र लेने के ही काम आ सकता है।

उपर्युक्त विवरण से स्पष्ट है कि एक पेड़ की छाया में प्रकाश के गोल-गोल धब्बे क्यों बनते हैं ? दो पत्तियों के बीच की खाली जगह एक बड़े छिद्र का काम करती है और हमें सूर्य के अस्पष्ट (blurred) प्रतिबिम्ब लगभग एक दूसरे के ऊपर बने हुए दिखाई पड़ते हैं।

(ब) छाया (Shadow):—O पर बिन्दु प्रकाश उद्गम (source of light) की कल्पना करो। मान लो PQ कोई अपारदर्शक (opaque) वस्तु है। O से चलने वाली प्रकाश की किरणें ऋजुरेखीय नियमानुसार बिन्दुमय स्थान में नहीं पहुँच सकतीं। अतः यह भाग अन्धकार मय रहेगा। इसे वस्तु की छाया को (shadow) कहते हैं। [देखो चित्र 30.5 (अ)]

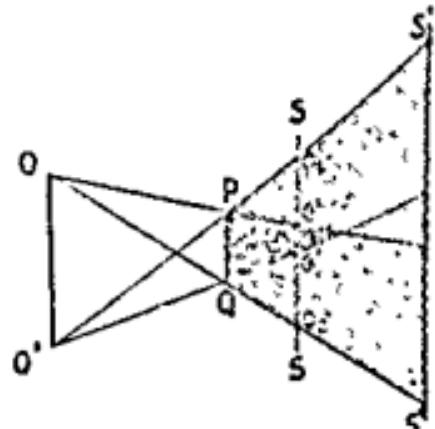
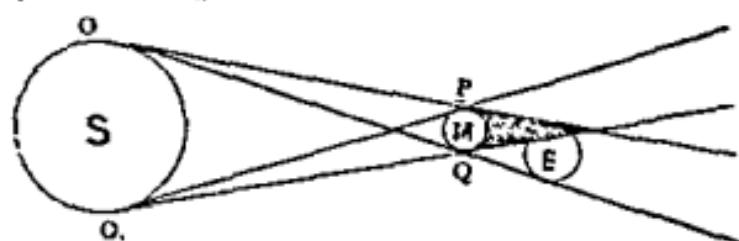
चित्र 30.5 (अ)

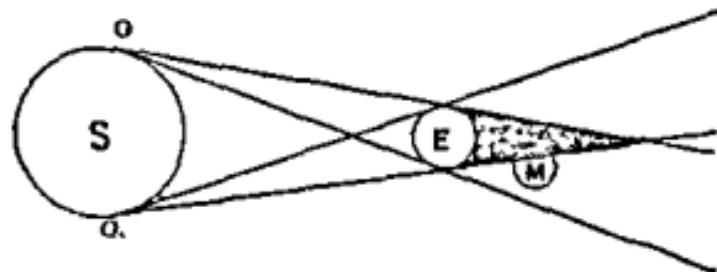
देखो चित्र 30.5 (ब), OO' प्रकाश का चौड़ा श्रोत है, लेकिन वह रुकावट डालने वाली वस्तु PQ से छोटा होता है। SS पर्दे पर O_1O_2' एक ऐसा

क्षेत्र है जहां पर प्रकाश श्रोत के किसी भाग से आने वाली किरणें नहीं पहुँच पाती। क्षेत्र O_1O_1' और O_2O_2' पर श्रोत के केवल कुछ भागों से आने वाली किरणें पहुँचती हैं जबकि O_1 और O_2' के आगे श्रोत के सब भागों से आने वाली किरणें पहुँच जाती हैं। जहां बिल्कुल प्रकाश नहीं पहुँचता उसे पूर्ण छाया (full shadow) अथवा प्रच्छाया (umbra) कहते हैं। क्षेत्र O_1O_1' और O_2O_2' जिन पर श्रोत के केवल कुछ भाग से प्रकाश पहुँचता है, आंशिक रूप से प्रकाशित हैं। अतः इन्हें आंशिक छाया (partial shadow) अथवा उपच्छाया (penumbra) कहते हैं। यदि O_1O_2' क्षेत्र में आंख रखी जाय तो श्रोत बिल्कुल दिखाई नहीं देगा। चित्र 30.5 (स) जिसमें प्रकाश का श्रोत (source) रुकावट से बड़ा दिखाया गया है स्वयं स्पष्ट है। यदि पर्दा SS स्थिति में रखा जाता है तो रुकावट डालने वाली वस्तु की छाया पर्दे के O_1O_2' भाग में पड़ती है जबकि S' S' स्थिति में उस पर कोई छाया बनती ही नहीं।

चित्र 30.5 (ब)

इससे पता लगता है कि आकाश में ऊंचे उड़ते हुए पक्षी या वायुयान की धरती पर छाया क्यों नहीं बनती जबकि नीचे उड़ने पर अथवा जमीन पर चलने पर बनती है।

चित्र 30.5 (स)

(स) ग्रहण (Eclipses):— जब चन्द्रमा, पृथ्वी और सूर्य के बीच में आ जाता है, तब उसकी छाया पृथ्वी पर बनती है। पृथ्वी के धरातल पर के प्रच्छाया (umbra) क्षेत्र में रहने वाले लोगों के लिए पूर्ण सूर्य ग्रहण होता है। पृथ्वी पर के उपच्छाया (penumbra) क्षेत्र में बसने वाले लोगों के लिए आंशिक सूर्य ग्रहण होता है, क्योंकि उन्हें सूर्य का कुछ भाग दिखाई देता है। देखो चित्र 30.6 (अ).

जब पृथ्वी, सूर्य और चन्द्रमा के बीच में आती है तब इसकी परछाईं चन्द्रमा पर पड़ती है। साधारणतः पूर्ण चन्द्र दिखाई देना चाहिये परन्तु चन्द्रमा का कुछ भाग प्रच्छाया

क्षेत्र में पड़ने के कारण सूर्य से प्रकाश नहीं ले सकता। अतः आंशिक चन्द्र ग्रहण

चित्र 30.6 (अ)

(partial lunar eclipse) होता है। यदि चन्द्रमा प्रच्छाया क्षेत्र में हो तो पूर्ण

चित्र 30.6 (ब)

चन्द्र ग्रहण होता है। [देखो चित्र 30.6 (ब)]

प्रश्न

1. प्रकाश के ऋजुरेखीय प्रचलन का नियम बताओ और इसके उपयोग के कुछ उदाहरण दो (देखो अनुच्छेद 30.5 और 30.7)
2. छाया का बनना समझाओ। प्रच्छाया और उपच्छाया से तुम क्या समझते हो? [देखो अनुच्छेद 30.7 (अ)]
3. चित्र बनाकर ग्रहणों का होना समझाओ। [देखो अनुच्छेद 30.7 (ब) और 30.7 (स)]
4. सूचीछिद्र कैमरे का वर्णन करो। पेड़ की छाया में हमें प्रकाश के धब्बे क्यों मिलते हैं? समझाओ। [देखो अनुच्छेद 30.7 (घ)]
5. एक पक्षी ऊंचाई पर अपनी छाया नहीं गिराता है। क्यों? समझाओ।

अध्याय 31

समतल धरातल पर परावर्तन के नियम

(Laws of reflection at a plane surface)

31.1 परावर्तन के नियम (Laws of reflection):—जब प्र कोई किरण एक समांग (homogeneous) माध्यम में से होती हुई दूसरे माध्य पड़ती है तब निम्नलिखित तीन बातें हो सकती हैं.—

(क) प्रकाश का कुछ अंश नये माध्यम में चला जाय।

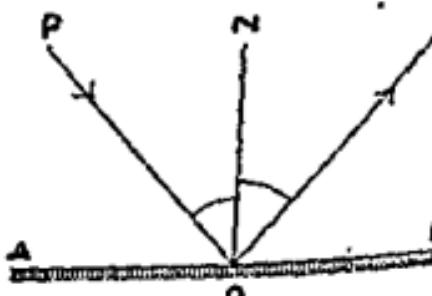
(ख) प्रकाश का कुछ अंश माध्यम में अवशोषित (absorb) हो जा

(ग) प्रकाश का कुछ अंश पहले माध्यम में वापस लौट जाय।

प्रकाश का वह अंश जो लौट कर वापस चला जाता है, परावर्तित (reflec काश कहलाता है। प्रकाश का परावर्तन (reflection) जिन विशेष नियम नुसार होता है, वे प्रकाश के परावर्तन के नियम कहलाते हैं।

मानलो AB दो माध्यमों के बीच की समतल सीमा (boundary) है। रह सीमा का धरातल (plane) इस पृष्ठ के धरातल के अभिलम्ब हुआ। रेखा I काश के आने की दिशा बताती है और आपाती किरण (incident ray) कहल । प्रकाश के वापस लौटने की दिशा OR परावर्तित किरण (reflected ra) हलाती है। मानलो ON आपतन बिन्दु (point of incidence) O पर (जहां पाती किरण सीमा से मिलती है) चा हुआ धरातल AB पर लम्ब normal) है। यहां पर परावर्तन म्न दो नियमों के अनुसार होते हैं:—

चित्र 31·1

परावर्तन का पहला नियमः- बतलाता है कि आपाती किरण (in- dent ray), परावर्तित किरण (ref- cted ray) और अभिलम्ब (norm-) एक ही धरातल में होने चाहिए वा दूसरे शब्दों में, आपतन (incidence) और परावर्तन के धरातल संपाति coincident) होने चाहिए। जिस धरातल में आपाती किरण (incident ray) अभिलम्ब होती हैं, वह आपतन का धरातल और जिस धरातल में परावर्तित किरण eflected ray) और अभिलम्ब होती हैं वह परावर्तन का धरातल कहा जाता है। में, ये दोनों धरातल इस पृष्ठ के धरातल से संपातित (coincident) हैं।

परावर्तन का दूसरा नियमः—यह बतलाता है कि आपाती किरण (inci t ray) और अभिलम्ब (normal) के बीच का कोण जो आपतन कोण (angle incidence) कहलाता है और परावर्तित किरण (reflected ray) और अभि-

लम्ब के बीच का कोण जो परावर्तन कोण (angle of reflection) कहलाता है, बराबर होते हैं।

यहां, ∠PON = ∠RON

• ये नियम प्रकाश के रंग और माध्यम की प्रकृति पर निर्भर नहीं करते हैं। फिर भी, परावर्तित प्रकाश की मात्रा तीन बातों पर निर्भर करती है:—(क) माध्यम की प्रकृति, (ख) माध्यम की सीमा की चमक (polish) और (ग) प्रकाश का रंग।

31.2. व्यवस्थित और विसरित परावर्तन (Regular and diffuse reflection):—यदि एक ओर से आता हुआ प्रकाश किसी धरातल से टकराकर किसी विशेष दिशा में चला जाता है तो यह व्यवस्थित परावर्तन (regular reflection) कहलाता है। समतल धरातल (plane surface) से व्यवस्थित परावर्तन होता है, परन्तु, यदि धरातल खुरदरा हो तो एक ही दिशा से आने वाले प्रकाश के लिए अलग अलग आपतन कोण (angle of incidehce) होंगे क्योंकि वैसी दशा में भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर खींचे गये अभिलम्ब समान्तर नहीं होंगे। इस प्रकार प्रकाश का परावर्तन कई दिशाओं में होता है। अतएव इस परावर्तन को विसरण (diffusion) कहते हैं।

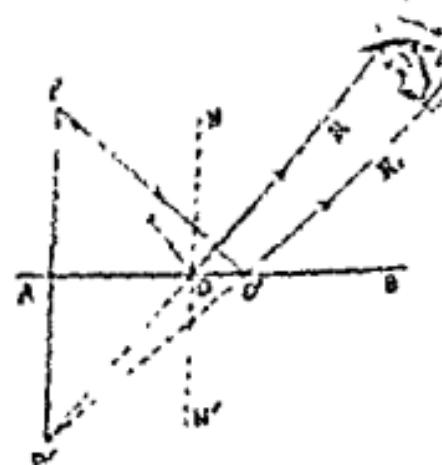
दिन में सूर्य का विसरित प्रकाश ही हमें छाया में रखे पदार्थों को देखने के लिए समर्थ करता है।

चमकीले धरातल से परावर्तन होता है। यही कारण है कि किसी चमकीली वस्तु के हम सामने जाते हैं तो उसमें हमारा प्रतिबिंब दिखाई देने लगता है। कारण स्पष्ट है। हमारे शरीर से चलने वाली प्रकाश किरणें चमकीले धरातल पर पड़ती हैं और परावर्तित होकर हमारी आंखों पर गिरती हैं, जिससे हमें उसमें हमारा प्रतिबिंब दिखाई देने लगता है। इसी व्यवस्थित परावर्तन के कारण, तेज प्रकाश में रखी हुई वस्तु के पदार्थ को पहिचानने में भी हम असमर्थ हो जाते हैं। उदाहरणार्थ—कोई चमकदार धातु का बर्तन धूप में रखो। बर्तन पर गिरने वाला सूर्य का प्रकाश परावर्तित होकर हमारी आंखों पर गिरेगा और फलस्वरूप हमें सूर्य का प्रतिबिंब दिखाई देगा। उस परावर्तित प्रकाश के कारण, हम बर्तन की धातु को नहीं पहिचान पावेंगे।

31.3 समतल दर्पण में प्रतिबिम्ब (image) बनना:—चित्र 31.2 स्वयं स्पष्ट है। PO व PO' किसी बिन्दु P से निकलने वाली आपाती-किरणें हैं। ये समतल सीमा पर गिरकर परावर्तन के नियमानुसार परावर्तित होती हैं। जब परावर्तित (reflected) किरणें OR, O'R', आंख में पहुँचती हैं तो ऐसा लगता है कि वे बिन्दु P' (जहां RO और R'O' पीछे की ओर बढ़ाने से मिलती हैं) से आ रही हैं। इसका कारण यह है कि हम प्रकाश के ऋजुरेखीय प्रचलन से अभ्यस्त हैं। अतः बिन्दु P', बिन्दु P का प्रतिबिंब कहलाता है। इसी प्रकार, यदि बिन्दु P के स्थान पर हम कोई वस्तु लेते तो उसके प्रत्येक बिन्दु से निकलने वाली किरणें परावर्तित होकर अपना अपना अलग प्रतिबिंब बनाकर वस्तु का पूरा प्रतिबिंब बनाती। यह प्रतिबिंब दिखने में वस्तु जैसा ही होगा। चूंकि वास्तव में किरणें आती तो P से ही है, परन्तु लगता है कि वे P' से निकल रही हैं, इसलिए P' वास्तविक (real) नहीं है, वह प्रतीयमान (virtual) है। अतः

इस प्रकार का प्रतिबिंब अवास्तविक प्रतिबिंब (virtual image) कहलाता है। क्यों
के इसका मतलब है कि ऐसा जो केवल प्रतीत होता है किन्तु जो वास्तव में स्थि

नहीं होता है। दूसरे शब्दों में, इस प्रकार का प्रतिबिंब किसी पर्दे पर नहीं बन सकता है क्योंकि यह स्वत: प्रकाशित नहीं होता है।

तुम पहिले से ही जानते हो कि बिन्दु प्रकाश स्रोत (point source) से दर्पण पर आकर बनने वाले लम्ब, (perpendicular) पर प्रतिबिंब बनता है। यह दर्पण के उतना ही पीछे रहता है जितनी कि वस्तु दर्पण के आगे है।

चित्र 31·2

अत: $AP = AP'$

प्रमाण:—बिन्दु P से दर्पण के धरातल AB पर एक PA लम्ब डालो और इसे बढ़ाओ। RO को पीछे की ओर इतना बढ़ाओ कि वह बढ़ी हुई PA को P′ पर काटे। अब हमें सिद्ध करना है कि $AP = AP'$

O पर अभिलम्ब NON′ खींचो।

आपतन कोण PON = परावर्तन कोण RON

और $\angle RON = \angle P'ON'$, सम्मुख कोण होने के कारण

अत: $\angle PON = \angle P'ON'$

परन्तु $\angle NOA = \angle N'OA$, दोनों समकोण होने के कारण,

अत: $\angle NOA - \angle PON = \angle N'OA - \angle P'ON'$

(बराबर कोणों में से बराबर कोण घटाने से बचे हुए कोण भी आपस में बराबर होते हैं)

$\therefore \quad \angle POA = \angle P'OA$

$\triangle$ POA और P′OA में हम पाते हैं :

$\angle POA = \angle P'OA$, (ऊपर सिद्ध किया जा चुका है)

$\angle PAO = \angle P'AO$, ($\because$ बनावट से दोनों समकोण है)

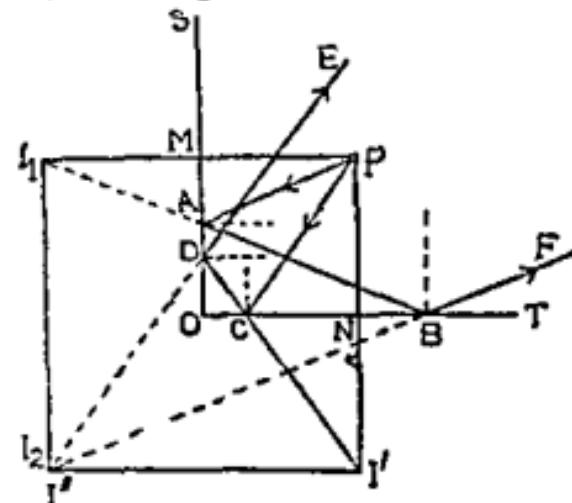
OA भुजा उभयनिष्ट (*common*) है।

अत: दोनों त्रिभुज सर्वांगसम (*identical*) है।

इसलिए, $PA = P'A$ यही सिद्ध करना था।

31·4 दो दर्पणों में प्रतिबिंब बनाना (Formation of images in two mirrors) :—तुम जानते हो कि यदि दो समान्तर दर्पण हों, जैसे कि नाई की दुकान में होते है, तो हमें असंख्य प्रतिबिंब प्राप्त होंगे। मानलो A व B दो दर्पण है। P एक

बिम्ब है। P पहिले A में प्रतिबिंब बनायगा I_1 पर व B में I' पर। फिर यह I_1 दर्पण B के लिए और यह I' दर्पण A के लिए बिम्ब जैसा कार्य कर अपना अपना प्रतिबिंब बनायेंगे और ऐसा होते होते दर्पणों में असंख्य प्रतिबिंब बन जाएंगे। चूंकि प्रत्येक बिंब बनने के लिए परावर्तन आवश्यक है, इस कारण परावर्तित किरणों की तीव्रता कम कम हो कर इतनी कम हो जायगी कि प्रतिबिंब दीखना असंभव होगा। प्रतिबिंबो की संख्या दर्पणों की * परावर्तन क्षमता (reflecting power) के कारण ही सीमित होती है।

एक दूसरे के समकोण रखे गये दो दर्पणों में तीन प्रतिबिंब बनते हैं। A और B दो दर्पणों के बीच 90° का कोण है। P कोई वस्तु उनके सामने पड़ी है। इसका दर्पण A और B में क्रमशः I_1 और I' प्रतिबिंब बनेगा। दर्पण B में बना हुआ प्रतिबिंब I', दर्पण A के लिए वस्तु का काम करेगा और उसका प्रतिबिंब I_2 पर बनेगा। इसी प्रकार दर्पण A में बना हुआ प्रतिबिंब I_1, दर्पण B के लिए वस्तु का काम करेगा और उसका प्रतिबिंब I'' पर बनेगा। किन्तु I_2 और I'' एक ही स्थान पर बनते हैं। अतः वे अलग दिखाई नहीं देते। फलस्वरूप हमें कुल तीन प्रतिबिंब दिखाई देते हैं।

चित्र 31·3

व्यापक रूप में, यदि दो दर्पणों के बीच का कोण θ डिग्री हो और n प्रतिबिंबों की संख्या हो, तो प्रतिबिंबो की संख्या निम्नसूत्र से प्राप्त होती है।

$$n = \frac{360}{\theta} - 1$$

31·5. समतल दर्पण का घूर्णन (Rotation) :—सिद्ध करना है कि जब एक समतल दर्पण किसी कोण से घुमाया जाता है और आपाती किरण (incident ray) की दिशा नहीं बदलती तब परावर्तित (reflected) किरण उस कोण के दुगुने कोण से घूर्णित होती है।

---

* परावर्तन क्षमता से हमारा भिन्न अर्थ होता है। कोई भी दर्पण 100 प्र.श. परावर्तक नहीं होता है। उस पर जितना प्रकाश गिरता है उसमें से वह कुछ का शोषण करता है और अधिकांश का परावर्तन करता है। प्रकाश के परावर्तन अंश व आपाती (incident) प्रकाश के अनुपात को परावर्तन क्षमता कहते हैं। जितना दर्पण अच्छा होगा उसकी क्षमता अधिक होगी।

पहली विधि:—जब आपतन (incidence) अभिलम्ब (normal) है और दर्पण को आपतन बिन्दु पर घुमाया जाता है:—

AB दर्पण की पहली स्थिति है और ON अभिलम्ब (normal) है। मान लो आपाती किरण (incident ray) NO दिशा में है जिससे कि आपतन कोण शून्य है। अतः परावर्तन भी NO दिशा में ही होगा।

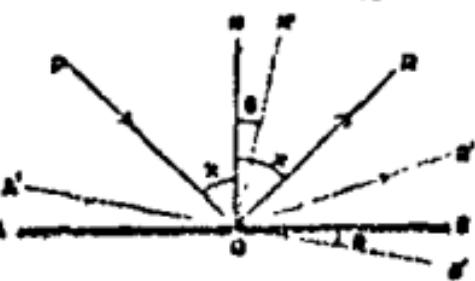
जब दर्पण को θ कोण से घुमाया जाता है तब इसकी नई स्थिति (position) A'B' हो जाती है और कोण A'OA $= \theta$. नया अभिलम्ब (normal) NO' भी ON के साथ θ कोण बना-देगा और $\angle NON' = \theta$ (AB और A'B' के बीच होगा)

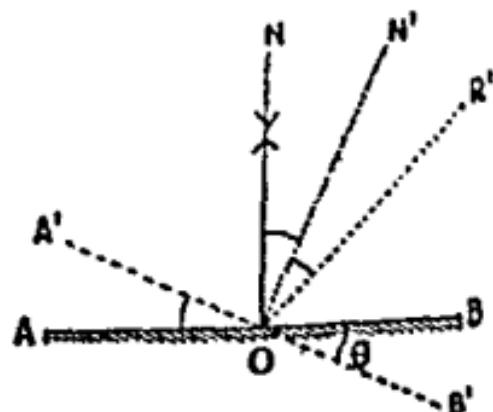
चित्र 31·4 (a)

नई स्थिति में, NO आपाती किरण है और N'O अभिलम्ब है।

अतः आपतन कोण $NON' = \theta$ और इसलिए परावर्तन कोण $R'ON'$ भी θ के बराबर है।

इस तरह, $\angle R'ON = R'ON' + \angle N'ON$
$= \angle \theta + \theta = 2\theta$

इस प्रकार, कोण R'ON जिसमें परावर्तित किरण (reflected ray) घूमी है, *दर्पण द्वारा घूर्णित कोण का दुगुना है।*

चित्र 31·4 (b)

दूसरी विधि:—आपतन किसी भी कोण पर होता है परन्तु दर्पण आपतन बिन्दु पर ही घूर्णित किया जाता है।

चित्र 31.4 (b) स्वतः स्पष्ट है। OR परावर्तित (reflected) किरण की पहली स्थिति है। समतल दर्पण की स्थिति AB है। OR' परावर्तित किरण की अन्तिम स्थिति है और तब दर्पण स्थिति A'B' हो जाती है।

सिद्ध करना है कि R'OR कोण = 2AOA'

ऊपर सिद्ध किए अनुसार :

$\angle AOA' = \theta = \angle NON'$

आपतन कोण (angle of incidence), $PON = i$

= परावर्तन कोण (angle of reflection), RON (दर्पण पहली स्थिति में)

$\therefore \angle RON' = \angle RON - \angle NON' = x - \theta$

आपतन कोण दर्पण की नई स्थिति में

$PON' = \angle PON + \angle NON' = x + \theta$

अतः नया परावर्तन कोण (angle of reflecton), $R'ON'$

= नया आपतन कोण (angle of incidence), PON'

$= x + \theta$

$\therefore \angle R'OR = \angle R'ON' - \angle RON'$

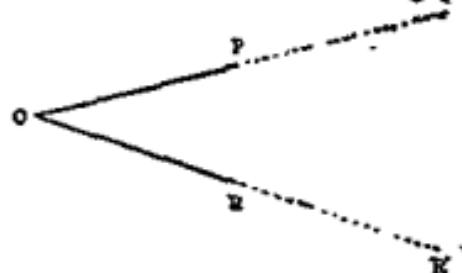
$= (x + \theta) - (x - \theta) = x + \theta - x + \theta$

$= 2\theta$, अतः सिद्ध हो गया।

31.6 दर्पण घूर्णन के उपयोग (Applications of rotation of mirror):—

(अ) कोणिक विक्षेप (angular deflection) नापने के लिए लेम्प और पैमाने की विधि:—

आवश्यकता:—भौतिकशास्त्र में कई यन्त्र ऐसे होते हैं जिनके किसी भाग का सूक्ष्म कोणिक विक्षेप नापने की आवश्यकता पड़ती है—जैसे, गैल्वेनोमापी (galvanometer) और विक्षेप चुम्बकत्वमापी (deflection magnetometer) में।

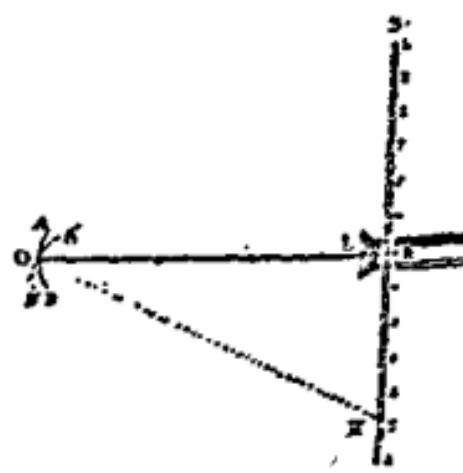
उपयोग.—हम जानते हैं कि यदि एक छोटे कोण की भुजायें बड़ी हों तो उसका नापना ज्यादा सही (accurate) हो जाता है। देखो चित्र 31.5. P'R' स्थिति में कोण को अधिक सही नापा जा सकता है क्योंकि PR से P'R' बड़ी है और इस प्रकार, विक्षेपित होने वाले उपकरण (apparatus) के एक लम्बा सूचक (pointer) लगा होना चाहिए। परन्तु सुग्राहिता (sensitiveness) के लिए सूचक भारी नहीं होना चाहिए। अपने भार के कारण यह अपनी कीलक (pivot) पर अधिक घर्षण (friction) पैदा करता है। भारी होने के कारण इसे घुमाने के लिए अधिक बल की भी आवश्यकता पड़ती है। किसी भी धातु या अधातु के बने सूचक से ये आवश्यकतायें पूरी नहीं हो पाती। अतः हम प्रकाश की किरण को सूचक की जगह प्रयोग करते हैं।

चित्र 31.5

वर्णन:—विक्षेपित होने वाले उपकरण (deflecting apparatus) के समतल अथवा अवतल (concave) दर्पण लगा होता है। लेम्प को इस तरह अंधाया जाता है कि किरणें दर्पण पर पड़ने के बाद वापस परावर्तित हो कर पैमाने पर

गिरती है और उस पर एक बिन्दु प्रतिबिंब बन जाता है। यदि समतल दर्पण प्रयुक्त किया गया तो बीच में एक उत्तल लैंस (convex lens) लगाना पड़ता है।

कार्य सिद्धान्त (working):– मानलो लैम्प L को इस तरह समंजित (adjust) किया जाता है कि किरणें परावर्तित होकर R पर प्रतिबिंब बनाती हैं। जब विक्षेपित (deflect) होने वाला भाग घूमता है तो उसके साथ दर्पण भी घूमता है और प्रतिबिंब की नई जगह R′ हो जाती है। यदि दर्पण θ कोण से घूमता है तो परावर्तित किरण द्वारा घूमा हुआ कोण $ROR' = 2\theta$ (अनुच्छेद 31.5 में सिद्ध किया जा चुका है) देखो चित्र 31.6 (a)

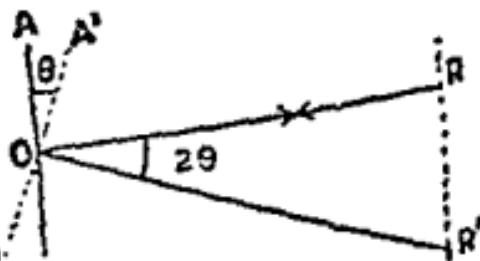
चित्र 31.6 (a)

$$\tan \angle ROR' = \tan 2\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{RR'}{OR}$$

$$\therefore \quad 2\theta = \tan^{-1}\frac{RR'}{OR}$$

θ छोटा है और इसलिए 2θ भी.

अतएव $\tan 2\theta = 2\theta$ मान सकते हैं।

$$\therefore \quad 2\theta = \frac{RR'}{OR}$$

अथवा $$\theta = \frac{RR'}{2OR} = \frac{d}{2D} \text{ (रेडियन में)}$$

चित्र 31.6 (b)

जब d (= RR′), प्रतिबिंब का पैमाने पर विक्षेप है और D (= OR), पैमाने की दर्पण से दूरी है।

हम जानते हैं कि π रेडियन = 180 डिग्री

इसलिए $$\theta \text{ रेडियन} = \frac{180 \times \theta}{\pi} \text{ डिग्री}$$

विक्षेप (deflection), $$\theta = \frac{180 \times d}{2D\pi} \text{ डिग्री}$$

विधि (method):—पैमाने को D = 1 मीटर दूरी पर रखा जाता है। फिर लेम्प की ऊंचाई और स्थिति इस तरह से समजित (adjust) की जाती है कि प्रकाश का धब्बा (प्रतिबिंब) पैमाने के O स्थान पर पड़ता है। जब विक्षेपित होने वाले भाग के लगा हुआ दर्पण घूमता है तो प्रकाश का धब्बा पैमाने पर सरक कर मानलो d अंक तक विक्षेपित होता है। इस तरह हम d और D = 1 मीटर मालूम कर लेने पर θ को ज्ञात करते हैं।

महत्व :—D अर्थात् पैमाने की दर्पण से दूरी को बढ़ाकर विक्षेप d को बढ़ाया जा सकता है और इस तरह d का नाप अधिक सही होता है तथा उसमें प्रतिशत त्रुटि (error) कम होती है।

(ब) हम θ नापने की जगह $2\ \theta$ नापते हैं। इसलिए सही नाप (accurate measurement) की सम्भावना और भी बढ़ जाती है।

रूपान्तर (Modification):—(अ) लैम्प की जगह एक दूरदर्शी (telescope) का प्रयोग किया जा सकता है। पैमाने के शून्य के चिन्ह का प्रतिबिंब पहले दूरदर्शी में देखा जाता है। विक्षेप (deflection) होने पर कोई दूसरा चिन्ह, d दूरी पर दूरदर्शी (telescope) के तार पर दिखाई देने लगता है। इससे 'd' के मान का पता लग जाता है।

(ब) सेक्सटेंट (Sextant):—यह यन्त्र दूर की इमारतों की ऊंचाई या सूर्य की तुंगता (altitude) आदि नापने के काम आता है।

संख्यात्मक उदाहरण:—एक दूरदर्शी पैमाने की विधि में, पैमाना 2 मीटर की दूरी पर रखा गया और विक्षेप (deflection) 10 मिलीमीटर नापा गया। दर्पण का विक्षेप ज्ञात करो। यदि पैमाने पर सबसे छोटा भाग (division) 1 मिलीमीटर का हो तो इससे छोटे से छोटा कौन-सा कोण नापा जा सकता है ?

देखो चित्र 31.6 (b),

$$\tan\ 2\theta = \frac{RR'}{OR} = \frac{10}{2000}$$

लेकिन, $\tan\ 2\theta = 2\theta$ (लगभग)

$\because\ 2\,\theta = \frac{10}{2000}$ अथवा $\theta = \frac{10}{2 \times 2000} = \frac{1}{400}$ रेडियन

$\because$　$3\text{·}14$ रेडियन $= 180^\circ$

$\therefore$　$\frac{1}{400}$ रेडियन $= \frac{1}{400} \times \frac{180}{3\text{·}14} = 0\text{·}14^\circ$

$\therefore$　$\theta = 0\text{·}14^\circ$

इसी तरह, चूंकि सूक्ष्मातिसूक्ष्म नापा जा सकने वाला विक्षेप एक मिलीमीटर है। अतः छोटे से छोटे नापा जा सकने वाला कोण का मान,

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2000}=\frac{1}{4000} \text{ रेडियन अथवा } \frac{180}{3.14}\times\frac{1}{4000}=0.014 \text{ डिग्री}$$

प्रश्न

1. परावर्तन के नियम बताओ और परावर्तन एवं विसरण में अन्तर समझाओ। समझाकर बताओ कि एक अच्छे पालिशदार काच को पहिचानना क्यों कठिन है?
(देखो अनुच्छेद 31.1 और 31.2)

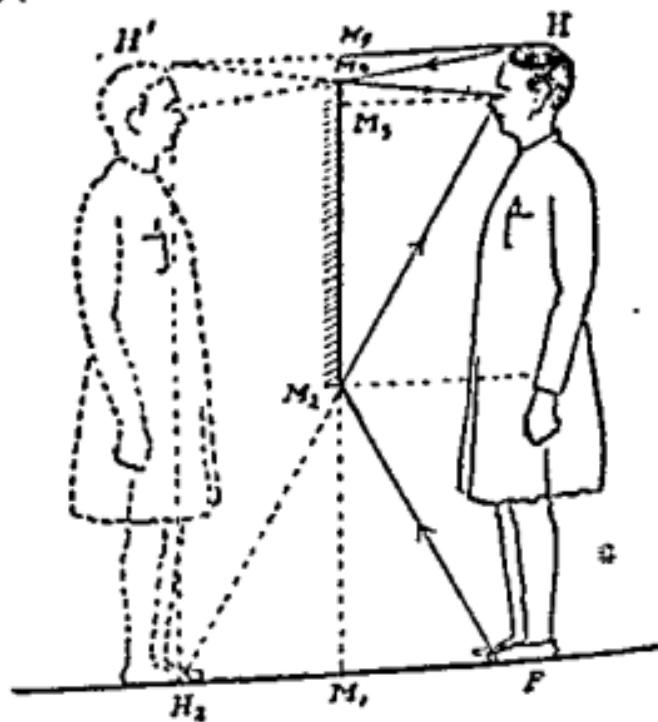
2. सिद्ध करो कि यदि एक दर्पण किसी कोण से घुमाया जाता है और आपाती किरण स्थिर रहती है तो परावर्तित किरण दुगने कोण से घूम जाती है।
(देखो अनुच्छेद 31.5)

3. सूक्ष्म कोणिक विक्षेप मापने की प्रकाशीय (optical) विधि का वर्णन करो। इस विधि के लाभ बताओ। (देखो अनुच्छेद 31.5 और 31.6)

4. सिद्ध करो कि दर्पण की सबसे छोटी लम्बाई जिसमें एक व्यक्ति अपनी पूरी लम्बाई देख सके, उसके शरीर की लम्बाई से आधी रहती है।

(सूचना:—आंख और सिर के बीच की दूरी को M_4 पर (मानलो) दो बराबर भागों में बांटो। आंख और पैर की अंगुलियों के बीच की दूरी को M_2 पर मान कर दो

चित्र 31.7

बराबर भागों में बांटो। दर्पण की लम्बाई ऐसी होनी चाहिये कि उसका एक सिरा M_4 की सीध में हो और दूसरा M_2 की सीध में हो।)

5. सिद्ध करो कि यदि एक समतल दर्पण, वस्तु की ओर x दूरी से सरकाया जाता है तो प्रतिबिम्ब वस्तु की ओर $2\,x$ दूरी से सरक जाता है।

(सूचना : देखो चित्र 31.8),

$N'P = N'Q' = d$

$N'N = x$

इसलिए, $NP = NQ = d - x$

$\therefore \quad Q'Q = NQ' - NQ$

$= (NN' + N'Q') - NQ = (x + d) - (d - x) = 2\,x$

चित्र 31.8

6. यदि दर्पण को अभिलम्ब बिन्दु को छोड़कर दूसरे बिन्दु पर $\angle\theta$ से घुमाया जाय तो सिद्ध करो कि परावर्तित किरण $\angle 2\theta$ में घूमेगी। (देखो चित्र 31.9)

चित्र 31.9

संख्यात्मक प्रश्न :—

1. एक पैमाना-दूरदर्शी विधि में, पैमाना 1 मीटर की दूरी पर रखा जाता है और कुण्डली (coil) 1 मिनट से विक्षेपित होती है। पैमाने पर विक्षेप (deflection) बताओ। (उत्तर 0·35 सि. मी.)

2. एक व्यक्ति और दर्पण के बीच की दूरी 100 फीट है। यदि व्यक्ति दर्पण की ओर 5 फीट प्रति सेकण्ड की दर से चलने लगता है तो कितने समय पश्चात् वह व्यक्ति अपने प्रतिबिम्ब से 100 फीट की दूरी पर होगा? (उत्तर 10 सेकण्ड)

परावर्तन, अवतल (concave) दर्पण में वह F पर मिलती है [चित्र 32.4 (a)] और उत्तल (convex) दर्पण में F पर मिलती हुई दिखाई देती है [चित्र 32.4 (b)]। यहां, $\angle i = \angle r$, आपतन और परावर्तन कोण बराबर होते हैं।
साथ ही, $\angle i = \angle MOF$, चित्र 32.4 (a) में एकान्तर कोण व चित्र 32.4 (b) में संगत कोण होने के कारण।

चित्र 34.4 (b)

$\therefore \quad \angle i = \angle r = \angle MOF$ (1)

इस तरह, त्रिभुज FMO में, FM = FO ....

हम छोटे व्यास (aperture) वाले दर्पणों को ही विचाराधीन लेते हैं। दर्पण की परिधि (periphery) द्वारा वक्रता-केन्द्र (centre of curvature) पर बनाया हुआ कोण दर्पण-व्यास (aperture of mirror) का माप है। अतः AF दूरी की तुलना में, बिन्दु M ध्रुव A के बहुत पास ही स्थित समझा जाना चाहिये। (2)

तब, FM = FA ....

समीकरण (1) और (2) की तुलना करने पर, हम पाते हैं कि,

FO = FA

अर्थात् F बिन्दु AO दूरी को दो बराबर भागों में बांटता है।

$\therefore \quad AF = 1/2\ AO$

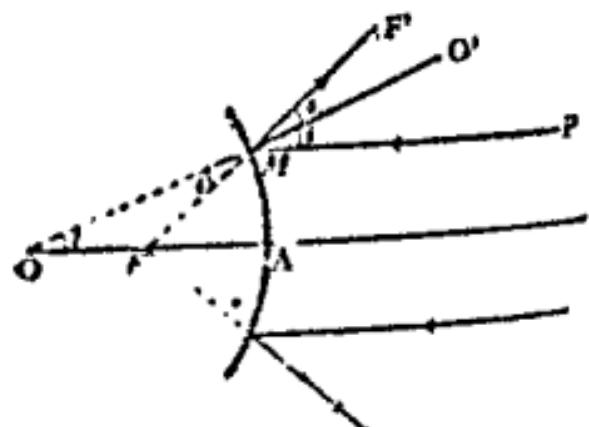
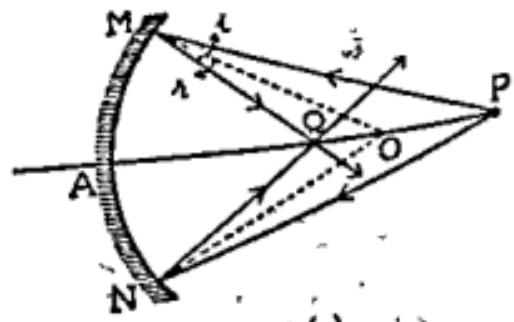
या $\quad f = r/2$

यहां पर, $f = AF$ संगमान्तर है और $r = AO$ वक्रता-त्रिज्या है।

सम्बन्धः—एक दर्पण का संगमान्तर = उसकी वक्रता त्रिज्या का आधा (focal length = half of the radius of curvature)

32.5. संगमान्तर, वस्तु व प्रतिबिम्ब की दूरियों में सम्बन्धः—

अवतल (concave) दर्पण के लिए:—देखो चित्र 32.5 (a)। PM और MQ क्रमशः आपाती (incident) और परावर्तित किरणें हैं। MO अभिलम्ब (normal) है। इसी तरह, PN और NQ क्रमशः आपाती और परावर्तित किरणें हैं। ये परावर्तित किरणें Q बिन्दु पर मिलती हैं। इसलिए Q बिन्दु P का प्रतिबिम्ब है।

चित्र 32.5 (a)

△ PMQ में

∵ ∠ PMO = QMO, आपतन और परावर्तन कोण होने के कारण

अतः MO, ∠ QMP का आन्तरिक समद्विभाजक (internal bisector) हो जाता है।

इसलिए, यह आधार QP को भी दोनो तरफ की आसन्न (adjacent) भुजाओं के अनुपात मे बाटेगा।

अतः $$MQ/MP = QO/PO \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

किन्तु दर्पण-व्यास (aperture of the mirror) छोटा होने से, M और A बहुत ही पास है।

∴ $$MQ = AQ \text{ और } MP = AP$$

समीकरण (1) से,

$$AQ/AP = QO/PO$$

यहां, $$QO = AO - AQ \text{ और } PO = AP - AO$$

उपरोक्त में, ये स्थानापन्न (substitutions) करने पर,

$$\frac{AQ}{AP} = \frac{AO - AQ}{AP - AO} \quad \ldots \quad (2)$$

$AP = u$, $AQ = v$ और $AO = r$ मानलो, जबकि u, v और r क्रमशः बिंब (object) की दूरी, प्रतिबिंब (image) की दूरी और वक्रता-त्रिज्या (radius of curvature) हैं।

अतः समीकरण (2) से,

$$\frac{v}{u} = \frac{r - v}{u - r} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$$

आरपार-गुणन (cross-multiplication) से हम पाते हैं :

$$v(u - r) = u(r - v)$$

या $$vu - vr = ur - uv$$

r वाली राशियों (terms) को एक ओर कर लेने पर,

$$uv + uv = ur + vr$$

या $$2\,uv = ur + vr \quad \ldots \quad (4)$$

दोनो पक्षो मे uvr का भाग देने से समीकरण (4) से हम पाते हैं,

$$\frac{2uv}{uvr} = \frac{ur}{uvr} + \frac{vr}{uvr}$$

या $$\frac{2}{r} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u} \quad \ldots \quad (5)$$

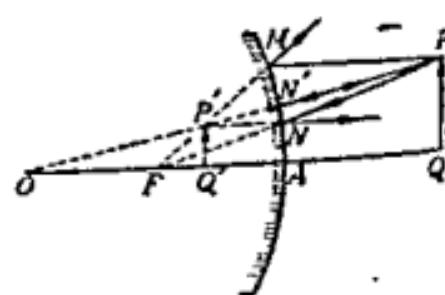
किन्तु $$f = r/2 \quad \text{(देखो अनुच्छेद 31.4)}$$

∴ $$\frac{1}{f} = \frac{1}{r/2} = \frac{2}{r}$$

उत्तल (convex) दर्पण में बने प्रतिबिंब की स्थिति अंकित (draw) करने के लिए थोड़ा ध्यान देने की आवश्यकता है। देखो चित्र 32.6 (b)।

(1) मुख्य अक्ष (principal axis) के समान्तर रेखा PM खींचो और F तथा M को एक बिन्दुमय (dotted) रेखा से मिला दो। FM को आगे बढ़ाने से परावर्तित (reflected) किरण की स्थिति प्राप्त हो जायगी।

चित्र 32.6 (b)

(2) इसी प्रकार, F व P को मिलाने के लिए उसका P से दर्पण तक का हिस्सा रेखा PN द्वारा खींचो और बाकी हिस्सा NF बिन्दुमय रेखा द्वारा दर्शाओ। अब N में से होती हुई एक रेखा मुख्य अक्ष के समान्तर खींचो। यह आपाती किरण (incident ray) PN की परावर्तित (reflected) किरण की दिशा बताती है। इस रेखा को पीछे बढ़ाने पर यह FM को किसी बिन्दु P' पर काटती है।

(3) PO को मिलाओ। मानलो दर्पण को यह रेखा N' बिन्दु पर काटती है। तब PN' आपाती किरण (incident ray) की N'P, परावर्तित किरण है। यह रेखा PO भी P' में से निकलेगी।

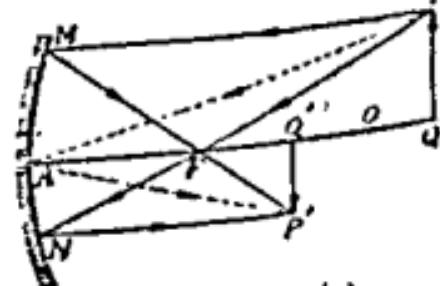
इस प्रकार सभी परावर्तित किरणें (reflected rays) दर्पण के पीछे स्थित बिन्दु P' से आती हुई दिखाई पड़ती है। अतः P' बिन्दु P का प्रतिबिंब हुआ। इसलिए PQ का प्रतीयमान या आभासी (virtual) प्रतिबिंब P'Q' है।

नोटः—यदि PQ मुख्य अक्ष के साथ समकोण बनाती हो तो इसका प्रतिबिंब P'Q', मुख्य अक्ष पर P' से लम्ब डालने से प्राप्त हो जाता है। यह लम्ब मुख्य अक्ष से जहां मिलता है वही बिन्दु Q' है।

32·8. आवर्धन (Magnification):—प्रतिबिंब का आकार, बिंब के आकार और उसकी स्थिति एवं दर्पण के संगमान्तर पर निर्भर करता है। प्रतिबिंब बिंब से जितने गुना बड़ा है वही उसका आवर्धन कहलाता है। यहां पर हम केवल उसकी लम्बाई पर ही विचार करेंगे। अतः

$$\text{रेखीय आवर्धन (linear magnification)} = \frac{\text{प्रतिबिंब की लम्बाई}}{\text{बिंब की लम्बाई}}$$

$$= I/O$$

आवर्धन के लिए सूत्रः—चित्र 32.7 (a) को ध्यान से देखो—यह स्वयं स्पष्ट है। A को P और P' से मिलाओ। यदि PA आपाती किरण हो तो AP' उसकी परावर्तित (reflected) किरण होगी।

चित्र 32·7 (a)

$\triangle$ APQ और AP'Q' को विचाराधीन लो।

$\angle$ PAQ = $\angle$ P'AQ', परावर्तन के नियमानुसार।

$\angle$ PQA = $\angle$ P'Q' A, समकोण होने के कारण।

$\therefore$ बाकी रहे कोण APQ और AP'Q' भी बराबर है।

अतएव दोनों त्रिभुज सदृश (similar) हैं।

जिससे,

$$P'Q'/PQ = AQ'/AQ$$

परन्तु P'Q' नीचे की ओर मापी जाती है। अतः यह ऋण चिन्ह के साथ लिखी जानी चाहिए जिससे,

$$-I/O = v/u$$

अतः आवर्धन, $M = I/O = -v/u$ .... (1)

MA और NA जो वास्तव में चाप (arcs) हैं, दर्पण व्यास छोटा होने के कारण, अक्ष पर लम्ब समझी जा सकती है।

अब MAF और P'Q'F त्रिभुजों पर विचार करो :

इनमें,

$\angle$ P'Q'A = $\angle$ MAF, दोनों समकोण होने के कारण

$\angle$ Q'FP' = $\angle$ AFM, सन्मुख कोण होने के कारण।

इसलिए दोनों त्रिभुज सदृश (similar) हैं।

$$\therefore \quad \frac{P'Q'}{MA} = \frac{FQ'}{FA} = \frac{AQ' - AF}{AF}$$

या

$$-\frac{I}{O} = \frac{v-f}{f}$$

$\therefore$ आवर्धन, $M = \dfrac{I}{O} = -\dfrac{v-f}{f}$ .... (2)

इसी तरह, NAF और PQF त्रिभुजों पर विचार करो।

ऊपर की ही तरह यहां भी दिखाया जा सकता है कि वे सदृश (similar) हैं।

अतः

$$\frac{NA}{PQ} = \frac{AF}{FQ}$$

या

$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{AF}{AQ - AF} \text{ क्योंकि } NA = P'Q'$$

या

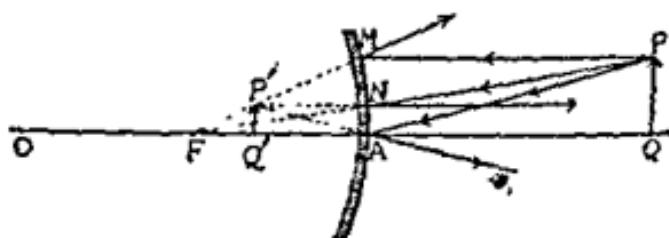
$$-\frac{I}{O} = \frac{f}{u-f}$$

$\therefore$ $M = \dfrac{I}{O} = -\dfrac{f}{u-f}$ .... (3)

उपरोक्त तीनों सम्बन्ध एक उत्तल (convex) दर्पण के लिए भी सिद्ध किये

जा सकते हैं। यहां पर भी उन्हीं अर्थात् APQ और $AP'Q'$ त्रिभुजों पर विचार करना होगा।

चित्र 32·7 (b)

वे भी सदृश हैं क्योंकि :

$\angle PQA = \angle P'Q'A$, दोनों समकोण होने के कारण

और $\angle PAQ = \angle QAS = \angle P'AQ'$ सम्मुख कोण होने के कारण।

$\therefore \quad P'Q'/PQ = AQ'/AQ$

अथवा $I/O = -v/u$

अत: $\quad M = I/O = -v/u$

इसी तरह, बाकी दोनों सूत्र भी निकाले जा सकते हैं किन्तु ध्यान रखो कि I को घन (postive) और v तथा f को ऋण (negative) रखना आवश्यक है।

अतएव आवर्धन (magnification) के लिए निम्नलिखित तीन सूत्र (formulae) प्राप्त होते हैं:—

(i) $M = -\dfrac{v}{u}$

(ii) $M = -\dfrac{v-f}{f}$

(iii) $M = -\dfrac{f}{u-f}$

32·9. आवर्धन सूत्रों से u, v और f में सम्बन्ध निकालना: —किन्हीं दो आवर्धन सूत्रों की तुलना करो। जैसे (ii) और (iii) सूत्र लेने पर

$$-\frac{v-f}{f} = -\frac{f}{u-f}$$

आरपार (cross) गुणन से,

$(v-f)\ (u-f) = f \times f$

सरल करने पर :

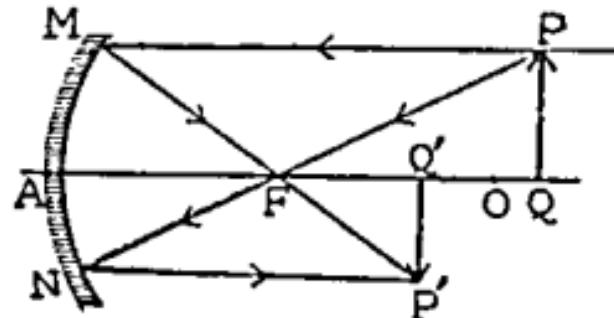
$uv - fv - uf + f^2 = f^2$

अथवा $\quad uv = uf + vf$

दोनों पक्षों को uvf से विभाजित करने पर

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

32·10 न्यूटन का सूत्र और वस्तु तथा प्रतिबिंब की आपेक्षिक स्थितियों पर विचार (Newton's formula and discussion about relative positions of object and image) :—

संगम (focus) को उद्गम (origin) मानलो और वस्तु तथा प्रतिबिंब की दूरियां इसी बिन्दु (origin) से मापो। मानो ये दूरियां क्रमशः x और y हैं जिससे

चित्र 32·8 (a)

चित्र 32.8 (a) और 32.8 (b) में, FQ = x और FQ' = y

जैसे अनुच्छेद 32.8 में किया था, यहां पर

$\triangle$ P'Q'F और $\triangle$ MAF सदृश (similar) हैं।

अतः, $\quad P'Q'/MA = FQ'/FA$

या $\quad P'Q'/PQ = y/f \quad \ldots\ldots \quad (1)$

इसी तरह $\triangle$ NAF और $\triangle$ PFQ भी सदृश हैं, जिससे पहले की तरह:

$$\frac{NA}{PQ} = \frac{AF}{QF} \text{ या } \frac{P'Q'}{PQ} = \frac{f}{x} \qquad (1)$$

समीकरण (1) और (2) की तुलना करने पर हम पाते हैं:

$$\frac{y}{f} = \frac{f}{x} \text{ या } xy = f^2 \qquad \ldots\ldots \qquad (3)$$

समीकरण (3) न्यूटन का सूत्र (Newton's formula) कहलाता है। यह सूत्र उत्तल (convex) दर्पण के लिए भी सही बैठता है।

मीमांसा:—समीकरण (3) को ध्यान से देखो। दर्पण का संगमान्तर (focal length) एक परिमित राशि (finite quantity) होती है और चाहे धन हो या ऋण, उसका वर्ग तो धन ही होगा। इसलिए, उपरोक्त समीकरण (3) का दाहिनापक्ष

चित्र 32.8 (b)

(R. H. S.) हमेशा धन होगा । अतः x और y का गुणनफल भी हमेशा धन होना चाहिए ।

इसका अर्थ यह होता है कि x और y के चिन्ह (sign) एक समान होने आवश्यक हैं—चाहे दोनों ऋण हों । अर्थात् बिंब और उसका प्रतिबिंब दोनों संगम के एक ही ओर स्थित होते हैं ।

हम जानते हैं कि $xy = f^2$

अथवा $y = f^2/x$

(1) जब $x = \infty$, $y = 0$

अर्थात् जब बिंब अनन्त (∞) पर है, तो प्रतिबिंब संगम पर बनता है । यह वास्तविक, उल्टा और छोटा होगा ।

(2) अब बिंब को दर्पण की ओर लाओ । जब यह वक्रता-केन्द्र और अनंत के बीच होगा, $x > f$

$$\therefore\ y = \frac{f^2}{x} = \frac{f^2}{>f} = < f$$

अर्थात् तब उसका प्रतिबिंब वक्रता-केन्द्र (centre of curvature) और संगम के बीच स्थित होगा ।

यह वास्तविक उल्टा और छोटा होगा ।

(3) जब बिंब वक्रता केन्द्र के ऊपर पहुंचता है, $x = f$

$$\therefore\ y = \frac{f^2}{x} = \frac{f^2}{f} = f$$

अर्थात् तब प्रतिबिंब भी वक्रता-केन्द्र पर स्थित होगा । यह वास्तविक, उल्टा और उसी प्रकार का होगा ।

(4) जब बिंब, संगम (focus) और वक्रता-केन्द्र के बीच होता है तब $x \angle f$ जिससे कि $y > f$ और प्रतिबिंब वक्रता-केन्द्र से दूर बनता है ।

अतः यह वास्तविक, उल्टा और बड़ा बनता है ।

(5) जब बिंब संगम के ठीक ऊपर होगा तब $x = 0$ और इसलिए $y = \infty$ अर्थात् प्रतिबिंब अनन्त पर बनेगा ।

यह वास्तविक, उल्टा और बड़ा बनेगा ।

(6) जब बिंब संगम और दर्पण के बीच में स्थित होगा, तब x ऋणात्मक होगा और यह f से छोटा भी होगा । फलस्वरूप, y भी ऋणात्मक होगा किन्तु यह f से बड़ा होगा ।

अतएव, प्रतिबिंब दर्पण के पीछे ध्रुव (pole) के दूसरी ओर बनेगा । यह प्रतीयमान (virtual) और बड़ा होगा ।

(7) यदि वस्तु को ध्रुव (पोल) पर ही रख दिया जाय तो $x = -f$ होगा जिससे $y = -f$ अर्थात् प्रतिबिंब भी वहीं ध्रुव पर ही बनेगा ।

यह प्रतीयमान और वस्तु के आकार का बनेगा।

इस प्रकार हम देखते हैं कि जैसे जैसे वस्तु अनन्त से ध्रुव तक लाई जाती है वैसे वैसे प्रतिबिंब पहिले तो संगम (focus) से अनन्त (infinity) की ओर और फिर ऋणात्मक अनन्त से ध्रुव की ओर बढता है। यह कभी तो वास्तविक (real) होता है और कभी कभी प्रतीयमान (virtual), कभी तो यह बडा या आवर्धित (magnified) होता है और कभी छोटा।

विद्यार्थियों को उपरोक्त प्रत्येक दशा के चित्र स्वयं बनाने का प्रयत्न करना चाहिए।

उत्तल दर्पण (convex mirror) के लिए:—उपर्युक्त मीमांसा (discussion) एक उत्तल दर्पण के लिए भी सही है परन्तु प्राप्त निर्णयों का अर्थ समझने में थोड़ा अन्तर पड़ेगा।

(1) बिम्ब अनन्त पर है तो $x = \infty$, $y = o$ और प्रतिबिंब संगम पर बनता है। किन्तु इस बार संगम दर्पण के पीछे है, अतः प्रतिबिंब प्रतीयमान, सीधा और छोटा होगा।

(2) जब बिंब ध्रुव (pole) और अनन्त (infinity) के बीच में रखा जाता है अर्थात् $x > f$, तब $y < f$ और प्रतिबिंब संगम और ध्रुव के बीच बनता है।

इस तरह, वस्तु की दर्पण के सामने की सब स्थितियों के लिए प्रतिबिंब दर्पण के के पीछे ही बनेगा; एवं वह प्रतीयमान, सीधा और छोटा होगा।

(3) जब $x = f$ अर्थात् जब बिंब ध्रुव पर रखा जाता है तब $y = f$ अर्थात् प्रतिबिंब भी ध्रुव पर ही होता है।

x को f से छोटा करना सम्भव नहीं है क्योंकि इसके लिए बिम्ब को दर्पण के पीछे रखना पड़ेगा और इसलिए तब परावर्तन सम्भव न हो सकेगा।

इस प्रकार, उत्तल दर्पण से हमें बिंब की सभी संभव स्थितियों के लिए, प्रतीयमान और छोटा प्रतिबिंब प्राप्त होता है जो दर्पण के पीछे बनता है।

यहां पर एक बात ध्यान देने की है। बिंब की दूरी 'u' घटाने/बढ़ाने पर वास्तविक प्रतिबिंब की दूरी 'v' बढ़ती/घटती है जबकि प्रतीयमान प्रतिबिंब की दूरी 'v', बिंब की दूरी घटने और बढ़ने के साथ ही घटती और बढ़ती है।

●32.11. संगमान्तर निकालना:—

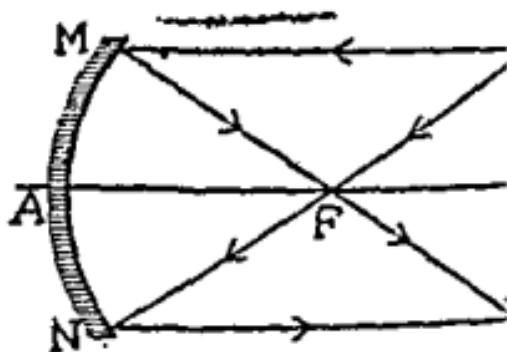
(अ) अवतल दर्पण के लिए:—

(1) एक सुई (pin) की सहायता से:—हम जानते हैं कि बिंब को दर्पण के वक्रता-केन्द्र (centre of curvature) पर रखा जाय तो उसका प्रतिबिंब भी उसी स्थान पर बनेगा।

इस गुण का लाभ उठाने के लिए हम बिंब की जगह एक सुई को प्रकाश-पीठ (optical bench) पर लगे हुए दर्पण के सामने लगा देते हैं। देखो चित्र 32.9।

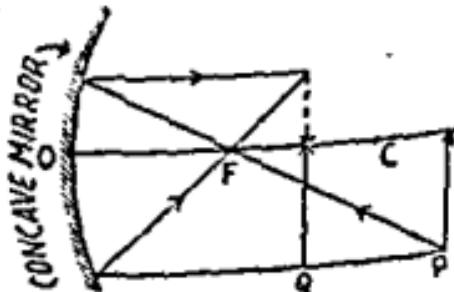
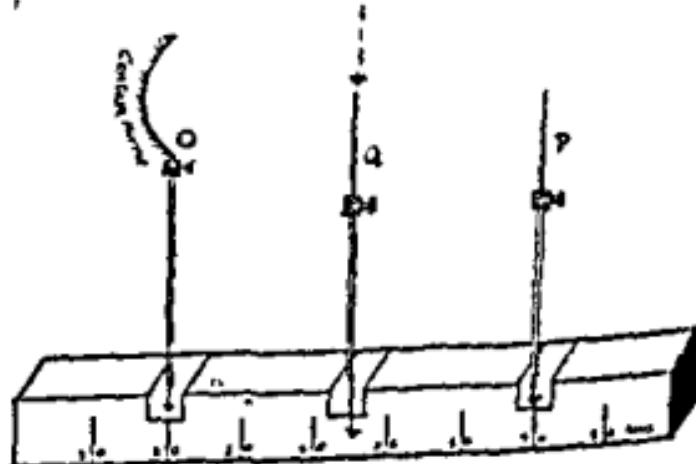
● अधिक जानकारी के लिये लेखकों की 'प्रायोगिक भौतिकी' देखो।

सुई Q को आगे-पीछे सरका कर बिंब और उसके प्रतिबिंब के बीच विस्थापनाभास (parallax) हटाते हैं। [जब सिर को दांये-बांये हिलाने से बिंब और उसका प्रतिबिंब एक ही दिशा में चलते दिखाई देते हैं तब कहा जाता है कि उनके बीच विस्थापनाभास या (parallax) हट गया है।] इस अवस्था में दर्पण A और सुई या पिन Q के बीच की दूरी वक्रता-त्रिज्या (radius of curvature) r का मान है। इसका आधा, फोकस (focal-length) होगा।

चित्र 32.9

(2) दो सुई अथवा आबद्ध संगम विधि से (by two pins conjugate focii method):—

एक सुई को जो बिंब (object) का काम करती है, प्रकाश-पीठ पर ऐसी स्थिति में रखो कि वह दर्पण मे वास्तविक प्रतिबिंब बनाये। देखो चित्र 32,11. इस प्रतिबिंब और दूसरी पिन (सुई) Q के बीच विस्थापनाभास हटाकर प्रतिबिंब की स्थिति (position) का

चित्र 32.10

चित्र 32·11

पता लगाया जा सकता है। पहली पिन और दर्पण O के बीच की दूरी ही 'u' का मान

होगा। इसी प्रकार, दर्पण से पिन Q की दूरी 'v' का मान होगा। 'u' और 'v' का पता लग जाने पर,

सूत्र
$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$$

की सहायता से संगमान्तर 'f' निकलेगा। देखो चित्र 32.10

(ब) उतल (convex) दर्पण के लिए:—उतल दर्पण द्वारा बना प्रतिबिंब हमेशा प्रतीय मान (vrtual) होता है और वह दर्पण के पीछे होता है। अतः दूसरी पिन की सहायता से उसकी स्थिति का पता लगाना कठिन है क्योंकि इसके लिए पिन को दर्पण के पीछे रखने की आवश्यकता पड़ती है। इसलिए वह दर्पण के सामने की ओर से दिखाई भी नहीं देगी। फिर भी, यदि हम एक बड़ी पिन का प्रयोग करें तो वह दर्पण के ऊपर नीचे तो दिखाई देती रहेगी किन्तु अब भी प्रतिबिंब और पिन दूर-दूर रहेंगे जिससे कि विस्थापनाभास (parallax) का ठीक तरह हटाना सम्भव न हो सकेगा।

संगमान्तर का शुद्ध (accurate) मान निकालने के लिए एक समतल दर्पण की सहायता ली जा सकती है। इस समतल दर्पण में बनने वाला प्रतिबिंब दूसरी सुई जैसा कार्य करता है।

चित्र 32·12 (a)

चित्र 32.12 (a) में दिखाये अनुसार दिये हुए उतल दर्पण, समतल दर्पण और पिन को प्रकाशपीठ (optical bench) पर लगाओ। इनकी ऊंचाइयां इस प्रकार रखो कि समतल और उतल दर्पणों में बने हुए प्रतिबिंब एक दूसरे को छूते हुए दिखाई पड़ें। इसके लिए उतल दर्पण का ध्रुव (pole), समतल दर्पण का ऊपरी किनारा और पिन का मध्य-भाग, एक ही ऊंचाई पर रखने चाहिए। अब उतल दर्पण को आगे पीछे इस प्रकार सरकाओ कि पिन के समतल दर्पण में बने प्रतिबिंब और उतल दर्पण में बने प्रतिबिंब के बीच विस्थापनाभास हट जाय।

चित्र 32.12 (b)

देखो चित्र 32.12 (b), उतल दर्पण और पिन के बीच की दूरी नापो। यह दूरी AP = u होगी।

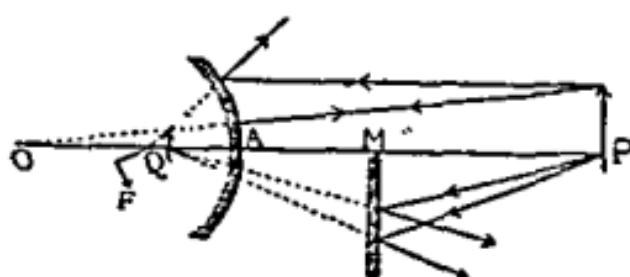
हम जानते हैं कि समतल दर्पण में बना प्रतिबिंब उतने ही पीछे है जितने कि बिंब (object) उसके आगे है। अत: PM = QM,

$\therefore \quad PQ = PM + QM = 2\ PM$

इसलिए, $\quad v = AQ = PQ - PA = 2\ PM - u$

अतएव v का मान ज्ञात करने के लिए, समतल दर्पण से पिन की दूरी नापो। यह PM है। इसको दुगुना करके परिणाम में से 'u' घटा दो। बस यही 'v' का मान होगा।

चूंकि प्रतिबिंब दर्पण के पीछे बनता है, अतएव सूत्र

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

में v का मान ऋण चिन्ह लगाकर रखना चाहिए। फिर उपर्युक्त सूत्र से 'f' ज्ञात किया जा सकता है।

32.12. दर्पणों के लाभ:—गोलाकार दर्पण एक बहुत ही लाभदायक प्रकाश-यन्त्र (optical instrument) है।

(i) बड़े संगमान्तर (focal length) का अवतल दर्पण हजामत (shave) बनाने के शीशे के रूप में काम में लाया जाता है। इसमें हजामत बनाने वाले व्यक्ति के चेहरे का प्रतीयमान (virtual), बड़ा और सीधा प्रतिबिंब बनता है।

(ii) अवतल (concave) दर्पण समान्तर प्रकाश-दण्ड-प्राप्त करने के काम आते हैं। इसके लिए, प्रकाश-स्रोत को दर्पण के संगम पर रखते हैं। इसे दूर तक किरणें फेंकने वाले यन्त्रों में काम में लाया जाता है। उदाहरण के लिए शिकार के काम की टोर्च (torch) अथवा समुद्र में लगे प्रकाश-स्तम्भ (light house) हैं।

(iii) अवतल दर्पण परावर्तक दूरदर्शियों (reflecting telescopes) में भी लगाए जाते हैं। ये सरलता से बनाये जा सकते हैं और बड़े आकार के भी सुगमता से प्राप्त हो जाते हैं। अतः दूरदर्शियों की विभेदन-क्षमता (resolving power) की वृद्धि करने में बड़े सहायक सिद्ध होते हैं।

(iv) मोटर चालक के पास लगा हुआ एक उत्तल (convex) दर्पण पीछे का सारा दृश्य उसके सामने प्रस्तुत कर देता है।

(v) उत्तल दर्पण में बड़ी वस्तुओं के छोटे-छोटे प्रतिबिंब बनाने का गुण हम देख चुके हैं। यह दर्पण सजावट के काम में लाया जाता है क्योंकि इसमें आस पास की वस्तुओं के छोटे २ प्रतिबिंब बड़े सुन्दर लगते हैं।

32.13. उत्तल अवतल- और समतल दर्पण में भेद:—बिना स्पर्श किए इन दर्पणों को पहिचानना हो तो दिये हुए दर्पण के सामने कोई वस्तु लाओ। यदि बना हुआ प्रतिबिंब प्रतीयमान (virtual) और वस्तु के आकार का ही हो तो वह समतल दर्पण है; यदि प्रतिबिंब प्रतीयमान और वस्तु से छोटा बने तो दर्पण उत्तल है; और यदि बना हुआ प्रतिबिंब प्रतीयमान किन्तु वस्तु से बड़ा

अथवा वास्तविक (चाहे बड़ा हो चाहे छोटा) हो तो दिया हुआ दर्पण अवतल है ।

नोटः—प्रतीयमान और वास्तविक प्रतिबिंबों को देखकर सुगमता से पहिचाना जा सकता है । प्रतीयमान प्रतिबिंब हमेशा सीधे, और वास्तविक (real) प्रतिबिंब हमेशा उल्टे बनते हैं ।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक अवतल दर्पण से 20 से. मी. दूर रखे एक पिन का प्रतिबिंब दर्पण से 40 से. मी. दूर बनता है। दर्पण का संगमान्तर बताओ।

$u = 20$ से. मी., $v = 40$ से मी.

u और v के ये दिये हुए मान सूत्र $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ में रखने पर,

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{40} = \frac{1}{f}$$

या

$$\frac{2+1}{40} = \frac{1}{f}$$

या　$1/f = 3/40$ अथवा $f = 40/3 = 13\frac{1}{3}$ से. मी.

अर्थात् दर्पण का संगमान्तर $13\frac{1}{3}$ से. मी. है ।

2. एक मोटर चालक के सामने लगे हुए दर्पण का संगमान्तर 1/2 फुट है। इसके पीछे 20 फीट की दूरी पर एक ट्रक आ रहा है। यदि ट्रक की वास्तविक ऊंचाई 8 फीट हो, तो मोटर चालक के सामने लगे हुए दर्पण में उसका कितना बड़ा प्रतिबिंब बनेगा ?

$u = 20$ फीट, $f = 1/2$ फुट (क्योंकि मोटर चालक उतल दर्पण रखते हैं)

'u' और 'f' के ये मान सूत्र $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ में रखने पर

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{v} = -\frac{1}{1/2}$$

या

$$\frac{1}{v} = -\left(2 + \frac{1}{20}\right) = \frac{-(40+1)}{20} = \frac{-41}{20}$$

∴

$$v = -\frac{20}{41} \text{ फीट}$$

साथ ही O = 8 फीट (दिया हुआ है)

अतः　सूत्र $M = \frac{I}{O} = -\frac{v}{u}$ की सहायता से

$$\frac{I}{8} = -\frac{-(20/41)}{20} \text{ फुट}$$

या

$$I = \frac{20 \times 8}{41 \times 20} \text{फुट}$$

v का यह मान सूत्र $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$ में रखने पर

$$\frac{1}{u}-\frac{1}{3u}=\frac{1}{15}$$

या $$\frac{3-1}{3u}=\frac{1}{15}$$

या $3u=30;$ $\therefore$ $u=10$ से. मी.

किन्तु प्रतिबिम्ब के वास्तविक होने की दशा मे

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{3u}=\frac{1}{15}$$

या $$\frac{3+1}{3u}=\frac{1}{15}$$ या $3u=60$

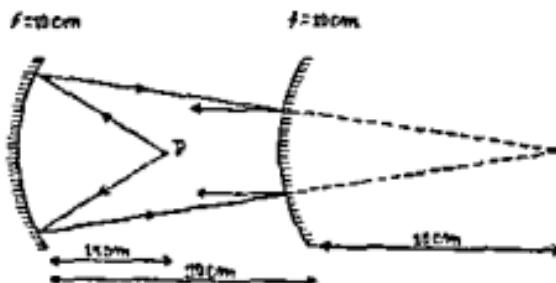
या $u=20$ से. मी.

अतएव वास्तविक प्रतिबिम्ब के लिए बिम्ब 20 से. मी. पर और प्रतीयमान के लिए 10 से. मी. पर रखी जानी चाहिये।

5. एक बिम्ब एक अवतल दर्पण से 15 से. मी. दूर है जबकि एक उत्तल दर्पण पहिले दर्पण से 20 से. मी. की दूरी पर रखा हुआ है। दोनों दर्पणों की चमकीली सतहें आमने सामने हैं। यदि दोनों दर्पणों का संगमान्तर (focal lengths) 10 से. मी. हो और पहिला परावर्तन (reflection) अवतल दर्पण पर हो तो उत्तल दर्पण पर परावर्तन होने के पश्चात् प्रतिबिम्ब की स्थिति बताओ।

चित्र 32.13 देखो।

परावर्तन पहिले अवतल दर्पण में होता है।

उसके लिए : $u=15$ से. मी., $f=+10$ से. मी.

चित्र 32..13

या $$\frac{1}{15}+\frac{1}{v}=\frac{1}{10}$$

या $$\frac{1}{v}=\frac{1}{10}-\frac{2}{15}=\frac{3-2}{30}=\frac{1}{30}$$

$$v = 30 \text{ से. मी.}$$

या

यह प्रतिबिम्ब अवतल दर्पण से 30 से. मी. की दूरी पर स्थित है अथवा उत्तल दर्पण के पीछे 10 से. मी. की दूरी पर है।

अतः उत्तल दर्पण पर परावर्तन के लिए; $u = -10$ से. मी. $f = -10$ से.मी.

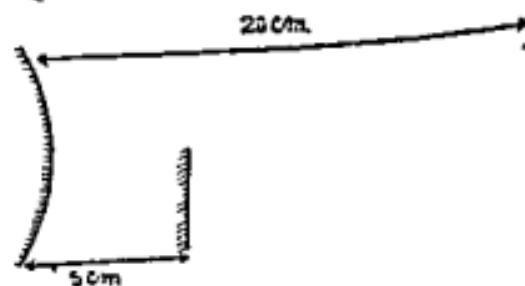
या
$$\frac{1}{v} - \frac{1}{10} = -\frac{1}{10}$$

या
$$\frac{1}{v} = 0 \qquad \therefore \qquad v = \infty$$

अर्थात् परावर्तित दण्ड (reflected beam) समान्तर होगा और प्रतिबिम्ब अनन्त (infinity) पर बनेगा (ध्यान रहे कि ऐसा माना गया है कि ये किरणें दुबारा अवतल दर्पण पर नहीं गिरेंगी)

6. समतल दर्पण की सहायता से उत्तल दर्पण का संगमान्तर निकालने की विधि में विस्थापनाभास (parallax) उस समय हटता है जब उत्तल दर्पण से समतल दर्पण और पिन की दूरी क्रमशः 5 से. मी. और 20 से. मी. है। संगमान्तर निकालो। अगर बिम्ब को 10 से. मी. और दूर हटा दिया जाय तो विस्थापनाभास रहित दशा के लिए समतल दर्पण की नई स्थिति ज्ञात करो।

20 cm.

5 cm

चित्र 32.14

देखो चित्र 32.14

दर्पण M और वस्तु P के बीच की दूरी $x = 15$ से. मी. है।

अतः $v = 2x - u = 2 \times 15 - 20 = 10$ से. मी.

सूत्र द्वारा :

$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{1}{f} \text{ यहां } v \text{ ऋणात्मक है।}$$

$$\frac{-2+1}{20} = \frac{1}{f} \qquad \text{या} \qquad -\frac{1}{20} = \frac{1}{f}$$

$$f = -20 \text{ से. मी.}$$

फिर, नई स्थिति में वस्तु की दूरी $u = 30$ से. मी.

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{v} = -\frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{v} = -\frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{-3-2}{60} = -\frac{5}{60} = -\frac{1}{12}$$

$\therefore$ $v = -12$ से. मी.

अब, चूंकि $v = 2x - u$

$\therefore$ $12 = 2x - 30$

या $2x = 12 + 30 = 42$ $\therefore x = 21$

अतः समतल दर्पण और पिन के बीच की दूरी 21 से. मी. है या उत्तल दर्पण और समतल दर्पण 30 − 21 = 9 से. मी. दूर है। अर्थात् समतल दर्पण को 4 से. मी. दूर हटाना पड़ेगा।

प्रश्न

1. एक गोलाकार दर्पण के लिए उसके ध्रुव (pole) से बिंब और प्रतिबिंब की दूरियों और उसके संगमान्तर (focal length) के बीच सम्बन्ध स्थापित करो।
(देखो अनुच्छेद 32.4 और 32.5)

2. आवर्धन (magnification) की परिभाषा बताओ। आवर्धन के भिन्न भिन्न सूत्रों की स्थापना करो और फिर सूत्र $1/u + 1/v = 1/f$ को सिद्ध करो।
(देखो अनुच्छेद 32.8 और 32.9)

3. न्यूटन का सूत्र स्थापित (deduce) करो और गणित की सहायता से बताओ कि अवतल दर्पण में वास्तविक या प्रतीयमान, आवर्धित या छोटा प्रतिबिंब बनना सम्भव है किन्तु उत्तल दर्पण से वास्तविक और आवर्धित (magnified) प्रतिबिंब पाना असम्भव है। (देखो अनुच्छेद 32.10)

4. गोलाकार दर्पण के संगमान्तर की परीभाषा बताओ। एक उत्तल दर्पण के लिए इसका मान कैसे ज्ञात करोगे ? इस विधि की क्या विशेषता है ? इस प्रकार के दर्पणों से क्या लाभ होता है ?
(देखो अनुच्छेद 32.2, 32.11 और 32.12)

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. एक अवतल दर्पण की वक्रता-त्रिज्या (radius of curvature) 30 से. मी. है। बिंब के लिए दर्पण के सामने की वे दो स्थितियाँ बताओ जहाँ पर उसे रखने से प्रतिबिंब वस्तु से तीन गुना बड़ा बने। प्रतिबिंब कहां बनेगा ?

(उत्तरः—20 से. मी.; $v = 60$ से. मी.; 10 से. मी.; $v = 30$ से. मी. पीछे)

2. एक उत्तल दर्पण से बने हुए प्रतिबिंब और वस्तु की दूरी 36 से. मी. है। प्रतिबिंब का आकार वस्तु से आधा है। दर्पण का संगमान्तर और वस्तु से दूरी बताओ।
(उत्तर : 24 से. मी. और 24 से. मी.)

3. एक बिम्ब उत्तल दर्पण की सतह से 25 से. मी. दूर है। जब एक समतल दर्पण बिम्ब से 20 से. मी. की दूरी पर, उसके और उत्तल दर्पण के बीच में रखा जाता है, तब दोनों प्रतीयमान (virtual) प्रतिबिंबों के बीच से विस्थापनाभास हट जाता है। उत्तल दर्पण का संगमान्तर ज्ञात करो।

(उत्तर : 37·5 से. मी.)

4. प्रतिबिंब को तीन गुना बड़ा प्राप्त करने के लिए वस्तु को 2 फीट वक्रता-त्रिज्या वाले एक अवतल दर्पण से कितनी दूर रखना चाहिए ? इस तरह बना प्रतिबिंब वास्तविक होगा या प्रतीयमान ?

(उत्तर : 16 इन्च, वास्तविक; 8 इन्च, प्रतीयमान)

5. एक से. मी. ऊंची वस्तु, 5 से. मी. संगमान्तर (focal length) वाले उत्तल (convex) दर्पण से 10 से. मी. दूर रखी गई है। प्रतिबिंब की प्रकृति, स्थिति और आकार ज्ञात करो।

(उत्तर : प्रतीयमान, 3 33 से. मी. दूर; 0·33 से. मी. ऊंचा)

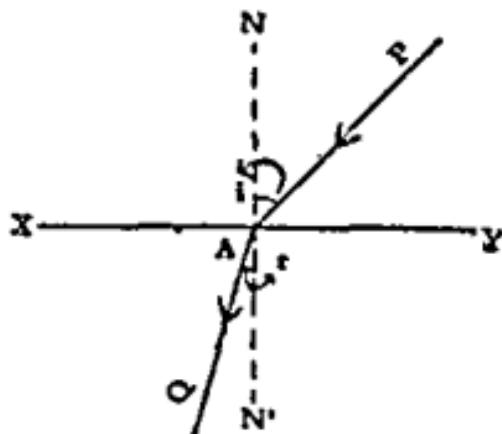
अध्याय 33

समतल धरातलों पर वर्तन के नियम

(Laws of refraction at plane surfaces)

33.1. वर्तन (refraction):—कुछ माध्यम ऐसे है कि जब उन पर प्रकाश गिरता है तब वे उसको पहले वाले माध्यम में वापस नहीं लौटाते है, किन्तु अपने में से प्रचलित (pass) होने देते हैं । दोनों माध्यमों को अलग करने वाली सतह पर जब प्रकाश किरण पहुंचती है तब माध्यम का परिवर्तन होने के कारण ऋजु रेखीय प्रचलन (rectilinear propagation) के नियम का पालन नहीं होता और प्रकाश किरण की दिशा बदल जाती है । यह दो माध्यमों के बीच की सीमा पर दिशा-परिवर्तन, वर्तन (refraction) कहलाता है और निश्चित नियमानुसार होता है ।

33.2. वर्तन के नियम (Laws of refraction):—चित्र 33.1 देखो ।

दोनों माध्यमों को अलग करने वाली समतल धरातल XY पर PA आपाती (incident) किरण है । NN' अभिलम्ब (normal) है । AQ प्रकाश को दूसरे माध्यम में चलने की दिशा बताती है और वर्तित (refracted) किरण कहलाती है । $\angle PAN = i$ आपतन कोण है । वर्तित किरण AQ और अभिलम्ब AN' के बीच का कोण $\angle QAN' = r$ वर्तन कोण (angle of refraction) कहलाता है ।

चित्र 33.1

वर्तन के निम्नलिखित नियम है :

1. आपाती किरण (incident ray), अभिलम्ब (normal) और वर्तित किरण (refracted ray) एक धरातल में रहती है । अर्थात् आपतन और वर्तन के धरातल सपाती (coincident) होते है । चित्र में, ये दोनों धरातल इस पृष्ठ के धरातल में स्थित है ।

2. किरण की दिशा परिवर्तन इस प्रकार होती है कि आपतन कोण का ज्या (sine of the angle of incidence) और वर्तन कोण का ज्या (sine of the angle of refraction) का अनुपात एक स्थिर राशि (constant quantity) रहे ।

अतः $\frac{\sin i}{\sin r} = k$ स्थिरांक = constant

इस स्थिरांक (constant) का मान दोन बातों पर निर्भर करता है ।

(i) माध्यमों की प्रकृति (nature),

(ii) प्रकाश का रंग या आवृत्ति (frequency),

और (iii) ताप (temperature)।

तात्पर्य यह है कि किसी निश्चित ताप पर दो विशिष्ट (particular) माध्यमों के बीच किसी रंग विशेष (particular colour) के प्रकाश का वर्तन हो तो कोण i के असंख्य मान सम्भव होते हैं (ज्या i के भी इतने ही मान होंगे) और प्रत्येक आपतन कोण के मान के लिए r का भिन्न भिन्न मान होता है (ज्या r के भी इतने ही मान होंगे जितने कि i या ज्या i के हों) किन्तु हर दशा में $\sin i/\sin r$ का मान एक ही होगा। अर्थात् इस अनुपात का मान तब तक नहीं बदल सकता जब तक (i) दोनों माध्यम (ii) प्रकाश का रंग और (iii) ताप में बदल नहीं होता है। तभी तो इस अनुपात के मान को स्थिरांक (constant) कहा गया है।

यदि पहला माध्यम निर्वात (vacuum) हो तो यह स्थिरांक जो μ (म्यू) से व्यक्त किया जाता है, और यह दूसरे माध्यम का वर्तनांक (refractive index) कहलाता है। (μ, म्यू यूनानी भाषा का एक अक्षर है) जब एक प्रकाश किरण निर्वात से वायु में प्रवेश करती है तब उसके प्रचलन की दिशा में नगण्य परिवर्तन होता है अर्थात् सामान्य दृष्टि से वर्तन (refraction) नहीं के बराबर होता है। इसलिए, इस दृष्टि से हम वायु को भी निर्वात (vacuum) के समान मान लेते हैं। अतः निर्वात की जगह पहला माध्यम वायु को समझ सकते हैं। ध्यान रहे कि ऐसा केवल साधारण गणना में ही किया जा सकता है। अतएव जब प्रकाश-किरण वायु से किसी माध्यम में प्रवेश करती है तब आपतन कोण (angle of incidence) के ज्या (sine) और वर्तन कोण (angle of refraction) के ज्या का अनुपात उस माध्यम का वर्तनांक (refractive index) कहलाता है।

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu ;$$

यह स्थिरांक, μ बतलाता है कि निर्वात या वायु में प्रकाश का वेग (velocity of light) उस माध्यम में के वेग से कितना गुना अधिक है। दूसरे शब्दों में :

$$\mu = \frac{\text{निर्वात या वायु में प्रकाश का वेग}}{\text{माध्यम में प्रकाश का वेग}}$$

कभी-कभी μ को निम्न प्रकार से भी लिखते हैं।

$${}_1\mu_2 \text{ या } \mu_{12}$$

जिससे पता चल जाता है कि प्रकाश माध्यम सं. 1 में से निकलकर माध्यम सं. 2 में प्रविष्ट होता है। जिस माध्यम से प्रकाश आ रहा है उसे प्रथम और जिस माध्यम में जा रहा है उसे बाद में लिखा जाता है। उदाहरणार्थः मानलो प्रकाश का वायु (air) से कांच (glass) में जाना दर्शाना हो तो ${}_a\mu_g$ या μ_{ag} लिखते हैं।

यदि आपतन कोण बदलता है तो वर्तन कोण भी बदलता है लेकिन दोनों के

ज्याओं (sines) का अनुपात स्थिर ही रहता है। उदाहरण के लिए मानलो आपतन कोण i_1 से i_2 होने से वर्तन कोण बदलकर r_1 से r_2 हो जाता है। पहली दशा में

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \mu \text{ था}$$

किन्तु दूसरी बार भी $\frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \mu$ होगा।

यदि आपतन कोण को बदलकर अब i_3 कर दिया जाय और मानलो फलस्वरूप वर्तन कोण r_3 हो जाय तो भी

$$\frac{\sin i_3}{\sin r_3} = \mu = \frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{\sin i_2}{\sin r_2} \text{ रहेगा।}$$

अर्थात् आपतन कोण और वर्तन कोण बदल सकते हैं किन्तु,

$$\frac{\text{आपतन कोण का sine}}{\text{वर्तन कोण का sine}} \text{ का मान स्थिर रहता है।}$$

33.3 वर्तनांक (refractive index) की निर्भरता:—

(अ) माध्यम पर:—जब प्रकाश-किरण वायु से पानी में या वायु से काच में प्रविष्ट होती है तब और बातें समान रहने पर पानी के लिए $\sin i/\sin r = \mu aw = 1{\cdot}33$ होता है जबकि काच के लिए $\sin i/\sin r = \mu ag = 1{\cdot}5$ होता है। इससे पता लगता है कि माध्यम बदलने पर μ का मान भी बदल जाता है।

प्रायः माध्यमों के μ का मान एक से बड़ा होता है; अतः वर्तन कोण (angle of refraction), आपतन कोण (angle of incidence) से छोटा होता है। इसलिए प्रकाश-किरण वर्तन के पश्चात् अभिलम्ब (normal) की ओर झुक जाती है। परन्तु यदि प्रकाश किरण एक ऐसे माध्यम में, जिसका $\mu < 1$ हो, प्रवेश करे तो वर्तन कोण आपतन कोण से बड़ा होगा अर्थात् वर्तित किरण अभिलम्ब से दूर हट जायगी।

(ब) प्रकाश के रंग:—यदि प्रकाश का रंग बदल जाता है (मानो लाल से नीला हो जाता है) तो अन्य सब बातें समान रहने पर भी किरण का झुकाव बदल जाता है। देखा गया है कि नीले प्रकाश का वर्तनांक लाल प्रकाश के वर्तनांक से अधिक होता है।

∴　　μ नी $>$ μ ला
जब　　μ नी = नीले प्रकाश का वर्तनांक
और　　μ ला = लाल प्रकाश का वर्तनांक

हम जानते हैं कि वर्णक्रम (spectrum) के रंग लाल, नारंगी, पीला, हरा, नीला जम्बुकी और बैंगनी के क्रम से होते हैं। किन्हीं निश्चित माध्यमों के लिए यदि हम रंग को लाल से बैंगनी तक बदलते जाय तो μ लगातार बढ़ता जायगा।

फिर भी, यदि सूक्ष्मता से विचार करें तो रंगों के स्थान पर हमें आवृत्ति (frequency) शब्द का प्रयोग करना चाहिये। अतः हम कहेंगे कि वर्तनांक प्रकाश की आवृत्ति के साथ बढ़ता है। यहां पर, जैसे-जैसे लाल रंग से बैंगनी की ओर जाते हैं वैसे वैसे प्रकाश की आवृत्ति बढ़ती है।

(स) ताप (Temperature) पर:—ताप से माध्यम का घनत्व बदलता है और इसलिए वर्तन भी प्रभावित होता है। साधारणतया ताप बढ़ने से वर्तनांक घटता है। ताप के बढ़ने से माध्यम का घनत्व घटता है। ग्लैडस्टोन और डेल्स के नियमानुसार ये दोनों राशियां μ (वर्तनांक) और d (घनत्व), ताप के साथ इस प्रकार बदलती है कि

$$\frac{\mu - 1}{d}$$

का मान सब तापों पर स्थिर रहता है।

33.4. *μag और μga में सम्बन्ध*:—जब प्रकाश-किरण वायु से कांच में प्रवेश करती है तब $\mu ag = \sin i/\sin r$ (देखो चित्र 33.1) यदि प्रकाश के चलने की दिशा उलट दी जाय तो प्रकाश के उत्क्रमणीयता (*reversibility*) के नियमानुसार, QA आपाती किरण और AP वर्तित किरण होगी। चूंकि किरण कांच से निकल कर वायु में जाती है

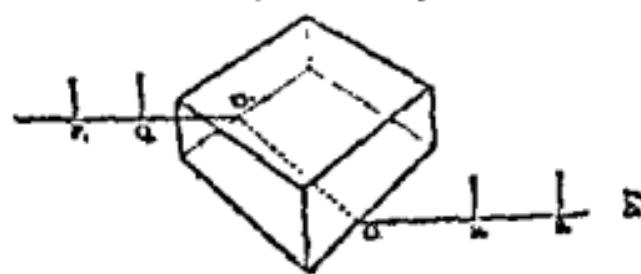
$$\mu ga = \frac{\text{आपतन कोण का sine}}{\text{वर्तन कोण का sine}} = \frac{\sin r}{\sin i}$$

क्योंकि अब आपतन कोण $= r$ और वर्तन कोण $= i$ है।

$$\therefore \qquad \mu ga = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{\dfrac{\sin i}{\sin r}} = \frac{1}{\mu ag}$$

क्योंकि
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu ag$$

इस प्रकार,
$$\mu ag = \frac{1}{\mu ga}$$

33.5. समान्तर धरातलों से घिरी हुई शिला (slab) द्वारा वर्तन:— मानलो WXYZ एक चोकोर कांच की शिला (rectangular glass slab) के आधार का खाका है। WX और ZY उसके समान्तर ऊर्ध्व सतहों (parallel vertical surfaces) के आधार हैं। चित्र 33.3 के अनुसार, PA

चित्र 33.2

आपाती किरण है और AQ कांच में वर्तित (refracted) किरण है। किन्तु Q पर AQ किरण QS दिशा में कांच से बाहर निकलती है। इसलिए, QS निर्गत किरण (emergent ray) कहलाती है।

यहां $\angle$ PAN $= i$ (आपतन कोण)

$\angle$ LQM′ $= e$ निर्गत कोण (angle of emergence)

NN′ और MM′ क्रमशः WX और ZY धरातलों पर अभिलम्ब (normals) हैं। इसलिए समान्तर भी हैं।

अतः $\angle$ QAN′ और $\angle$ AQM एकान्तर कोण हैं।

$\therefore$ $\angle QAN' = r = \angle AQM$

A पर हवा से कांच में होने वाले वर्तन के लिए,

$$\mu ag = \sin i/\sin r \quad .... \quad (1)$$

यदि किरणों का प्रचलन उल्टी दिशा में हो जाय अर्थात् आपाती किरण SQ बन जाय तो प्रकाश उसी मार्ग पर किन्तु विपरीत दिशा में पुनर्गमन (retrace) करेगा। अतः SQ आपाती किरण बनने पर, Q बिन्दु पर हवा से कांच में होने वाले वर्तन के लिए :

$$\mu ag = \sin e/\sin r \quad .... \quad (2)$$

यहां पर आपतन कोण $= e$

चित्र 33.3

समीकरण (1) और (2) का बांया पक्ष एक ही है।

$$\therefore \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin e}{\sin r}$$

अथवा $\sin i = \sin e$

जिससे $i = e$

इसलिए PA और SQ समान्तर होनी चाहिए।

नियमः—जब पहला और अन्तिम माध्यम एक ही हो और बीच के माध्यम या माध्यमों के सीमातल (boundry surfaces) समान्तर हों तब आपतन कोण और निर्गत (angle of emergence) कोण बराबर होते हैं।

कांच की एक चौकोर सिला का वर्तनांक (refractive index)* निकालने के लिए चित्र 33.2 के अनुसार उसे एक सफेद कागज के पुट्ठे पर रखो। दो पिनें, P_1, Q_1 को सीधी गाड़ो। इनको मिलाने वाली रेखा आपाती किरण (incident ray) की दिशा बताती है। सामने की सतह में से देखो और प्रतिबिंब की सीध में दो पिनें, R_1, S_1 गाड़ दो। R_1, S_1 को मिलाने वाली रेखा निर्गत किरण (emergent ray)

*विस्तृत विवरण के लिए लेखकों की पुस्तक 'A Text Book of practical physics' अथवा 'प्रायोगिक भौतिकी' देखो।

की दिशा बताती है। $P_1 Q_1$ और $S_1 R_1$ को बढ़ाने पर ये समान्तरों के क्रमशः O_1 और O बिन्दुओं पर मिलती हैं। O_1, O को मिलाओ। यह वर्तित किरण (refracted ray) की दिशा होगी। आपतन कोण व वर्तन कोण को नाप लो। इस सूत्र की सहायता से μ ज्ञात किया जा सकता है।

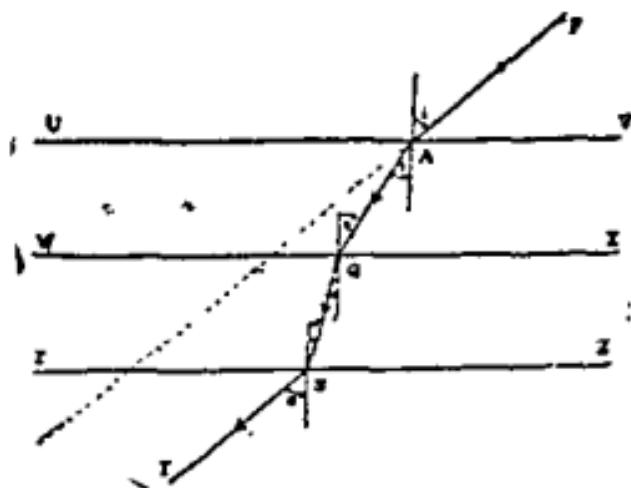
33.6 कई समांतर तहों (layers) द्वारा वर्तन (refraction):— मानलो UV, WX और YZ क्रमशः वायु और पानी, पानी और कांच एवं वायु के बीच की, एक दूसरे माध्यम को अलग करने वाली, समांतर सतहें हैं। चित्र 33.4 स्वयं स्पष्ट है।

चित्र 33.4

हम जानते हैं :

$\mu aw = \sin i / \sin r$ ....(1) वायु से पानी में

$\mu wg = \sin r / \sin r'$ ....(2) पानी से कांच में

$\mu ga = \sin r' / \sin e$ ....(3) कांच से वायु में

तीनों समीकरणों को गुणा करने पर हम पाते हैं :

$$\mu aw . \mu wg . \mu ga = \frac{\sin i}{\sin r} \cdot \frac{\sin r}{\sin r'} \cdot \frac{\sin r'}{\sin e}$$

$$= \frac{\sin i}{\sin e}$$

किन्तु अनुच्छेद 33.5 के अनुसार, $i = e$

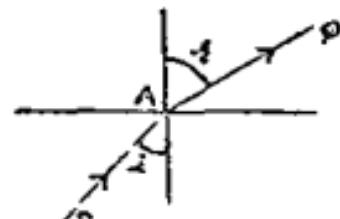
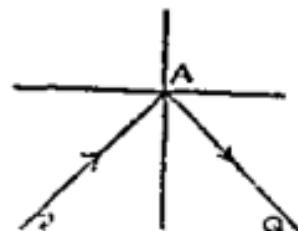
अतः $\mu aw . \mu wg . \mu ga = 1$

या $\mu wg = \frac{1}{\mu aw . \mu ga}$

साथ ही अनुच्छेद 33.4 के अनुसार $\mu ag = \frac{1}{\mu ga}$

उपरोक्त सूत्र में इसका उपयोग करने से : $\mu wg = \frac{\mu ag}{\mu aw}$

नियम :—पानी की तुलना में कांच का वर्तनांक (refractive index) कांच और पानी के वर्तनांकों के अनुपात के बराबर होता है।

33·7. पूर्ण आन्तरिक परावर्तन (Total internal reflection) और क्रांतिक कोण (critical angle) :—हम जानते हैं कि जब प्रकाश-किरण विरल (rarer) से सघन (denser) माध्यम में प्रवेश करती है तब वह अभिलम्ब (normal) की ओर झुक जाती है अर्थात आपतन कोण (angle of incidence) से वर्तन कोण (angle of refraction) छोटा होता है। शून्य से समकोण (90°) तक के हर आपतन कोण के लिए वर्तन सम्भव होगा। परन्तु यदि किरण सघन से विरल माध्यम में प्रवेश करती हो तो वह अभिलम्ब से दूर हटती है अर्थात आपतन कोण से वर्तन कोण बड़ा होता है। देखो चित्र 33.5। आपतन के बढ़ने के साथ वर्तन कोण भी बढ़ता है। एक स्थिति ऐसी आती है कि वर्तन कोण 90° हो जाता है। मानलो तब आपतन कोण $\theta°$ है। यह आपतन कोण θ क्रांतिक कोण (critical angle) कहलाता है। चित्र 33.6 देखो। अब यदि आपतन कोण और बढ़ा कर दिया जाय तो वर्तन कोण 90° से अधिक होना चाहिए जो सम्भव नहीं है। अतः ऐसी दशा में वर्तन असम्भव होगा। किरणें अगले माध्यम में जाने के स्थान पर पहले ही माध्यम में, साधारण परावर्तन के नियमानुसार, वापस लौट आती हैं। इस प्रकार का परावर्तन पूर्णान्तरिक परावर्तन कहलाता है। चित्र 33.7 देखो। सारे प्रकाश के परावर्तित हो जाने के कारण इसको 'पूर्ण' कहा गया है क्योंकि इस क्रिया में प्रकाश का कोई भी अंश वर्जित नहीं होता है। चूंकि वर्तन के इस विशेष (particular) उदाहरण में किरणें पहले माध्यम से निकल कर अगले माध्यम में प्रविष्ट नहीं हो पातीं हैं इसलिए इसका (जो कि वास्तव में परावर्तन है) नाम 'आन्तरिक' रखा गया है।

चित्र 33.5

चित्र 33.6

चित्र 33.7

पूर्णान्तरिक परावर्तन के कारण ही कांच में बड़ी दरारें और पानी में हवा के बुलबुले चमकदार दिखाई देते हैं। पानी अथवा कांच में से होती हुई प्रकाश किरणें जब

बुलबुले या दरार पर पहुँचती हैं तब प्रकाश किरणों का सघन से विरल माध्यम में वर्तन (refraction) होता है। ऐसी दशा में विरल माध्यम (दरार या बुलबुले की वायु) पर क्रांतिक कोण से बड़ा आपतन कोण बनाने वाली सब किरणें पूर्णान्तरिक परावर्तन के कारण उसी दिशा में वापस लौट जायगी। दरार या बुलबुले से परावर्तित ये किरणें जब हमारी आंख पर पड़ती हैं तब हमें उनके चमकदार होने का आभास होता है।

33.8. साधारण और पूर्णान्तरिक परावर्तन में अन्तर ;—

साधारण परावर्तन	पूर्णान्तरिक परावर्तन
(1) यह, एक प्रकाश किरण के सघन से विरल या विरल से सघन माध्यम में जाने पर होता है।	(1) यह प्रकाश-किरण के केवल सघन से विरल माध्यम में जाने से ही पैदा हो सकता है।
(2) यह प्रत्येक आपतन कोण पर सम्भव है।	(2) यह केवल आपतन-कोण के क्रांतिक कोण से बड़ा होने पर ही सम्भव है।
(3) इसमें प्रकाश का बहुत-सा अंश परावर्तित हो जाता है किन्तु थोड़ा सा अंश वर्तित भी होता है।	(3) इसमें सम्पूर्ण प्रकाश परावर्तित हो जाता है। प्रकाश का थोड़ा-सा भी अंश वर्तित नहीं होता है।

33.9. किसी माध्यम के वर्तनांक (refractive index) और क्रांतिक कोण (critical angle) में सम्बन्ध :—

चूंकि किरणें कांच से वायु में जाती है,

$\mu ga = \sin\theta / \sin 90 = \sin\theta$, क्योंकि $\sin 90 = 1$

$$\mu ga = \sin\theta$$

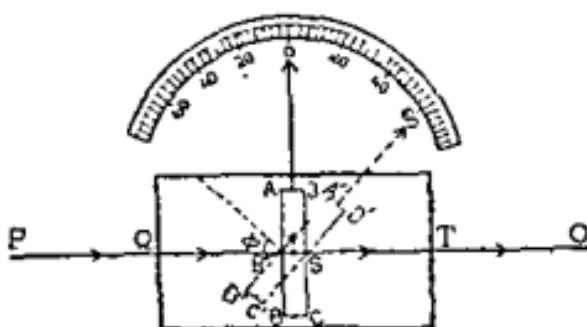
अत: $$\mu ag = \frac{1}{\mu ga} = \frac{1}{\sin\theta} = \operatorname{cosec}\theta$$

नियम:—किसी माध्यम का वर्तनांक उसके क्रांतिक कोण के कोसीकेन्ट (cosecant) के बराबर होता है।

+ 33.10. किसी द्रव का वर्तनांक (refractive index) या क्रांतिक कोण (critical angle) ज्ञात करना :—

सिद्धान्त—आपतन कोण (angle of incidence) क्रांतिक कोण से बड़ा होने पर प्रकाश पहले माध्यम से दूसरे माध्यम में बिल्कुल नहीं जाता है।

+ विस्तृत विवरण के लिए लेखकों की पुस्तक 'A Text Book of Practical Physics' अथवा 'प्रायोगिक भौतिकी' पढ़ो।

उपकरण —कांच की दो पतली पट्टिकाओं (plates), A B और CD, के मध्य वायु की पतली झिल्ली (film) है। इन पट्टिकाओं के बीच वायु इस प्रकार बन्द है कि द्रव पदार्थ उसमें प्रवेश नही कर पाता है।

चित्र 33.8

एक कांच के चौकोर वर्तन में वह द्रव रखा जाता है जिसका हमें वर्तनांक या क्रान्तिक कोण निकालना है। इसमें वायु की झिल्ली युक्त उपरोक्त पट्टिका डुबो दी जाती है। इस उपकरण के साथ एक सूचक (pointer) का सम्बन्ध कर दिया जाता है। यह सूचक झिल्ली के घूमने के साथ-साथ एक चक्राकार पैमाने (circular scale) पर घूमता है। चित्र 33.8 देखो।

विधि:—मानलो P प्रकाश स्रोत है और O वर्तन के दूसरी ओर खड़ा हुआ द्रष्टा (observer) है। एक प्रकाश-किरण PQ, पात्र में अभिलम्ब रूप से (normally) प्रवेश करती है। QR मार्ग पार करने के पश्चात् वायुझिल्ली (air-film) में से जाती है और फिर द्रव में प्रवेश करती है। ST मार्ग से द्रव को पार करके प्रकाश किरण TO दिशा में द्रष्टा तक पहुँच जाती है। अतः O बिन्दु पर खड़ा द्रष्टा प्रकाश को देखने में समर्थ हो जाता है।

इस स्थिति में, प्रकाश किरण QR, वायुझिल्ली पर, अभिलम्बतः (normally) पड़ती है। अब वायु झिल्ली को ऊर्ध्वाधर अक्ष (vertical axis) पर घुमाओ। जैसे ही उसे घुमाया जाता है वैसे ही QR का द्रव की झिल्ली पर आपतन कोण बढ़ता जाता है. स्पष्ट है कि यह कोण उस कोण के बराबर है जितने वायु-झिल्ली (air-film) ABCD अवस्था में A'B' C'D' अवस्था में लाने के लिए घुमाई जाती है। झिल्ली को पार करके दूसरी ओर प्रकाश का पहुंचना केवल उन्हीं आपतन कोणों के लिए सम्भव है जो क्रान्तिक कोण से छोटे है। अतः जब तक आपतन कोण (angle of incidence) क्रान्तिक कोण से छोटा है तब तक दूसरी ओर खड़ा हुआ द्रष्टा प्रकाश स्रोत को देख सकेगा। जैसे ही क्रान्तिक कोण ϕ के बराबर होगा वैसे ही वर्तन कोण का मान एक समकोण (90°) हो जायगा और फलस्वरूप, ऐसी दशा में, दूसरी ओर खड़ा द्रष्टा प्रकाश देखने में असफल होगा।

इसलिए प्रकाश स्रोत पर अविराम दृष्टि रखते हुए, झिल्ली को उस स्थिति तक घुमाया जाता है जिसमें पहुँचने हो प्रकाश का स्रोत अदृश्य हो जाय। सूचक की स्थिति पैमाने पर पढ़ ली जाती है। मानलो यह θ_1 है।

फिर झिल्ली को विपरीत दिशा में घुमाया जाता है। ऐसा करने से प्रकाश स्रोत पुनः दृष्टिगोचर होने लगेगा और जब झिल्ली अपनी पूर्व (initial) स्थिति में से होकर दूसरी ओर भी क्रांतिक कोण बनाने की स्थिति में पहुँचेगी तो प्रकाश-स्रोत का दृष्टिगत होना एक बार फिर बन्द हो जायगा। सूचक की स्थिति पैमाने पर फिर पढ़ ली जाती है। मानलो यह θ_2 है।

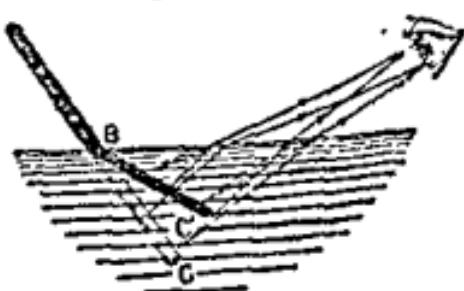
θ_1 और θ_2 का मध्यमान (mean), क्रांतिक कोण ϕ का मान होगा। यहाँ पर हमने प्रकाश की केवल एक ही किरण पर विचार किया था। वास्तव में एक बिन्दु-प्रकाश स्रोत से एक अपबिन्दु प्रकाश दण्ड (divergent beam of light) निकलती है। इसलिए जब एक किरण क्रांतिक कोण के बराबर आपतन कोण बनाती है तब बाकी किरणें वायु झिल्ली को पार करने में सफल हो सकती हैं। अतः आपाती-दण्ड का समान्तर होना श्रेयकर होगा। यह सामन्तरित्र (collimator) नामक उपकरण की सहायता से समान्तर बनाई जाती है। एक दूरदर्शी (telescope) की सहायता से प्रेक्षण (observations) लिये जाते हैं। एक विशेष प्रकार का यन्त्र, जिसमें पात्र रखने की व्यवस्था, दूरदर्शी और सामन्तरित्र सम्मिलित होते हैं, इस प्रयोग के लिए प्रयुक्त किया जाता है। इस यन्त्र को वर्ण क्रममापी (spectrometer) कहते हैं। इस बार, झिल्ली को सूचक नहीं लगाया जाता है— इसकी स्थिति यन्त्र पर लगे हुए पैमाने की सहायता से पढ़ी जा सकती है।

क्रांतिक-कोण (critical angle) ज्ञात हो जाने पर, द्रव का वर्तनांक (refractive index) निम्नलिखित सूत्र

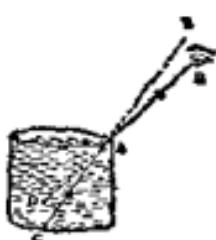
$$\mu = \operatorname{cosec} \phi$$

की सहायता से मालूम कर सकते हैं।

33·11. वर्तन माध्यम (refracting medium) की गहराई के अनुमान में वर्तन (refraction) का प्रभाव :—

(अ) एक छड़ी (stick) को पानी में आधी डुबाओ। चित्र 33.9 की तरह पानी की सतह पर छड़ी मुड़ी हुई दिखाई देगी। छड़ी ABC के स्थान पर ABC′ जैसी दिखाई पड़ेगी।

चित्र 33.9

(ब) एक नदी की गहराई का अनुमान लगाने का प्रयत्न करो। यह अपनी वास्तविक गहराई से कम दिखाई पड़ती है।

(स) एक अपार दर्शक

चित्र 33'10

(opaque) पात्र में एक सिक्का ऐसी स्थिति में रखो कि वह ठीक (just) अदृश्य (invisible) रहे । आंख को उसी स्थिति में रखो और पात्र में पानी भरो । ऐसा करने से सिक्का फिर दिखाई देने लगेगा । इसका कारण यह है कि सिक्का अपनी पूर्व स्थिति C के स्थान पर D स्थिति में दिखाई देने लगता है और फलस्वरूप वह पात्र की दीवाल की आड़ से हटकर आंख की सीध में आ जाता है ।

उपर्युक्त प्रयोगों का स्पष्टीकरण :—मानलो पात्र के तल (bottom) में बिन्दु-बिंब (point object) P है और आंख को P के ऊर्ध्वाधरतः ऊपर (vertically above) रखा जाता है । जब पात्र में द्रव भर दिया जाता है तब PQR किरण अभिलम्बतः (normally) वर्तित होती है । ऊर्ध्वाधर से झुकी हुई किरण PS बिन्दु S पर वर्तन के पश्चात् अभिलम्ब से दूर हटती है । उसकी दिशा PS से बदल कर ST हो जाती है । वर्तित किरणें पीछे बढ़ाई जाने पर Q पर मिलती हैं । अतः Q बिन्दु, P बिंब का प्रतिबिंब है । इस प्रकार, पात्र का तल जो पहले P पर था, अब Q तक उठा हुआ दिखाई देता है । परिणाम स्वरूप, आभासी गहराई RQ हो जाती है जब कि वास्तविक गहराई RP है । यहाँ द्रव की सतह का कोई भी बिन्दु R है ।

चित्र 32'11

33·12. आभासी (apparent) और वास्तविक गहराई एवं माध्यम के वर्तनांक में सम्बन्ध:—द्रव से वायु में प्रचलन के लिए, PS आपाती किरण है, ST वर्तित किरण और NN' अभिलम्ब है (बिन्दु S पर) । चित्र 33.11 देखो ।

यहां $\angle$ PSN' = i = $\angle$ SPR (दो समान्तर रेखाओं NN' और RP से बने एकान्तर कोण होने के कारण)

$\angle$ TSN = r = $\angle$ QSN (सम्मुख vertically opposite–कोण होने के कारण)

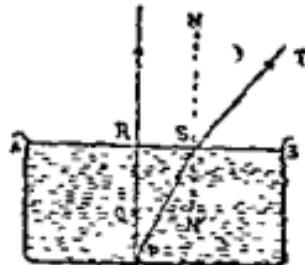
= $\angle$ SQR (चूंकि एकान्तर कोण बराबर होते हैं)

अतः चूंकि प्रकाश द्रव (liquid) से वायु (air) में प्रचलित हो रहा है :

$$\mu la = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin SPR}{\sin SQR} \quad ....(1)$$

किन्तु समकोण त्रिभुज SPR में :

$$\sin SPR = \frac{\text{लम्ब (perpendicular)}}{\text{कर्ण (hypotenuse)}} = \frac{RS}{SP}$$

और $\triangle SQR$ में ।

$sin\ SQR = RS/SQ$,

ये मान समीकरण (1) में स्थानापन्न (substitute) करने पर हम पाते

$$\mu la = \frac{RS/SP}{RS/SQ} = \frac{RS}{SP} \times \frac{SQ}{RS} = \frac{SQ}{SP} \quad \ldots($$

यहाँ मापतल लगभग ऊर्ध्वाधर है, क्योंकि केवल इसी प्रकार वर्तित किरणें अन्ततः स्थित आँख में प्रवेश कर सकती हैं । अतः किरण PS, द्रव को सतह S बिन्दु पर काटती है जो कि बिन्दु R के बहुत निकट है ।

इसलिए, SQ = RQ और SP = RP

ये मान समीकरण (2) में स्थानापन्न करने पर :

$$\mu la = RQ/RP$$

परन्तु $$\mu al = \frac{1}{\mu la}$$

$\therefore$ $$\mu al = \frac{1}{\mu la} = \frac{1}{RQ/PR} = \frac{RP}{RQ} = \frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\text{आभासी गहराई}}$$

सम्बन्ध:—किसी माध्यम का वर्तनांक (refractive index) उसकी वास्तविक और आभासी गहराई के अनुपात के बराबर होता है ।

* 33·13. सूक्ष्मदर्शी (Microscope) की सहायता से वर्तनांक निकालना:—चौकोर शिला (slab) के रूप में प्राप्त माध्यम का वर्तनांक (μ) निकालने के लिए उपर्युक्त सम्बन्ध का उपयोग किया जाता है ।

सूक्ष्मदर्शी (microscope) ऐसा यन्त्र है जो निकट की सूक्ष्म वस्तुओं को परिवर्धित (magnified) और स्पष्ट दिखाता है । इसमें एक ऊर्ध्वाधर (vertical) पैमाना भी लगाया जा सकता है जिसके सहारे यह ऊपर या नीचे सरक सकता है ।

एक सूक्ष्मदर्शी लो और इसे कागज पर बने किसी चिन्ह या बीकर में रखे एक सिक्के पर फोकस (focus) करो । मानलो कागज पर चिन्ह या बीकर में रखा हुआ सिक्का P है । चित्र 33.12 देखो । मानलो पैमाने पर दूरदर्शी की स्थिति 'a' पर है । अब काच की शिला को कागज पर बने चिन्ह पर रखो या बीकर में वह द्रव डालो जिसका वर्तनांक निकालना है । P का प्रतिबिंब Q पर दिखाई देता है । सूक्ष्मदर्शी को इस पर

---

* विस्तृत विवरण के लिए लेखकों की पुस्तक 'A Text Book of Practical Physics' अथवा 'प्रायोगिकी भौतिकी' पढ़ो ।

फोकस (focus) करो। चूंकि इसे थोड़ा ऊपर सरकाना पड़ेगा, मानो इसकी स्थिति पैमाने पर 'b' है। अब कांच या द्रव की ऊपरी सतह R पर थोड़ा लाइकोपोडियम (lycopodium powder) डालो। अपने हल्केपन के कारण यह चूर्ण द्रव पर भी तैरता रह सकता है। सूक्ष्मदर्शी को इस पर फोकस करो। मानलो पैमाने पर यह स्थिति 'c' पर है। स्पष्ट है कि वास्तविक गहराई $RP = c - a$ और आभासी गहराई $RQ = c - b$

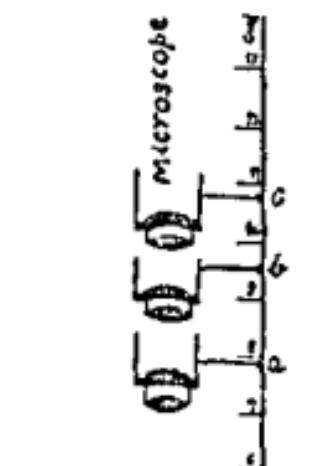
अतः $$\mu = \frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\text{आभासी गहराई}} = \frac{c-a}{c-b}$$

सूक्ष्मदर्शी का ऊर्ध्वाधरतः फोकस किया जाना बहुत आवश्यक है। द्रव की मात्रा न तो इतनी अधिक होनी चाहिए (अथवा ठोस शिला न अधिक मोटी होनी चाहिए) कि प्रतिबिम्ब की तीव्रता बहुत हीन हो जाय और न इतनी कम हो कि प्रतिशत यथार्थता (percentage accuracy) घट जाय।

Microscope

Glass slab

चित्र 33.12

33.14. यदि द्रव की कुछ बूंदें प्राप्त हो तो वर्तनांक निकालना:—उपर्युक्त दोनों विधियां तभी लाभदायक होती है जब द्रव बहुत मात्रा में प्राप्त हो। जब द्रव की केवल कुछ बूंदें ही प्राप्त हों तब उसका वर्तनांक एक अवतल (concave) दर्पण की सहायता से निकाला जा सकता है।

सिद्धान्त :—मानलो अवतल दर्पण के वक्रता केन्द्र (centre of curvature) की स्थिति O है। इसलिए OM और OA किरणें दर्पण पर अभिलम्बतः (normally) पड़ती है और फलस्वरूप परावर्तन के पश्चात् अपने पूर्व मार्गों पर लौट जाती है।

दर्पण पर अब द्रव की कुछ बून्दें डाल दी जाती हैं। अब किरणें द्रव की सतह XY पर वर्तित होने के पश्चात् दर्पण पर अभिलम्बतः नहीं गिरेंगी। फिर भी, यदि आपाती (incident) किरण का मार्ग CO' ऐसा हो कि C पर वर्तन होने पर उसका मार्ग CM हो जाय तो वह दर्पण पर अभिलम्बतः पड़ेगी। अतः अब यह परावर्तित होकर उसी मार्ग MC और CO' पर लौट जायगी तथा O' पर प्रतिबिम्ब बनेगा। इस तरह, O' आभासी वक्रता-केन्द्र का काम करेगा। चित्र 33.13 देखो।

द्रव की सतह पर अब O'C आपाती किरण है। CM वर्तित किरण (refracted ray) और NN' अभिलम्ब है।

यहाँ पर,

आपतन कोण $O'CN = i = \angle CO'A$ (एकान्तर कोण)

वर्तन कोण $\angle MCN' = r = \angle OCN$ (ऊर्ध्वाधरत : विपरीत कोण)

$= \angle COA$ (एकान्तर कोण होने के कारण)

अतः $\mu al = \dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{\sin CO'A}{\sin COA}$ .... (1)

परन्तु, $\angle CO'A = \angle CO'B$ और

$\sin CO'B = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \dfrac{CB}{CO'}$

चित्र 33 13

और $\angle COA = \angle COB$ और $\sin \angle COB = CB/CO$

ये मान समीकरण (1) में स्थानापन्न (substitute) करने पर

$$\mu al = \frac{CB/CO'}{CB/CO} = \frac{CB}{CO'} \times \frac{CO}{CO'} \quad .... (2)$$

किन्तु चूँकि दर्पण का व्यास (aperture) छोटा है, बिन्दु C और B पास-पास है और इसलिए $CO = BO$ और $CO' = BO'$

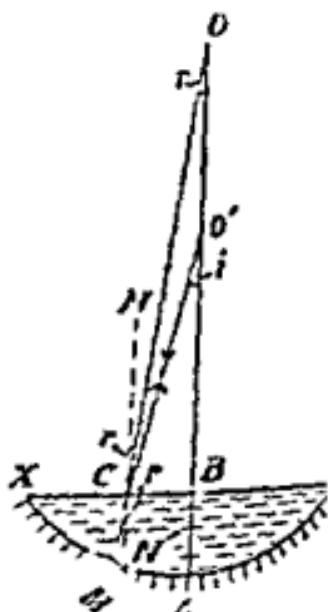
साथ ही, द्रव की कुछ ही बूँदें होने के कारण गहराई BA भी नगण्य है।

अतः $CO = BO = AO$ और $CO' = BO' = AO'$ ये मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$\mu al = AO/AO'$$

सम्बन्धः—द्रव का वर्तनांक (refractive index) दर्पण की वास्तविक वक्रता-त्रिज्या (radius of curvature) और आभासी (apparent) वक्रता-त्रिज्या के अनुपात के बराबर होता है।

विधिः—दिये हुए दर्पण को एक ऊर्ध्वाधर (vertical) स्टैंड के आधार (base) पर क्षैतिजतः (horizontally) रखो। स्टैंड की ऊर्ध्वाधर छड़ पर एक सुई या पिन लगाओ। पिन को ऊपर नीचे सरकाकर पिन और उसके प्रतिबिम्ब के बीच से विस्थापनाभास (parallax) हटाओ। पिन की यह स्थिति O है। इसकी दूरी दर्पण के धरातल से नापो। यह दूरी वक्रता त्रिज्या AO का मान होगा।

अब द्रव की कुछ बूँदें दर्पण पर डालो। विस्थापनाभास हटाने के लिए पिन को नीचे कर, जिधर आवश्यक समझो सरकाओ। विस्थापनाभास हटने पर पिन की

स्थिति O' पर होगी। AO' दूरी नाप लो। यह आभासी वक्रता-त्रिज्या का मान होगा। अब समीकरण (3) की सहायता से द्रव का वर्तनांक (refractive index) निकालो।

33.15. कुछ प्रकाशिक घटनायें (some optical phenomena).—

(अ) तारों का टिमटिमाना (Twinkling of stars):—तारे हमसे बहुत दूर होने के कारण बिन्दाकार बिम्ब (point object) का काम करते हैं। वे हमारी आंख की रेटिना (retina) पर बिन्दाकार प्रतिबिम्ब बनाते हैं। वायुमण्डल के अविराम ताप परिवर्तन के कारण तारों से आने वाली प्रकाश-किरणों की दिशा में थोड़ा परिवर्तन होता रहता है जिसके फलस्वरूप रेटिना पर बना प्रतिबिम्ब कुछ इधर-उधर खिसकता रहता है। रेटिना पर बने प्रतिबिम्ब की अविराम स्थिति परिवर्तन का आभास मस्तिष्क को तारों के टिमटिमाने के रूप में होता है।

चन्द्रमा हमारे निकट होने के कारण तश्तरीनुमा गोलाकार बिम्ब का काम करता है। एवं वह आंख की रेटिना पर गोलाकार तश्तरीनुमा प्रतिबिम्ब बनाता है। अतः यह प्रतिबिम्ब रेटिना पर पर्याप्त जगह घेरता है। यही कारण है कि तारे टिमटिमाते हैं पर चन्द्रमा नहीं।

(ब) सूर्यास्त (Setting of sun) सूर्य क्षितिज के नीचे चले जाने पर भी डूबा दिखाई नहीं देता। अर्थात् जब हम सूर्यास्त के ठीक पहले सूर्य को क्षितिज से ऊपर देखते हैं तब वास्तव में वह क्षितिज से नीचे चला गया होता है। चित्र 33.14 से इसका कारण स्पष्ट हो जायगा।

चित्र 33.14

पृथ्वी के निकट की वायु-सतहें सघन होती हैं और जितने हम ऊपर बढ़ते जाय उतनी ही वायु की तहें अधिक से अधिक विरल होती जायगी। अतः जब सूर्य स्थिति S में है तब उसकी किरणें पृथ्वी से दूर हटने की क्रिया में सघन (denser) से विरल (rarer) माध्यम में बढ़ती हैं। दो तहों के बीच, हर वर्तन पर वर्तन कोण (angle of refraction) आपतन कोण से बड़ा होगा और ज्यों ज्यों किरणें ऊपर बढ़ती हैं त्यों त्यों वर्तन कोण का मान लगातार बढ़ता ही जाता है। अन्त में, एक स्थिति ऐसी आयगी जब वर्तन कोण बढ़ते बढ़ते एक समकोण के बराबर हो जायगा। स्पष्ट है कि यह पूर्णान्तरिक परावर्तन (total internal reflection) की स्थिति होगी। जिस वायु-तह पर किरणें इस पूर्णान्तरिक परावर्तन की स्थिति में पहुँचती है, उसमे वे ऊपर नहीं बढ़ पाती बल्कि अब वे नीचे की ओर लौटने लगती हैं और इस तरह पृथ्वी पर पहुँच जाती हैं। स्पष्ट है कि पृथ्वी पर स्थित द्रष्टा को सूर्य की स्थिति का आभास आने वाली किरणों की दिशा में अर्थात् S' स्थान पर होगा।

समुद्र पर दूर से आते हुए जहाज का आकाश में उल्टा लटका हुआ दिखाई देने का भी यही कारण है। समुद्र पर भी सघन से विरल तहें बनी रहती हैं। अतः एक जहाज से ऊपर की ओर जाने वाली किरणें ऊपर बढ़ते बढ़ते (ऊपर वर्णित सूर्य-किरणों की तरह)

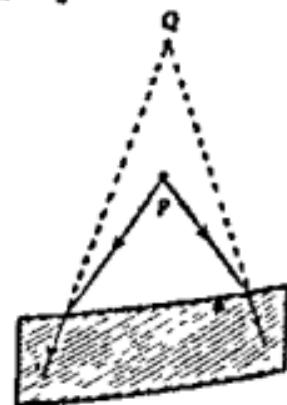
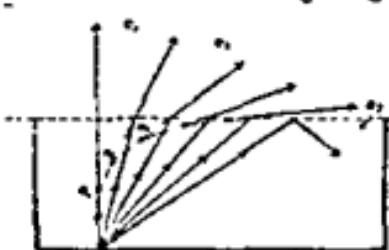
पूर्ण परावर्तित होकर नीचे की ओर लौट आती हैं। ये किरणें किनारे पर खड़े द्रष्टा को मस्तूलों पर ऊपर से नीचे की ओर आते समय पड़ती हैं। परिणामस्वरूप किरणों की दिशा में उसे जहाज दिखाई देता है।

(ख) मृगतृष्णा (Mirago):—दिन में सूर्य की ऊष्मा से रेगिस्तानी धरती बहुत गर्म हो जाती है। परिणाम यह होता है कि वायु की तहें जो धरती से अधिक निकट आती हैं वे ऊपर वाली तहों से अधिक विरल (rarer) बन जाती हैं। इस

चित्र 33.15

तरह, जो तह धरती से जितनी अधिक दूर होगी वह उतनी ही अधिक सघन (dense) होगी। अतःएव किसी वृक्ष के ऊपरी भाग से चलकर नीचे की ओर बढ़ने वाली किरणें सघन से विरल माध्यमों में प्रवेश करती रहेंगी और अन्त में पूर्ण परावर्तित हो ऊपर की ओर लौट जायगी। अतः एक ऊंट पर सवार द्रष्टा को ये किरणें नीचे से आती हुई दिखाई पड़ेंगीं। परिणामस्वरूप उसे वृक्ष के एक उल्टे प्रतिबिम्ब का आभास होगा। इस प्रकार के उल्टे प्रतिबिम्ब पानी में बनते हैं और इसलिए उसे एक झील का भ्रम होता है। एक प्यासा व्यक्ति इस प्रकार सामने झील समझकर पानी की खोज में आगे बढ़ता है। उसे झील नहीं मिलती पर वह झीलनुमा दृश्य वैसे ही दिखलाई देता रहता है और वह समझता है कि थोड़ा और बढ़ने पर वह उस झील तक पहुंच जायगा। परिणाम स्पष्ट है कि वह अपनी तृष्णा शान्त करने को जल पाने के लिए उस आभासी झील तक पहुंचने को वैसे ही भटकता रहता है जिस प्रकार कस्तूरी वा मृग कस्तूरी की सुगन्ध से भ्रमित होकर उसे पाने के लिए इधर-उधर डोलता रहता है किन्तु पा नहीं सकता। पानी के इस भ्रम होने को इसीलिए मृग-तृष्णा (mirage) का नाम दिया है।

चित्र 33.16

(द) आभासी गहराई (apparent depths):—हम पहले समझ चुके हैं कि एक नदी अपनी वास्तविक गहराई से कम गहरी क्यों दिखाई देती। यदि हम पानी के भीतर से वायु में स्थित किसी वस्तु को देखें तो उन्हीं कारणों से, वह हमें अपनी वास्तविक स्थिति से अधिक दूर दिखाई देगी। चित्र 33.16 देखो।

नदी की पेंदी में पड़ी हुई वस्तु ऊपर से देखने पर दिखाई दे सकती है । द्रष्टा ज्यों-ज्यों दूर हटता जाता है, उस तक त्यों त्यों अधिक तिरछी किरणें पहुंचती हैं और वह वस्तु कम गहरी दिखाई पड़ती है । यह तिरछापन बढ़ते-बढ़ते एक अवस्था ऐसी आती है जब वस्तु से आने वाली किरणें पानी की सतह पर पूर्ण परावर्तित होकर भीतर ही लौट जाती हैं और तब (स्थिति e_3 में आंख पहुंचने पर) वस्तु दिखाई देना बन्द हो जाती है । चित्र 33.17 देखो ।

चित्र 33.17

अतः पानी के भीतर स्थित एक आंख को बाहर की सब वस्तुएं एक ऐसे शंकु (cone) में स्थित दिखाई पड़ती है जिसका अर्द्ध-ऊर्ध्वाधर कोण (semi-vertical angle) क्रांतिक कोण के बराबर है ।

संख्यात्मक उदाहरण—

1. कांच और पानी के वर्तनांक (refractive indices) क्रमशः 3/2 और 4/3 दिये हुए हैं । पानी की तुलना मे कांच का क्रान्तिक-कोण (critical angle) बताओ ।

यहां $\mu wg = \mu ag/\mu aw$

$$\therefore \quad \mu wg = \frac{3/2}{4/3} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

तब $\mu wg = \text{Cosec}\,\theta$ या $9/8 = \text{Cosec}\,\theta$

क्रांतिक कोण, $\theta = \text{cosec}^{-1}(9/8)$

2. पानी का वर्तनांक 4/3 है । यदि एक नदी की वास्तविक गहराई 8 फीट हो तो आभासी गहराई बताओ ।

$$\therefore \quad \mu aw = \frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\text{आभासी गहराई}}$$

या आभासी गहराई = (वास्तविक गहराई)/μaw = 8/$\frac{4}{3}$ फीट

= 8 × 3/4 फीट = 6 फीट

3. एक द्रष्टा नदी में ऊर्ध्वाधरत नीचे की ओर देखता है। वह अपनी आंख का प्रतिबिंब और पेंदी मे पड़े एक कंकड़ का प्रतिबिंब संपातित (coincident) अवस्था में देखता है । यदि आंख पानी की सतह से 6 फीट ऊपर हो तो नदी की वास्तविक गहराई बताओ । ($\mu aw = 4/3$)

स्पष्ट है कि आंख का प्रतिबिंब परावर्तन के कारण बनता है । इसलिए आंख का प्रतिबिंब और वर्तन के कारण बना कंकड़ का प्रतिबिंब दोनों पानी की सतह के 6 फीट नीचे है । अतः नदी की आभासी गहराई 6 फीट है ।

$\therefore$ वास्तविक गहराई = μaw × आभासी गहराई

= 4/3 × 6 फीट = 8 फीट

4. एक सूक्ष्मदर्शी (microscope) को जब एक द्रव में से एक बिंदु पर फोकस किया जाता है तब इसकी स्थिति 'a' है। जब उसको पानी की सतह पर फोकस किया जाता है तब उसकी स्थिति 'b' है। तब और द्रव डाला जाता है और फिर पहले वाले पाठ्यांक (readings) दुबारा लिए जाते हैं। इस बार दोनों स्थितियां क्रमशः 'c' और 'd' हैं। द्रव का वर्तनांक बताओ।

चित्र 33.18

चित्र 33.18 देखो। YZ, द्रव की प्रथम तह है और XY बाद में बढ़ाई गई तह है। इसलिए, नई सतह की मोटाई XY = ($d - b$) है।

YZ की आभासी मोटाई = $b - a$

XZ की आभासी मोटाई = $d - c$

अतः XY की आभासी मोटाई = XZ की आभासी मोटाई − YZ की आभासी मोटाई

$$= (d - c) - (b - a) = d - c - b + a$$

$$= a + d - b - c$$

इसलिए, $\mu = \frac{\text{वास्तविक मोटाई}}{\text{आभासी मोटाई}} = \frac{d - b}{a + d - b - c}$

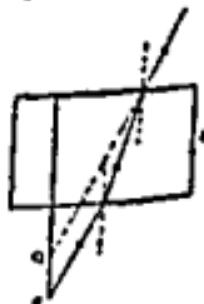
5. एक वस्तु को एक d से. मी. मोटी कांच की पट्टिका में से ऊर्ध्वाधरत देखा जाता है। यदि कांच का वर्तनांक μ हो तो सिद्ध करो कि वस्तु द्रष्टा की ओर $\frac{(\mu - 1) d}{\mu}$ से विस्थापित (displaced) दिखाई देती है।

चित्र 33.19

$$\therefore \quad \mu = \frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\text{आभासी गहराई}}$$

$$\therefore \text{आभासी गहराई} = \frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\mu} = \frac{d}{\mu}$$

अतः विस्थापन = वास्तविक गहराई − आभासी गहराई

$$= d - \frac{d}{\mu} = \frac{\mu d - d}{\mu} = \frac{(\mu -) d}{\mu}$$

प्रश्न

1. वर्तनांक (refractive index) की परिभाषा बताओ। यह किन बातों पर और कैसे निर्भर करता है? सिद्ध करो कि $\mu_{wg} = \mu_{ag}/\mu_{aw}$
(देखो अनुच्छेद 33.2, 33.3 और 33.6)

2. क्रान्तिक-कोण (critical angle) और पूर्ण आन्तरिक परावर्तन (total reflection) से तुम क्या समझते हो? क्रान्तिक कोण माध्यम के वर्तनांक से किस प्रकार सम्बन्धित है? साधारण और पूर्णान्तरिक परावर्तन में क्या अन्तर है?
(देखो अनुच्छेद 33.7, 33.8 और 33.9)

3. तुम एक द्रव का क्रांतिक-कोण (critical angle) किस प्रकार ज्ञात करोगे ? विधि का वर्णन करो। (देखो अनुच्छेद 33.10)

4. समझाकर बताओ कि एक नदी अपनी वास्तविक गहराई से कम गहरी क्यों दिखाई देती है ? दोनों (गहराई) में क्या सम्बन्ध है ? एक द्रव का μ निकालने के लिए एक ऐसे प्रयोग का वर्णन करो जिसमें इस सम्बन्ध (relation) का उपयोग किया गया हो। (देखो अनुच्छेद 33.11, 33.12 और 33.13)

5. एक बहुमूल्य द्रव का वर्तनांक कैसे निकालोगे ? (देखो अनुच्छेद 33.14)

6. समझाओ, क्यों :

(अ) एक कांच में पड़ी दरार चमकदार दिखाई देती है ? (देखो 33.7)

(ब) मृग-तृष्णा (mirage) होती है ? (देखो 33.15)

(स) एक जहाज हवा में उल्टा लटका हुआ दीखता है ? (देखो 33 15)

(द) एक नदी अपनी वास्तविक गहराई से कम गहरी दिखाई पड़ती है ? (देखो 33.11)

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. यदि एक द्रव का वायु के सम्पर्क में क्रान्तिक कोण 45° है, तो द्रव का वर्तनांक बताओ। (उत्तर $\sqrt{2}$)

2. 16 से. मी. भुजा वाले पारदर्शक (transparent) घन में एक हवा का बुलबुला है। एक धरातल से बुलबुले की आभासी गहराई 6 से. मी. और इसके सामने वाले धरातल से उसकी आभासी गहराई 4 से. मी. है। बुलबुले की वास्तविक स्थिति ज्ञात करो। घन (cube) के पदार्थ का वर्तनांक भी बताओ।

(उत्तर . पहले धरातल से 9·6 से. मी. ; $\mu = 1\cdot6$)

3. एक 32 से. मी. की वक्रता-त्रिज्या वाला अवतल दर्पण मेज पर पड़ा है। एक सुई ऊर्ध्वाधरतः उसके ऊपर सरकाई जाती है। यदि उस पर (दर्पण पर) 4/3 वर्तनांक वाला कोई द्रव पड़ा हो तो बताओ बिंब और प्रतिबिंब कहाँ सपाती होंगे ?

(उत्तर : 24 से. मी.)

4. एक बीकर के पेंदे में एक चिन्ह बनाकर एक ऊर्ध्वाधर सूक्ष्मदर्शी उस (चिन्ह) पर फोकस किया जाता है। अब सूक्ष्मदर्शी को 1·5 से. मी. ऊपर सरका दिया जाता है। बताओ बीकर में पानी कितनी ऊंचाई तक भरा जाय कि वह चिन्ह सूक्ष्मदर्शी में फिर फोकस हो जाय ? ($\mu = 4/3$) (उत्तर 6 से. मी.)

5. एक 10 से. मी. मोटे कांच पर 5 से. मी. मोटी पानी की तह (layer) है। एक सूक्ष्म वस्तु कांच की शिला के नीचे पड़ी है। इसको ऊपर से देखा जाता है तो प्रतिबिंब की स्थिति बताओ। ($_a\mu_g = 1\cdot5$, $_a\mu_w = 4/3$)

(उत्तर, पानी की सतह से 10·426) से. मी. नीचे)

6. एक समतल दर्पण से 20 से. मी. दूर एक सूक्ष्म बिंब स्थित है। इसका प्रतिबिंब दर्पण से 30 से. मी. की दूरी पर बनता है। 6 से. मी. मोटी एक समान्तर कांच-शिला (glass-slab) बिंब और दर्पण के बीच दर्पण पर

के अभिलम्बतः (normal) रख दी जाती है। परिणामस्वरूप प्रतिबिंब का विस्थापन (shift) ज्ञात करो। कांच का $\mu = 1{\cdot}5$। (उत्तर : 6 से. मी.)

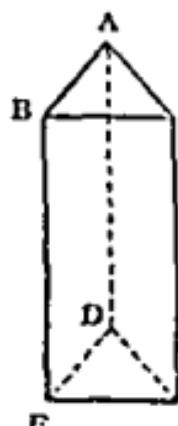
7. एक प्रकाश-किरण हीरे (diamond) से कांच में प्रवेश करती है। किरण के लिए क्रांतिक कोण (critical angle) का मान ज्ञात करो। (कांच का $\mu = 1{\cdot}51$ और हीरे का $\mu = 2{\cdot}47$ तथा ज्या $37^\circ\ 41'\ 8' = 0{\cdot}6133$)

(उत्तर : $36^\circ\ 41'\ 8''$)

8. एक आदमी ऊर्ध्वाधर दिशा में नीचे की ओर एक तालाब में देख रहा है। उसको तालाब के तल की गहराई 5 फुट मालूम होती है। यदि जल का वर्तनांक 1·33 हो तो तालाब की वास्तविक गहराई ज्ञात करो। (राज. 1960) (6.65 cm उत्तर)

अध्याय 34

अभिनत समतल धरातलों पर वर्तन

(Refraction at plane inclined surfaces)

34.1. प्रिज्म (Prism):—दो समान्तर धरातलों से घिरे हुए माध्यम में से वर्तन का अध्ययन हम पहले कर चुके हैं। इस अवस्था में आपाती किरण और निर्गत किरण (emergent ray) समान्तर होती है, किन्तु वह आपाती किरण की दिशा से थोड़ी विस्थापित (displaced) रहती है। यह विस्थापन आपतन की दिशा एवं वर्तक माध्यम (refracting medium) की मोटाई पर निर्भर करता है।

अब दो ऐसे धरातलों से घिरे हुए माध्यम पर विचार करो जो एक दूसरे के साथ किसी कोण पर झुके (अभिनत) हुए हैं। इस प्रकार का माध्यम का नाम प्रिज्म (prism) चित्र 34.1 (a) कहलाता है। देखो चित्र 34.1 (a)

चित्र 34.1 (b)

ABED और ACFD दो वर्तक धरातल हैं। इन दोनों के धरातलों के मिलने से बना हुआ कोर (edge) वर्तक-कोर (refracting edge) कहलाता है। चित्र में वर्तक-कोर AD ऊर्ध्वाधर है। दोनों वर्तक धरातलों के बीच का कोण BAC प्रिज्म कोण (angle of prism) कहलाता है। BCFE धरातल प्रिज्म का आधार (base) कहलाता है। साधारणतया, प्रिज्म को चित्र में दर्शाने के लिए वर्तक-कोर के समकोण उसका काट क्षेत्र (section) प्रयोग किया जाता है। चित्र 34.1 (b) देखो।

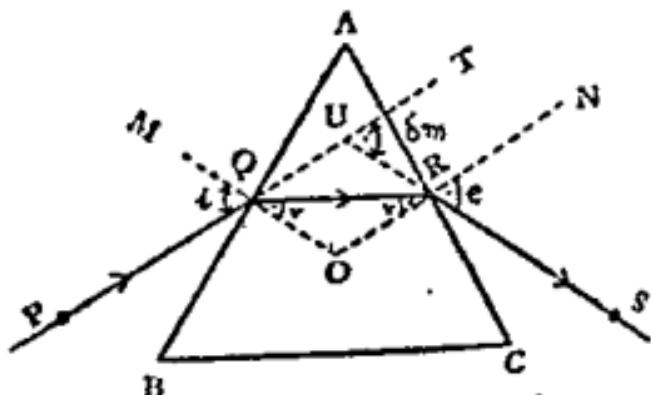
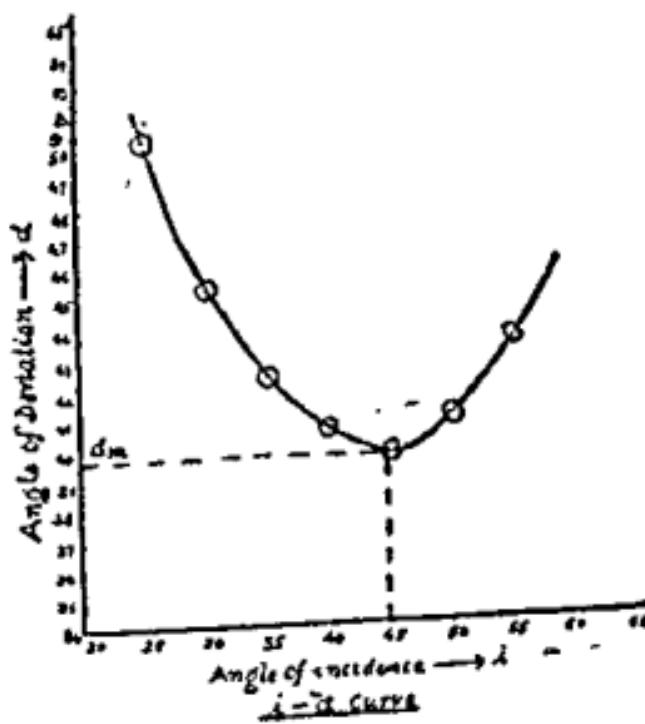
34.2 प्रिज्म में से वर्तन:—AB धरातल पर PQ आपाती किरण और MO अभिलम्ब है। QR और RS क्रमशः वर्तित और निर्गत (emergent) किरण हैं। R बिन्दु पर NO अभिलम्ब है।

कोण PQM आपतन कोण i, कोण OQR वर्तन कोण r और कोण SRN निर्गत कोण e है।

यदि PQ और SR को क्रमशः आगे और पीछे बढ़ाई जाए तो वे U बिन्दु पर कटेंगे। आपाती किरण की मूल दिशा (original direction) PQUT

परिवर्तित होकर वर्तन (refraction) के पश्चात् URS हो जाती है । इसलिए किरण के प्रचलन की दिशा, ∠ TUR से विचलित (deviate) हो जाती है । यह TUR कोण विचलन कोण (angle of deviation) δ कहलाता है ।

चित्र 34.1 (c)

34.3 सूक्ष्मतम विचलन कोण (angle of minimum deviation):–आपाती और निर्गत किरण के बीच का कोण विचलन कोण कहलाता है । कांच की समान्तर पट्टिका से वर्तन होने पर विचलन शून्य होता है ।

एक प्रिज्म के लिए विचलन कोण, आपतन कोण के मान पर निर्भर करता है । देखा गया है कि जब आपतन कोण शून्य से 90° तक बढ़ता है तब विचलन कोण पहले तो लगातार घटता जाता है और सूक्ष्मतम हो जाता है । फिर एक विशिष्ट सूक्ष्मतममान (particular minimum value) के बाद फिर बढ़ता हुआ होता है । यह विचलन कोण की आपतन कोण पर निर्भरता रेखाचित्र की सहायता से चित्र 34.1 (d) में दिखाई गई है ।

चित्र 34.1 (d)

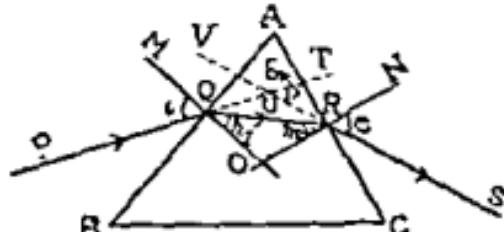
विचलन कोण δ में यह परिवर्तन प्रथम जब आपतन कोण 0 व 20° के बीच होता है तब तीव्र गति से होता है किन्तु उसके 35 व 50° के बीच होने पर मन्द हो जाता

है। आपतन कोण के 50° से अधिक होने पर विचलन कोण के मान में परिवर्तन (change) पुनः तीव्र गति से होता है। चित्र के अनुसार $i = 40°$ पर δ का मान सूक्ष्मतम है। विचलन कोण, δ के सूक्ष्मतम (minimum) मान को δm से दर्शाया जाता है। जब विचलन कोण सूक्ष्मतम हो जाता है तब यह सूक्ष्मतम विचलन कोण (angle of minimum deviation) कहलाता है।

चित्र 34.1 (a) से स्पष्ट है कि यदि आपतन कोण का मान δm (वह कोण जिसके लिए विचलन कोण सूक्ष्मतम है, δm से दर्शाया जाता है) थोड़ा सा भी बदला जाय तो विचलन कोण बढ़ जायगा। अतः एक प्रिज्म के लिए उसके सूक्ष्मतम विचलन कोण के लिए आपतन कोण का सिर्फ एक ही मान हो सकता है।

35.4 प्रिज्म के कोण, वर्तनांक और सूक्ष्मतम विचलन कोण में सम्बन्ध:- प्रिज्म को सूक्ष्मतम विचलन की स्थिति में रखो अर्थात् आपाती किरण (incident ray) PQ धरातल AB पर इस प्रकार पड़े कि विचलन कोण का मान सूक्ष्मतम हो। (ध्यान रहे कि प्रिज्म का समद्विबाहु होना अर्थात् AB और AC भुजाएं बराबर होना अनावश्यक है)।

चित्र 34.1 (a)

चित्र में PQ आपाती किरण, RS उसकी निर्गत किरण, (emergent ray) और कोण TUR सूक्ष्मतम विचलन कोण है। यदि किरणों की दिशा उलट दी जाए अर्थात् यदि आपाती किरण SR हो और निर्गत किरण QP हो तो विचलन कोण VUP होगा।

किन्तु $\angle TUR = \angle VUQ = \delta m$ (ऊर्ध्वाधरतः सम्मुख कोण होने के कारण)।

चूंकि सूक्ष्मतम विचलन कोण के लिए केवल एक ही आपतन कोण होता है, ये दोनों आपतन कोण बराबर होने चाहिए।

$$\therefore \quad \angle PQM = i = \angle NRS = e \quad .... \quad (1)$$

जब आपतन बिन्दु Q पर होता है तब

$$_a\mu_g = \frac{\sin i}{\sin r_1} = \frac{\sin PQM}{\sin OQR} \quad .... \quad (2)$$

और जब आपतन बिन्दु R पर होता है तब

$$_a\mu_g = \frac{\sin e}{\sin r_2} = \frac{\sin NRS}{\sin ORQ} \quad .... \quad (3)$$

समीकरण (2) और (3) से ;

$$\frac{\sin i}{\sin r_1} = \frac{\sin e}{\sin r_2}$$ किन्तु समीकरण (1) से $i = e$

$$\frac{\sin i}{\sin r_1} = \frac{\sin i}{\sin r_2}$$

या $\sin r_1 = \sin r_2$

या $r_1 = r_2$ या $\angle OQR = \angle ORQ$

अतः $r_1 = r_2 = r$ (मानलो) .... (4)

चतुर्भुज (Quadrilateral) QARO के चारों कोण

$\angle OQA + \angle QAR + \angle ARO + \angle ROQ$ = चार समकोण

इनमें $\angle OQA = \angle ARO$ = समकोण

या $\angle OQA + \angle ARO$ = दो समकोण

इसलिए बाकी $\angle QAR + \angle ROQ$ = दो समकोण (5)

$\triangle QOR$ के तीनों कोण

$\angle OQR + \angle ORQ + \angle ROQ$ = दो समकोण .... (6)

समीकरण (5) और (6) के दाहिने पक्ष समान हैं

अतः $\angle QAR + \angle ROQ = \angle OQR + \angle ORQ + \angle ROQ$

या $\angle QAR = \angle OQR + \angle ORQ$

या $A = r_1 + r_2$ .... (7)

यहां $A = \angle QAR$ = प्रिज्म कोण ((angle of the prism)

समीकरण (4) की सहायता से समीकरण (7) निम्न रूप ले लेती है :

$A = r + r = 2r$ .... (8)

या $r = A/2$

त्रिभुज QUR का बाह्य-कोण (external angle) RUT सामने के दो अंतःकोणों के योग के बराबर होना चाहिए। .... (9)

$\therefore$ $\angle RUT = \angle \delta m = \angle URQ + \angle UQR$ .... (10)

किन्तु $\angle URQ = \angle URO - \angle ORQ$

$\because$ $\angle URO = \angle SRN = e = i$

और $\angle ORQ = r_2 = r$, ये मान समीकरण (10) में रखने पर

$\angle URQ = i - r$

इसी प्रकार $\angle UQR = \angle UQO - \angle OQR = \angle PQM - \angle OQR$

$= i - r$

समीकरण (9) में $\angle URQ$ और $\angle UQR$ का मान रखने पर

$\angle \delta m = i - r + i - r = 2i - 2r$ किन्तु $2r = A$ .... (11)

अतः $\delta m = 2i - A$

या $2i = \delta m + A$ .... (12)

$i = (\delta m + A)/2$

हम जानते हैं कि $\angle AQO = \angle ARO$ (समकोण होने के कारण)

चूंकि $\angle AQR = \angle AQO - \angle RQO = 90 - r$

और $\angle ARQ = \angle ARO - \angle QRO = 90 - r$

अतः $\angle AQR = \angle ARQ$ ये त्रिभुज के आधार कोण हैं

इसलिए $AQ = AR$ .... (13)

अर्थात् सूक्ष्मतम विचलन की स्थिति में वर्तित किरण वर्तक धरातलों को वर्तक-कोर (refracting edge) से बराबर दूरी पर काटती है।

साथ ही, यदि प्रिज्म समद्विबाहु हो अर्थात् दोनों भुजाएं AB और AC बराबर हों तो आधार कोण ABC और ACB बराबर होंगे। कोण $\angle$ BAC दोनों त्रिभुजों QAR और BAC में उभयनिष्ट (*common*) होने के कारण,

$\angle$ AQR = $\angle$ ABC और $\angle$ ARQ = $\angle$ ACB

ये संगत कोण (*corresponding angles*) हैं। अतः वर्तित किरण QR आधार के समान्तर है। याद रखो कि यह तभी होता है जब, प्रिज्म की दोनों भुजाएं (AB और AC) बराबर हों।

संक्षेप में :

जब प्रिज्म को सूक्ष्मतम विचलन की स्थिति में रखा जाता है तब,

(i) $i = e = i$

(ii) $r_1 = r_2 = r$

(iii) $r = A/2$

(iv) $i = \dfrac{\delta m + A}{2}$

(v) AQ = AR

(vi) QR ॥ BC, यदि प्रिज्म समद्विबाहु हो

हम जानते हैं कि $\mu = \dfrac{\sin i}{\sin r}$, i और r के मान (value) रखने पर

$$\mu = \frac{\sin \frac{A + \delta m}{2}}{\sin A/2} \quad .... \quad (14)$$

यदि कोण छोटा हो तो हम जानते हैं कि कोण का sin स्वयं कोण के बराबर होता है। अतः हम स्थूल रूप से लिख सकते हैं :

$$\mu = \frac{\frac{A + \delta m}{2}}{A/2} = \frac{A + \delta m}{A}$$

या $\mu A = A + \delta m$

या $$\delta_m = \mu A - A = (\mu - 1) A \quad .... \quad (15)$$

समीकरण (15) से स्पष्ट है कि न्यूनतम विचलन कोण का मान

(क) प्रिज्म के पदार्थ (material) का μ

और (ख) प्रिज्म के कोण, A

पर निर्भर करता है।

μ और A का मान जितना अधिक होगा, δ_m का मान उतना ही अधिक होगा।

34·5. न्यूनतम विचलन की स्थिति का महत्व:—यदि एक बिन्दु स्रोत से आती हुई प्रकाश दण्ड प्रिज्म पर इस प्रकार पड़ता है कि विचलन न्यूनतम होता है, [देखो चित्र 34·2 (a)] तो निर्गत दण्ड भी समान रूप से मुड़ी होती है और इसलिए एक बिन्दु Q से आती हुई दिखाई देती है। किन्तु यदि आपतन, चित्र 34·2 (b) के अनुसार होता है तो आपाती और निर्गत किरणें असमानरूप से मुड़ी रहती हैं और फलस्वरूप कुछ किरणें एक बिन्दु से आती दिखाई देती हैं और कुछ किरणें दूसरे बिन्दु से। अतः पहली दशा में हमें सुस्पष्ट (well defined) प्रतिबिंब प्राप्त होता है और दूसरी दशा में अस्पष्ट (blurred)।

अतः एक वर्णक्रम (spectrum) की तरह जहाँ भी सुस्पष्ट (well defined)

चित्र 34·2 (a) चित्र 34·2 (b)

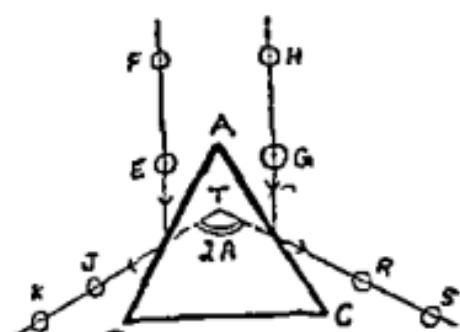
और तीव्र (sharp) प्रतिबिंब की आवश्यकता होती है प्रिज्म को न्यूनतम विचलन की स्थिति (position of minimum deviation) में रखा जाता है।

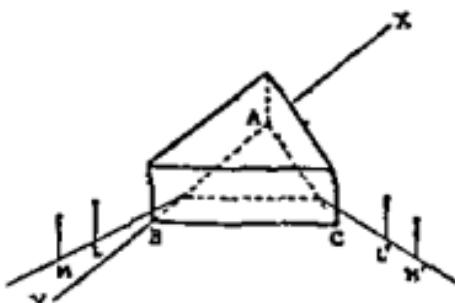
34.6 * प्रिज्म का वर्तनांक निकालना:—प्रिज्म के रूप में प्राप्त एक माध्यम का वर्तनांक (refractvie index) निकालने के लिए समीकरण (14) का उपयोग किया जाता है।

A ज्ञात करना:—प्रिज्म कोण कागज पर प्रिज्म की सीमा खींचकर ज्ञात किया जा सकता है किन्तु इस विधि को अपनाने की राय नहीं दी जा सकती; क्योंकि इससे नाप

---

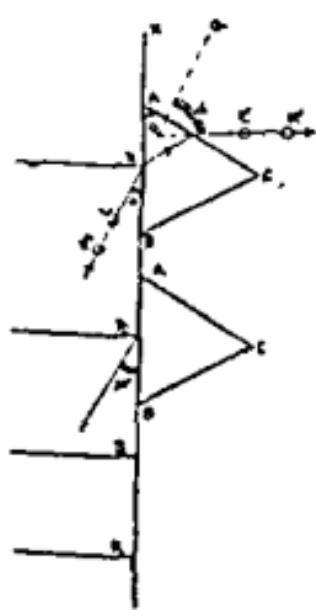
* विस्तृत जानकारी के लिए लेखकों की पुस्तक "A T.B. of Practical ..." या प्रायोगिक भौतिकी" पढ़ें।

हुआ कोण अधिक यथार्थ (accurate) नहीं होता है। A के नाप के लिए वास्तविक प्रयोग में प्रयुक्त विधि निम्न है। कागज पर दो समान्तर रेखायें खींचो और प्रिज्म को इस प्रकार रखो कि प्रिज्म के वर्तक धरातलों (refracting surfaces) पर एक एक रेखा पड़े। प्रत्येक रेखा पर दो पिन ऊर्ध्वाधर (vertical) गाड़ दो। चित्र में F, E, H, और G चार गड़े हुए पिन दिखाये गये हैं। पिन F और E के धरातल AB से परावर्तित (reflected)

चित्र 34·3 (a)

प्रतिबिंब देखो और दो पिन K तथा J इस प्रकार ऊर्ध्वाधरतः गाड़ो कि ये पिन और F व E के प्रतिबिंब (AB धरातल से परावर्तित) एक सीध में दिखाई दें। इसी प्रकार AC धरातल से परावर्तित H और G पिनों के प्रतिबिंबों की सीध में भी दो पिन R,S गाड़ो। KJ और SR को बढ़ाओ। मानलो ये T बिन्दु पर

चित्र 34·3 (b)

काटती है। कोण JTR प्रिज्म कोण A का दुगुना होता है; अतः इसे नाप कर आधा करने से A का मान ज्ञात हो जायगा।

चित्र 34·3 (c)

चूंकि हम वास्तव में A के स्थान पर 2 A कोण नापते हैं, अतः नाप और भी अधिक सही (accurate) होगा।

δ_m ज्ञात करना:—एक रेखा XY खींचो और उस पर प्रिज्म इस प्रकार रखो कि धरातल AB इसके समान्तर रहे। धरातल AB पर अभिलम्ब के साथ कोई कोण बनाती हुई रेखा खींचो और उस पर दो पिन M व L ऊर्ध्वाधरतः (vertically) गाड़ो। देखो चित्र 34.3 (b) और (c)। M और L के प्रतिबिंब AC धरातल में देखकर उनकी सीध में दो और पिन M' व L' गाड़ो। तब ML आपाती किरण (incident ray) और L' M' निर्गत किरण (emergent ray) होगी। उनको पीछे की ओर

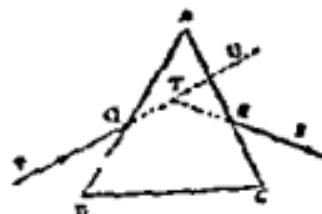
बढ़ाओ। मानलो ये O बिन्दु पर मिलती हैं। विचलन कोण (angle of deviati[on]) QOL' को नापो।

इस तरह भिन्न-भिन्न आपतन कोणों के लिए विचलन कोणों का मान ज्ञात करो। फिर i और δ के बीच एक रेखाचित्र खींचो और इसकी सहायता से न्यूनतम वि[चलन] कोण मालूम करो। देखो चित्र 34.1 (d) अनुच्छेद 34.2

A और δ_m ज्ञात हो जाने पर निम्नलिखित सूत्र

$$\mu = \frac{\sin\left(\frac{A + \delta_m}{2}\right)}{\sin A/2}$$ से μ ज्ञात करो।

δ_m ज्ञात करने की एक और सुगम विधि नीचे दी जाती है। इसके लिए अनु[च्छेद] 34 का समीकरण (13) का उपयोग किया जाता है।

चित्र 34·3 (d) के अनुसार दो पिन Q और R प्रिज्म के AB और AC क[लकों] से सटाकर इस प्रकार गाड़ो कि वे वर्तक-कोर (refracting edge) A से सम[ान] दूरी पर रहें। अब दो पिन P और S ऐसे स्थानों पर गाड़ो कि AC धरातल को देखने पर चारों पिनें एक ही सीध में दिखाई दें। प्रिज्म हटाकर, S व R तथा P व Q को मिलाओ। RS को पीछे की ओर बढ़ाओ। मानलो U तक बढ़ाई हुई PQ को यह बिन्दु T पर काटती है। कोण UTR को नापो। यही सूक्ष्मतम विचलन कोण का मान है।

चित्र 34·3 (d)

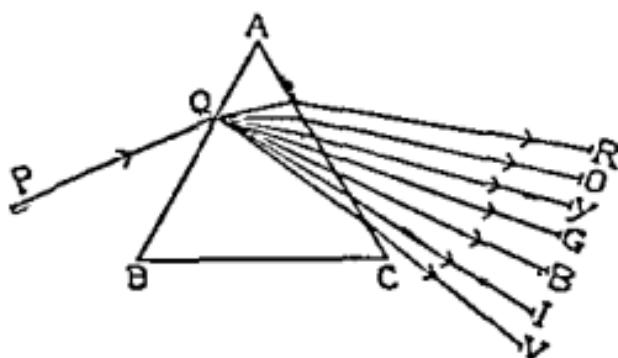
34.6. वर्ण विश्लेषण और वर्ण पट:—आकाश में कभी २ दिखाई देने वाले इन्द्रधनुष (Rainbow) से कौन परिचित नहीं है? यह भिन्न भिन्न रंगों वाला मनुहार दृश्य तो हमेशा से हमारे कौतुहल का विषय रहा है। जब किसी फौव्वारे से उड़ने वाली नन्ही नन्ही पानी की बून्दों को हम सूर्य की ओर पीठ कर देखते हैं तो ऐसा ज्ञात होता है मानो आसमान का इन्द्र धनुष ही धरती पर उतर आया हो। अब प्रश्न उठता है कि पानी की बून्दें जो लगभग रंग विहीन (colourless) होती हैं इस प्रकार सुन्दर रंग बिरंगे दृश्य बनाने में कैसे सफल होती हैं? इस प्रश्न का उत्तर देने के लिए हमें श्वेत प्रकाश का अध्ययन करना पड़ेगा।

34.7. प्रकाश—हम पहिले पढ़ ही चुके हैं कि प्रकाश एक प्रकार की अनुप्रस्थ प्रगामी तरंग (transverse progressive wave) है। इन्हीं तरंगों के रूप में एक स्थान से दूसरे स्थान को प्रचलित होता है। जिस प्रकार हम जानते हैं कि ... में (जो कि एक प्रकार की तरंग होती है) तरंगों की खास तरंग दैर्ध्य (wave ...) अथवा आवृत्ति (frequency) होने पर ही ध्वनि कानों को सुनाई पड़ती है, उसी प्रकार आंखों द्वारा प्रकाश दिखने के लिए यह आवश्यक है कि उसकी तरंग दैर्ध्य किसी विशिष्ट सीमा (limit) के अन्दर हो। यह सीमा साधारणतया 3800 × 10^{-8}

से. मी. से लेकर 7800×10^{-8} से. मी. तक होती है। इन तरंगों वाले प्रकाश को दृश्य प्रकाश (visible light) और इनके बाहर वाले प्रकाश को अदृश्य प्रकाश (invisible light) कहते हैं। यही दृश्य प्रकाश हमारा सफेद प्रकाश है। यह सफेद प्रकाश 3800×10^{-8} से लेकर 7800×10^{-8} से. मी. तरंग दैर्घ्य वाली सभी प्रकाश तरंगों के मिलाप से बनता है। यदि हम किसी तरंग में से कुछ तरंगों को अलग करने में सफल हों तो हम देखेंगे कि इस प्रकार से प्राप्त तरंग सफेद प्रकाश न देकर रंगीन प्रकाश देंगी। दूसरे शब्दों में कहना हो तो हम कहेंगे कि प्रकाश के प्रत्येक रंग के लिये भिन्न-भिन्न तरंग दैर्घ्य वाली तरंगें होती हैं। हमें ज्ञात है (ध्वनि में) कि प्रत्येक तरंग की दो विशेषतायें होती हैं—1. तरंग दैर्घ्य और 2. आवृत्ति। हमें यह भी ज्ञात है कि

तरंग का वेग (velocity of a wave) = तरंग दैर्घ्य (wavelength) × तरंग की आवृत्ति (frequency)

तरंग की आवृत्ति तरंग दैर्घ्य से अधिक स्थिर राशि है और इसलिए प्रकाश के रंग को तरंग दैर्घ्य से बताने की जगह पर हम तरंग की आवृत्ति द्वारा बताते हैं।

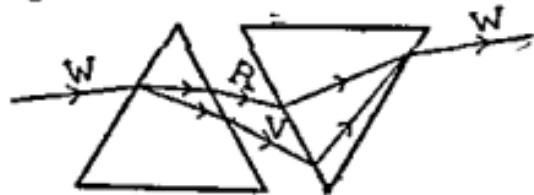
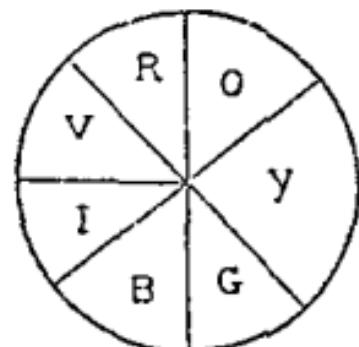
34.8. श्वेत प्रकाश का विश्लेषण (Dispersion of white light):- सर न्यूटन ने सर्व प्रथम इस बात को बताया कि किस प्रकार श्वेत प्रकाश प्रिज्म में से होकर गुजारने से भिन्न भिन्न रंगों में विभाजित हो जाता है। उदाहरणार्थ, प्रकाश का एक बिन्दु स्रोत (point source) लो। यदि यह सम्भवनीय न हो तो सूर्य की किरणों को एक समतल दर्पण से परावर्तित कर एक काडं बोर्ड में किए गए छेद में से

चित्र 34.4

निकालो। इस समय यह छेद बिन्दु स्रोत का काम करेगा। इस बिन्दु से निकलने वाली रेखा के मार्ग में चित्रानुसार एक प्रिज्म रखो। यदि निर्गत (emergent) किरणों के मार्ग में तुम अपनी आंख रखो तो देखोगे कि अब स्रोत प्रकाश के स्थान पर एक वर्ण पट (spectrum) भिन्न भिन्न रंगों का बन गया है। प्रिज्म की सबसे मोटी बाजू की ओर, चित्रानुसार बैंगनी (violet), फिर क्रमानुसार नीला (indigo) आसमानी (blue), हरा (green), पीला (yellow), नारंगी (orange) और अन्त में लाल (red) रंग दिखाई देते हैं। रंगों के इसी समुदाय को हम वर्ण पट (spectrum) कहते हैं। रंगों का क्रम याद करने के लिए हमें अंग्रेजी का शब्द VIBGYOR याद रखना

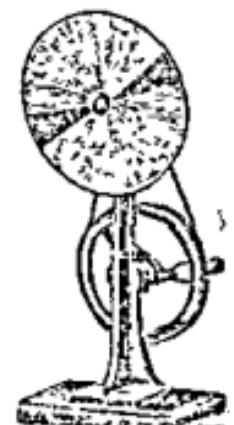
के बाद श्वेत ही रहता । चूंकि वह भिन्न भिन्न रंगों में विभाजित होता है, इसलिये ये रंग उसमें होने चाहिये । यदि प्रिज्म को रंग बदलने की आदत होती तो वह पीले अथवा हरे रंगों के प्रकाश को भी भिन्न भिन्न रंगों में बदल देता ।

(व) श्वेत प्रकाश का पुनर्निर्माण (Recombination of white light) : दो बिलकुल एक दूसरे के अनुरूप प्रिज्म लो । यदि दोनों में से हम पृथक-पृथक श्वेत प्रकाश भेजें तो हमें वर्णपट प्राप्त होगा । अब उन्हें

W　R　V　W

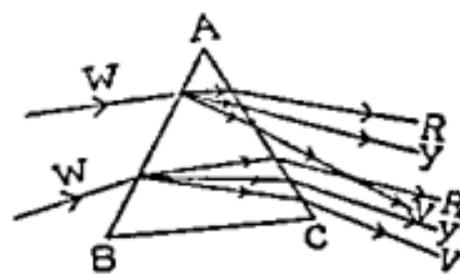
चित्र 36.6

चित्रानुसार रखो, अर्थात् दोनों की वर्तक कोर (refracting edge) एक दूसरे के विरुद्ध हो । तुम देखोगे कि दोनों प्रिज्म में से निकलने वाला आखरी निर्गत दण्ड श्वेत प्रकाश का ही होगा । कारण स्पष्ट है । पहले प्रिज्म से विश्लेषण होकर वर्णपट बनता है किन्तु जब ये वर्णपट की किरणें दूसरे प्रिज्म पर गिरती हैं तब वे विरुद्ध दिशा में विश्लेषित होती हैं और इस प्रकार प्रथम प्रिज्म द्वारा उत्पन्न विश्लेषण को नष्ट करती हैं । और हमें निर्गत दण्ड में श्वेत प्रकाश प्राप्त होता है ।

चित्र 34.7

(क) न्यूटन की चकती (Newton's disc):— चित्रानुसार यह एक चकती (disc) होती है जिसके सात असमान भागों में सात वर्णपट के रंग होते हैं । इस चकती को यदि हत्थे द्वारा तेजी से घुमाया जाय तो वह भिन्न भिन्न रंगों की मालूम न होकर श्वेत रंग की मालूम पड़ती है । कारण स्पष्ट है । तेजी से घुमाने के कारण चकती के भिन्न भिन्न रंग एक दूसरे के बाद आंखों पर गिरते हैं । चूंकि सब रंग एक साथ आंख द्वारा देखे जाते हैं, अतएव वह श्वेत दिखाई देती है ।

चित्र 34.8

(ख) स्वस्तिकाकार प्रिज्मों का (crossed prisms) उपयोग:— दो प्रिज्म लो—एक की वर्तक कोर ऊर्ध्वाधर तो दूसरे की क्षैतिज हो । अब यदि सफेद प्रकाश दंड को प्रथम प्रिज्म में से भेजा जाय तो दूसरे से निकलने के बाद हमें तिरछा वर्णपट प्राप्त होता है । पहिले से बना वर्णपट इसके द्वारा और अधिक फैल जाता है चूंकि दोनों द्वारा उत्पन्न विश्लेषण जुड़ जाता है ।

इन उपर्युक्त प्रयोगों से स्पष्ट है कि श्वेत प्रकाश में वर्णपट के रंग विद्यमान रहते हैं और प्रिज्म द्वारा विभाजित किये जाते हैं।

34.10. अशुद्ध एवं शुद्ध वर्णपट (Impure and pure spectrum):—जब हम किसी एक स्रोत से प्राप्त श्वेत प्रकाश की किरणों को एक प्रिज्म में से भेजते हैं तो निर्मल दंड वर्णपट बनाता है। यदि इस वर्णपट का अध्ययन किया जाय तो हम देखते हैं कि एक ही स्थान पर भिन्न भिन्न रंगों की किरणें आती हैं। इस कारण वर्णपट अस्पष्ट दिखाई देता है। चूंकि भिन्न भिन्न रंग एक दूसरे पर गिरते हैं, अतएव वे

चित्र 34.9

एक दूसरे से पूर्ण रूपेण विभाजित नहीं होते हैं। ऐसे वर्णपट को अशुद्ध वर्णपट कहते हैं। यदि इन रंगों को पूर्ण रूप से विश्लेषित किया जाय तो जो वर्णपट प्राप्त होता है उसे शुद्ध वर्णपट कहते हैं। इस प्रकार का शुद्ध वर्णपट अध्ययन के लिये आवश्यक है। ऐसा शुद्ध वर्णपट प्राप्त करने के लिये हमें कई बातें ध्यान में रखनी पड़ती हैं।

34.11. शुद्ध वर्णपट प्राप्त करना:—हम पहिले पढ़ ही चुके हैं कि एक प्रिज्म में किस प्रकार वर्तन व विचलन होता है। एक प्रिज्म से किसी बिम्ब का सुस्पष्ट प्रतिबिम्ब प्राप्त करने के लिए हमें प्रिज्म को न्यूनतम विचलन की स्थिति में रखना पड़ता है यह भी हमें ज्ञात है। (देखो 34.5)

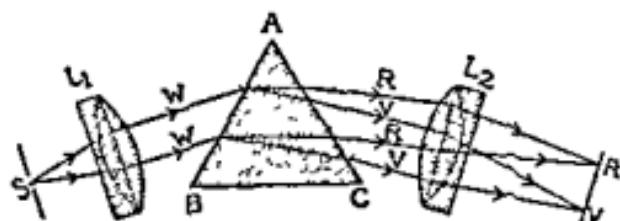
जब प्रिज्म द्वारा प्रतिबिम्ब बनता है तब प्रतिबिम्ब का आकार व रूप बिम्ब के आकार व रूप पर निर्भर करता है। जितना बिम्ब बड़ा होगा, उतना ही उसका प्रतिबिम्ब बड़ा होगा। एक श्वेत बिम्ब के वर्णक्रम के रंगों जितने प्रतिबिम्ब बनेंगे। अतएव इसकी शुद्धता का ध्यान रखते हुये यह आवश्यक होता है कि प्रत्येक रंग का प्रतिबिम्ब छोटा हो। इसके लिये स्वाभाविक रूप से यह आवश्यक होता है कि प्रकाश स्रोत भी छोटा हो। इसलिये वर्ण-पट बनाने वाली आपाती किरणें बिन्दु से अथवा एक अत्यन्त महीन भिर्री (slit) से होकर आना चाहिये।

दूसरी आवश्यक बात यह है कि प्रिज्म न्यूनतम विचलन (minimum deviation) की स्थिति में रखा जाना चाहिये। न्यूनतम विचलन की स्थिति में होने पर ही प्रतिबिम्ब सुस्पष्ट बनेगा।

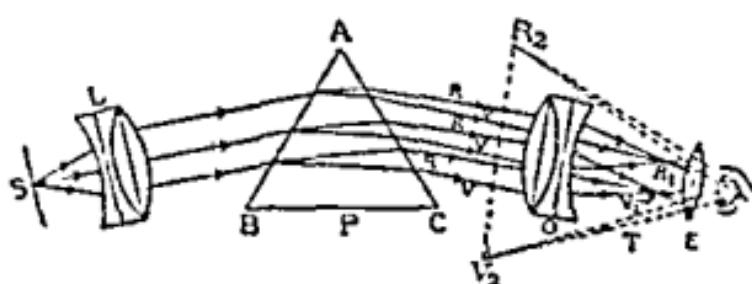
यदि प्रिज्म को न्यूनतम विचलन की स्थिति में रखता है तो सब आपाती किरणें ऐसी हों जो प्रिज्म से एक ही आपतन कोण बनावें। यह तभी संभव होगा जब आपाती किरणें समांतर दण्ड के रूप में आपाती हों। इसलिए शुद्ध वर्णपट के लिए तीसरी

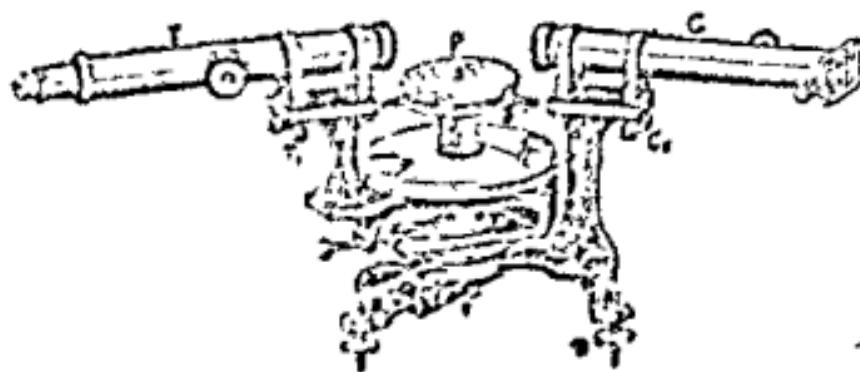
आवश्यक बात यह कि आपाती किरणें समांतर दण्ड के रूप में प्रिज्म प आपातित हों।

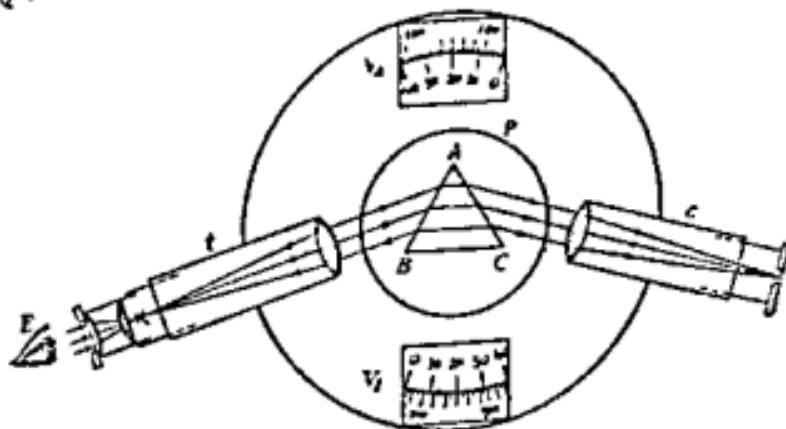
अब हम चित्रानुसार देखते हैं कि प्रत्येक आपाती किरण प्रिज्म में से बाहर निकल पर अपने घटक (component) रंगों में विभाजित हो जाती है। एक ही रंग की स किरणों को एक स्थान पर लाने के लिए यह आवश्यक होता है कि निर्गत दण्ड के मा में एक उत्तल लेंस रखा जाय। चूंकि एक ही रंग की सब किरणें समांतर होती हैं प

चित्र 34.10

भिन्न भिन्न रंगों की आपस में समांतर नहीं होती है, इसलिए लेंस द्वारा वे भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर फोकस कर दी जाती हैं। इस प्रकार लेंस के संगम पर शुद्ध व वर्णाद् वर्णपट बन जाता है। यह वर्णपट अत्यन्त छोटा होने के कारण इसे एक दूसरे लेंस द्वारा आवर्धि (magnified) किया जाता है। इसके लिये यह आवश्यक है कि दूसरा लेंस इस प्रका रखा जाय कि उसकी वर्णपट से दूरी उसके सगमान्तर से कम हो। तभी हमें R_2V_2 प आभासी किन्तु शुद्ध एवं आवर्धित वर्णपट दिखाई देगा। देखो चित्र 34.10 (a)

इस प्रकार संक्षेप में शुद्ध वर्णपट प्राप्त करने के लिये निम्न बातें होनी चाहिये—

1. प्रकाश स्रोत छोटा हो।
2. आपाती प्रकाश दण्ड समान्तर हो।
3. प्रिज्म न्यूनतम विचलन की स्थिति में रखा जाय।
4. एक उत्तल लेंस द्वारा वर्णपट फोकस किया जाय।
5. दूसरे उत्तल लेंस द्वारा वर्णपट आवर्धित किया जाय।

चित्र 34.10 (a)

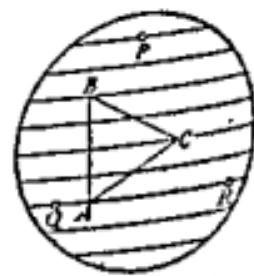
जिस उपकरण द्वारा ये दोनों कार्य सम्पन्न किये जाते हैं उसे स्पेक्ट्रमदर्शी (Spectroscope) कहते हैं। इस यंत्र के तीन मुख्य भाग होते हैं।

चित्र 34'10 (b)

1. समान्तरित्र (collimator):—यह एक नली होती है जिसके एक सिरे पर झिरी व दूसरे सिरे पर उत्तल लेंस होता है। दोनों की दूरी लेंस फोकसान्तर के बराबर होती है। इसके द्वारा ही प्रकाश स्रोत को छोटा एवं आपाती किरणों को समान्तर किया जाता है।

चित्र 34'10 (c)

2. प्रिज्म मेज (Prism table):—इस मेज पर प्रिज्म को रखकर उसे न्यूनतम विचलन की स्थिति में लाया जाता है।

3. दूरदर्शी (Telescope):—यह एक नली होती है जिसमें दो उत्तल लेंस लगे रहते हैं। इसके बारे में आप पढ़ ही चुके होंगे। देखो 34.10 (c)। इसी के द्वारा हम वर्णपट को फोकस व आवर्धित करते हैं।

चित्र 34.10 (d)

34.12 वस्तुओं का रंग :—कोई वस्तु हरी, नीली, पीली होती हैं। इस का

क्या प्राशय है ? यदि वस्तु प्रपारदर्शक (opaque) है तो वह हमें परावर्तित किरण द्वारा दिखाई देती है। जब वस्तु पर श्वेत प्रकाश गिरता है तब वह जिस प्रकाश को परावर्तित करता है उसी रंग की वह दिखाई देती है। उदाहरणार्थ, लाल रंग की वस्तु सब रंगो का शोषण कर केवल लालरंग को ही परावर्तित करती है। यदि लाल रंग की वस्तु को हम हरे रंग में देखने का प्रयास करें तो वह काली दिखाई देगी। कारण स्पष्ट है। प्रब वह हरे रंग का शोषण करेगी प्रौर कोई भी प्रकाश परावर्तित नहीं होगा। प्राखो में प्रकाश न पहुंचने के कारण वस्तु काली दिखाई देगी।

इसके विपरीत पारदर्शी वस्तु वही रंग बताती है जिस रंग को वह प्रपने में से जाने देती है। इस प्रकार लाल कांच लाल इसलिये दीखता है कि उसमें से होकर वह लाल रंग को प्रारपार जाने देता है।

34.13 विश्लेषण क्षमताः—हम पहिले देख चुके हैं कि जब श्वेत प्रकाश प्रिज्म मे से प्रचलित होता है तब वह भिन्न-भिन्न रंगों में विभाजित हो जाता है। इस रंग विश्लेषण का कारण भिन्न-भिन्न रंगों का भिन्न-भिन्न विचलन (deviation) है। हमें ज्ञात है (देखो 34.4) कि प्रिज्म के लिये

$$\mu = \frac{\sin \frac{A + d_m}{2}}{\sin A/2}$$

यहां A यह प्रिज्म कोण तथा d_m न्यूनतम विचलन कोण है।

यदि ये कोण छोटे हों तो स्थूल रूप से हम इन कोणों के sin को कोण के बराबर लिख सकते हैं। जिससे

$$\mu = \frac{\frac{A + d_m}{2}}{A/2} = \frac{A + d_m}{A}$$

या　　$\mu A = A + d_m$

या　　$d_m = \mu A - A = (\mu - 1)\, A$

चूंकि वर्तनांक प्रकाश के रंग पर निर्भर है, प्रतएव भिन्न-भिन्न रंगों के लिये विचलन भिन्न-भिन्न होगा। इस प्रकार

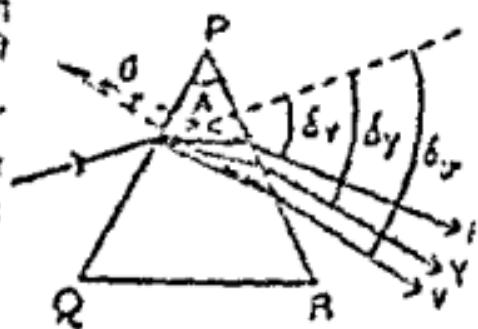
बैगनी रंग के लिये विचलन $d_v = (\mu_v - 1)\, A$

पीले रंग के लिये विचलन $d_y = (\mu_y - 1)\, A$

लाल रंग के लिये विचलन $d_r = (\mu_r - 1)\, A$

बैगनी रंग का विचलन d_v सबसे प्रधिक व लाल रंग का विचलन d_r सबसे कम होता है। श्वेत प्रकाश के वर्ण पट में पीला प्रकाश लगभग मध्य में होता है प्रौर काफी

माध्यम में होता है। अतः बैंगनी प्रकाश को लाल प्रकाश का अल्पतम ... कहते हैं। इसलिये पीले प्रकाश के विच-लन को वर्णक्रम का मध्यमान विचलन कहते हैं और जिसके संगत d_y, μ_y के स्थान पर d व μ का ही प्रयोग करते हैं। $d_v - d_r = \theta$ यह कोण है जो वर्णक्रम के फैलाव को बताता है। इसी कोण के बीच सब रंग विस्तरित हुए हैं। इस कोण को विक्षेपण कोण कहते हैं। इस प्रकार प्रिज्म के लिये

चित्र 34.11

विक्षेपण कोण (angle of dispersion) $= d_v - d_r$

$$= (\mu_v - 1)A - (\mu_r - 1)A$$
$$= \mu_v A - A - \mu_r A + A$$
$$= (\mu_v - \mu_r)A$$

और मध्यमान विचलन $\quad d = (\mu - 1)A$

प्रिज्म की विक्षेपण क्षमता (Dispersive power) उसके विक्षेपण कोण व मध्यमान विचलन के अनुपात को कहते हैं। इस प्रकार

$$\text{विक्षेपण क्षमता} = \frac{\text{विक्षेपण कोण}}{\text{मध्यमान विचलन}} = \frac{d_v - d_r}{d}$$

$$= \frac{(\mu_v - \mu_r)A}{(\mu - 1)A} = \frac{\mu_v - \mu_r}{\mu - 1}$$

उपर्युक्त समीकरण से यह स्पष्ट है कि विक्षेपण क्षमता प्रिज्म के कोण पर निर्भर नहीं करती है। वह केवल उसके माध्यम पर ही निर्भर करती है, क्योंकि वर्तनांक केवल माध्यम पर ही निर्भर करता है।

34·12 प्रिज्म के लाभ:—यदि एक मिश्रित (*composite*) प्रकाश दण्ड एक प्रिज्म में से प्रचलित होती है तो उसके भिन्न भिन्न रंग भिन्न भिन्न कोणों से विचलित हो जाते हैं, क्योंकि विचलन (*deviation*) वर्तनांक पर निर्भर करता है और वर्तनांक सब रंगों के लिए अलग-अलग होता है। परिणामस्वरूप, निर्गत (emergent) दण्ड के सब रंग अलग-अलग प्राप्त होते हैं। श्वेत (white) प्रकाश के इस प्रकार भिन्न भिन्न रंगों में विक्षेपित (disperse) होने की क्रिया को वर्ण-विक्षेपण (*dispersion of light*) कहते हैं। विक्षेपण के फलस्वरूप प्राप्त रंगों की पट्टिकाओं (bands) को वर्णक्रम (spectrum) कहते हैं।

वर्णक्रम के अध्ययन से उस पदार्थ की प्रकृति का ज्ञान हो सकता है जिससे प्रकाश प्राप्त करके वर्णक्रम पैदा किया गया हो। वर्णक्रम का सृजन (formation) और विश्लेषण (analysis) भौतिक-शास्त्र की एक प्रमुख शाखा (*branch*) है। वर्णक्रम

प्राप्त करने के प्रकाश-यन्त्र (optical instrument) वर्णक्रमदर्शी (spectroscope) का एक महत्वपूर्ण भाग प्रिज्म है।

प्रिज्म प्रकाश को पूर्ण परावर्तित करने के भी काम में लाये जाते है।

इसके अलावा प्रिज्म की सहायता से, आवश्यकता पड़ने पर, प्रकाश की दिशा भी बदली जा सकती है।

प्रश्न

1. तुम विचलन और सूक्ष्मतम विचलन से क्या समझते हो ? सूक्ष्मतम में विचलन की स्थिति का क्या महत्व है ? इसको प्रयोग द्वारा कैसे ज्ञात करोगे ? [देखो अनुच्छेद 34.2, 34.3, 34.5 और 34.6]

2. सूक्ष्मतम विचलन की स्थिति में रखे हुए प्रिज्म की विशेषताओं (properties) का वर्णन करो और निम्न सूत्र सिद्ध करो : [देखो अनुच्छेद 34.4]

$$\mu = \frac{\sin (A + \delta_m)/2}{\sin \ A/2}$$

3. प्रिज्म रूप में प्राप्त किसी पदार्थ का वर्तनांक (μ) कैसे निकालोगे ? [देखो अनुच्छेद 34.4]

4. क्या प्रिज्म श्वेत प्रकाश से भिन्न भिन्न रंगों के प्रकाश का निर्माण करता है ? [देखो 38.8 और 34.9]

5. वर्ण पट किसे कहते हैं ? शुद्ध वर्ण पट किस प्रकार प्राप्त करोगे ? [देखो 34.11]

6. वर्ण पट विश्लेषण के मुख्य २ भागों का वर्णन करो ? [देखो 34.11]

7. प्रिज्म की विश्लेषण क्षमता किन किन बातों पर निर्भर करती है ? (देखो 34.12)

संख्यात्मक प्रश्न:—

(1) एक समकोण त्रिभुज की तीनों भुजाएं बराबर हैं। यदि एक किरण किसी धरातल पर अभिलम्बत: (normally) पड़ती हो तो माध्यम के वर्तनांक का सूक्ष्मतम मान क्या होगा जिससे वह पूर्ण परावर्तित हो जाय ? [उत्तर : $\mu = \sqrt{2}$]

(2) एक प्रिज्म ($\mu = \sqrt{2}$) का वर्तक-कोण 60° है। सूक्ष्मतम विचलन कोण ज्ञात करो। [उत्तर : $\delta m = 30^\circ$]

(3) सिद्ध करो कि यदि प्रिज्म-कोण, प्रिज्म के क्रांतिक-कोण से दुगुना हो तो निर्गत किरण प्राप्त नहीं होगी।

(4) एक प्रिज्म का वर्तनांक 1·532 है। एक किरण उसके धरातल से 50° का कोण बनाकर उस पर आपातित है। इस दशा में यदि विचलन कोण का मान सूक्ष्मतम हो तो प्रिज्म-कोण क्या होगा ? [उत्तर : $A = 60^\circ$]

(5) एक 1·6 वर्तनांक वाले प्रिज्म में प्रवेश करने वाली प्रकाश-किरण दूसरे धरातल पर पहुंचकर ठीक पूर्ण परावर्तित हो जाती है। प्रिज्म-कोण 60° हो तो आपतन कोण क्या है ? [उत्तर : $35^\circ 35'$]

अध्याय 35

गोलाकार धरातल पर वर्तन

(*Refraction at a spherical surface*)

35.1 एक रेखागणितीय प्रश्न:—चित्र में त्रिभुज ABC देखो। कोण A से सामने की भुजा पर लम्ब AD डालो।

अब $\sin B = \dfrac{\text{लम्ब (perpendicular)}}{\text{कर्ण (hypotenuse)}} = \dfrac{AD}{AB}$

और $\sin C = \dfrac{AD}{AC}$

दोनों को विभाजित करने पर :

$$\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{AD/AB}{AD/AC} = \frac{AD}{AB} \times \frac{AC}{AD} = \frac{AC}{AB}$$

चित्र 35.1

अतः एक त्रिभुज के किन्हीं दो कोणों के sines) का अनुपात उनके सामने की भुजाओं के अनुपात के बराबर होता है। यह रेखागणितीय तथ्य हम आगे उपयोग में लायेंगे।

35.2. गोलाकार अवतल धरातल पर वर्तन (Refraction at a concave spherical surface):—अवतल गोलाकार धरातल XAY से घिरे हुए वर्तक माध्यम पर विचार करो। अवतल धरातल XAY का ध्रुव A है और वक्रता केन्द्र O है। इस प्रकार, वर्तक धरातल का मुख्य-अक्ष (principal axis) AO है। चित्र 35.2 देखो।

मानलो PM आपाती किरण है और OMO' अभिलम्ब है। चूंकि प्रकाश किरण विरल से सघन माध्यम में जा रही है, अतः अपनी पूर्व दिशा MP' में जाने के स्थान पर, वह अभिलम्ब की ओर मुड़ जाती है। परिणामस्वरूप, MQ' वर्तित किरण है। दूसरी आपाती किरण PA समझी जा सकती है। अभिलम्ब की भी यही दिशा है। अतएव अभिलम्बवत् आपातित आपाती किरण PA वर्तन पर अपनी दिशा नहीं बदलती। अर्थात् इसके लिए वर्तित किरण भी दिशा PA में रहेगी। दोनों वर्तित किरण पीछे की ओर बढ़ाने पर बिन्दु Q पर मिलती हैं। इसका अर्थ यह होता है कि अवतल धरातल XAY पर वर्तन के कारण P बिंब का प्रतिबिंब Q है।

चित्र 35.2

यहां आपतन कोण, $PMO = i$

वर्तन कोण $Q'MO' = r$

$= \angle$ QMO (vertically opposite angles शीर्षाभिमुख कोण)

अनुच्छेद 35.1 के अनुसार, त्रिभुज POM मे

$$\frac{\sin PMO}{\sin MOP} = \frac{OP}{MP} \quad .... \quad (1)$$

और त्रिभुज QMO में :

$$\frac{\sin QMO}{\sin MOQ} = \frac{OQ}{MQ} \quad .... \quad (2)$$

यहां, $\angle$ MOQ = $\angle$ MOP

समीकरण (1) को समीकरण (2) से विभाजित करने पर :

$$\frac{\sin PMO}{\sin MOP} \div \frac{\sin QMO}{\sin MOQ} = \frac{OP}{MP} \div \frac{OQ}{MQ}$$

या
$$\frac{\sin PMO}{\sin MOP} \times \frac{\sin MOQ}{\sin QMO} = \frac{OP}{MP} \times \frac{MQ}{OQ}$$

या
$$\frac{\sin PMO}{\sin QMO} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{OP}{MP} \times \frac{MQ}{OQ} \quad .... \quad (3)$$

हम गोलाकार धरातल का सूक्ष्मांश (small aperture) ही विचाराधीन रखते हैं; अत: बिन्दु M ध्रुव A के पर्याप्त निकट होगा। फलस्वरूप, हम MP = AP और MQ = AQ समझ सकते हैं।

अतएव समीकरण (3) निम्नरूप लेता है :

$$\mu = \frac{OP}{AP} \times \frac{AQ}{OQ} \quad .... \quad (4)$$

किन्तु OP = AP − AO और OQ = AQ − AO,

अत:
$$\mu = \frac{AP - AO}{AP} \times \frac{AQ}{AQ - AO} \quad .... \quad (5)$$

AP = u (बिंब दूरी), AQ = v (प्रतिबिंब दूरी) और AO = r (वक्रता-त्रिज्या) रखने पर :

$$\mu = \frac{u - r}{u} \times \frac{v}{v - r} = \frac{v\,(u - r)}{u\,(v - r)} \quad .... \quad (6)$$

आरपार-गुणा करने पर हम पाते हैं :

$$\mu\, u\,(v - r) = v\,(u - r)$$

या
$$\mu\, uv - \mu\, ur = vu - vr$$

या
$$\mu\, uv - vu = \mu\, ur - vr \quad .... \quad (7)$$

समीकरण (7) को uvr से विभाजित करने पर :

$$\frac{\mu\, uv}{uvr} - \frac{uv}{uvr} = \frac{\mu\, ur}{uvr} - \frac{vr}{uvr}$$

या $$\frac{\mu}{r} - \frac{1}{r} = \frac{\mu}{v} - \frac{1}{u}$$

या $$\frac{\mu - 1}{r} = \frac{\mu}{v} - \frac{1}{u} \quad ...$$

समीकरण (९) का बांया पक्ष नियत (Constant) है। अतः u मान के लिए v का केवल एक ही मान होगा। इसलिए P से चलकर वर्तित सभी किरणें Q से आती हुई दिखाई पड़ेंगी। इस प्रकार, P बिंब का Q एक (virtual) प्रतिबिंब होगा।

35.3. गोलाकार उत्तल परातल पर वर्तन (Refraction at vex spherical surface) : पिछले अनुच्छेद के संकेतों (*notations*) पहां पर, $i = \angle$ PMO' और $r = \angle$ Q'MO ....

= ऊर्ध्वाधरतः विपरीत कोण QMO'

अनुच्छेद 35.1 के अनुसार, त्रिभुज PMO में,

$$\frac{\sin PMO}{\sin MOP} = \frac{OP}{MP} \quad ....$$

और त्रिभुज QMO में :

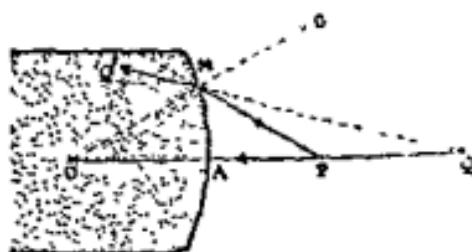
$$\frac{\sin QMO}{\sin MOQ} = \frac{OQ}{MQ} \quad ....$$

समीकरण (1) को समीकरण (2) से विभाजित करने पर अनुच्छेद 35. अनुसार यहां हम पाते हैं :

$$\frac{\sin PMO}{\sin QMO} = \frac{OP}{MP} \times \frac{MQ}{OQ} \quad ....$$

[समीकरण (2) से समीकरण (3) को प्राप्त करने की विधि ठीक वही हमने ऊपर अनुच्छेद 35.2 में बतलायी थी]

यहां $\angle$ PMO = $\angle$ O'MO − $\angle$ PMO' = $180^\circ - i$

और $\angle$ QMO = $\angle$ O'MO − $\angle$ QMO'

चित्र 35.3

= $180 - r$ [समीकरण (*a*) और (*b*) की सहायता से

अनुच्छेद 35.2 में वर्णित कारण से यहां भी $MP = AP$ और $MQ = AQ$

$= \angle$ QMO (vertically opposite angles शीर्षाभिमुख कोण)

अनुच्छेद 35.1 के अनुसार, त्रिभुज POM में

$$\frac{\sin PMO}{\sin MOP} = \frac{OP}{MP} \quad .... \quad (1)$$

और त्रिभुज QMO में :

$$\frac{\sin QMO}{\sin MOQ} = \frac{OQ}{MQ} \quad .... \quad (2)$$

यहाँ, $\angle MOQ = \angle MOP$

समीकरण (1) को समीकरण (2) से विभाजित करने पर :

$$\frac{\sin PMO}{\sin MOP} \div \frac{\sin QMO}{\sin MOQ} = \frac{OP}{MP} \div \frac{OQ}{MQ}$$

या $$\frac{\sin PMO}{\sin MOP} \times \frac{\sin MOQ}{\sin QMO} = \frac{OP}{MP} \times \frac{MQ}{OQ}$$

या $$\frac{\sin PMO}{\sin QMO} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{OP}{MP} \times \frac{MQ}{OQ} \quad .... \quad (3)$$

हम गोलाकार धरातल का सूक्ष्मांश (small aperture) ही विचाराधीन रखते हैं; अतः बिन्दु M ध्रुव A के पर्याप्त निकट होगा। फलस्वरूप, हम MP = AP और MQ = AQ समझ सकते हैं।

अतएव समीकरण (3) निम्नरूप लेता है :

$$\mu = \frac{OP}{AP} \times \frac{AQ}{OQ} \quad .... \quad (4)$$

किन्तु OP = AP − AO और OQ = AQ − AO,

अतः $$\mu = \frac{AP - AO}{AP} \times \frac{AQ}{AQ - AO} \quad .... \quad (5)$$

AP = u (बिंब दूरी), AQ = v (प्रतिबिंब दूरी) और AO = r (वक्रता-त्रिज्या) रखने पर :

$$\mu = \frac{u - r}{u} \times \frac{v}{v - r} = \frac{v(u - r)}{u(v - r)} \quad .... \quad (6)$$

आरपार-गुणा करने पर हम पाते हैं :

$$\mu u (v - r) = v (u - r)$$

या $$\mu uv - \mu ur = vu - vr$$

या $$\mu uv - vu = \mu ur - vr \quad .... \quad (7)$$

समीकरण (7) को uvr से विभाजित करने पर :

$$\frac{\mu uv}{uvr} - \frac{uv}{uvr} = \frac{\mu ur}{uvr} - \frac{vr}{uvr}$$

अतः $\frac{\mu}{v} = \frac{\mu - 1}{r}$ या $v(\mu - 1) = \mu r$

या $v = \frac{\mu r}{\mu - 1}$ ....

अर्थात् प्रतिबिंब $\frac{\mu r}{\mu - 1}$ दूरी पर बनेगा । इसलिए, इसे प्रतिबिंब-फोकस (image focal length) कहते हैं ।

दूसरी ओर, यदि $v = \infty$ अर्थात् वर्तित प्रकाश-दण्ड को समान्तर मानने :

$$\frac{\mu}{\infty} - \frac{1}{u} = \frac{\mu - 1}{r} \quad \text{या} \quad -\frac{1}{u} = \frac{\mu - 1}{r} \quad \left(\text{क्योंकि } \frac{\mu}{\infty} = 0\right)$$

या $(\mu - 1)u = -r$

या $u = -\frac{r}{\mu - 1}$ .... (

तात्पर्य यह है कि वर्तित दण्ड (refracted beam) समान्तर प्राप्त करने लिए बिंब को $-r/(\mu - 1)$ दूरी पर रखना चाहिए । इसलिए इसको बिंबफोकस (object focal length) कहते हैं ।

संख्यात्मक उदाहरण:—

1. एक 5 से. मी. त्रिज्या (radius) वाले कांच के ठोस गोले एक बिंब उसके केन्द्र से 1 से. मी. दूर स्थित है और उस ओर से देखा जाता है जिधर से वह निकटतम होता है। यदि $\mu = 1{\cdot}5$ हो तो उसकी प्राभासी स्थिति ज्ञात करो ?

यदि बिंब को इस प्रकार देखा जाय कि वह कांच की अधिकतम मोटाई में से दीख पड़े तो उसकी प्राभासी स्थिति क्या होगी ?

पहली दशा मे,चित्र 35.4 के अनुसार, A ध्रुव है । जिससे $u = AP = AO - OP = 5 - 1 = 4$ से. मी. । चूंकि किरणें कांच से वायु में आ रही है, हम μ के स्थान पर μga का प्रयोग करेंगे ।

अतः समीकरण $\frac{\mu}{v} - \frac{1}{u} = \frac{\mu - 1}{r}$ हो जाती है

$$\frac{\mu ga}{v} - \frac{1}{4} = \frac{\mu ga - 1}{5} \text{ या } \frac{1}{\mu ag \times v} - \frac{1}{4} = \frac{\frac{1}{\mu ag} - 1}{5}$$

दोनों पक्षों को μag से गुणा करने पर : $\frac{1}{v} - \frac{\mu ag}{4} = \frac{1 - \mu ag}{5}$

किन्तु $\mu ag = 1{\cdot}5 = 3/2$

अतः समीकरण (3) निम्न रूप ले लेती है :

$$\frac{\sin(180-i)}{\sin(180-r)} = \frac{OP}{AP} \times \frac{QA}{QO}$$

किन्तु, हम जानते है कि

$$\sin(180-i) = \sin i$$

$$\sin(180-r) = \sin r$$

और $\sin i/\sin r = \mu$

उपर्युक्त सम्बन्ध में ये मान स्थानापन्न करने पर हम पाते हैं :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu = \frac{OP}{AP} \times \frac{AQ}{QO} \qquad .... \quad (4)$$

चित्र 35.3 में हम देखते है कि

OP = AP + OA और OQ = AQ + OA

अतः समीकरण (4) बन जाती है :

$$\mu = \frac{AP+OA}{AP} \times \frac{AQ}{AQ+OA} \qquad ... \quad (5)$$

AP = u, AQ = v और AO = $-r$ रखो। धरातल उत्तल होने के कारण यहां पर r को ऋणात्मक लिया जाता है।

अतः
$$\mu = \frac{u-r}{u} \times \frac{v}{v-r} = \frac{v(u-r)}{u(v-r)} \qquad .... \quad (6)$$

यह समीकरण (6) वही है जो अनुच्छेद 35.2 में समीकरण (6) है। इसलिए वहां समन्वय अनुसार सरल करने पर हम पायेंगे :

$$\frac{\mu-1}{r} = \frac{\mu}{v} - \frac{1}{u}$$

इस प्रकार, हम व्यापकरूप से कह सकते हैं कि एक गोलाकार धरातल पर वर्तन के लिए सूत्र

$$\frac{\mu-1}{r} = \frac{\mu}{v} - \frac{1}{u}$$

सही है।

35.4. गोलाकार वर्तक धरातल के संगमान्तर (focal lenghts):- उपरोक्त सूत्र

$$\frac{\mu}{v} - \frac{1}{u} = \frac{\mu-1}{r}$$

में $u = \infty$ रखने पर अर्थात् आपाती प्रकाश दण्ड (incident beam of light) को मुख्य-अक्ष के समान्तर (parallel) मानने पर :

$$\frac{\mu}{v} - \frac{1}{\infty} = \frac{\mu-1}{r} \quad \text{किन्तु } 1/\infty = 0$$

या, $\frac{2}{3}+\frac{1}{9}=\frac{1}{u}$ या $\frac{6+1}{9}=\frac{1}{u}$

या $7/9=1/u$

$\therefore$ $u=9/7=1\cdot28$ से. मी.

अर्थात् बुलबुला धरातल से लगभग 1·28 से. मी. दूर स्थित है।

प्रश्न

1. एक गोलाकार धरातल के लिए μ, u, v और r में सम्बन्ध स्थापित करो। (अनुच्छेद 35.2 और 35.3 देखो)

2. समझाकर बताओ कि ठोस गोले में स्थित कोई बुलबुला भिन्न-भिन्न ओर से देखने पर भिन्न भिन्न दूरी पर क्यों दिखाई पड़ता है।

संख्यात्मक प्रश्न:—

1. एक गोलाकार धरातल के संगमान्तर (focal length) से तुम क्या समझते हो ? यदि μ = 1·5 और r = 3 से. मी. हो तो संगमान्तर ज्ञात करो। (अनुच्छेद 35.4 देखो; उत्तर : 9 और – 6 से. मी.)

2. एक 14 से. मी. त्रिज्या वाले ठोस काँच के गोले में, केन्द्र से 1 से. मी. दूर एक सूक्ष्म बिम्ब स्थित है। निकटतम धरातल (surface) की ओर से देखे जाने पर वह कहाँ दिखाई पड़ेगा ? काच का वर्तनांक 1·4 दिया हुआ है। (उत्तर : द्रष्टा की ओर से 5·676 से. मी. गहराई में)

3. काच के एक ठोस गोले का व्यास 10 से. मी. और वर्तनांक (refractive index) 1·4 है। इसका मुख्य संगम (principal focus) ज्ञात करो। (उत्तर : दूसरे धरातल के 2·5 से. मी. पीछे)

अतः　　$\frac{1}{v} - \frac{3/2}{4} = \frac{1-3/2}{5}$　　.... (A)

या　　$\frac{1}{v} - \frac{3}{2\times 4} = -\frac{1}{2\times 5}$

या　　$\frac{1}{v} - \frac{3}{8} = -\frac{1}{10}$

या　　$\frac{1}{v} = \frac{3}{8} - \frac{1}{10}$

$= \frac{15-4}{40} = \frac{11}{40}$

चित्र 35.4

या $v = 40/11 = 3{\cdot}636\ldots = 3.64$ से. मी.

इसलिए, बिंब की ओर ही प्रतिबिंब बना है।

दूसरी दशा में, $u = 5 + 1 = 6$. से. मी.। बाकी विधि वही है जो ऊपर प्रयोग की गई है।

उपरोक्त समीकरण (A) में 4 के स्थान पर 6 रखकर सरल करने पर v का मान 6.67 से. मी. आ जायगा।

2. कांच के एक 6 से. मी. व्यास वाले ठोस गोले में स्थित वायु का एक छोटा-सा बुलबुला, एक व्यास (diameter) की सीध में देखने पर, धरातल से 1 से. मी. दूर स्थित दिखाई पड़ता है। बुलबुले की वास्तविक स्थिति ज्ञात करो। ($\mu ag = 1{\cdot}5$)

यहां,　　$r = \frac{6}{2} =$ से. मी.

$v = 1$ से. मी.

निस्सन्देह, μag के स्थान पर μga रखना होगा; अतः,

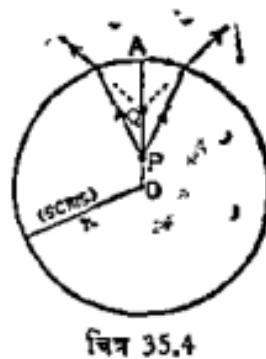
$$\frac{\mu ga}{v} - \frac{1}{u} = \frac{\mu ga - 1}{r}$$

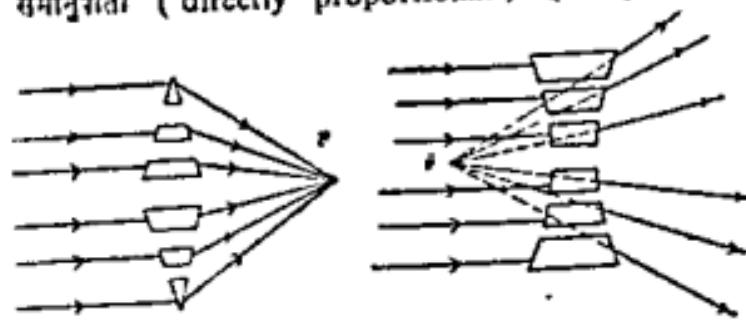
या　　$$\frac{1/\mu ag}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1/\mu ag - 1}{r}$$

μag, r और v के मान रखने पर :

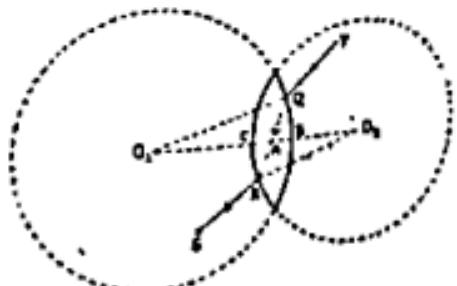
$$\frac{1/1{\cdot}5}{1} - \frac{1}{u} = \frac{1/1{\cdot}5 - 1}{3}$$

या　　$\frac{1}{1{\cdot}5} - \frac{1}{u} = \frac{1/\frac{3}{2} - 1}{3}$　　या $\frac{2}{3} - \frac{1}{u} = \frac{2/3 - 1}{3}$

या　　$\frac{2}{3} - \frac{1}{u} = -\frac{1/3}{3}$　　या $\frac{2}{3} - \frac{1}{u} = \frac{1}{9}$

36.3. एक लेंस और खण्डित-प्रिज्म-संचय (Combination of truncated prisms) के कार्य में समता:—एक सूक्ष्म कोण का प्रिज्म लो और प्रिज्म-कोण वाला भाग हटाकर इसका खण्डन करो। चित्र 36.4 (a) और 36.4 (b) के अनुसार उसके दोनों ओर वैसे ही खण्डित प्रिज्म (किन्तु जिनके प्रिज्म-कोण बड़े हों) रखो। इस प्रकार अन्त में दोनों ओर प्रिज्म-कोण वाले भाग रखे जावेंगे। ध्यान रहे कि ये खण्डित-प्रिज्म इस प्रकार रखे गये हैं कि जैसे-जैसे मध्य वाले खण्ड से दोनों ओर बढ़ते जाते हैं वैसे वैसे अधिक से अधिक प्रिज्म-कोण वाले खण्ड रखे गये हैं।

हम जानते हैं कि एक प्रकाश-किरण का विचलन (deviation) प्रिज्म-कोण के समानुपाती (directly proportional) होता है। अतः यदि एक

चित्र 36.4 (a) चित्र 36.4 (b)

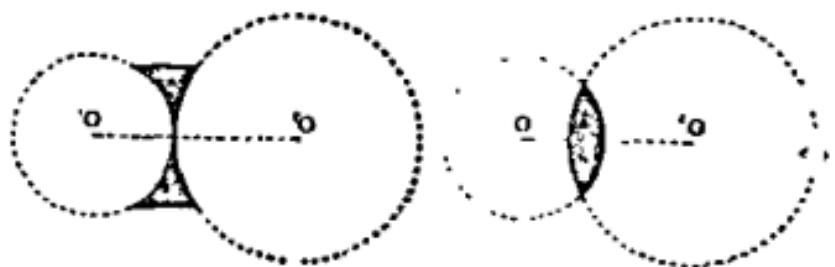
समान्तर-दण्ड (parallel beam of light) आपातित हो तो चित्रानुसार जो किरण मध्य-भाग से जितनी अधिक दूर होगी वह उतनी ही अधिक विचलित होगी। विचलन प्रिज्माधार की ओर होता है। चूंकि उत्तल और अवतल लेंस, 36.4 (a) और 36.4 (b) में दिखाये अनुसार खण्डित-प्रिज्मों से रचित समझे जा सकते हैं, अतः एक उत्तल लेंस की उपसारी क्रिया (converigng action) और एक अवतल लेंस की अपसारी (diverging) क्रिया स्पष्ट हो जाती है।

36.4. प्रकाश-केन्द्र (Optical centre):—मानलो एक लेंस पर PQ आपाती किरण है। चित्र 36·5 देखो। O_1 और O_2 क्रमशः लेंस की दोनों धरातलों के वक्रता-केन्द्र (centres of curvature) हैं। O_1 को Q से मिलाओ और O_2 में से होकर एक रेखा RO_2, O_1Q के समान्तर खींचो। मानलो दूसरे धरातल (surface) को वह R बिन्दु पर काटती है। यदि हम क्रमशः Q और R पर स्पर्श-रेखायें (tangents) खींचे तो वे एक दूसरी के समान्तर होंगी। अतः यदि हम Q और R के अति निकट का क्षेत्र (region) ही विचाराधीन रखें तो यह समान्तर काच शिला (parallel slab) के समान होगा। इसलिए

चित्र 36·5

अध्याय 36

लेंस में वर्तन

(Refraction through a lens)

36.1. लेंस:—दो गोलाकार धरातलों से घिरे हुए वर्तक माध्यम को लेंस (lens) कहते है ; चित्र 36.1 देखो । कला भाग (shaded portion) लेंस है और दोनो ओर

चित्र 36.1

बिन्दुमय रेखा से वे कल्पित गोले दिखाये गये है जिनका लेंस एक हिस्सा है ।

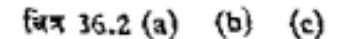
36.2. लेंस के प्रकार (Typs of lenses):—गोलाकार लेंसों को दो श्रेणियों में विभाजित किया गया है : (1) उत्तल और (2) अवतल ।

उत्तल लेंस मध्य में मोटा होता है और किनारों की ओर पतला होता जाता है । अवतल लेंस में बात उल्टी होती है । उसमें बीच का भाग पतला (thin) और किनारे मोटे होते है । दोनों के गुण भी अलग-अलग होते है । प्रत्येक श्रेणी फिर तीन भागों में विभाजित की गई है ।

1. (अ) उभयोत्तल (bi-convex)
   देखो चित्र 36.2 (a)

   (ब) अवतलोत्तल (concavo-convex)
   देखो चित्र 36.2 (b)

   (स) समतलोत्तल (plano-convex)
   देखो चित्र 36. (c)

चित्र 36.2 (a) (b) (c)

2. (अ) उभयावतल (bi-concave)
   देखो चित्र 36.3 (a)

   (ब) उत्तलावतल (covexo-concave) देखो चित्र 36.3 (b)

   (स) समतलावतल (plano-concave) देखो चित्र 36.3 (c).

चित्र 36.3 (a) (b) (c)

आपाती किरण (incident ray) PQ के लिए RS एक ऐसी निर्गत किरण (emergent ray) होगी जो उसके समान्तर होगी।

Q और R को मिलाओ। यह वर्तित किरण (refracted ray) लेंस के भीतर O और O_2 को मिलाने वाली रेखा को A बिन्दु पर काटती है।

त्रिभुज O_1AQ और O_2AR में हम पाते हैं :

$\angle O_1QA = \angle O_2RA$, समान्तर रेखाओं, O_1Q और O_2R के साथ बने एकान्तर कोण (alternate angles) होने के कारण

$\angle O_1AQ = \angle O_2AR$, शीर्षाभिमुख कोण (vertically opposite angles) होने के कारण

और इस लिए बाकी कोण भी बराबर है।

अतः ये दोनों त्रिभुज समरूप (similar) हैं।

$$\therefore \quad \frac{O_1A}{O_2A} = \frac{O_1Q}{O_2R}$$

किन्तु $O_1Q = O_1B$ और $O_2R = O_2C$ (क्रमशः एक ही गोले की त्रिज्याएं होने के कारण)

$$\text{अतएव} \quad \frac{O_1A}{O_2A} = \frac{O_1Q}{O_2R} = \frac{O_1B}{O_2C} \quad \dots \quad (1)$$

हम जानते है कि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तो $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{c-a}{d-b}$

समीकरण (1) में गणित के इस तथ्य (fact) का प्रयोग करने पर हम पाते हैं:

$$\frac{O_1A}{O_2A} = \frac{O_1B}{O_2C} = \frac{O_1B - O_1A}{O_2C - O_2A} = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{इस प्रकार,} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{O_1B}{O_2C} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\text{पहले धरातल की वक्रता-त्रिज्या}}{\text{दूसरे धरातल की वक्रता त्रिज्या}} \quad \dots \quad (2)$$

अतः हम देख रहे है कि बिन्दु A लेंस की मोटाई को उसकी वक्रता-त्रिज्याओं के अनुपात में अन्तरतः (internally) विभाजित करता है। यह बिन्दु A प्रकाश-केन्द्र (optical centre) कहलाता है।

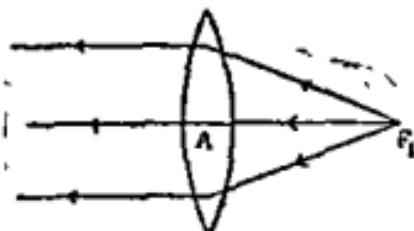
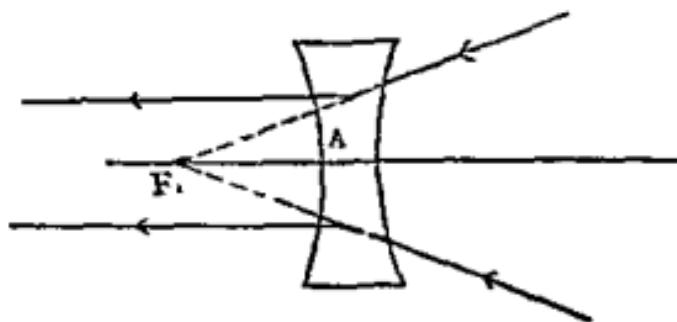
अन्य लेंसों में भी प्रकाश-केन्द्र का यह गुण हम सिद्ध कर सकते हैं। अवतलोत्तल (concavo convex) और उत्तलावतल (convexo concave) लेंसों में यह लेंस से बाहर स्थित होता है। अतः इसकी व्यापक (general) परिभाषा हम निम्न प्रकार कर सकते है —

प्रकाश-केन्द्र मुख्य-अक्ष पर स्थित एक ऐसा बिन्दु है जो लेंस की मोटाई (thickness) को अन्तरतः (internally) या बाह्यतः (externally) वक्रता-त्रिज्याओं (radii of curvature) के अनुपात में विभाजित करता है।

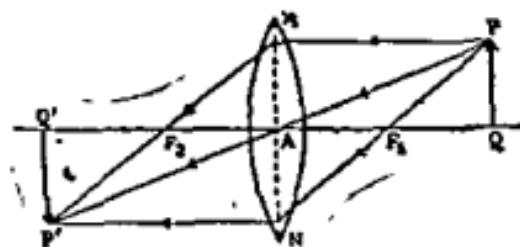
लेंस के धरातल से इस बिन्दु F_1 की दूरी द्वितीय संगमान्तर कहलाती है।

$AF_1 = AF_2$

चित्र 36·7 (a)

यहां, हम केवल सूक्ष्म लेंस मुख (aperture) वाले पतले लेंसों पर ही विचार करेंगे। अतः लेंस के किसी भी धरातल से दूरी नापी जा सकती है। प्रायः प्रकाश-केन्द्र को लेंस के ध्रुव के संपातित ले लिया जाता है।

ये दोनों संगम (focii) और प्रकाश केन्द्र (optical centre) आधार-बिन्दु

चित्र 36·7 (b)

(cardinal points) कहलाते है और ये प्रतिबिंब रचना (formation of imdge) में सहायक होते हैं।

36·6. प्रतिबिंब रचना (Image formation):—मानलो PQ एक बिंब है। बिन्दुमय रेखा MN लेंस की स्थिति दर्शाती है। एक किरण PM मुख्य अक्ष के समान्तर खींचो। वर्तन के बाद इसे प्रतिबिंब संगम F_2 [चित्र 36·8 (a) देखो] में से निकलना चाहिए। बिंब संगम F_1 में से निकलकर आपातित होने वाली किरण PN वर्तन के बाद मुख्य-अक्ष के समान्तर हो जानी चाहिए। साथ ही, प्रकाश-केन्द्र में से प्रचलित किरण विचलन रहित वर्तित होनी चाहिए। ये तीनो

चित्र 36·8 (a)

किरणें बिन्दु P' पर मिलती हैं और इसलिए P' बिन्दु P का प्रतिबिंब है। यही विधि PQ पर स्थित अन्य बिन्दुओं के लिए अपनायी जा सकती है। परिणामस्वरूप, PQ का प्रतिबिंब P' Q' प्राप्त हो जायगा।

अतः गोलाकार लेंस के लिए : $1/v-1/u=1/f$

36.9. लेंस को दो गोलाकार धरातलों से घिरा माध्यम मानकर u, v और f में सम्बन्ध स्थापित करना :—

मानलो लेंस की एक गोलाकार धरातल XYZ की वक्रता-त्रिज्या (radius of curvature) $YO_1 = r_1$ है और दूसरे धरातल XUZ की वक्रता-त्रिज्या, $UO_2 = r_2$ है। यहां O_1 और O_2 क्रमशः पहले और दूसरे धरातल के वक्रता केन्द्र हैं।

मानलो P पर कोई बिंब है, जिससे YP= u धरातल XYZ पर आपाती किरण का वर्तन होकर प्रतिबिंब Q' पर बनता है। देखो चित्र 36.9. इसके पश्चात् यह वर्तित किरण आपाती किरण बनकर द्वितीय धरातल XUZ पर पड़ती है। इस वर्तन के लिए Q' बिंब का काम करता है ताकि,

चित्र 36.9

$$u = UY + YQ' = t + v'$$

जबकि लेंस की मोटाई t है। किन्तु, चूंकि हम केवल पतले लेंस को ही दृष्टिगत रख रहे हैं जिनके लिए $t = O$, अतः यहां प्रतिबिंब दूरी = v' है। मानलो अन्तिम प्रतिबिंब Q पर, लेंस से v दूरी पर बनता है।

अतएव, जब पहले धरातल XYZ पर वर्तन होता है, तब

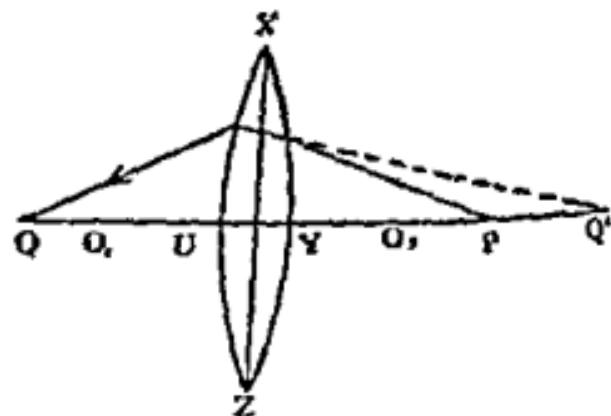
(i) किरणें वायु से कांच में प्रविष्ट होती हैं। (ii) बिंब दूरी u है। (iii) प्रतिबिंब दूरी v' है। (iv) गोलाकार धरातल की वक्रता-त्रिज्या r_1 है।

इसलिए, अध्याय 35 के अनुच्छेद 2 और 3 में, गोलाकार धरातल पर वर्तन के लिए प्राप्त सूत्र : $\frac{\mu}{v} - \frac{1}{u} = \frac{\mu - 1}{r}$ के अनुसार यहां पर :

$$\frac{\mu ag}{v'} - \frac{1}{u} = \frac{\mu ag - 1}{r_1} \quad \dots \quad (1)$$

द्वितीय धरातल XUZ पर वर्तन के लिए :

(i) किरणें कांच से वायु में प्रविष्ट होती हैं। (ii) बिंब-दूरी v' है। (ii) प्रतिबिंब दूरी v है। (iv) गोलाकार-धरातल की वक्रता-त्रिज्या r_2 है।

इसलिए गोलाकार धरातल पर वर्तन के लिए प्राप्त सूत्रानुसार :

इसी प्रकार, त्रिभुज $P'Q'F_2$ और MAF_2 समरूप हैं, जिससे

$$\frac{P'Q'}{AM} = \frac{Q'F_2}{AF_2}$$

या
$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{Q'A - AF_2}{AF_2}$$

या
$$\frac{-I}{O} = \frac{-v-(-f)}{-f} = \frac{f-v}{-f}$$

$\therefore$
$$M = \frac{I}{O} = \frac{f-v}{f} \quad .... \quad (2)$$

ठीक इसी प्रकार, $AP'Q'$ त्रिभुज और APQ त्रिभुज भी समरूप हैं, जिससे

$P'Q'/PQ = AQ'/AQ$

या $-I/O = -v/u$

या
$$M = v/u \quad .... \quad (3)$$

अतः आवर्धन सूत्र निम्नलिखित हैं :

(i) $M = \dfrac{f}{u+f}$

(ii) $M = \dfrac{f-v}{f}$

(iii) $M = v/u$

36.8. u, v और f में सम्बन्ध :—

किन्हीं दो आवर्धन सूत्रों की सहायता से हम वाञ्छित सम्बन्ध स्थापित कर सकते हैं। उदाहरणार्थ सूत्र (i) और (iii) के दाहिने पक्षों को समान रखने पर :

$$v/u = f/(u+f)$$

आरपार गुणन से हम पाते हैं :

$$v(u+f) = uf$$

या
$$uv + vf = uf$$

या
$$vu = uf - vf$$

दोनों पक्षों को uvf से विभाजित करने पर :

$$\frac{uv}{uvf} = \frac{uf}{uvf} - \frac{vf}{uvf}$$

या
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} \quad .... \quad (1)$$

सूचना :—विद्यार्थियों को चाहिए कि वे अवतल लेंस के आवर्धन सूत्र स्वतः स्थापित करें और उनसे फिर u, v और f के बीच भी सम्बन्ध निकालें। ये सूत्र और सम्बन्ध उत्तल और अवतल लेंस के लिए एक ही होते हैं।

और $\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

36.10. वक्रता-त्रिज्याओं पर f की निर्भरता:—एक उभयोत्तल (double convex lens) के प्रथम धरातल की वक्रता-त्रिज्या ऋण (negative) और दूसरे की धन (positive) होती है।

$$\therefore \frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(-\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = -(\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

चूंकि एक उभयावतल लैंस के लिए, r_1 धन और r_2 ऋण होता है, अतः उ... लिए:—

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left\{\frac{1}{r_1} - \left(-\frac{1}{r_2}\right)\right\} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

एक अवतलोत्तल (concavo-convex) अथवा उत्तलावतल (convex concave) लैंस के लिए r_1 और r_2 दोनों ऋण या धन होते हैं, अतः ऐसे ... के लिए:—

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

यहाँ उत्तल लैंस के लिए $r_1 > r_2$ और अवतल लैंस के लिए $r_1 < r_2$

एक समतलोत्तल (plano-convex) या समतलावतल (plano-concave) लैंस के लिए r_1 या $r_2 = \infty$ होती है जिससे,

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1}\right) \quad , r_2 = \infty \text{ रखने पर}$$

उत्तल धरातल के लिए r_1 ऋण और अवतल धरातल के लिए धन होगा।

36.11. बिंब और प्रतिबिम्ब की सापेक्षिक स्थितियां (relative positions):—

इसकी एक विधि वही है जो हमने दर्पणों के लिए अध्ययन की थी। यहाँ पर ह... एक अन्य विधि का अध्ययन करेंगे।

व्यापक सूत्र है :

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

उत्तल लैंस (convex lens) के लिए, f ऋण होता है ;

अतः $$\frac{1}{v} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{u} = \frac{f-u}{uf}$$

$$\therefore \quad v = \frac{uf}{f-u} \quad \ldots$$

समीकरण (1) को हम निम्न प्रकार लिख सकते हैं :

$$v = \frac{uf}{u\,(f/u-1)} = \frac{f}{f/(u-1)}$$

$$\frac{\mu ga}{v} - \frac{1}{v'} = \frac{\mu ga - 1}{r_2} \quad \ldots \quad (2)$$

$\because$ $\mu ga = 1/\mu ag$

$$\therefore \quad \frac{1/\mu ag}{v} - \frac{1}{v'} = \frac{1/\mu ag - 1}{r_2} \quad \ldots \quad (3)$$

समीकरण (3) के दोनों पक्षों को μag से गुणा करने पर :

$$\frac{1}{v} - \frac{\mu ag}{v'} = \frac{1 - \mu ag}{r_2} \quad \ldots \quad (4)$$

समीकरण (4) और (1) को जोड़ने पर हम पाते हैं:—

$$\frac{\mu ag}{v'} - \frac{1}{u} + \frac{1}{v} - \frac{\mu ag}{v'} = \frac{\mu ag - 1}{r_1} + \frac{1 - \mu ag}{r_2}$$

या

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{\mu ag - 1}{r_1} - \frac{\mu ag - 1}{r_2}$$

$$= (\mu ag - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad \ldots \quad (5)$$

μag के स्थान पर μ रखने पर :

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad \ldots \quad (6)$$

यदि आपाती किरणें मुख्य-अक्ष के समान्तर हों अर्थात् $u = \infty$ हो, तो परिभाषा के अनुसार $v = f$ और समीकरण (6),

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{\infty} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$ हो जाता है।

या

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad \ldots \quad (7)$$

दाहिने पक्ष का मान दिये हुए लेंस के लिए स्थिर (constant) होता है (यदि प्रकाश के रंग या आकृति में कोई परिवर्तन न हो)। अतः दिये हुए लेंस के लिए f भी नियत होता है।

समीकरण (7) की सहायता से समीकरण (6) निम्न रूप ले लेती है :

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f} \quad \ldots \quad (8)$$

उपरोक्त सब बातें प्रत्येक लेंस पर लागू होती हैं। अतः व्यापक रूप से एक द्वि-उत्तल लेंस के लिए निम्न सूत्र हैं:—

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

आवर्धन < 1 बताता है कि प्रतिबिम्ब बिम्ब से छोटा है। आवर्धन = 1 दर्शाता है
प्रतिबिम्ब का वही आकार (size) है जो कि बिम्ब का है।

किसी वस्तु के निकट उत्तल लेंस रखने पर उसका आवर्धित प्रतिबिम्ब बनता है
उत्तल लेंस के इसी गुण के कारण यह 'आवर्धक-शीशा' (magnifying glass
कहलाता है।

अवतल लेंस के लिए, f धन होता है। अतः समीकरण (1) बन जाती है :—

$$v = \frac{uf}{u+f} = \frac{f}{1+f/u}$$

शून्य और अनन्त के बीच u के प्रत्येक मान के लिए उपरोक्त समीकरण के
(denominator) का मान इकाई के बराबर या उससे अधिक होगा। अतः v हमे
संगमान्तर f से छोटा होगा, अधिक से अधिक v संगमान्तर के बराबर हो सकता
v हमेशा धन होता है। इसलिए प्रतिबिम्ब उसी ओर बनेगा जिस ओर बिम्ब स्थित है
अतएव प्रतिबिम्ब हमेशा प्रतीयमान, छोटा और सीधा बनता है एवं ध्रुव और संग
बीच स्थित होता है।

इस प्रकार, हम देखते हैं कि एक उत्तल लेन्स का व्यवहार (behaviour
अवतल दर्पण के व्यवहार से मिलता-जुलता है जबकि अवतल लेंस का व्यवहार उत्तल द
से मिलता है।

36.12. लेंस शक्ति (Power of a lens):—लेंस के संगमान
(focal length) के व्युत्क्रम (reciprocal) को लेंस शक्ति (power
the lens) कहते हैं।

∴ लेंस-शक्ति $P = 1/f$

लेंस शक्ति से तात्पर्य है—किरणों को उपसारित (converge) या अपसारि
(diverge) करने की लेंस की क्षमता। अतः उपरोक्त समीकरण से हम पाते है
लेंस का संगमान्तर जितना छोटा होगा उसकी उपसारिता या अपसारिता का गुण उ
ही अधिक होगा।

लेंस शक्ति नापने की इकाई डायप्टर (dioptre) है। संगमान्तर 100 से.
हो तो लेंस शक्ति एक डायप्टर कही जाती है। स्पष्ट है कि एक 10 से. मी. अथवा 1/
मीटर संगमान्तर वाले लेंस की शक्ति (power) 10 डायप्टर होगी।

अतः (dioptre) में $P = \frac{100}{f}$ जब f से. मी. में है

चश्में बेचने या बनाने वाले (opticians) प्रायः ऋण संगमान्तर के लिए
शक्ति को धन और धन संगमान्तर के लिए लेंस-शक्ति को ऋण कहते हैं। परन्तु
इस पुस्तक में लेंस शक्ति को ऋण संगमान्तर के साथ ऋण और धन संगमान्तर के स
धन लिखेंगे।

यहां, (1) यदि $u = \infty$, तो $v = f$ और v ऋण होगी,

(2) यदि $u > 2f$ तो $v < 2f$ और ऋण होगी,

(3) यदि $u = 2f$ तो $v = -2f$

(4) यदि $u < 2f$ किन्तु $> f$ तो $v > 2f$ और ऋण होगी,

(5) यदि $u = f$ तो $v = \infty$ और ऋण होगी।

(6) यदि $u < f$ तो $v > u$ और धन होगी।

इस प्रकार हम देखते हैं कि संगम से दूर की बिम्ब की दूर स्थिति में प्रतिबिम्ब वास्तविक और उल्टा बनता है। यह उल्टा प्रतिबिम्ब आवर्धित (magnified) होता है यदि बिंब की स्थिति संगम (focus) और $2f$ के बीच हो। संगम और ध्रुव के बीच की बिम्ब की स्थितियों के लिए प्रतिबिम्ब उसी ओर बनता है जिस ओर बिम्ब स्थित है, और यह प्रतीयमान (virtual) एवं सीधा तथा आवर्धित होता है।

बिम्ब और प्रतिबिंब की ये स्थितियां निम्न तालिका में दी जाती हैं—

क्रम संख्या	बिंब स्थिति	प्रतिबिम्ब स्थिति	प्रतिबिम्ब की प्रकृति(nature)	आव-र्धन
1.	ध्रुव पर	ध्रुव पर	प्रतीयमान	$= 1$
2.	संगम और ध्रुव के बीच	उसी ओर, $v > u$	प्रतीयमान	> 1
3.	संगम पर	दूसरी ओर, अनन्त पर	वास्तविक	> 1
4.	संगम और $2f$ के बीच	दूसरी ओर, $2f$ से दूर	वास्तविक	> 1
5.	$2f$ पर	दूसरी ओर, $2f$ पर	वास्तविक	$= 1$
6.	$2f$ से दूर	दूसरी ओर, संगम और $2f$ के बीच	वास्तविक	< 1
7.	अनन्त पर	दूसरी ओर, संगम पर	वास्तविक	< 1

सूचना.—(1) ध्यान रहे कि प्रतीयमान (virtual) प्रतिबिम्ब हमेशा सीधा और वास्तविक प्रतिबिम्ब उल्टा होता है।

(2) आवर्धन > 1 का तात्पर्य यह है कि प्रतिबिम्ब बिंब से बड़ा होगा इसी प्रकार,

(power) P, एक तुल्य-लेंस (equivalent lens) का संगमान्तर या बेध शक्ति कहलाती है। दो लेंस का तुल्य-लेंस उस लेंस को कहते हैं जो इस प्रकार से उनके संयोग की तरह व्यवहार करे अर्थात् जो उनके संयोग के स्थान पर काम लिया जा सके।

उदाहरणार्थ : एक 20 से. मी. संगमान्तर के उत्तल लेंस और 10 से. मी. संगमान्तर के अवतल लेंस को सम्पर्क में रखने पर संयोग का संगमान्तर P निम्न प्रकार निकाल सकते हैं।

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{(-10)} + \frac{1}{20} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = -\frac{1}{20}$$

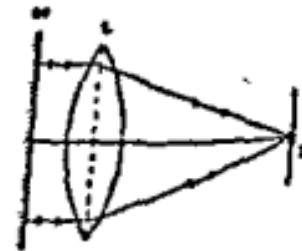
या $\quad P = -20$ से. मी.

अर्थात् 20 से. मी. संगमान्तर का एक उत्तल लेंस इस संयोग का काम करेगा। और इसलिए उपरोक्त संयोग का तुल्य लेंस 20 से. मी. संगमान्तर का एक उत्तल लेंस है।

§ 36.14. संगमान्तर निकालना:—(अ) उत्तल लेंस के लिए :—

1. एक पिन द्वारा.—चित्र 36·10 के अनुसार एक प्रकाश-पीठ (optical bench) पर एक पिन P और उत्तल (convex) लेंस लगाओ। फिर एक समतल दर्पण लेंस के पीछे की ओर उसके निकट ही चित्रानुसार लगाओ। पिन की ओर से देखकर पिन और उसके प्रतिबिंब के बीच विस्थापनाभास (parallax) हटाओ।

यह अवस्था तब आयगी जब पिन लेंस के संगम पर स्थित होगी। उस दशा में, पिन से चलने वाली किरणें लेंस से वर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के समान्तर हो जायगी। ये वर्तित किरणें पीछे लगे समतल दर्पण पर अभिलम्बतः (normally) पड़ेंगी और अभिलम्बतः ही परावर्तित होकर प्रकाश के उत्क्रमणीयता (reversibility) के नियमानुसार अपने उद्गम स्थान पिन पर फिर जा मिलेंगी अर्थात् पिन का प्रतिबिंब पिन पर ही बन जायगा।

चित्र 36·10.

लेंस और पिन के बीच की दूरी नापो। यही संगमान्तर होगा।

सूर्य से आती हुई समान्तर प्रकाश-दण्ड लेंस की सहायता से एक पर्दे (screen) पर फोकस करो। लेंस और पर्दे के बीच की दूरी संगमान्तर का मान होगा।

2. दो पिनों द्वारा:—चित्र 36·11 के अनुसार प्रकाश-पीठ पर लेंस के दोनों ओर एक-एक पिन लगाओ। पिन P को इस प्रकार समंजित (adjust) करो कि दूसरी ओर से देखने पर उसका उल्टा प्रतिबिंब दिखाई पड़े। इस प्रतिबिंब और दूसरी पिन Q के बीच विस्थापनाभास हटाओ। लेंस से P और Q की दूरी क्रमशः u और v है।

§ विस्तृत विवरण के लिए लेखक की पुस्तक "A. T. B. of Practical ...." अथवा "प्रायोगिक भौतिकी" पढ़ें।

36·13. दो लेंसों का संयोग (Combination):—मानलो क्रमशः f_1 और f_2 समान्तर के दो लेंस सम्पर्क में रखे गये हैं। एक बिंब का प्रतिबिंब प्रथम तो पहले लेंस से वर्तन के फलस्वरूप बनेगा। यह प्रतिबिंब दूसरे लेंस के लिए बिंब का कार्य करेगा और उसमें वर्तन के बाद अन्तिम (final) प्रतिबिंब बनेगा।

मानलो पहला लेंस f_1 समान्तर का है और उससे बिंब की दूरी u है। यदि वर्तन के परिणामस्वरूप बने प्रतिबिंब की दूरी इससे v' दूरी पर है तो :

$$\frac{1}{v'}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f_1} \quad .... \quad (1)$$

चूंकि दूसरे लेंस पर वर्तन के लिए प्रतिबिंब दूरी v है, लेंस का समान्तर f_2 है और बिंब की दूरी v' है (ध्यान रहे कि लेंस की मोटाई को उसके पतलेपन के कारण नगण्य समझकर हम छोड़ रहे हैं, अन्यथा बिंब-दूरी $v'+t$ होनी चाहिए जबकि t लेंस की मोटाई है।) अतः

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{v'}=\frac{1}{f_2} \quad .... \quad (2)$$

समीकरण (1) और (2) का योग करने पर

$$\frac{1}{v'}-\frac{1}{u}+\frac{1}{v}-\frac{1}{v'}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

या

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2} \quad ... \quad (3)$$

दोनों लेंसों के संयोग को ऐसे लेंस के समान समझो जिसका समान्तर F है। हम देख चुके हैं कि इसके लिए बिंब-दूरी u हो तो प्रतिबिंब-दूरी v होनी चाहिए क्योंकि हम इस कल्पित लेंस को इस संयोग (combination) के समान मान रहे हैं। अतः

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{F} \quad .... \quad (4)$$

समीकरण (3) और (4) के बायें पक्ष समान हैं, अतः

$$1/F = 1/f_1 + 1/f_2 \quad (5)$$

अर्थात् क्रमशः f_1 और f_2 समान्तर के दो लेंसों का संयोग (combination) उस एक लेंस के तुल्य (equivalent) है जिसका समान्तर F उपरोक्त समीकरण (5) की सहायता से दिया जा सकता है।

यदि p_1 और p_2 क्रमशः दोनों लेंसों की शक्ति (power) हो तो संयोग (combination) की लेंस शक्ति P परिभाषानुसार, समीकरण (5) से निम्न प्रकार दी जाती सकती है:—

$$P = p_1 + p_2 \quad — \quad (6)$$

सम्बन्ध : सम्पर्क में रखे दो लेंसों की शक्ति (power) प्रत्येक की लेंस-शक्ति के योग (sum) के बराबर होती है।

दो लेंसों के संयोग (combination) का समान्तर F या लेंस-शक्ति

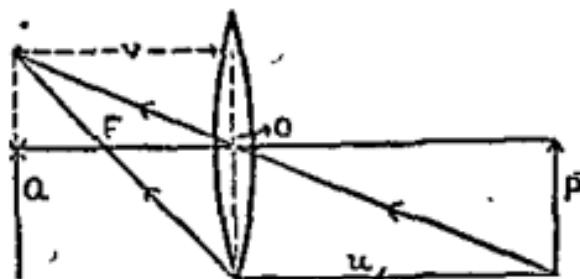
अतः u और v को नाप लो और सूत्र $1/v - 1/u = 1/f$ की सहायता से f ज्ञात

चित्र 36·11

करो किन्तु ध्यान रखो कि उतल लेंस के लिए वास्तविक प्रतिबिंब का v ऋणात्मक होता है अतः सूत्र में v का मान ऋण चिन्ह के साथ रखना चाहिए।

यहां हम देखते हैं कि दर्पणों जैसे यदि Q को बिंब बनाया जाय तो P प्रतिबिंब बन जायगा। इस प्रकार बिंब और प्रतिबिंब की स्थितियां आपस में बदली जा सकती हैं। ऐसे दो बिन्दु, जिनमें से किसी भी एक पर बिंब हो तो दूसरे पर प्रतिबिंब बन जाय, संबद्ध-बिन्दु (conjugate points) कहलाते

चित्र 36·12

हैं। अतः यह विधि संबद्ध-संगम विधि (conjugate focii method) भी कहलाती है।

3· विस्थापन विधि (Displacement method):—प्रथम विधि में बताये अनुसार लेंस का लगभग (approximate) समान्तर ज्ञात करो। फिर प्रकाश-पीठ (optical bench) पर दो पिनें P और Q लगाओ जिनके बीच की दूरी $4f$ से अधिक हो। अब पिनों के बीच में उतल लेंस ऐसी स्थिति में रखो कि पिन Q और पिन P के प्रतिबिंब के बीच विस्थापनाभास (parallax) न रहे। मानलो यह स्थिति L_1 है। स्पष्ट है कि यदि P बिंब है तो उसके प्रतिबिंब की स्थिति पर Q है।

अतः $u = L_1P$ और $v = L_1Q$

के स्थान पर ग्रब R पर मिलेंगी। इस प्रकार, ग्रवतल लेंस बीच में रखने पर पिन P का वास्तविक प्रतिबिंब R पर होगा। एक पिन ग्रौर P के प्रतिबिंब के बीच विस्थापनाभास हटाकर R की स्थिति ज्ञात करो।

जब ग्रवतल लेंस स्थिति B में रखा होता है तब उसके लिए Q एक ग्रवास्तविक (virtual) बिंब का काम करता है (ग्रतः $u = -BQ$) ग्रौर वह वास्तविक प्रतिबिंब R बनाता है।

$$\therefore \qquad v = -BR$$

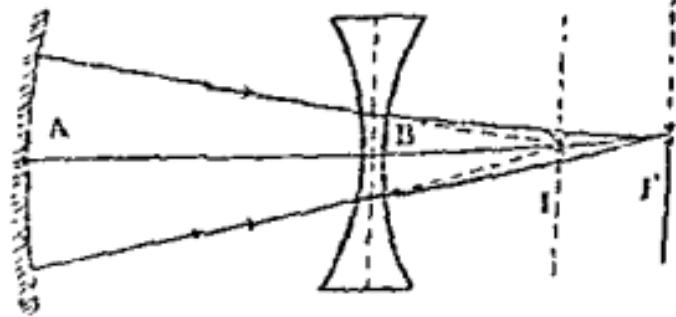
ये मान सूत्र $1/v - 1/u = 1/f$ में स्थापन करने पर :

$$-1/BR - (-1/BQ) = 1/f$$

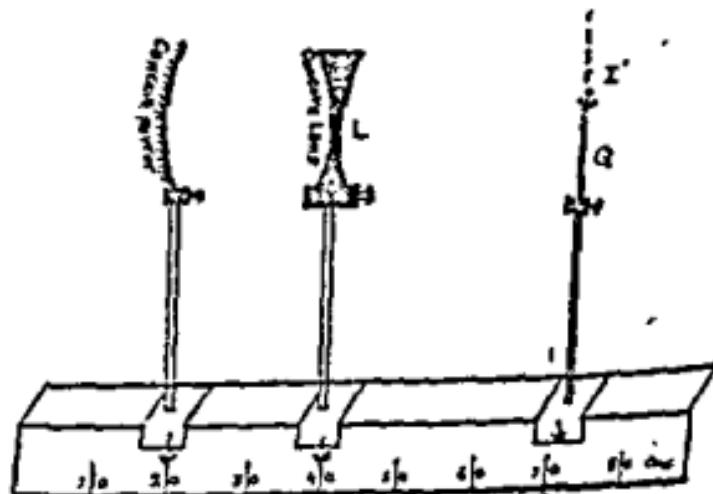
या

$$1/f = 1/BQ - 1/BR$$

ग्रतः BQ ग्रौर BR को नापकर f मालूम किया जा सकता है।

(3) एक ग्रवतल दर्पण की सहायता से:—एक पिन ग्रौर ग्रवतल दर्पण से प्राप्त उसके प्रतिबिंब के बीच विस्थापनाभास हटाकर उसका वक्रता-केन्द्र मालूम करो। ग्रब दर्पण A ग्रौर वक्रता-केन्द्र I के बीच ग्रवतल लेंस को B स्थान पर रखो। ऐसा

चित्र 36.15

करने से विस्थापनाभास फिर उत्पन्न हो जायगा इसको पुनः हटाने के लिए पिन को उपर्युक्त स्थिति I' में लाग्रो। इस ग्रवस्था में, I' से चलकर वर्तित होने वाली किरणें दर्पण पर

चित्र 36.16

और इसलिए लेंस की विस्थापनाभाव-रहित केवल एक ही स्थिति सम्भव होगी। b के वास्तविक मान के लिए समीकरण (2) का दाहिना पक्ष धन होना चाहिए अर्थात् पिनों के बीच की दूरी a, $4f$ से अधिक होनी चाहिए।

अतः हम कह सकते हैं कि एक बिंब और उसके वास्तविक प्रतिबिंब के बीच की दूरी का लघुतम (least) मान लेंस के संगमान्तर का चार गुना होता है।

इस विधि का लाभ:—पहली और दूसरी विधि में दूरियां लेंस के धरातल से नापी जाती हैं। अतः यदि लेंस मोटा हो तो परिणाम (result) अशुद्ध होने की सम्भावना होती है। उपरोक्त विधि में कोई भी दूरी लेंस के धरातल से नापने की आवश्यकता नहीं पड़ती है। दो पिनों के बीच की दूरी और लेंस का विस्थापन नापा जाता है। अतः लेंस की मोटाई के कारण कोई अशुद्धि नहीं होती है। इसलिए यह विधि, विशेष कर मोटे लेंसों के लिए उपयुक्त है।

साथ ही, चूंकि दो पिनों के बीच की दूरी $4f$ से अधिक रखनी आवश्यक है, यह विधि केवल छोटे संगमान्तर के लेंसों के लिए ही उपयुक्त है। बड़े संगमान्तर के लेंसों के लिए समतल दर्पण वाली विधि प्रयुक्त करनी चाहिए।

अवतल लेंस के लिए (For concave lens):—

(1) एक उत्तल लेंस के सम्पर्क में रखकर:—अवतल लेंस से बनने वाला प्रतिबिंब प्रतीयमान होता है। अतः उसकी स्थिति का पता लगाना कठिन है। इसलिए अवतल लेंस को एक कम (shorter) संगमान्तर के उत्तल लेंस से मिलाया जाता है ताकि संयोग (combination) एक उत्तल लेंस का काम करे। संयोग का संगमान्तर F निम्न सूत्रानुसार दिया जाता है :

$$1/F = 1/f_1 + 1/f_2$$

जब f_1 और f_2 क्रमशः उत्तल और अवतल लेंसों के संगमान्तर हैं। संयोग (जो एक उत्तल लेंस की तरह व्यवहार करता है) का संगमान्तर F और उत्तल लेंस का संगमान्तर f_1 का मान उत्तल लेंसों की विधि से मालूम करके उपरोक्त सूत्र में स्थानापन्न (substitute) कर दो और f_2 ज्ञात हो जायगा।

(2) एक उत्तल लेंस को अलग रख कर:—चित्र 36.14 के अनुसार बिंब P का एक वास्तविक प्रतिबिंब Q, एक उत्तल लेंस की सहायता से प्राप्त करो। Q की स्थिति एक अन्य पिन की सहायता से मालूम करो। इस पिन Q और उत्तल लेंस के बीच में अवतल लेंस रख दो। इसमें अपसारिता (diverging) का गुण होता है। अतः Q की ओर बढ़ने वाली किरणें कुछ अपसारित होकर Q

चित्र 36.14

उसके प्रतिबिंब Q के बीच विस्थापनाभास (parallax) हटाओ। यह अवस्था तब आती है जब P से चलने वाली किरणें लेंस से वर्तन के बाद दर्पण पर अभिलम्बवत: पड़ती हैं। जैसे पहिले समझाया जा चुका है (देखो अनुच्छेद 36·14 में उत्तल लेंस का संगमान्तर निकालने की पहली विधि तथा अवतल लेंस का संगमान्तर निकालने की तीसरी विधि)। ऐसी दशा में बिंब का प्रतिबिंब उसके ऊपर ही बनता है। अतः P और Q के बीच विस्थापनाभास हटने का तात्पर्य ही यही है कि उस स्थिति में धरातल A पर किरणें अभिलम्बवत: पड़ रही हैं। इसका अर्थ यह है कि A की अनुपस्थिति में वे किरणें जो लेंस से वर्तित होकर आती हैं, A के वक्रता-केन्द्र C के स्थान पर मिलेंगी। C की स्थिति, A को हटाकर, एक अन्य पिन और P के प्रतिबिंब के बीच विस्थापनाभास हटाकर, ज्ञात की जा सकती है। दूरी AC ही दिये हुए धरातल A की वक्रता-त्रिज्या का मान है। यदि दिया हुआ धरातल दर्पण हो तो वक्रता-त्रिज्या का आधा उसका संगमान्तर होगा।

(ब) लेंस के धरातल के लिए:—इस विधि का प्रयोग एक अंधेरे कमरे में करना चाहिए। मानलो चित्र में धरातल 2 की वक्रता-त्रिज्या निकालनी है। P पर एक प्रकाश-स्रोत रखो और उसके निकट ही एक पर्दा रखो। लेंस को आगे-पीछे इस प्रकार सरकाओ कि पर्दे पर P पर रखे बिंब का प्रतिबिंब बन जाय। यह अवस्था तब आती है जब एक किरण PM पहले धरातल पर वर्तन के पश्चात् दूसरे धरातल पर अभिलम्बवत: पड़ती है। दूसरे धरातल पर गिरने वाले प्रकाश का कुछ अंश परावर्तित होकर अपनी पूर्व दिशा में लौट जाता है और ऊपर समझाये अनुसार P पर ही स्रोत का प्रतिबिंब बन जाता है। अतः इस दशा में वर्तित किरण MN को पीछे की ओर बढ़ाने पर यह धरातल 2 के वक्रता-केन्द्र में से आती हुई दिखाई पड़नी चाहिए। इस प्रकार, एक बिंब जो P पर स्थित हो, लेंस उसका प्रतिबिंब O पर बनायेगा।

चित्र 36.18

अतः यदि लेंस का संगमान्तर f हो (इसका मान दूसरी विधियों से निकाला जाना चाहिए) तो

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{AO} - \frac{1}{AP} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{AP} \quad (\text{जब } r_2, \text{ धरातल 2 की वक्रता-त्रिज्या है})$$

किन्तु उत्तल लेंस का संगमान्तर ऋण होता है। अतः

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{AP}$$

या

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{AP} - \frac{1}{f} = \frac{(f - AP)}{AP\,(f)}$$

$$r_2 = \frac{AP \times f}{(f - AP)}$$

अभिलम्बवत: पड़ती है और दिशा उल्टी होकर वे अपने पूर्व मार्ग पर लौट आती हैं। परिणामस्वरूप, प्रकाश के उत्क्रमणीयता (reversibility) के नियमानुसार अपने उद्गम-स्थल I' पर जाकर पुनः मिल जाती हैं। यदि दर्पण पर आपतित लेंस से वर्तित किरणें पीछे की ओर बढ़ाई जाय तो वे I पर मिलेंगी। इसलिए अवतल लेंस के लिए, I' का प्रतीयमान प्रतिबिंब I है।

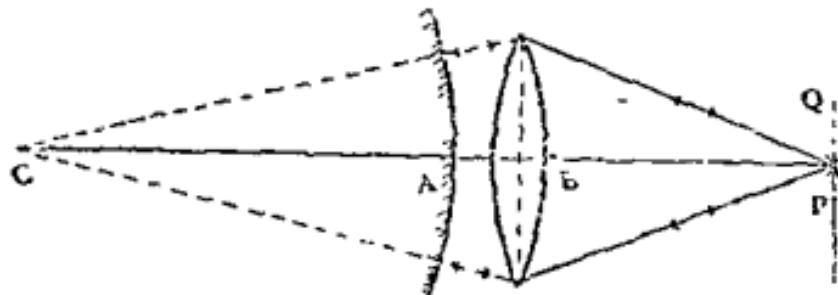
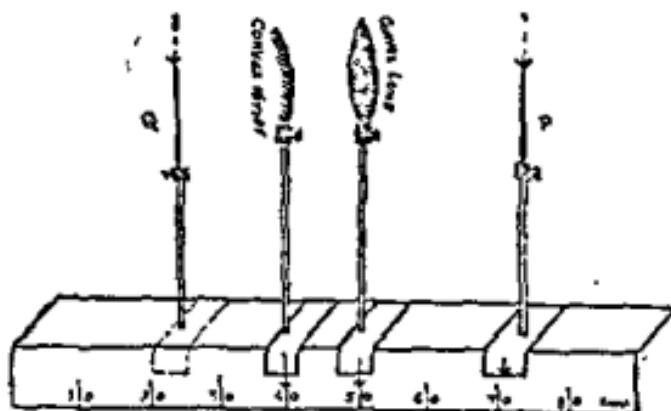
अतः　　$u = BI'$ और $v = BI$

$$\therefore \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{BI} - \frac{1}{BI'}$$

इस प्रकार, *BI* और *BI'* नापकर *f* ज्ञात किया जा सकता है।

＊36.15. वक्रता-त्रिज्या (radius of curvature) निकालना:-

(अ) उत्तल धरातल के लिए:-चित्र 36.17 (a) and (b) के अनुसार एक प्रकाश-पीठ पर पिन P, उत्तल लेंस B और दिया हुआ उत्तल धरातल A लगाओ। पिन P और

चित्र 36·17 (a)

चित्र 36.17 (b)

＊विस्तृत विवरण के लिए लेखकों की पुस्तक "A. T. B. of Practical Physics" या "प्रायोगिक भौतिकी" पढ़ें।

चूंकि द्रव-लेंस के समतल धरातल की वक्रता-त्रिज्या अनन्त (∞) है। यहां r_1 उतल लेंस के उस धरातल की वक्रता-त्रिज्या है जो द्रव के सम्पर्क में रहता है। अतः इसका मान एक स्फीयरोमापी (spherometer) की सहायता से ज्ञात किया जा सकता है।

उपरोक्त समीकरण (1) में r_1 और f_2 ज्ञात हैं। अतः μal मालूम किया जा सकता है (क्योंकि $1/\infty = 0$)

36.17. उतल और अवतल लेंस में अन्तर:—

उतल लेंस	अवतल लेंस
1. यह मध्य में उभरा हुआ होता है।	1. यह मध्य में अवनमित (depressed) होता है।
2. यह बीच में कोरों से मोटा होता है।	2. यह बीच में कोरों से पतला होता है।
3. यह निकट के बिंब का बड़ा और वास्तविक प्रतिबिंब बनाता है।	3. यह छोटा और प्रतीयमान प्रतिबिंब बनाता है।
4. यह जब दायें-बायें हिलाया जाता है तब प्रतिबिंब उल्टी दिशा में चलता दिखाई पड़ता है।	4. इसमें प्रतिबिंब लेंस की दिशा में चलता दिखाई पड़ता है।

36·18. लेंसों के लाभ : (1) दोनों प्रकार के लेंस सूक्ष्मदर्शी, दूरदर्शी, बायनेकुलर (binocular), कैमरा आदि कितने ही प्रकाश यन्त्रों की बनावट में बहुत काम आते हैं।

(2) दोनों प्रकार के लेंस दृष्टि-दोषों को दूर करने के लिए चश्मों में काम लिये जाते हैं।

(3) उतल लेंस आवर्धक शीशे के रूप में भी काम में लाये जाते हैं।

(4) दोनों प्रकारों का संयोग प्रकाश दण्ड को उपसारित (converge) करने के लिए प्रयोग किया जाता है।

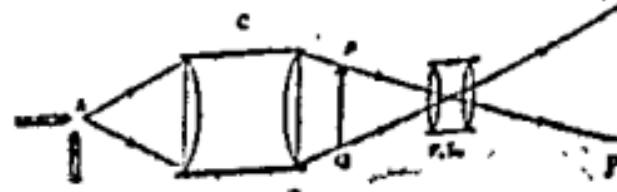
नीचे दो प्रकाश उपकरणों में लेंसों का प्रयोग दिखाया गया है।

36·18. (अ) चित्रदर्शक लालटेन (Optical lantern):—पारदर्शी चित्रों के आवर्धित (magnified) प्रतिबिंब एक परदे पर बनाने के इस उपकरण के प्रमुख भाग निम्न हैं:—

(i) तीव्र प्रकाश का एक स्रोत,

(ii) संघनित्र (condenser) लेंस,

(iii) पारदर्शक चित्र या स्लाइड,

और (iv) प्रक्षेपक लेंस (projecting lens)

चित्र 36 2)

f और AP ज्ञात होने पर r_2 का मान निकाला जा सकता है ।

36.16. अपर्याप्त मात्रा में प्राप्त एक बहुमूल्य द्रव का वर्तनांक निकालना:—चित्र 36.19 में दिखाये अनुसार एक समतल दर्पण क्षैतिज (horizontally) रखो । इस पर कम (small) फोकसान्तर का एक उत्तल लेंस रखो । उसके ऊपर एक पिन ऐसी ऊंचाई पर रखो कि पिन और उसके प्रतिबिंब के बीच विस्थापनाभास (parallax) न रहे । पिन P और लेंस A की दूरी AP लेंस का फोकसान्तर f_1 है ।

अब लेंस को हटाकर द्रव की बूंदें दर्पण पर डाल दो और उनके ऊपर लेंस को रखो । स्पष्ट है कि समतल दर्पण और उत्तल लेंस के बीच का द्रव एक ऐसे समतलावतल लेंस (plano-concave) के रूप में होगा जिसके ऊपर वाले, गोलाकार धरातल की वक्रता-त्रिज्या वही होगी जो उत्तल लेंस के नीचे वाले धरातल की है । पिन को नई स्थिति Q में विस्थापित करके पिन और उसके प्रतिबिंब के बीच विस्थापनाभास पुनः हटाओ । संयोग (combination) का फोकसान्तर AQ = F नापो ।

अतः　　　　$1/F = 1/f_1 + 1/f_2$

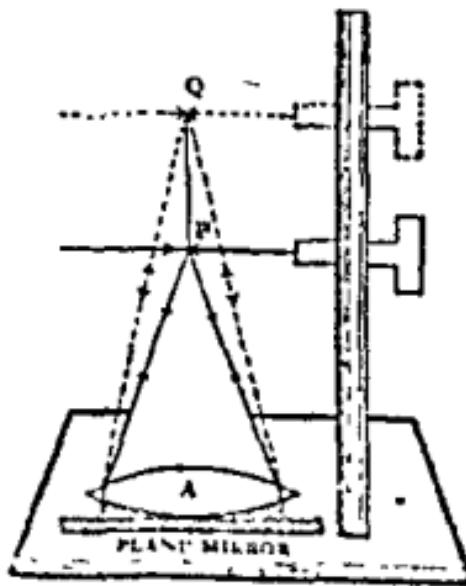
चित्र 36.19

जबकि द्रव-लेंस का फोकसान्तर f_2 है । उपरोक्त सूत्र में F और f_1 ज्ञात हैं । इसलिए f_2 हम मालूम कर सकते हैं । यदि द्रव का वर्तनांक μ_l हो तो सूत्र,

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

की सहायता से हम पाते हैं :

$$\frac{1}{f_2} = (\mu_l - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{\infty}\right) \quad \text{.... (1)}$$

चित्र 36.22 में देखो। बिन्दु A, लेंस से 15 से. मी. तथा बिन्दु B, लेंस से 20 से. मी. दूर है।

चित्र 36.22

यदि v_1 और v_2 क्रमशः प्रतिबिंब दूरियाँ हों तो

$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{15} = -\frac{1}{10}$ .... (1) और $\frac{1}{v_2} - \frac{1}{20} = -\frac{1}{10}$ ...

समीकरण (1) से : $\frac{1}{v_1} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{-3+2}{30} = -\frac{1}{30}$

∴ $v_1 = -30$ से. मी.

समीकरण (2) से : $\frac{1}{v_2} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{-2+1}{20} = -\frac{1}{20}$

∴ $v_2 = -20$ से. मी.

इसलिए, बिंब द्वारा बना प्रतिबिंब 30 − 20 = 10 से. मी. लम्बा होगा। उस
सिरा A, लेंस से 30 से. मी. और दूसरा सिरा, B लेंस से 20 से. मी. दूर होगा। प्र
बिंब वास्तविक और आवर्धन दो के बराबर होगा अर्थात् बिंब से उसका दुगना आकार होग

2. एक 10 से. मी. संगमान्तर का उत्तल लेंस बिंब से तीन गुना ब
प्रतिबिंब बनाता है। आवर्धन केवल दुगना रखने के लिए बिंब कितना स
कना चाहिए?

यहां $v/u = -3$

∴ $v = -3u$ (चूंकि प्रतिबिंब वास्तविक है, आवर्धन ऋणात्मक होना चाहिए)

$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ को लिख सकते हैं :

जिससे $-\frac{1}{3u} - \frac{1}{u} = -\frac{1}{10}$ या $\frac{-1-3}{3u} = -\frac{4}{3u} = -\frac{1}{10}$

∴ $u = 40/3$ से. मी.; दूसरी स्थिति में, $v/u = -2$ है,

अतः $-\frac{1}{2u} - \frac{1}{u} = \frac{-2-1}{2u} = -\frac{3}{2u} = -\frac{1}{10}$,

$u = 15$ से. मी.

∴ पूर्व स्थिति में 40/3 से. मी. दूरी है। अतः उसे $15 - 40/3 = 5/3$ से.
लेंस से दूर सरका देना चाहिए।

3. लेंस का संगमान्तर निकालने की विस्थापन-विधि में दो स्थिति
प्रतिबिंब का आकार क्रमशः 2 और 8 से. मी. है। बिंब का आकार ज्ञा
करो। पिन की दो स्थितियों की दूरी यदि 9 से.मी. हो, तो लेंस का संगमान
निकालो।

(i) प्रकाश श्रोत A:—यह एक आर्क लैंप (arc lamp) अथवा अन्य कोई तीव्र प्रकाश का श्रोत होता है।

(ii) संघनित्र C:—यह दो समतलोत्तल (plano-convex) लेंसों के विन्यासानुसार एक खोखले बेलन के मुंह पर इस प्रकार लगाने से बनता है कि दोनों लेंसों के उत्तल धरातल सामने रहे। इसका कार्य प्रकाशमान किरणों को एकत्रित करके स्लाइड पर डालना है।

(iii) स्लाइड:—यह एक ऐसा चौखट (frame) है जिसमें प्रक्षेपित किया जाने वाला पारदर्शक चित्र लगाकर लालटेन उपर्युक्त स्थान पर सुगमता से रखा या हटाया जा सके। यह संघनित्र के सामने इस तरह रखा जाता है कि चित्र पर्याप्त रूपेण प्रकाशित होता रहे।

(iv) प्रक्षेपक लेंस P.L.:—यह छोटे संगमान्तर के दो लेंसों को दूर-दूर रखने से बनता है और एक बहुत ही छोटे संगमान्तर के लेंस का काम देता है। परिणामस्वरूप, यह बिंब PQ का आवर्धित (magnified) प्रतिबिंब P'Q' परदे S पर बनाता है।

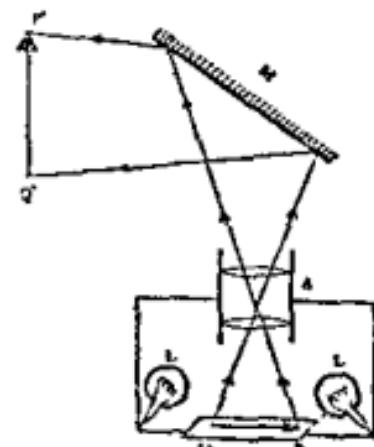
36.18. (ब) एपीस्कोप:—यह उपकरण अपारदर्शक चित्रों के आवर्धित (magnified) प्रतिबिंब परदे पर प्रक्षेपित करने के काम आता है। इसकी बनावट चित्र 36.21 से स्पष्ट है।

L, L तीव्र प्रकाश के दो श्रोत हैं। उष्मा-किरणों (heat radiations) से बचाव के लिए एक काच की पट्टिका (plate) से ढके हुए बिंब PQ को ये प्रकाशित करते हैं। बिंब आपातित किरणों को सब ओर छितराता है। कुछ किरणें संघनित्र (condenser) द्वारा एकत्रित करने के बाद लेंस A से प्रक्षेपित (project) कर दी जाती हैं। दर्पण M से परावर्तित होकर PQ का प्रतिबिंब P'Q' एक परदे पर पड़ता है।

चूंकि प्रकीर्णित (scattered) किरणों का एक भाग ही प्रक्षेपण के काम आता है, स्वभावतः चित्रदर्शक लालटेन (magic lantern) की तुलना में प्रतिबिंब बहुत कम तीव्र होगा।

एक चित्रदर्शक लालटेन (magic lantern) और एपीस्कोप के संयोग (combination) को एपीडायस्कोप (Epidiascope) कहते हैं।

चित्र 36.21

संख्यात्मक उदाहरण:—1. पांच सेंटीमीटर लम्बा एक तीर, एक उत्तल लेंस के पास उसकी मुख्य अक्ष पर इस प्रकार रखा जाता है कि उसकी नोक लेंस से 15 से. मी. दूर रहे। यदि लेंस का संगमान्तर 10 से. मी. हो तो प्रतिबिंब की स्थिति, प्रकृति और आवर्धन बताओ।

या $\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) = -\frac{1}{10}\times\frac{2}{1} = -\frac{1}{5}$ ....

पानी में लेंस के लिए : $\frac{1}{f} = ({}_w\mu_g - 1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$

या $\frac{1}{f} = \left(\frac{{}_a\mu_g}{{}_a\mu_w} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) = \left(\frac{1.5}{1.3}-1\right)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$

$= \left(\frac{1.5}{1.3} - 1\right)\left(-\frac{1}{5}\right)$, ऊपर समीकरण (1) देखो

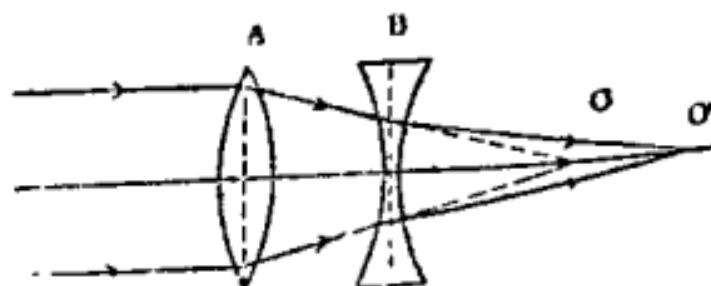
$= -\frac{1.5-1.3}{1.3}\times\frac{1}{5} = -\frac{0.2}{6.5}$

∴ $f = -6.5/0.2 = -32.5$ से. मी.

अर्थात् दण्ड पानी में 32.5 से. मी. दूर फोकस होगी।

सूचना:—यदि द्रव का वर्तनांक 1.5 से अधिक हो तो लेंस उत्तल के स्थान पर अवतल लेंस का व्यवहार करेगा।

5. एक उत्तल और अवतल लेंस के बीच 10 से.मी. की दूरी है। यदि प्रत्येक का संगमांतर 20 से. मी. हो तो बताओ कि एक आपाती समान्तर दण्ड कहां केन्द्रित होगी ?

चित्र 36.23

(अ) मानलो प्रथम आपात A पर होता है और A से वर्तन के फलस्वरूप किरणें A से 20 से. मी. दूर O पर केन्द्रित होती हैं। देखो चित्र 36.23, किन्तु बीच में (B) अवतल लेंस रखे जाने के कारण वे O के स्थान पर अब O' पर केन्द्रित होंगी। अब अवतल लेंस के लिए :

$f = 20$ से. मी., $u = BO = AO - AB = 20 - 10 = 10$ से. मी.

यहां u ऋणात्मक है; अतः $\frac{1}{v} - \left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{20}$ या $\frac{1}{v} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = -$

∴ $v = -20$ से. मी.

इस प्रकार, अन्तिम प्रतिबिंब O' अवतल लेंस से 20 से. मी. दूर होगा।

चित्र 36·13 देखो। मानलो बिंब और प्रतिबिंबों का आकार क्रमशः d, d_1 व d_2 है।

स्थिति L_1 में: $\frac{v}{u} = \frac{I}{O}$

या $$\frac{b+c}{c} = \frac{d_1}{d} \quad \ldots \quad (1)$$

और स्थिति L_2 में : $$\frac{c}{b+c} = \frac{d_2}{d} \quad \ldots \quad (2)$$

समीकरण (1) और (2) को गुणा करने पर :

$$\frac{b+c}{c} \cdot \frac{c}{b+c} = \frac{d_1}{d} \cdot \frac{d_2}{d}$$

या $$1 = \frac{d_1 d_2}{d_2} \quad \text{या } d^2 = d_1 d_2$$

$\therefore$ $$d = \sqrt{d_1 d_2}$$

अतः $$d = \sqrt{2 \times 8} = 4 \text{ से. मी.}$$

अब $$a = 9 \text{ से. मी.} = u + v \quad \ldots \quad (3)$$

और $$\frac{v}{u} = \frac{L_1Q}{L_2P} = \frac{2}{4} \text{ या } 4v = 2u$$

$$v = u/2 \quad \ldots \quad (4)$$

समीकरण (3) और (4) की सहायता से : $u + u/2 = 9$

या $$3u/2 = 9 \quad \text{या } u = 6 \text{ से. मी.}$$

$\therefore$ $$v = 3 \text{ से. मी.}$$

अतः $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$ की सहायता से

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{-2-1}{6} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$\therefore$ $$f = 2 \text{ से. मी.}$$

4. एक 10 से. मी. संगमान्तर का उतल लेंस पूर्णतया पानी में डुबाकर रखा गया है। इस पर आपातित समान्तरदण्ड की किरणें आपस में कहाँ मिलेंगी ? कांच और पानी का वर्तनांक क्रमशः 1·5 और 1·3 दिया हुआ है।

वायु से कांच के लिए : $\frac{1}{f} = (\mu ag - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

या $$-\frac{1}{10} = (1{\cdot}5 - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

या $(\mu - 1) = \frac{450}{16} \times \frac{1}{50} = \frac{9}{16}$ ∴ $\mu = 1 + 9/16 = 1·5625$

अतः $\mu = 1·56$

प्रश्न

1. प्रकाश-केन्द्र (optical centre) क्या है ? इसका क्या महत्व है ? एक लेंस में इसकी स्थिति ज्ञात करो । (देखो 36.4)

2. आवर्धन सूत्रों की सहायता से u, v और f के बीच सम्बन्ध मालूम करो । (देखो 35.7)

3. गोलाकार धरातलों पर वर्तन की दृष्टि से लेंस द्वारा वर्तन के लिए उसकी वक्रता-त्रिज्याओं और संगमान्तर के बीच सम्बन्ध स्थापित करो । फिर इसकी सहायता से u, v और f का सम्बन्ध ज्ञात करो । (देखो 35.8)

4. सिद्ध करो कि एक यौगिक (compound) लेंस की शक्ति (power), अवयव (component) लेंसों की शक्ति के योग के बराबर होती है । (देखो 35.11)

5. एक मोटे लेंस का संगमान्तर निकालने की विधि का वर्णन करो । इस विधि का क्या महत्व है ? (देखो 36.13)

6. एक द्रव का वर्तनांक उत्तल लेंस और समतल दर्पण की सहायता से कैसे निकालोगे ? (देखो 36.15)

7. एक उत्तल और अवतल लेंस में क्या अन्तर होता है ? (देखो 36.16)

8. चित्र-प्रक्षेपण (projection of pictures) के बारे में तुम क्या जानते हो ? (देखो 36.17)

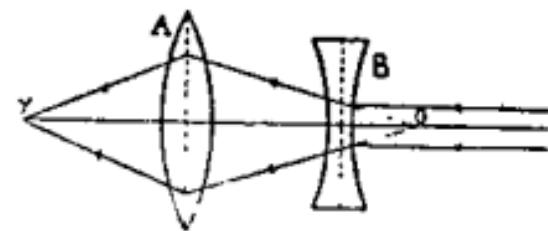
संख्यात्मक प्रश्नः—

1. एक समतलोत्तल (plano-convex) लेंस का संगमान्तर ज्ञात करो । $\mu = 1·5$ और $r = 10$ से. मी. । [उत्तर : 20 से. मी.]

2. एक उपबिन्दु (convergent) प्रकाश-दण्ड एक अवतल लेंस में से प्रचलित होने पर लेंस से 15 से. मी. दूर एक बिन्दु पर केन्द्रित हो जाती है । यदि लेंस का संगमान्तर 20 से. मी. हो तो बताओ कि लेंस की अनुपस्थिति में वह कहां केन्द्रित होती ? [उत्तर : 8·57 से. मी.]

3. एक उत्तल लेंस द्वारा बना प्रतिबिंब, बिंब से 1·5 गुना बड़ा है । बिंब और परदे के बीच की दूरी स्थिर (fixed) रखी जाती है । अब यदि लेंस 25 से. मी. से विस्थापित कर दिया जाय तो परदे पर पुनः स्पष्ट प्रतिबिंब बन जाता है । किन्तु इस बार यह छोटा होता है । लेंस का संगमान्तर निकालो । [उत्तर : 30 से. मी.]

4. विस्थापन विधि में लेंस की दो स्थितियों के लिए प्रतिबिंब का आकार क्रमशः 2 मि. मी. और 8 मि. मी. है । लेंस की इन दो स्थितियों के बीच 25 से. मी. की दूरी है । लेंस का संगमान्तर और बिंब का आकार बताओ । [उत्तर : 16·66 से. मी.; 4 मि. मी.]

(ब) यदि प्रथम आपतन चित्र 36·24 के अनुसार अवतल लेंस पर होता है तो लेंस B से वर्तन के फलस्वरूप किरणें B से 20 से. मी. दूर स्थित बिन्दु O से अपसारित (diverge) होती दिखाई पड़ेंगी। किन्तु A से वर्तन के कारण ये B से वर्तित किरणें बिन्दु O′ पर केन्द्रित हो जायंगी।

चित्र 36·24

अतः उत्तल लेंस के लिए : $f = -20$ से. मी., $u = AO = AB + BO = 10 + 20 = 30$ से. मी.

अतएव सूत्र, $\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ की सहायता से : $\frac{1}{v} - \frac{1}{30} = -\frac{1}{20}$

या　$\frac{1}{v} = \frac{1}{30} - \frac{1}{20} = \frac{-3+2}{60} = -\frac{1}{60}$

∴　$v = -60$ से. मी.

अर्थात् वास्तविक अन्तिम प्रतिबिंब O′ लेंस A से. 60 से. मी. दूर बनेगा।

6. एक समतलोत्तल (plano-convex) लेंस की समतल धरातल पर पारा चढ़ा दिया गया है (silvered)। अब वह 25 से. मी. संगमान्तर के एक अवतल दर्पण के समान कार्य करता है। यदि लेंस को उत्तल धरातल पर पारा चढ़ाया जाता है तो वह 9 से. मी. संगमान्तर के अवतल दर्पण के समान कार्य करने लगता है। लेंस का वर्तनांक निकालो।

जब समतल धरातल पर पारा चढ़ाया गया है तब उत्तल लेंस एक समतल दर्पण के सम्पर्क में होने के तुल्य है। इस अवस्था में वह 25 से.मी. संगमान्तर अथवा 50 से.मी. वक्रता-त्रिज्या के अवतल दर्पण के समान है। अर्थात् इस प्रकार के लेंस से 50 से. मी. दूर रखे बिंब और उसके प्रतिबिंब में विस्थापनाभास नहीं रहता है। इसलिए अनुच्छेद 36.14 की प्रथम विधि से समझे के अनुसार लेंस का संगमान्तर 50 से. मी. है।

इसी प्रकार, जब लेंस के उत्तल धरातल पर पारा चढ़ाया गया है तब उससे 18 से. मी. दूर रखे बिंब का प्रतिबिंब उसके (बिंब) के ठीक ऊपर ही बनता है। अतः यदि उस उत्तल धरातल की वक्रता-त्रिज्या r_2 हो तो अनुच्छेद 36.15 (ब) के अनुसार

$$\frac{1}{v_2} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f} \quad \text{या} \quad \frac{1}{r_2} - \frac{1}{18} = \frac{1}{50}$$

या　$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{18} - \frac{1}{50} = \frac{25-9}{450} = \frac{16}{450}$

∴　$r_2 = 450/16$

अब　$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$ या　$-\frac{1}{50} = (\mu - 1)\left[\frac{1}{\infty} - \frac{16}{450}\right]$

अध्याय 37

दीप्तिमापन

(Photometry)

37.1. दीप्तिमापन क्या है ? :—प्रकाश का माप या प्रकाश तुलना के विज्ञान को दीप्तिमापन (photometry) कहते हैं।

किसी परदे की आभासी चमक जैसी हमारी आंखों को प्रतीत होती है उस पर पड़ने वाले प्रकाश की मात्रा पर ही निर्भर करती है। मनुष्य की आंख के लिए, समान रूप से सुग्राही नहीं होती। इसलिए,दीप्तिमापन में निरपेक्ष मापन olute measurement) नहीं होता; ये माप दृष्टि के आभास (sense) निर्भर करते हैं।

37.2. प्रकाश की इकाई:—प्रकाश के मापने के उद्देश्य से हमें प्र इकाई की परिभाषा करनी आवश्यक है। इसके लिए, प्रकाश का एक प्रमाणिक स्रोत जाता है। प्रकाश का प्रमाणिक (standard) स्रोत एक प्रमाणिक मोमबत्ती (dard candle) को माना गया है। यह एक विशेष प्रकार की मछली के सिर से 1/6 पौंड मोम (sperm wax) से बनी ऐसी मोमबत्ती है जो 120 ग्रेन (ल 0'175 ग्राम लगभग) प्रति घण्टे की रफ्तार से जलती है। आजकल इसके स्थ अन्य अधिक विश्वसनीय प्रमाण प्रयोग किये जाने लगे हैं।

एक ऐसे स्रोत से एक इकाई ठोस कोण (solid angle) में प्रति से विद्यमान प्रकाश की मात्रा को एक इकाई माना गया है। यह इकाई 'लक्स' (lux 'फुट-कैंडल' (foot candle) कहलाती है।

फुट-कैंडल (foot candle):—यह प्रकाश की वह मात्रा है जो प्रमाणिक स्रोत से 1 फुट दूर उसकी किरणों के अभिलम्बतः (normal) रखे एक वर्गफुट क्षेत्रफल पर प्रति सेकण्ड पड़ती है।

लक्स (Lux):—यह प्रकाश की वह मात्रा है जो एक प्रमाणिक स्रो 1 से. मी. दूर उसकी किरणों के अभिलम्बतः (normal) रखे हुए, एक वर्ग से. क्षेत्रफल पर प्रति सेकण्ड पड़ती है।

37.3. दीपितता की तीव्रता (Intensity of illumination) यह एक इकाई क्षेत्रफल पर अभिलम्बतः पड़ने वाले प्रकाश की मात्रा है। अतः यदि क्षेत्रफल के एक परदे पर अभिलम्बतः एक समान (uniformly) पड़ने वाले प्र की मात्रा Q हो, तो दीपितता की तीव्रता $I = Q/A$. यदि प्रकाश समानरूप से (formly) नहीं पड़ा रहा हो तो दीपितता की परिभाषा किसी बिन्दु विशेष के लिए जाती है। मानलो उस बिन्दु के आसपास के थोड़े से क्षेत्र 'a' पर अभिलम्बतः गिरने वा प्रकाश 'q' है। तब उस बिन्दु पर $I = q/a$

प्रकाश किरणों के झुकाव (inclination) पर दीपितता तीव्रता निर्भरता:—जैसे ही परदे पर आपातित किरणों का झुकाव अभिलम्ब के साथ बढ़ता

5. एक समतलोत्तल (plano-convex) लेंस की समतल धरातल पर पारा चढ़ाने से वह 50 से. मी. वक्रता-त्रिज्या के अवतल दर्पण के समान कार्य करता है। किन्तु उत्तल धरातल पर पारा चढ़ाने से 18 से. मी. वक्रता-त्रिज्या के अवतल दर्पण के समान होता है। लेंस का वर्तनांक निकालो। [उत्तर : $\mu = 1.5625$]

6. एक 2 डायप्टर (dioptre) शक्ति के अवतल लेंस को 1 डायप्टर की शक्ति के उत्तल लेंस के सम्पर्क में रखा गया है। इस प्रकार बने यौगिक (compound) लेंस का संगमान्तर बताओ। [उत्तर : + 100 से. मी.]

7. हवा में एक उत्तल लेंस का संगमान्तर 50 से. मी. है। 1·6 वर्तनांक के द्रव में रखने पर उसका संगमान्तर कितना होगा ? लेंस के पदार्थ का वर्तनांक 1·5 दिया हुआ है। [उत्तर : + 400 से. मी.]

8. एक उभयोत्तल लेंस जिसका संगमान्तर 15 से. मी. है, पानी ($\mu = 4/3$) में क्षैतिजतः 2 से. मी. गहराई पर रख दिया जाता है। पेंदी में एक समतल दर्पण क्षैतिजतः रखा हुआ है। एक पिन को पानी की सतह से कितना ऊपर रखा जाय कि पिन और उसके बीच विस्थापनाभास न रहे ? $\mu ag = 1.5$ [उत्तर : 43·5 से. मी.]

9. एक समतलावतल (plano-concave) लेंस की समतल धरातल पर पारा चढ़ाया गया है। सिद्ध करो कि यह एक उत्तल दर्पण के समान कार्य करेगा। यदि वक्रता-त्रिज्या 'a' और वर्तनांक μ हो तो इसका संगमान्तर ज्ञात करो।

$$\left[\text{उत्तर} : f = \frac{1}{2(1-\mu)} \right]$$

10. एक 10 से. मी. संगमान्तर का उत्तल लेंस एक 12 से. मी. वक्रता-त्रिज्या के अवतल दर्पण से 5 से. मी. दूर रखा गया है। बिंब को ऐसी स्थिति ज्ञात करो कि प्रतिबिंब उससे सपातित (coincident) हो जाय। [उत्तर : 6·55 से. मी.]

11. जब एक बिंब किसी लेन्स से 30 से. मी. दूर रखा जाता है तो उसका प्रतिबिंब 40 से. मी. दूर बनता है। लेन्स और फोकस के बीच दूरी ज्ञात करो।

[उत्तर:—17·1 से. मी. या − 120 से. मी.]

12. एक प्रकाश पीठ पर दो पिनों के बीच 60 से. मी. की दूरी है। उत्तल लेंस की उन दो स्थितियों के बीच की दूरी ज्ञात करो जिसके लिए एक पिन का प्रतिबिंब दूसरी से संपातित हो जाय। उत्तल लेंस का संगमान्तर 10 से. मी. है।

[उत्तर $40\sqrt{}$ से. मी.]

13. एक उत्तल लेंस पारे के धरातल पर तैरता है। जब पिन की दूरी लेंस से 10·3 से. मी. है तो पिन और उसका प्रतिबिंब एक दूसरे से सम्पातित हो जाते हैं। यदि लेंस का संगमान्तर 20·6 से. मी. है तो लेंस के उस धरातल का वक्रता अर्धव्यास ज्ञात करो जो पारे को स्पर्श कर रहा है। [उत्तर 20·6 से. मी.]

14. एक अवतल लेंस की वक्रता-त्रिज्या 10 से. मी. और 30 से. मी. है। यदि

प्रकार, दीपिति शक्ति,

$$= \frac{\text{स्रोत द्वारा दिये गये प्रकाश की मात्रा}}{\text{सदृशावस्था में प्रमाणिक मोमबत्ती द्वारा दिए गए प्रकाश की मात्रा}}$$

...त ही हम जानते हैं कि एक प्रमाणिक मोमबत्ती से इकाई दूरी पर रखे ... दीप्तता–तीव्रता होगी।

$$I = \frac{Q}{A} = \frac{1}{1} = 1$$

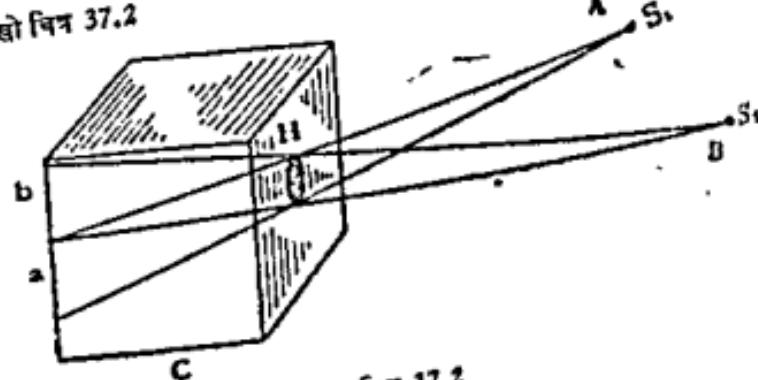
...योंकि एक प्रमाणिक–स्रोत 1 से. मी. पर रखे 1 वर्ग से. मी. क्षेत्रफल ... इकाई प्रकाश देता है।

...यदि एक प्रमाणिक मोमबत्ती के स्थान पर हम 10 प्रमाणिक ... 10 गुना अधिक प्रकाश प्राप्त होगा और परिणामस्वरूप 1 इकाई दूर र... ...तता–तीव्रता 10 गुनी होगी। स्पष्ट है कि 10 प्रमाणिक ... 1 ऐसी मोमबत्ती से 10 गुनी अधिक शक्तिशाली होती है, और इसलिए ...–शक्ति दस है।

...सी प्रकार, दीपिति–शक्ति की परिभाषा यह भी हो जाती है कि यह ...मी. दूर रखे परदे की दीप्तता–तीव्रता है।

याद रखो कि यदि स्रोत की दीपिति–शक्ति S है तो 1 से. मी. दूर रखे ...ता–तीव्रता S/R^2 होगी।

37.6. दीप्तिमापियों द्वारा दो स्रोतों की दीपिति–शक्तियों की ...omparison of illuminating powers of two sources ...otometers):—दीप्तिमापी एक ऐसा प्रकाश–साधन (optical ...) ...की सहायता से किसी प्रकाश–स्रोत की दीपिति–शक्ति ज्ञात की जाती ... प्रणाली जिस सरल सिद्धान्त पर आधारित है वह दो स्रोतों द्वारा ...ों (patches) की दीप्तता–तीव्रता को समान करता है।

(अ) सरल दीप्तिमापी (Simple photometer):—यह ...ी पेटिका है जिसके एक ओर एक छेद है और उसके सामने की ओर एक ...। देखो चित्र 37.2

चित्र 37.2

वैसे ही उस पर दीप्तिता-तीव्रता घटती जाती है । यदि किरणें अभिलम्ब के साथ θ कोण बनायें तो :

$$I \propto \cos\theta$$

यही कारण है जब हम प्रकाश को अपर्याप्त समझते हैं, तो पुस्तक को पढ़ने के लिए उसे, आने वाली प्रकाश किरणों के अभिलम्ब रखने का प्रयत्न करते हैं ।

*37.4. प्रतिलोम वर्ग नियम (Inverse square law):—इस नियम के अनुसार किसी बिन्दु पर दीप्तिता-तीव्रता बिन्दु-प्रकाश स्रोत से उसकी दूरी के वर्ग की प्रतिलोमानुपाती (inversely proportional) होती है ।

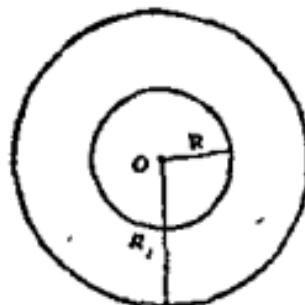
इस प्रकार, $I \propto 1/d^2$

जबकि प्रकाश स्रोत से परदे या बिन्दु की दूरी d है ।

चित्र 37.1

प्रति सेकिण्ड प्रकाश की Q मात्रा देने वाले एक प्रकाश-स्रोत O की कल्पना करो । यदि O को केन्द्र मानकर R_1 त्रिज्या के एक गोले की कल्पना की जाय तो इस काल्पनिक गोले के किसी भी बिन्दु पर दीप्तिता-तीव्रता,

$$I_1 = Q/4\pi R_1^2 \quad \dots \quad (1)$$

इसी प्रकार, R_2 त्रिज्या का एक और गोला हो, तो उस पर

$$I_2 = Q/4\pi R_2^2 \quad \dots \quad (2)$$

समीकरण (1) को समीकरण (2) से विभाजित करने पर,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{Q/4\pi R_1^2}{Q/4\pi R_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

या $$I_1 R_1^2 = I_2 R_2^2 \quad \dots \quad (3)$$

या $$I \propto \frac{1}{R^2}$$

अर्थात् दीप्तिता तीव्रता प्रकाश-स्रोत से परदे की दूरी के वर्ग की प्रतिलोमानुपाती होती है ।

37.5. दीप्ति-शक्ति (Illuminating power):—एक स्रोत द्वारा दी जाने वाली प्रकाश की मात्रा जिस राशि (quantity) पर निर्भर करती है वह उसकी दीप्ति-शक्ति कहलाती है । स्रोत की दीप्ति-शक्ति की परिभाषा एक प्रमाणिक मोमबत्ती की सहायता से की जाती है । एक प्रमाणिक मोमबत्ती (standard candle) की दीप्ति-शक्ति इकाई मानी गई है । अतः कोई स्रोत एक प्रमाणिक मोमबत्ती से जितना गुना अधिक शक्तिशाली (powerful) है वह बताने वाली राशि ही उसकी दीप्ति-शक्ति कहलाती है । अथवा दूसरे शब्दों में कह सकते हैं कि स्रोत द्वारा दिये गये प्रकाश और सदृश अवस्था में एक प्रमाणिक मोमबत्ती द्वारा दिये गये प्रकाश के अनुपात को ही स्रोत की दीप्ति-शक्ति कहते हैं ।

---

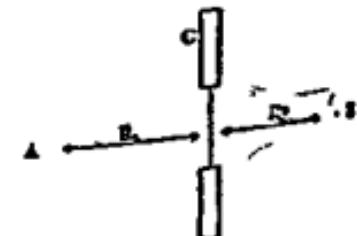
* यह नियम गुरुत्वाकर्षण, चुम्बकत्व और स्थिर विद्युत में भी लागू है ।

सकती है। अत: रमफोर्ड का दीप्तिमापी बुनसन दीप्तिमापी से अधिक यथार्थ (accurate) है।

(ब) बुनसन का पारभासक दीप्तिमापी (Bunsen's greased spot photometer)—

सिद्धान्त:—एक कागज के टुकड़े पर तैलादि चिकने पदार्थ की एक बूंद डालो। धब्बा पारभासक (transluscent) होगा। कागज के उस टुकड़े को आँख और एक प्रकाश-स्रोत के बीच में रखो। कागज के चिकने भाग में से आँख में आने वाला अधिक प्रकाश पारगमित (transmit) होता है। अतः कागज के बाकी भाग से धब्बा अधिक चमकदार दिखाई देगा। यदि इसकी दूसरी ओर, प्रकाश-स्रोत और कागज के बीच में खड़े होकर देखें तो धब्बा कागज के बाकी भाग से अधिक काला (dark) दिखाई पड़ेगा। यहाँ चूंकि चिकने भाग में कम प्रकाश परावर्तित होकर आता है, अतः स्वभावतः बाकी भाग से जहाँ पारगमन कम और परावर्तन अधिक होता है, वह अधिक काला दिखाई पड़ना चाहिए।

अब कागज के दूसरी ओर भी एक और प्रकाश स्रोत रखो। इसके कारण पूरा कागज पहले से अधिक चमकदार दिखाई देने लगेगा। किन्तु चूंकि धब्बे से पारगमन अधिक होता है, अतः कागज के चिकने भाग की चमक बाकी भाग से अधिक बढ़ेगी। इस प्रकार, दूसरे स्रोत के रखने से, चिकने और बाकी भाग की चमक में पहले जो अन्तर था, वह कम हो जायगा। यदि दोनों प्रकाश स्रोतों की दूरियाँ परदे से समंजित (adjust) की जाय तो एक स्थिति ऐसी आ सकती है कि अन्तर शून्य हो जाय अर्थात् धब्बा अदृश्य हो जाय।

मानलो A और B दो प्रकाश-स्रोत हैं जिनकी दीप्ति-शक्तियाँ क्रमशः S_1 और S_2 हैं। मानलो दोनों स्रोतों के बीच रखा हुआ तेल का धब्बा G है और उसके दोनों ओर गिरने वाला प्रकाश क्रमशः Q_1 और Q_2 प्रति इकाई क्षेत्रफल है। एक इकाई आपाती प्रकाश में से मानलो धब्बा और बाकी भाग क्रमशः a और b भाग परावर्तित करते हैं। अर्थात् इन भागों के परावर्तन गुणांक क्रमशः a और b हैं।

चित्र 37.4

चूंकि A से परदे पर प्रकाश Q_1 गिरता है धब्बे और बाकी भाग से परावर्तित प्रकाश की मात्रा क्रमशः aQ_1 और bQ_1 होगी तथा इन्हीं भागों से दूसरी ओर पारगमित [illegible]) प्रकाश की मात्रा क्रमशः $(Q_1 - aQ_1)$ और $(Q_1 - bQ_1)$

इसी प्रकार B से परदे पर प्रकाश Q_2 गिरता है और धब्बे तथा बाकी भाग से

A और B दो प्रकाश-स्रोत हैं जिनकी दीपिति-शक्ति क्रमशः S_1 और S_2 है। वे, चित्रानुसार, कागज के परदे पर दो प्रकाश के धब्बे क्रमशः a और b बनाते हैं। पेटिका के मुख H से A और B की दूरी इतनी रखी जाती है कि a और b की दीपितता-तीव्रता समान हो जाय। जब प्रकाश के दोनों धब्बों की चमक समान दिखाई देने लगे तब मानलो A और B की दूरी क्रमशः a और b से R_1 और R_2 है।

सूत्र के अनुसार, $$I_1 = \frac{S_1}{R_1^2} = I_2 = \frac{S_2}{R_2^2}$$

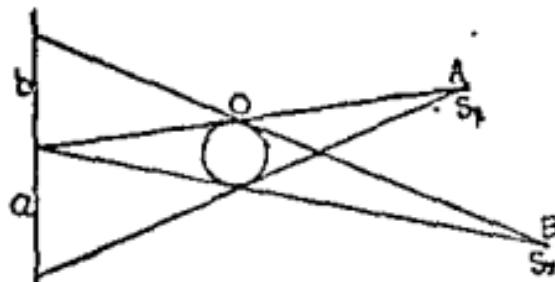
$$\therefore \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \quad \dots \quad (1)$$

R_1 और R_2 मापकर दीपिति-शक्तियां S_1 और S_2 की तुलना की जा सकती है। यदि इनमें से एक स्रोत प्रमाणिक मोमबत्ती हो तो दूसरे की दीपिति-शक्ति ज्ञात हो जायगी।

(ब) रमफोर्ड का दीप्तिमापी (Rumford's photometer):— यह सरल दीप्तिमापी का एक रूपान्तर है। यहां प्रकाश-धब्बों के बदले परछाइयों की तुलना की जाती है। इसके लिए छिद्र के स्थान पर एक रुकावट का प्रयोग किया जाता है।

यहां पर O रुकावट है। अतः A और B के कारण इसकी दो परछाइयां क्रमशः a और b बनती हैं। परछाई a के क्षेत्र में A से कोई प्रकाश किरण नहीं पहुंच पाती किन्तु B का प्रकाश वहां पहुंचता है। इसी प्रकार, परछाई b के क्षेत्र में केवल स्रोत A का ही प्रकाश पहुंचता है। इस तरह, a और b क्षेत्र परदे के बाकी भाग से कम प्रकाशित है क्योंकि वहां पर केवल एक ही स्रोत का प्रकाश पहुंचता है जबकि बाकी भाग पर दोनों स्रोतों का प्रकाश पहुंच सकता है।

चित्र 37.3

a की दीपितता B के कारण है। अतः $I_2 = S_2/R_2^2$ जबकि a और B के बीच की दूरी R_2 है।

इसी प्रकार, b पर दीपितता-तीव्रता $I = S_1/R_1^2$

यदि R_1 और R_2 दूरियां इस प्रकार समंजित की जांय कि a और b क्षेत्र समान रूप से प्रकाशित हों तो $I_1 = I_2$

या $$S_2/R_2^2 = S_1/R_1^2$$

या $$S_1/S_2 = R_1^2/R_2^2 \quad (2)$$

हमारी आंख दो बहुत चमकदार प्रकाश-धब्बों (patches) की तुलना करने में असमर्थ हो जाती है जबकि वह दो कम प्रकाशित भागों की तुलना सुगमता से कर

G से A और B की दूरियां इस प्रकार समंजित की जाती हैं कि धब्बा अदृश्य हो जाय। अब समीकरण (6) की सहायता से स्रोतों की दीप्ति-शक्तियों की तुलना की जा सकती है।

चित्र 37.5

संख्यात्मक उदाहरण:—

1. दो लेम्प-क्रमशः 8 और 32 कैंडल-शक्ति के हैं और उनके बीच की दूरी 120 से. मी. है। उनके बीच में एक तेल के धब्बे का परदा कहां रखा जाय ताकि धब्बा अदृश्य हो जाय?

मानलो परदे की दूरी 8 कैंडल-शक्ति के लैम्प से x होने पर धब्बा अदृश्य होता है। अतः इस अवस्था में वह दूसरे लैम्प से $(120 - x)$ दूरी पर होगा।

तब समीकरण (6) की सहायता से :

$$\frac{8}{x^2} = \frac{32}{(120 - x)^2}$$

या

$$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(120 - x)^2}$$

वर्गमूल (square root) लेने पर

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{120 - x}$$

या $\quad 120 - x = 2x$

या $\quad 3x = 120$

या $\quad x = 40$

अर्थात् 8 कैं. श. के लैम्प से धब्बे की दूरी 40 से. मी. होगी।

यहां पर ध्यान देने योग्य बात यह है कि हमने वर्गमूल लेने में ऋण चिह्न को छोड़ दिया है। यदि हम इसे लेते तो $x = -120$ से. मी. आयेगा जो कि असम्भव है।

2. एक विद्युत लैम्प 6 फुट व्यास की गुलाकार मेज के केन्द्र से 4 फुट की ऊंचाई पर लटक रहा है। दीप्तिमान-तीव्रता कोरों (edges) की तुलना में केन्द्र पर कितनी गुनी अधिक है?

मानलो केन्द्र O है और कोरों पर कोई बिन्दु A है। मानलो लैम्प L है। चित्र 37.6 देखो।

जब LO = 4 फुट और OA = 3 फुट

$\therefore \quad LA^2 = LO^2 + OA^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

$\therefore \quad LA = 5$ फुट

परावर्तित और पारगमित प्रकाश की मात्राएं क्रमशः aQ_2 और ($Q_2 - aQ_2$) तथा bQ_2 और ($Q_2 - bQ_2$) हैं।

अतएव धब्बे से A की ओर जाने वाला कुल प्रकाश है :

A का परावर्तित प्रकाश aQ_1 .... (1)

और B का पारगमित प्रकाश $Q_2 (1 - a)$ .... (2)

इसी प्रकार, बाकी भाग से A की ओर जाने वाला कुल प्रकाश है :

A का परावर्तित प्रकाश bQ_1 .... (3)

और B का पारगमित प्रकाश $Q_2 (1 - b)$ .... (4)

अतः यदि A की ओर से परदे को देखें तो धब्बे से आने वाला कुल प्रकाश $[aQ_1 + Q_2 (1 - a)]$ होगा और बाकी भाग से आने वाला प्रकाश $[(bQ_1 + Q_2 (1 - b))]$

यदि धब्बा अदृश्य हो जाय तो दोनों भागों से आने वाला प्रकाश समान होगा। अतः ऐसी अवस्था में:

या $aQ_1 + Q_2 (1 - a) = bQ_1 + Q_2 (1 - b)$

या $aQ_1 + Q_2 - aQ_2 = bQ_1 + Q_2 - bQ_2$

या $aQ_1 - aQ_2 = bQ_1 - bQ_2$

या $aQ_1 - bQ_1 = aQ_2 - bQ_2$

या $(a - b) Q_1 = (a - b) Q_2$

चूंकि $(a - b)$ शून्य नहीं हो सकती,

$\therefore \quad Q_1 = Q_2$ .... (5)

B की ओर बढ़ने वाले प्रकाश को विचाराधीन रखकर भी हम ठीक इसी प्रकार समीकरण (5) की स्थापना कर सकते हैं।

अतः धब्बे के अदृश्य होने के लिए A और B से परदे के प्रति इकाई क्षेत्रफल पर प्रकाश की समान मात्राओं का गिरना आवश्यक है।

यदि उपरोक्त अवस्था में, G से A और B की दूरियां क्रमशः R_1 और R_2 हों तो दीप्तिता-तीव्रता, $I_1 = Q_1 = S_1/R_1^2$

और ,, ,, $I_2 = Q_2 = S_2/R_2^2$

अतः $S_1/R_1^2 = S_2/R_2^2$

या $S_1/S_2 = R_1^2/R_2^2$ .... (6)

उपकरण और विधि:—एक प्रकाश-पीठ (optical bench) पर दोनों स्रोत A और B तथा धब्बेदार परदा G चित्रानुसार लगाये गये हैं। समकोण पर रखे दो समतल दर्पणों को परदे के पीछे इस प्रकार रखा जाता है कि उसके साथ प्रत्येक दर्पण 45° का कोण बनाये। इस प्रकार की व्यवस्था से प्रकाश-पीठ के अभिलम्बतः देखने पर धब्बेदार परदा दर्पणों में दोनों ओर से दिखाई देगा। स्पष्ट है कि इस व्यवस्था में परदे को किसी विशिष्ट (particular) ओर से देखने की आवश्यकता नहीं होगी।

संख्यात्मक प्रश्न:—

1. क्रमश: 25 और 100 कैंडल शक्ति के लैम्पों की दूरी 3 फीट है। उनके बीच में रखा हुआ एक तेल का धब्बा अदृश्य हो जाता है। 25 कैंडल शक्ति का लैम्प 2 फुट और दूर सरका दिया जाता है। धब्बा कितना सरकाया जाय कि वह फिर अदृश्य हो सके ? (उत्तर : 1·333 फीट)

2. पारभासक दीप्तिमापी का धब्बा, उससे क्रमश: 20 से. मी. और 30 से. मी. दूरी पर दो लैम्प रखने पर अदृश्य हो जाता है। अब एक कांच की पट्टिका धब्बे और अधिक चमकदार लैम्प के बीच में रख दी जाती है। फिर धब्बे को अदृश्य करने के लिए दूसरे लैम्प को 10 से. मी. सरकाना पड़ता है। पट्टिका कितना प्रतिशत प्रकाश प्रसारित करती है ? (उत्तर : 55·55 प्रतिशत)

3. दो प्रकाश स्रोत बुन्सन के दीप्तिमापी के दोनों ओर इस प्रकार रखे जाते हैं कि उसके पर्दे पर प्रदीप्ती की तीव्रता बराबर होती है और उस समय उनकी दूरी दीप्तिमापी से क्रमश: 60 और 80 से. मी. है। कांच की एक प्लेट जो कि 90% प्रकाश को जाने देती है दीप्तिमापी और अधिक शक्तिशाली स्रोत के बीच रखी जाती है। शक्तिशाली स्रोत को कितना समीप खिसकायें कि प्रदीप्ती बराबर हो जाय। (राज. 1960)(उत्तर 4.1 cm)

चित्र 37.6

अतः A पर दीपितता-तीव्रता

$$I \text{ कोर} = \frac{Q}{LA^2} = \frac{Q}{5^2}$$

और O पर दीपितता-तीव्रता

$$I \text{ केन्द्र} = \frac{Q}{LO^2} = \frac{Q}{4^2}$$

अतः $I \text{ केन्द्र} / I \text{ कोर} = \frac{Q/4^2}{Q/5^2} = \frac{5^2}{4^2} = \frac{25}{16} = 1{\cdot}56$ लगभग

अर्थात् कोरों की तुलना में केन्द्र पर दीपितता-तीव्रता लगभग 1·56 गुनी अधिक होगी।

3. एक लैम्प के बीच में कांच की एक पट्टिका (plate) रखने पर 40 से. मी. की दूरी पर उतनी ही दीपितता तीव्रता उत्पन्न करता है जितनी बिना पट्टिका रखे 50 से. मी. की दूरी पर करता है। बताओ कांच की पट्टिका कितना प्रतिशत प्रकाश रोक लेती है ?

S और S′ दीपिति-शक्तियां क्रमशः पट्टिका के साथ और उसके बिना है।

अतः
$$\frac{S}{40^2} = \frac{S'}{50^2}$$

$$\therefore \quad S = \frac{S' \times 40^2}{50^2} = \frac{16}{25} S'$$

इसलिए अवशोषित (absorbed) प्रकाश की मात्रा

$$= S' - S$$
$$= S' - \frac{16}{25}S'$$
$$= \frac{9}{25}S'$$

अतः प्रतिशत अवशोषित प्रकाश $= \dfrac{\frac{9}{25}S'}{S'} \times 100$

$$= \frac{9 \times 100}{25} = 3$$

कांच की पट्टिका द्वारा अवशोषित प्रकाश = 36 प्रतिशत

प्रश्न

1. दीप्तिमापन क्या है ? प्रमाणिक मोमबत्ती, ल्यूमन, दीपितता तीव्रता और दीपिति शक्ति की परिभाषा करो। (देखो 37.1, 37.2, 37.3, और 37.5)

2. परिमाणक दीप्तिमापी का सिद्धान्त समझाओ। इसका विस्तृत वर्णन करो और बताओ कि एक श्रोत की दीपिति-शक्ति कैसे ज्ञात करोगे ? (देखो 37.6)

$\alpha = PQ/D$ होगा। (ध्यान रहे कि यह सम्बन्ध तभी सही है जब कोण α सूक्ष्म हो क्योंकि तब $\tan \alpha = \alpha$ अथवा $\tan \alpha = PQ/D$)।

जब वस्तु को सूक्ष्मदर्शी की सहायता से देखा जाता है तब मानलो $P'Q'$ प्रतिबिंब आँख से v दूरी पर बनता है। इस प्रतिबिंब द्वारा आँख पर बना कोण $\beta = P'Q'/v$. हम कोण β को जितना बड़ा सम्भव हो सके उतना बड़ा बनाना चाहते हैं। कोण β, कोण α से जितना गुना बड़ा होता है वही सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता कहलाती है। अतः सूक्ष्मदर्शी द्वारा बने प्रतिबिंब से आँख पर बने कोण और स्पष्ट दृष्टि की लघुतम दूरी पर स्थित वस्तु द्वारा आँख पर बने कोण के अनुपात को उसकी आवर्धन क्षमता कहते हैं।

अर्थात् आवर्धन क्षमता $= \beta/\alpha$

$$= \frac{\text{सूक्ष्मदर्शी में दृष्टिगत प्रतिबिंब द्वारा आँख पर बना कोण}}{\text{स्पष्ट दृष्टि की लघुतम दूरी पर स्थित वस्तु द्वारा आँख पर बना कोण}}$$

38·4. सरल सूक्ष्मदर्शी (Simple microscope):—एक सरल सूक्ष्मदर्शी आवर्धक (magnifier) की तरह प्रयुक्त एक उत्तल लेंस (convex lens) मात्र है। किसी वस्तु को देखने के लिए लेंस इस प्रकार रखा जाता है कि वस्तु ध्रुव (pole) और संगम (focus) के बीच स्थित हो। जब आँख को लेंस के समीप रखा जाता है तब वस्तु का एक प्रतीयमान (virtual) और आवर्धित प्रतिबिंब दिखाई पड़ता है। किरणों का मार्ग चित्र 38·2 में दिखाया गया है।

चित्र 38·2

यहाँ, $\alpha = \frac{PQ}{D} = \frac{l}{D}$

और $\beta = \frac{P'Q'}{v} = \frac{l'}{v}$

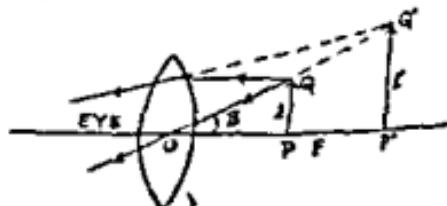
चित्र से स्पष्ट है कि $PQ = l$, $P'Q' = l'$ और $OP' = v$

सरल सूक्ष्मदर्शी की आ० क्ष० $= \frac{\beta}{\alpha}$

$$= \frac{l'/v}{l/D}$$

$$= \frac{l'}{v} \times \frac{D}{l} = \frac{l'}{l} \times \frac{D}{v} \quad \ldots \quad (i)$$

किन्तु उत्तल लेंस के अध्ययन में हम देख चुके हैं कि इसका लम्बावर्धन (linear magnification)

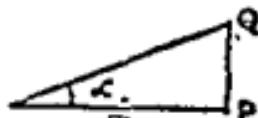
$$M = \frac{\text{प्रतिबिंब का आकार}}{\text{बिंब का आकार}} = \frac{l'}{l}$$

अध्याय 38

दृष्टि सहायक यन्त्र

(Aids to vision)

38·1. वस्तु का आकार:—भौतिक वस्तुओं का ज्ञान हम आँख की सहायता से प्राप्त करते हैं। जब किसी वस्तु का प्रतिबिंब हमारी आँख की रेटिना पर बनता है तब उसकी अनुभूति हमारे मस्तिष्क तक पहुँचती है और हम कहते हैं कि हम वस्तु को देख रहे हैं।

वस्तु का आभासी आकार (apparent size) जो कि आँख द्वारा देखा जाता है, वस्तु द्वारा उस पर बनाये गये कोण पर निर्भर करता है। फिर भी, वास्तविक आकार का निर्णय करने में मनुष्य के अनुभव का भी बड़ा महत्व है। वस्तु QP द्वारा आँख पर बनाया हुआ कोण α जितना बड़ा होगा उसका आकार उतना ही बड़ा प्रतीत होगा।

चित्र 38·1 से स्पष्ट है कि कोण α वस्तु के वास्तविक आकार PQ और उसकी दूरी D पर निर्भर करता है। इसलिए, जब किसी वस्तु विशेष (particular object) की दूरी D घटायी जाती है तब उसका आभासी आकार बढ़ता जाता है। अतः सूक्ष्म निरीक्षण के लिए हम वस्तु को निकटतर लाना चाहते हैं। किन्तु निकट लाने की भी एक सीमा (limit) होती है जिससे अधिक निकट वस्तु को नहीं लाया जा सकता। इस सीमा को स्पष्ट दृष्टि की लघुतम दूरी (least distance of distinct vision) कहते हैं। एक प्रकृत (normal) नेत्र के लिए यह दूरी लगभग 25 से. मी. होती है। यदि इस सीमा को पार कर दिया जाय तो नेत्र वस्तु को देखने में तो समर्थ हो सकेंगे किन्तु उन पर जोर बहुत पड़ेगा। यही कारण है कि पढ़ते समय हमें पुस्तक आँखों से 25 से. मी. दूर रखने की राय दी जाती है।

Q, P, α, D

चित्र 38·1

38·2. सूक्ष्मदर्शी (Microscope):—जैसा ऊपर समझाया जा चुका है किसी वस्तु का महत्तम आभासी आकार (maximum apparent size) तब होता है जब वह स्पष्ट दृष्टि की लघुतम दूरी पर स्थित होती है। यदि इसके आगे हम आभासी आकार को बढ़ाना चाहें तो हमें किसी दृष्टि सहायक साधन का सहारा लेना पड़ेगा। इस दृष्टि सहायक यन्त्र को सूक्ष्मदर्शी कहते हैं। इसलिए, सूक्ष्मदर्शी उस प्रकाश-यन्त्र को कहते हैं जो निकट की वस्तु के आकार को आवर्धित (magnify) करने के काम आता है। यदि आवर्धन एक बार में प्राप्त किया जाता है तो उसे सरल सूक्ष्मदर्शी (simple microscope) कहते हैं और यदि आवर्धन दो बार करके प्राप्त किया जाता है तो वह यौगिक सूक्ष्मदर्शी (compound microscope) कहलाता है।

38·3. आवर्धन क्षमता (Magnifying power):—जब हम किसी सूक्ष्म वस्तु को केवल आँखों से देखना चाहते हैं तब वह हमेशा स्पष्ट दृष्टि की लघुतम दूरी D पर रखी जाती है। अतः वस्तु का आकार PQ हो तो उस द्वारा आँख पर बना कोण

सूक्ष्मदर्शी में बिंब को केवल एक बार आवर्धित करने पर ही अन्तिम प्रतिबिंब प्राप्त हो जाता है। किन्तु यह पर्याप्त नहीं है। साथ ही, इस प्रतिबिंब में साधारण-प्रतिबिंब-दोष (usual image defects) भी विद्यमान होते हैं। इन सब दोषों के उपाय की दृष्टि से एक यौगिक सूक्ष्मदर्शी का प्रयोग किया जाता है।

चित्र 38.3

बनावट (construction):— इसके प्रमुख भाग निम्न हैं:—

(अ) अभिदृश्य लेंस (objective)
(ब) अभिनेत्र लेंस (eye-piece)
(स) अनुप्रस्थ तार (cross-wires)
(द) दण्ड-चक्री (rack & pinion) व्यवस्था

ये सब भाग एक धातु की नली में स्थित होते हैं। चित्र 33.3 देखो।

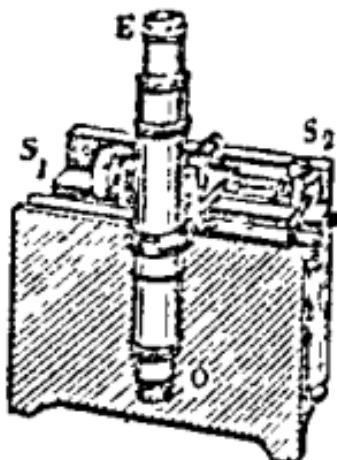
(अ) अभिदृश्य लेंस:—यह प्रायः कम संगमान्तर का एक उत्तल लेंस मात्र है जो कि धातु की नली के उस सिरे पर लगा होता है जो बिंब (object) के अधिक समीप हो। बहुमूल्य किस्म के सूक्ष्मदर्शी में इस एक उत्तल लेंस के स्थान पर कई उत्तल और अवतल लेंसों का एक ऐसा संयोग (combination) प्रयोग किया जाता है जो एक उत्तल लेंस की तरह कार्य करता है और जिसका संगमान्तर छोटा और प्रतिबिंब दोष रहित होता है। चित्र 38.4 में यह L_o से दर्शाया गया है।

(ब) अभिनेत्र लेंस:—यह भी छोटे संगमान्तर का एक उत्तल लेंस है जो कि नली के दूसरे सिरे पर लगाया जाता है। अच्छे सूक्ष्मदर्शी में कुछ दूरी पर रखे दो समतलोत्तल लेंसों के संयोग (combination) का प्रयोग किया जाता है। चित्र में देखो L_E.

(स) अनुप्रस्थ तार:—ये एक दूसरे के लम्बवत् (perpendicular) रखे दो महीन तार होते हैं। ये क्रासनुमा तार अभिनेत्र लेंस के सामने (रैमसडन के अभिनेत्र लेंस में) अथवा दो समतलोत्तल लेंसों के बीच (हाइगन के अभिनेत्र लेंस में) रखे जाते हैं।

अभिनेत्र लेंस की दूरी इस प्रकार समजित की जाती है कि अनुप्रस्थ तार स्पष्ट दिखाई देने लगें।

(द) दण्ड-चक्री व्यवस्था (Rack and pinion arrangement):—
की सहायता से चक्री को घुमाकर अनुप्रस्थ तार और अभिनेत्र लेंस को धारण करने वाली नलिका को दूसरी प्रमुख नलिका (जिसके एक सिरे पर अभिदृश्य लेंस लगा है) में आगे पीछे सरकाई जा सकती है।

कार्य प्रणाली:—सूक्ष्मदर्शी को वस्तु PQ की ओर करके इस प्रकार रखा जाता

$$= \frac{\text{ध्रुव से प्रतिबिंब की दूरी}}{\text{ध्रुव से बिंब की दूरी}} = \frac{v}{u} \quad .... \quad (2)$$

(ध्यान रहे कि चूंकि आंख लेंस के समीप रखी गई है अतः ऐसा मान सकते हैं कि आंख और ध्रुव एक ही स्थान पर स्थित हैं।)

समीकरण (2) की सहायता से समीकरण (1) बन जाती है :

सरल सूक्ष्मदर्शी की आ० क्ष० $= \frac{v}{u} \cdot \frac{D}{v}$

$$= D/u \quad .... \quad (3)$$

हम जानते हैं कि एक उत्तल लेंस के लिए :

$$1/v - 1/u = 1/f$$

दोनों पक्षों को D से गुणा करने पर :

$$D/v - D/u = D/f$$

या $$-D/u = D/f - D/v$$

किन्तु चूंकि उत्तल लेंस का संगमान्तर ऋण होता है :

अतः $$-\frac{D}{u} = -\frac{D}{f} - \frac{D}{v}$$

या $$\frac{D}{u} = \frac{D}{f} + \frac{D}{v}$$

समीकरण (3) में D/u का यह मान स्थापन्न करने पर :

सरल सूक्ष्मदर्शी की आ० क्ष० $= \frac{D}{v} + \frac{D}{f}$

यदि दूरी u को इस प्रकार समंजित की जाय कि अन्तिम (final) प्रतिबिंब स्पष्ट दृष्टि की लघुतम दूरी पर स्थित हो अर्थात् $v = D$ हो तो :

सरल सूक्ष्मदर्शी की आ० क्ष० $= \frac{D}{u} = 1 + D/f$

यदि दूरी u को इस प्रकार समंजित की जाय कि अन्तिम प्रतिबिंब अनन्त पर बने अर्थात् $v = \infty$ हो तो

सरल सूक्ष्मदर्शी की आ० क्ष० $= D/f$

अतः हम पाते हैं कि

सरल सूक्ष्मदर्शी की आ० क्ष० के लिए व्यापक सूत्र है :

$$\text{आ० क्ष०} = \frac{D}{u}$$

जब प्रतिबिंब D पर है; आ० क्ष० $= 1 + D/f$

जब प्रतिबिंब ∞ पर है; आ० क्ष० $= D/f$

38·5. यौगिक सूक्ष्मदर्शी (Compound microscope):—सरल

$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{V}{U} \quad .... \quad (2)$$

इसी प्रकार, लेंस L_E के लिए $P''Q''$ और $P'Q'$ क्रमशः प्रतिबिम्ब और बिम्ब के आकार हैं। अतः

$$\frac{P''Q''}{P'Q'} = \frac{v}{u} \quad .... \quad (3)$$

समीकरण (3) और (2) को गुणा करने पर हम पाते हैं कि :

$$\frac{P'Q'}{PQ} \times \frac{P''Q''}{P'Q'} = \frac{V}{U} \cdot \frac{v}{u}$$

या

$$\frac{P''Q''}{PQ} = \frac{V}{U} \cdot \frac{v}{u} \quad .... \quad (4)$$

समीकरण (4) में $P''Q''/PQ$ का मान समीकरण (1) में रखने पर :

$$\text{सूक्ष्मदर्शी की आ. क्ष.} = \frac{V}{U} \cdot \frac{v}{u} \cdot \frac{D}{v}$$

$$= \frac{V}{U} \cdot \frac{D}{u} \quad .... \quad (5)$$

समीकरण (5) सूक्ष्मदर्शी की आ. क्ष. के लिए व्यापक सूत्र है। जैसाकि अनुच्छेद 38.4 में समझाया जा चुका है यदि प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बने तो $D/u = 1+D/f_e$ और प्रतिबिम्ब अनन्त पर बने तो $D/u = D/f_e$ जबकि f_e अभिनेत्र लेंस का संगमान्तर है। अतः

$$\text{आ. क्ष. का व्यापक पदसंहति} = \frac{V}{U} \times \frac{D}{u}$$

जब प्रतिबिम्ब D पर है; $\text{आ. क्ष.} = \frac{V}{U}\ (1+D/f_e)$

जब प्रतिबिम्ब ∞ पर है; $\text{आ. क्ष.} = \frac{V}{U} \times \frac{D}{f_e}$

एक यौगिक सूक्ष्मदर्शी में प्रायः U और f_o लगभग बराबर होते हैं और V नली (tube) की लम्बाई l के लगभग बराबर होती है। अतः V/U लगभग l/f_o के बराबर लिखा जा सकता है। (f_o अभिदृश्य लेंस का संगमान्तर है)

इस प्रकार, हम देखते हैं कि f_o और f_e दोनों पदसंहति (expression) के हर (denominator) में हैं। अतः ये संगमान्तर जितने छोटे होंगे उतनी ही आवर्धन क्षमता अधिक होगी।

लाभ:—सूक्ष्मदर्शी उन सूक्ष्म वस्तुओं को आवर्धित रूप में देखने के काम में लाया जाता जिनको केवल आंखों से स्पष्ट नहीं देखा जा सकता। जीव-विज्ञान (biology) में यह अत्यन्त लाभदायक होता है। अब विशेष प्रकार के सूक्ष्मदर्शी, जिनको इलेक्ट्रोन-सूक्ष्मदर्शी कहते हैं, बन गये हैं जिनकी आवर्धन क्षमता और विभेदन क्षमता

है कि अभिदृश्य लेंस बिंब के निकट और द्रष्टा की आँख अभिनेत्र लेंस के समीप हो। सर्व प्रथम अभिनेत्र लेंस को इस प्रकार समंजित किया जाता है कि अनुप्रस्थ तारों का प्रतिबिंब स्पष्टतम दिखाई पड़े फिर दण्ड-चक्री व्यवस्था की चक्री को घुमाकर अभिदृश्य और अभिनेत्र लेंसों के बीच की दूरी को इस प्रकार समंजित (adjust) करते हैं कि बिंब का स्पष्ट प्रतिबिंब दिखाई देने लगे।

इस स्थिति में PQ का L_o द्वारा बना वास्तविक, उल्टा और आवर्धित प्रतिबिंब P'Q' अनुप्रस्थ तारों पर स्थित होता है। अतः यह प्रतिबिंब (जो कि अभिनेत्र लेंस के लिए बिंब का काम करता है) उसके ध्रुव और संगम के बीच स्थित है। परिणामस्वरूप, अन्त में हमें एक प्रतीयमान, उल्टा और आवर्धित प्रतिबिंब P'Q' प्राप्त होता है।

ध्यान रहे कि बिंब PQ अभिदृश्य लेंस L_o से उसके फोकसान्तर और फोकसान्तर से दुगनी दूरी के बीच स्थित होना चाहिए अन्यथा प्रतिबिंब P'Q' वास्तविक, उल्टा और आवर्धित प्राप्त नहीं होगा। PQ अभिदृश्य लेंस के जितना निकट हो उतना ही श्रेयस्कर है।

आवर्धन क्षमताः—मानलो बिंब PQ की दूरी U और प्रतिबिंब P'Q' की दूरी L_o से V है। इसी प्रकार मानलो लेंस L_E से प्रतिबिंब P'Q' और P"Q" की दूरियां क्रमशः u और v है।

बिंब को स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी D पर रखने से उस द्वारा नेत्र पर बना कोण, $\alpha = PQ/D$

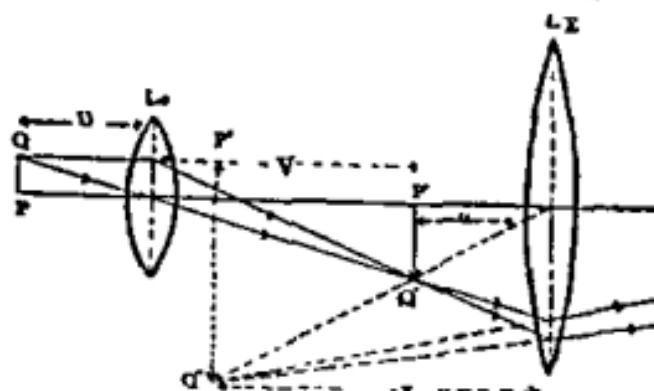
चित्र 38.4

अन्तिम प्रतिबिंब द्वारा नेत्र पर बना कोण $\beta = P''Q''/v$

(ध्यान रहे कि यहां पर यह माना गया है कि नेत्र को अभिनेत्र लेंस के बहुत ही समीप रखा है।)

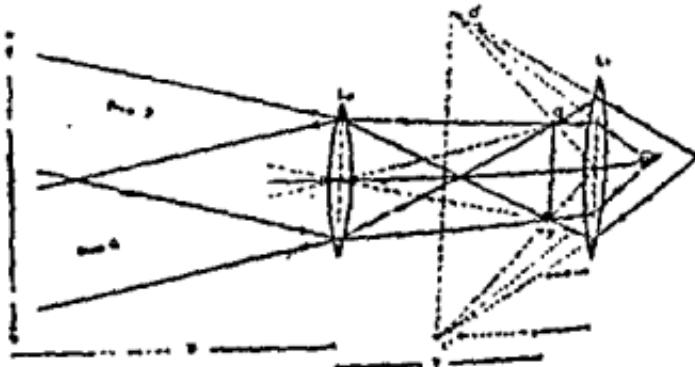
$$\text{सूक्ष्मदर्शी की आ. क्ष.} = \beta/\alpha = \frac{P''Q''/v}{PQ/D} = \frac{P''Q''}{v} \times \frac{D}{PQ} = \frac{P''Q''}{PQ} \times \frac{D}{v} \quad \ldots \quad (1)$$

अब चूंकि लेंस L_o के लिए P'Q' और PQ क्रमशः प्रतिबिंब और बिंब के आकार हैं, अतः

(द) दण्ड-चक्री व्यवस्था:—सूक्ष्मदर्शी में वर्णन पढ़ो।

दूरदर्शी में अभिदृश्य लेंस एक ही स्थान पर स्थिर रहता है और अभिनेत्र लेंस तथा अनुप्रस्थ तारों को आगे-पीछे सरकाकर बिंब को फोकस (focus) किया जाता है।

कार्य प्रणाली (working) :—सर्व प्रथम अभिनेत्र लेंस को इस प्रकार समंजित कर लिया जाता है कि अनुप्रस्थ तार स्पष्टतम दिखाई पड़े। अब दूरदर्शी को उस वस्तु PQ की ओर करते है जिसका हमें निरीक्षण करना है। दण्ड-चक्री व्यवस्था की चक्री को घुमाया जाता है जिससे अभिनेत्र लंस तथा अनुप्रस्थ तारों की दूरी अभिदृश्य लेंस से बदलती है। इस दूरी को इस प्रकार समंजित किया जाता है कि प्रतिबिंब P″Q″ अधिकतम स्पष्ट दीख पड़े।

इस अवस्था में L_o , PQ का वास्तविक, उल्टा और छोटा प्रतिबिंब P′Q′ बनाता है। यह प्रतिबिंब P′Q′ जो लेंस L_E और उसके संगम के बीच में बनता है, अभिनेत्र लेंस L_E के लिए बिंब का काम करता है। अतः फलस्वरूप अन्तिम प्रतिबिंब P″Q″ प्रतीयमान, उल्टा और आवर्धित बनता है।

आवर्धन-क्षमता:—चित्र 38.5 देखो। दूर स्थित वस्तु PQ मानलो दूरदर्शी के अभिदृश्य लेंस से U दूरी पर है। चूंकि नलिका (tube) की लम्बाई वस्तु की दूरी U की तुलना में बहुत छोटी होने के कारण नगण्य है, अतः वस्तु की अभिदृश्य लेंस से जो दूरी है वही आंख से भी समझ सकते हैं। इस प्रकार वस्तु द्वारा आंख पर बना कोण, $\theta = PQ/U$ है। लेंस L_o, PQ का वास्तविक और उल्टा प्रतिबिंब P′Q′ स्वयं से मानलो V दूरी पर बनाता है। यह लेंस L_E के लिए बिंब का काम करता है जो इसका प्रतीयमान

चित्र 38.5

प्रतिबिंब P″Q″ स्वयं से v दूरी पर बनाता है। अतः प्रतिबिंब P″Q″ द्वारा आंख पर बना कोण $\beta = P''Q''/v$

इसलिए दूरदर्शी की आवर्धन क्षमता $= \beta/\theta = \dfrac{P''Q''/v}{PQ/U}$

$$= \frac{P''Q''}{PQ} \times \frac{U}{v} \quad .... (1)$$

resolving power) बहुत अधिक होती है। ये सूक्ष्मदर्शी परमाणुओं तक को दृष्टिगत (visible) कराने में समर्थ होते हैं।

38.6. दूरदर्शी (Telescope) :—जब हम से कोई वस्तु बहुत दूरी पर होती है तब दूरी के कारण उसका वास्तविक आकार बड़ा होने पर भी वह हमारी आँखों पर बहुत छोटा कोण बनाती है। अतः इसका आभासी आकार (जैसा कि आँखों को प्रतीत होता है) बहुत छोटा होता है। इस प्रकार, दूर की वस्तुओं को आवर्धित (magnify) करने के लिए जिस यन्त्र का प्रयोग किया जाता है उसे दूरदर्शी कहते हैं। दूरदर्शी निम्न दो प्रकार के होते हैं:—

(१) ज्योतिष दूरदर्शी (Astronomical telescope) —जो वृहत् आकाश पिण्डों के निरीक्षण के काम आता है। इनमें आकाश पिण्डों के उल्टे प्रतिबिंब बनते हैं।

(२) भू-दूरदर्शी (Terrestrial telescope) —जो पृथ्वी पर स्थित वस्तुओं को देखने के काम आते हैं। इनमें अन्तिम (final) प्रतिबिंब सीधा बनता है।

38.7. दूरदर्शी की आवर्धन क्षमता:—चूंकि वस्तु की दूरी x बहुत अधिक होती है, अतः वस्तु द्वारा नेत्र पर बना कोण $\theta = PQ/x$ बहुत ही छोटा होता है। स्पष्ट है कि वस्तु का वास्तविक आकार PQ बड़ा होने पर भी x के बहुत बड़ा होने के कारण यह कोण छोटा ही होगा। आँख पर बनने वाले कोण को दूरदर्शी जितना बड़ा करता है वही उसकी आवर्धन क्षमता का माप है। यदि दूरदर्शी में बने अन्तिम प्रतिबिंब का आकार P"Q" है और वह आँख से v दूरी पर स्थित है तो आँख पर प्रतिबिंब द्वारा बना कोण $\beta = P''Q''/v$ होगा। चूंकि अन्तिम प्रतिबिंब द्वारा आँख पर बने कोण और वस्तु द्वारा आँख पर बने कोण के अनुपात से दूरदर्शी का आवर्धन क्षमता को परिभाषित किया गया है, अतः

$$\text{दूरदर्शी की आ. क्ष.} = \frac{\text{दूरदर्शी में बने प्रतिबिंब द्वारा आँख पर बना कोण}}{\text{वस्तु द्वारा आँख पर बना कोण}}$$

$$= \frac{\beta}{\theta} = \frac{P''Q''/v}{PQ/x} = \frac{P''Q''}{PQ} \cdot \frac{x}{v}$$

38.8. ज्योतिष दूरदर्शी:—बनावट.—सूक्ष्मदर्शी की भाँति इसके मुख्य भाग निम्न हैं:—

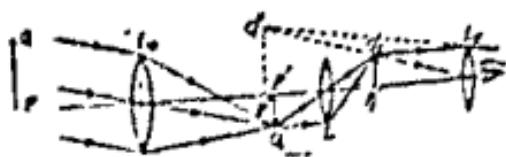
(अ) अभिदृश्य लेंस (objective) (ब) अभिनेत्र लेंस (eye piece) (स) अनुप्रस्थ तार (cross-wires) (द) दण्ड-चक्रि (rack and pinion) व्यवस्था

(अ) अभिदृश्य लेंस :—सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्य लेंस की तरह यह भी एक उत्तल लेंस है जो नली के आँख से दूर रहने वाले सिरे पर लगा होता है। किन्तु दूरदर्शी में प्रयुक्त यह लेंस बड़े फोकसान्तर (focal length) और बड़े द्वारक (aperture) का होता है। यह साधारणतया अकेला ही लेंस प्रयोग किया जाता है।

(ब) अभिनेत्र लेंस:—(स) अनुप्रस्थ तार

मिलती-जुलती है। अन्तर केवल इतना है कि इसमें L_o और L_E के अलावा एक अतिरिक्त उत्तल लेंस उनके बीच में लगाया जाता है।

चित्र 38'6

इस लेंस से अभिदृश्य लेंस की दूरी स्थिर रहती है।

कार्यप्रणाली—लेंस L_o वस्तु PQ का प्रतिबिम्ब $P'Q'$ बनाता है (देखो चित्र 38'6)। एक अतिरिक्त उत्तल लेंस रखने पर प्रतिबिम्ब $P'Q'$ उसके लिए एक बिम्ब का काम करेगा और वह उसका प्रतिबिम्ब वास्तविक और सीधा बना देगा। यह प्रतिबिम्ब $P_1'Q_1'$ आकार में $P'Q'$ इतना ही होगा चूंकि बिम्ब से दूरी $2f$ है। (ध्यान रहे कि यह लेंस उल्टे बिम्ब का प्रतिबिम्ब उलटकर बनाता है। अतः प्रतिबिम्ब सीधा बन जाता है) यह नया बना प्रतिबिम्ब पहले $P'Q'$ की तरह अभिनेत्र लेंस L_E के लिए एक बिम्ब का काम करता है और पहले की तरह यह इसका प्रतीयमान, आवर्धित और सीधा प्रतिबिम्ब $P''Q''$ बना देता है।

चित्र 38'7

38.10 गेलीलियो का दूरदर्शी—चित्र 38'7 में बताये अनुसार उत्तल लेंस L_E के स्थान पर गेलिलियो ने अवतल लेंस L_e का उपयोग किया क्योंकि इससे दूरदर्शी की लम्बाई कम हो जाती है। लेंस L_o वस्तु PQ का प्रतिबिम्ब $P'Q'$ बनाता है किन्तु $P'Q'$ की स्थिति और इस लेंस के बीच में एक अतिरिक्त (additional) अवतल लेंस रखने पर प्रतिबिम्ब $P'Q'$ उसके लिए एक प्रतीयमान बिम्ब का काम करेगा और वह उसका प्रतिबिम्ब वास्तविक और सीधा बना देगा (ध्यान रहे कि यह लेंस उल्टे बिम्ब का प्रतिबिम्ब उलट कर बनाता है। अतः प्रतिबिम्ब सीधा बन जाता है)। यह नया बना प्रतिबिम्ब पहले $P'Q'$ की तरह अभिनेत्र लेंस L_E के लिए एक बिम्ब का काम करता है और पहले की तरह यह इसका प्रतीयमान, आवर्धित और सीधा प्रतिबिम्ब $P''Q''$ बना देता है।

38·11. दूरदर्शियों के प्रकार (Types of telescopes):—जैसा कि

जैसा कि सूक्ष्मदर्शी के लिए अध्ययन कर चुके हैं

$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{V}{U} \quad \ldots (2) \text{ और } \frac{P''Q''}{P'Q'} = \frac{v}{u} \quad \ldots \quad (3)$$

जब प्रतिबिंब $P'Q'$ की लेंस L_E से दूरी u है।

समीकरण (2) और (3) को गुणा करने पर हम पाते हैं कि :

$$\frac{P'Q'}{PQ} \times \frac{P''Q''}{P'Q'} = \frac{V}{U} \times \frac{v}{u}$$

या

$$P''Q''/PQ = V/U \times v/u \quad \ldots \quad (5)$$

समीकरण (4) से $P''Q'/PQ$ का मान समीकरण (1) में स्थानापन्न (substitute) करने पर :

$$\text{दूरदर्शी की आ. क्ष.} = \frac{V}{U} \times \frac{v}{u} \times \frac{U}{v} = \frac{V}{u} \quad \ldots \quad (4)$$

यदि अन्तिम प्रतिबिंब स्पष्ट दृष्टि की लघुतम दूरी पर बने, तो मानतो $u = u_o$ है, और प्रतिबिंब के अनन्त पर बनने के लिए $u = fe$ अर्थात fe, अभिनेत्र लेंस का संगमान्तर है। अतः

$$\text{आ. क्ष. के लिए व्यापक पदसंहति} = \frac{V}{u}$$

$$\text{जब प्रतिबिंब D पर है : आ. क्ष.} = \frac{V}{u_o}$$

$$\text{जब प्रतिबिंब } \infty \text{ पर है : आ. क्ष.} = \frac{V}{fe}$$

चूंकि बिंब प्रायः अनन्त पर स्थित होता है, अतः $P'Q'$ अभिदृश्य लेंस के संगम के ऊपर बनता है। अर्थात् तब $V = f_o$. इसलिए, उपरोक्त पदसंहतियों (expressions) में V के स्थान पर f_o रख सकते हैं। तीसरी पदसंहति से :

$$\text{आ. क्ष.} = f_o/fe$$

स्पष्ट है कि अधिक आ. क्ष. होने के लिए अभिदृश्य लेंस का संगमान्तर बड़ा और अभिनेत्र लेंस का संगमान्तर कम होना चाहिए।

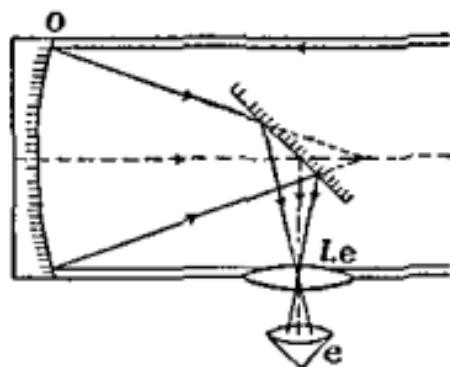
लाभ:—दूर की वस्तुओं को स्पष्ट और साफ देखने के काम में इसे लिया जाता है।

35·9. भू-दूरदर्शी—चूंकि उपरोक्त ज्योतिष दूरदर्शी में अन्तिम प्रतिबिंब बिंब का उल्टा बनता है, अतः यह यन्त्र पृथ्वी पर स्थित वस्तुओं (जैसे क्रिकेट आदि के खेल) को देखने के लिए उपयुक्त (suitable) नहीं है। इस कठिनाई को ध्यान में रखकर गैलीलियो ने एक दूरदर्शी का आविष्कार किया जिसमें अन्तिम प्रतिबिंब सीधा बनता है। अतः यह यन्त्र पृथ्वी के दृश्यों को देखने के लिए बड़ा उपयुक्त साबित है; इसीलिए इसे भू-दूरदर्शी (terrestrial telescope) का नाम दिया गया है।

बनावट:—इसकी बनावट ज्योतिष दूरदर्शी की बनावट (देखो चित्र 35·5) से

तुम अनुच्छेद 38.6 में पढ़ चुके हो दूरदर्शी दो श्रेणियों में विभाजित किये गये हैं। ये श्रेणियां हैं :—(1) ज्योतिष दूरदर्शी (astronomical telescopes)
और (2) भू-दूरदर्शी (terrestrial telescopes)

इनके सिद्धान्त और बनावट का हम अध्ययन ऊपर कर चुके हैं। अच्छे दूरदर्शियों में बड़े मुख (aperture) की आवश्यकता होती है। बड़े मुंह के कारण प्रतिबिंब के लिए अधिकाधिक प्रकाश एकत्रित करने का उसमें गुण आ जाता है और परिणामस्वरूप यन्त्र की विभेदन-क्षमता (resolving power) बढ़ जाती है।

ज्योतिष दूरदर्शियों में मुख (aperture) बढ़ाकर विभेदन क्षमता (resolving power) बढ़ाना परमावश्यक होता है। ऐसा करने पर दूरदर्शी से दिन में तारों का अध्ययन करना सम्भव हो जाता है। किन्तु बहुत बड़ा उत्तल लेंस बनाना बड़ा कठिन है। साथ ही, एक वृहत (huge) लेंस को आम (usual) दोषों से मुक्त करना असम्भव है। इस कठिनाई को ध्यान में रखकर न्यूटन ने एक नये प्रकार के दूरदर्शी का आविष्कार किया। इसमें अभिदृश्य लेंस के स्थान पर एक बड़े व्यास के अवतल दर्पण का प्रयोग किया जाता है। (देखो चित्र 38·8)

चित्र 38·8

इस प्रकार, ज्योतिष दूरदर्शी पुनः दो उप श्रेणियों में विभाजित हो जाते हैं:—

(1) परावर्तक दूरदर्शी (reflecting telescopes) जिनमें अवतल या अन्य प्रकार (parabolloid) के दर्पण का प्रयोग किया गया हो।

और (2) वर्तक दूरदर्शी (refracting telescopes) जिनमें केवल लेंसो का ही प्रयोग किया गया हो—दर्पण काम में न लाये गये हों।

दुनिया के सबसे बड़े दूरदर्शी प्रथम उपश्रेणी में आते हैं।

प्रश्न

1. सरल सूक्ष्मदर्शी से तुम क्या समझते हो ? इसकी आ. च. की परिभाषा बताओ और उसके लिए पदसंहृति (expression) की स्थापना करो। (देखो 38·3 और 38·4)

2. एक यौगिक सूक्ष्मदर्शी की बनावट और कार्य प्रणाली का वर्णन करो। (देखो 38·5)

3. एक दूरदर्शी की आ. च. की परिभाषा बताओ। एक ज्योतिष दूरदर्शी की बनावट और कार्यप्रणाली का वर्णन करो तथा इसकी आ. च. के लिए पदसंहृति स्थापित करो। (देखो 38·6, 38·7 और 38·8)

4. 'दूरदर्शियों के प्रकार' पर एक टिप्पणी [illegible] (देखो 38·10)

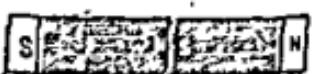
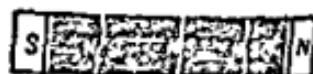
5. 'भू-दूरदर्शी' पर संक्षिप्त [illegible] (देखो 38·9)

भाग 4

चुम्बकत्व

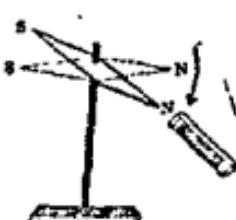
इस तल के समान्तर अन्य तल को भी चुम्बकीय याम्योत्तर कहते है, यह एक स्थिर तल नहीं प्रत्युत दिशा है। यह तल पृथ्वी के धरातल को या अन्य किसी क्षैतिज धरातल को एक रेखा में काटेगा। अतएव किसी कागज पर चुम्बकीय याम्योत्तर एक रेखा से व्यक्त की जाती है।

(ग) चुम्बक में दोनों ध्रुवों का होना आवश्यक है:—

यदि किसी चुम्बक के दो टुकड़े किये जांय तो हम देखेंगे कि दोनों टुकड़े पूर्ण चुम्बक है। अर्थात् प्रत्येक टुकड़े में दोनों ध्रुव विद्यमान है। यदि इन टुकड़ों का पुनः विभाजन किया जाय तो भी हम देखेंगे कि प्रत्येक में दोनों ध्रुव उपस्थित है। इस प्रकार चित्र में बताए अनुसार हम चुम्बक के कई टुकड़े भी कर डालें तो भी प्रत्येक टुकड़े मे हमेशा दोनों ध्रुव उपस्थित रहेंगे। इस प्रकार उत्तर व दक्षिण ध्रुव को अलग अलग करना अशक्य है।

चित्र 39.8

(घ) समान ध्रुवों का आपस में प्रतिकर्षण (repulsion) व असमान ध्रुवों में आकर्षण (attraction) होना:—

ज्ञात ध्रुवो वाले दो चुम्बक लो। एक चुम्बक को लटकाओ और क्रमशः दूसरे

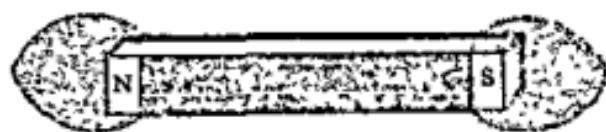
चित्र. 39.9

चित्र 39.10

चुम्बक के दोनों ध्रुवों को पहले चुम्बक के किसी ध्रुव के पास लाओ। तुम देखोगे कि जब दोनों समान ध्रुव एक दूसरे के पास आते हैं तब उनमें प्रतिकर्षण होता है और पहिला चुम्बक दूर हटता है। असमान ध्रुव लाने पर आकर्षण के कारण पहिला चुम्बक दूसरे के पास आता है। इस प्रकार हम देखते है कि आपस में सजातीय ध्रुवों में प्रतिकर्षण (repulsion) व विजातीय ध्रुवों में आकर्षण (attraction) होता है।

(ङ) *चुम्बक के दोनों ध्रुवों का सामर्थ्य (strength) एक सा होना:—*

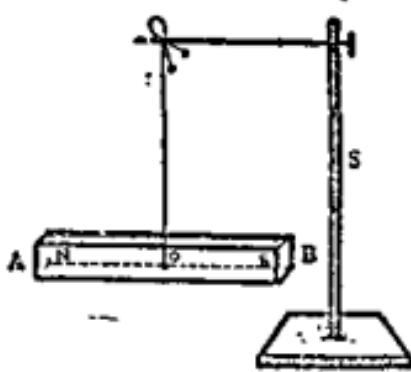
हमें मालूम है कि चुम्बक के ध्रुवो में आकर्षण शक्ति होती है। किसी भी चुम्बक के दोनों ध्रुवों में यह आकर्षण शक्ति समान होती है। किसी चुम्बक में दोनों ध्रुवों का सामर्थ्य (strength) असमान होना सैद्धान्तिक रूप से असंभव है। इस बात को गणित के आधार से सिद्ध किया गया है। इसको हम प्रयोग द्वारा सफलता से सिद्ध कर सकते है।

प्रयोगः—एक बड़े कॉर्क को पानी पर तैराओ और उस पर एक चुम्बक रख दो। देखोगे कि चुम्बक घूम कर उत्तर दक्षिण दिशा में स्थिर हो जाता है, लेकिन वह

कर बाहर निकालो। तुम देखोगे कि चित्र 39.5 में बताये अनुसार बुरादा चुम्बक से चिपक

चित्र 39.5

गया है। बुरादे की मात्रा सिरों पर अधिक होती है और मध्य में कम होकर नगण्य हो जाती है। इसका स्पष्ट अर्थ यह है कि चुम्बक की आकर्षण शक्ति सिरों पर अधिकाधिक होती है। सिरों पर के इन बिन्दुओं को जहां आकर्षण शक्ति सर्वाधिक होती है, ध्रुव कहते हैं।

लोहा, इस्पात, निकल व कोबाल्ट आदि पदार्थों को चुम्बक अपनी ओर अधिकता से आकर्षित करता है। अतः इनको चुम्बकीय पदार्थ कहते हैं।

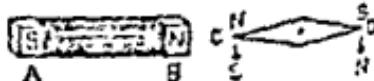
चित्र 39.6

(ख) दैशिक गुणः—एक चुम्बक लो और उसे बिना बुने हुए रेशम के धागे से इस प्रकार लटकाओ कि वह स्वतन्त्रतापूर्वक लटक सके (चित्र 39.6)। स्थिर होने पर तुम देखोगे कि वह एक निश्चित दिशा में स्थिर होता है। यदि उसे इस साम्यावस्था से हटाया जाए तो वह अपनी पूर्वावस्था में लौट आयगा। चुम्बक के उस ध्रुव को जो उत्तर की ओर संकेत करता है उत्तर ध्रुव (north pole) और जो दक्षिण की ओर संकेत करता है उसे दक्षिण ध्रुव (south pole) कहते हैं।

उत्तर व दक्षिण ध्रुव को जोड़ने वाली कल्पित रेखा को चुम्बकीय अक्ष (axis) कहते हैं उत्तर व दक्षिण ध्रुव के बीच की दूरी को चुम्बक की लम्बाई (magnetic length) कहते हैं। यह लम्बाई चुम्बक की ज्यामितीय (geometrical) लम्बाई से छोटी होती है। साधारणतया यह देखा गया है कि चुम्बकीय लम्बाई = $\frac{5}{6}$ × ज्यामितीय लम्बाई।

चित्र 39.7

यदि हम किसी चुम्बक को स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाएँ तो वह उत्तर दक्षिण की ओर स्थिर रहेगा। इस स्थिति में यदि हम एक ऊर्ध्वाधर तल (vertical plane) उसके उत्तर दक्षिण ध्रुव से होता हुआ कल्पित करें तो इस तल को चुम्बकीय याम्योत्तर कहते हैं

लिये चुम्बकीय आवर्ती अभीष्ट हो तो हम कच्चे लोहे (soft iron) का उपयोग करते हैं। अतः विद्युत चुम्बक में लोहे का ही उपयोग होता है। स्थायी चुम्बक जो प्रायः हमें प्रयोगशाला में दिखाई देते हैं इस्पात (steel) के बने होते हैं। आजकल इस्पात के स्थान पर अन्य यौगिक भी काम में लाये जाने लगे हैं। इनमें एल्निको (Alnico) चुम्बक बहुत प्रसिद्ध है।

चित्र 32.13

(स) अधिक व कम सामर्थ्यशाली दो समान ध्रुवों में आकर्षण होना—एक चुम्बकीय सुई के उत्तर ध्रुव के पास धीरे धीरे अधिक सामर्थ्यशाली चुम्बक का उत्तर ध्रुव लाओ। जब वह दूर होगा तब तुम देखोगे कि चुम्बकीय सुई प्रतिकर्षित होती है। चुम्बक को पास लाने पर यह प्रतिकर्षण बदल कर आकर्षण होने लगता है। इसका कारण स्पष्ट है। जब चुम्बक दूर होता है तब प्रेरण के कारण वह सुई के सिरे में दक्षिण ध्रुव उत्पन्न करने में असमर्थ होता है। इस कारण दो सजातीय ध्रुवों में प्रतिकर्षण होता है। जैसे जैसे चुम्बक पास आता है प्रेरण के कारण उत्पन्न दक्षिण ध्रुव का सामर्थ्य बढ़ता जाता है और एक स्थिति ऐसी आती है जब उसका सामर्थ्य पहले के उत्तर ध्रुव के सामर्थ्य से अधिक हो जाता है। इस प्रकार परिणामित ध्रुव दक्षिण ध्रुव बन जाता है और फिर विजातीय ध्रुवों में आकर्षण होता है।

उपर्युक्त मीमांसा से हम निम्नलिखित परिणामों पर पहुँचते हैं :—

(i) प्रेरक (inducing) चुम्बक के ध्रुव के पास का सिरा प्रेरण से विजातीय ध्रुव बनता है और दूर का सिरा सजातीय।

इस प्रकार उत्तर ध्रुव अगर प्रेरक ध्रुव हो तो उसके पास का प्रेरित (induced) ध्रुव होगा–दक्षिण ध्रुव व दूर का सिरा उत्तर ध्रुव।

(ii) प्रेरक ध्रुव जितना अधिक शक्तिशाली होगा उतना ही अधिक शक्तिशाली प्रेरित ध्रुव बनेगा।

(iii) प्रेरण से उत्पन्न चुम्बकत्व प्रेरक और प्रेरित ध्रुव के बीच की दूरी पर निर्भर है। जितनी अधिक यह दूरी होगी उतना ही कम चुम्बकत्व उत्पन्न होगा।

(iv) प्रेरण से उत्पन्न चुम्बकत्व पदार्थ पर निर्भर रहता है। इस प्रकार लोहे में अस्थिर व इस्पात में कम चुम्बकत्व उत्पन्न होता है।

• (v) आकर्षण से पूर्व प्रेरण कार्य करता है (induction precedes attraction) :—किसी चुम्बक व छड़ में आकर्षण का कारण उसमें प्रेरण से उत्पन्न चुम्बकत्व ही है। अतएव हम कहते हैं कि आकर्षण से पहले प्रेरण होता है।

(iv) प्रतिकर्षण ही चुम्बकत्व का निश्चयात्मक प्रमाण है (repulsion is the surest test of magnetism):—मान लो हमें यह परीक्षण करना है कि दो

उत्तर या दक्षिण की ओर आगे पीछे नहीं चलता है। इससे सिद्ध होता है, कि जितना बल उत्तर ध्रुव पर लगता है उतना ही बल दक्षिण ध्रुव पर भी लगता है। यह तभी सम्भव है जब दोनों ध्रुवों का सामर्थ्य समान हो।

(च) चुम्बकीय प्रेरण (Induction):—जब किसी लोहे तथा इस्पात के छड़ मे किसी चुम्बक द्वारा दूर से ही चुम्बकत्व उत्पन्न किया जाता है तब इस कार्य को चुम्बकीय प्रेरण कहते हैं। उदाहरणार्थ एक छड़ A B को किसी चुम्बक PQ के पास रखो। तुम देखोगे कि A सिरा जो उत्तर ध्रुव N के पास है दक्षिण ध्रुव बन गया है और दूसरा सिरा B उत्तर ध्रुव। अब इस प्रयोग में यदि हम एक बारीक पिन लें और यदि उसे छड़ AB के B सिरे से स्पर्श करें तो B सिरा उसे आकर्षित करेगा। यदि इस पिन के पास दूसरी पिन लाई जाय तो वह भी इस पिन से चिपक जायगी। इसका कारण यह है कि चुम्बकीय प्रेरण द्वारा प्रथम पिन चुम्बक बन गई और फिर विजातीय ध्रुवों में आकर्षण होने के कारण वह B सिरे से चिपक गई। इसी प्रकार दूसरी पिन प्रथम पिन द्वारा प्रेरण से चुम्बक बन उससे चिपक गई। इस प्रकार तुम देखोगे कि पिनों की एक लम्बी कड़ी बन जायगी। यदि हम PQ चुम्बक को हटा लें तो हम देखेंगे कि पिनों की कड़ी टूट गई है और कठिनाई से दो तीन पिनें A B छड़ के चिपकी हुई हैं। यही प्रयोग यदि हम लोहे की छड़ से न कर इस्पात की छड़ से करें तो देखेंगे कि चुम्बक PQ की उपस्थिति में पिनों की कड़ी की लम्बाई छोटी रहती है; किन्तु चुम्बक PQ को हटाने पर पिनों की कड़ी लोहे के छड़ की कड़ी की अपेक्षा बड़ी रहती है। इस प्रयोग से यह सिद्ध होता है कि प्रेरण से चुम्बकत्व लोहे में इस्पात की अपेक्षा अधिक होता है। कड़ी लम्बी बनती है। किन्तु लोहे का चुम्बकत्व इस्पात के चुम्बकत्व से कम स्थायी होता है। इसी कारण चुम्बक की उपस्थिति में लोहे में पिनों की कड़ी अधिक लम्बी बनती है। किन्तु उसके हटाने से चुम्बकत्व कम हो जाने के कारण लम्बाई कम हो जाती है।

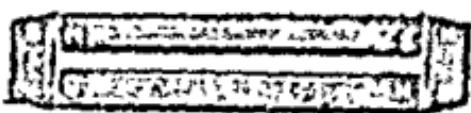
चित्र 39.11

चित्र 39.12

इसी कारण जब हम अस्थायी चुम्बक बनाना चाहते हैं जिनमें थोड़े से समय के

इस प्रकार यदि चुम्बक को बिना रक्षक के किसी स्थान पर रखा जाय, तो कई दिनों के बाद हम देखेंगे कि उसका चुम्बकत्व कम होता जा रहा है। अतएव इस प्रकार के विचुम्बकन को रोकने के लिए दो चुम्बकों के बीच एक लोहे के टुकड़े का उपयोग किया जाता है जिसे रक्षक (keeper) कहते हैं।

चित्र 39.15

चित्र में बताये अनुसार दो चुम्बकों को एक दूसरे के पास-पास किन्तु स्पर्श न होते हुए रखा जाता है। इनके उत्तर ध्रुव विरुद्ध दिशा में रखे जाते हैं। चित्र में बताये अनुसार दो लोहे के टुकड़ों को इनके विजातीय ध्रुवों को स्पर्श करते हुए रखा जाता है। प्रेरण के कारण इनमें विधानुसार ध्रुव उत्पन्न हो जाते हैं। इस प्रकार ध्रुवों का एक बन्द वलय सा NS, NS, NS, NS बन जाता है। चूंकि सब विजातीय ध्रुव एक दूसरे को आकर्षित करते रहते हैं, इसलिये विचुम्बकन की सम्भावना नगण्य हो जाती है।

39.6. एविंग और वेबर का चुम्बकत्व का आणविक सिद्धान्त (Molecular theory of magnetisation) :—उपर्युक्त कतिपय चुम्बकीय गुणों को समझाने के लिये एविंग और वेबर ने एक सिद्धांत बनाया जो उनके नाम से प्रसिद्ध है। इस सिद्धांत के अनुसार :—

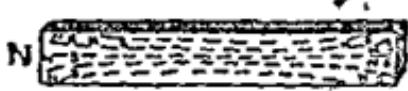
(i) चुम्बकीय पदार्थ का प्रत्येक अणु एक पूर्ण चुम्बक जैसा कार्य करता है जिसके दो ध्रुव होते हैं।

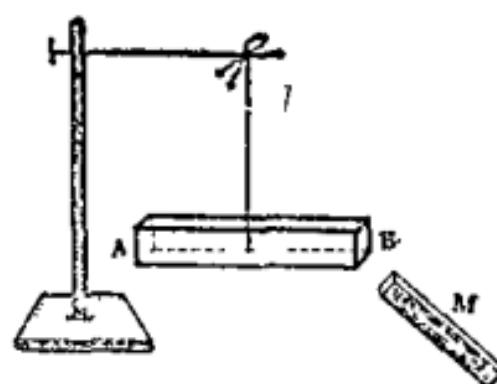
(*ii*) एक साधारण छड़ में ये अणु इस प्रकार स्थित होते हैं कि कई आणविक चुम्बक मिल कर एक बन्द वलय (circuit) स्थापित करते हैं।

चित्र 39.16

चित्र 39.16 देखो। चूंकि वलय बन्द है अर्थात् एक ही स्थान पर दोनों विजातीय ध्रुव विद्यमान हैं, अतएव उनका परिणमित प्रभाव शून्य रहता है।

(iii) इस छड़ को चुम्बकीय करने का अर्थ है इन वलयों को तोड़ना। इन वलयों को तोड़ कर यदि इस प्रकार स्थिर किया जाय कि प्रत्येक अणु के उत्तर ध्रुव एक दिशा में और दक्षिण ध्रुव दूसरी दिशा में संकेत करें तो छड़ चुम्बक जैसा कार्य करेगी।

चित्र 39.17

उपर्युक्त सिद्धान्त को सत्यता को परखने के लिये निम्न प्रयोग करो :—

हुई छड़ AB चुम्बक है अथवा नहीं। इसके लिये AB को चित्र के अनुसार एक धागे से लटका दो। अब एक छड़ चुम्बक लो और उसके उत्तरी ध्रुव को B सिरे के पास लाओ। यदि दोनों में आकर्षण होता है तो दो सम्भावनाएं हैं:—(i) छड़ AB चुम्बक है और उसका B सिरा दक्षिण ध्रुव है अथवा (ii)

चित्र 39.14

AB केवल लोहे की छड़ है जो M की उपस्थिति के कारण प्रेरण से चुम्बक बन जाती है। इसमें प्रेरण के नियमानुसार B सिरा दक्षिण ध्रुव बनता है और फिर दोनों में आकर्षण होता है। इसको निश्चित करने के लिये उसी उत्तरी ध्रुव को A सिरे के पास लाओ। अब यदि आकर्षण होता है तो छड़ AB चुम्बक नहीं है, परन्तु यदि प्रत्याकर्षण होता है तो छड़ AB चुम्बक है और उसका A सिरा उत्तरी ध्रुव है। इस प्रकार हम दी हुई छड़ का परीक्षण कर सकते हैं।

(ज) चुम्बकीय चालन (Conduction) :—जिस प्रकार चुम्बक दूर रख कर चुम्बकत्व उत्पन्न करने को चुम्बकीय प्रेरण कहते हैं उसी प्रकार चुम्बक को स्पर्श कर चुम्बकत्व उत्पन्न करने को चुम्बकीय चालन कहते हैं। इसके अतिरिक्त प्रेरण और चालन में कोई अन्तर नहीं है।

(झ) चुम्बकीय संतृप्ति (Saturation) :—जब किसी छड़ को किसी भी विधि से चुम्बक बनाया जाता है तब, एक स्थिति ऐसी आती है जिसके बाद उसका चुम्बकीय सामर्थ्य बढ़ना बन्द हो जाता है। इस स्थिति को चुम्बकीय संतृप्ति कहते हैं। इस स्थिति के बाद किसी छड़ का चुम्बकीय सामर्थ्य बढ़ना असम्भव है।

(ञ) विचुम्बकन (Demagnetisation) :—किसी भी चुम्बक के चुम्बकीय सामर्थ्य के ह्रास होने को विचुम्बकन कहते हैं। यह विचुम्बकन निम्न तीन बातों से होता है:—

(i) यांत्रिक हलचल (ii) उष्मीय परिवर्तन (iii) समय

यदि किसी चुम्बक को हथौड़े से पीटा जाय अथवा उसे गिराया जाय तो इस प्रकार उसमें उत्पन्न कम्पनों के द्वारा उसका चुम्बकत्व नष्ट होता है। अतएव प्रयोग करते समय इस बात का विशेष ध्यान रखना पड़ता है कि चुम्बक को मेज पर धीरे से रखा जाय।

यदि चुम्बक को खूब गर्म कर ठंडा किया जाय, तो हम देखेंगे कि उसका ताप कम होने पर उसका चुम्बकत्व नष्ट हो गया है।

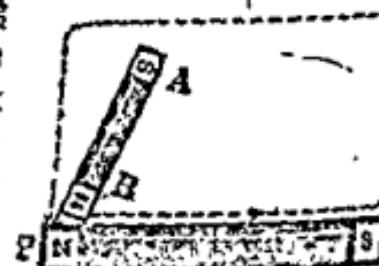
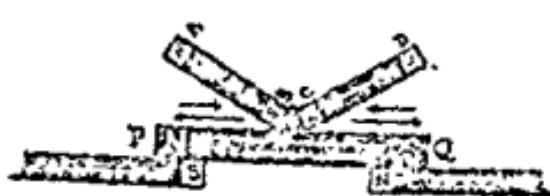
(v) विचुम्बकन :—चुम्बक को हथोड़े से पीटने से अथवा गर्म करने से उसके अणु अपने स्थानों से स्थानान्तरित होकर जब स्थिर होते हैं तब अपने बन्द वलयों में अव्यवस्थित हो जाते है और इस कारण चुम्बकन का ह्रास होता है।

(iv) चुम्बकीय प्रेरण :—इसी प्रकार चुम्बकीय प्रेरण में बाहरी चुम्बक के आकर्षण के कारण बन्द वलय टूट कर विजातीय ध्रुव पास में और सजातीय ध्रुव दूर पर उत्पन्न हो जाते हैं।

इस प्रकार हम देखते हैं कि इस चुम्बकीय आणविक सिद्धान्त के अनुसार, इन कतिपय चुम्बकीय गुणों को समझ व परख सकते हैं।

39.6. चुम्बक बनाने की भिन्न भिन्न विधियां (Methods of magnetisation) आप पहिले पढ़ ही चुके हैं कि चुम्बक बनाने की कई विधियां हैं जिनमें प्रेरण व चालन मुख्य हैं। इनमें भी कई प्रकार होते हैं जिनका वर्णन नीचे किया गया है।

(i) रगड़ विधि (अ) एक स्पर्श विधि (by single touch):—
इस विधि में PQ एक लोहे का छड़ है जिसे चुम्बक बनाना है। एक चुम्बक AB लो और उसका सिरा B जो उत्तर ध्रुव है P सिरे से Q तक रगड़ कर लेजाओ। Q सिरे पर चुम्बक को उठाओ और फिर से उसके उत्तर ध्रुव को P सिरे पर रखो। फिर से पूर्ववत विधि को दुहराओ तुम। देखोगे कि इस क्रिया को 10, 15 बार दुहराने के बाद छड़ का Q सिरा दक्षिण ध्रुव और A सिरा उत्तर ध्रुव हो गया है।

चित्र 39.20

(ब) द्विस्पर्शी विधि (Double touch):—चित्र में बताए अनु दो भिन्न भिन्न चुम्बकों के दक्षिण और उत्तर ध्रुवों पर एक छड़ PQ रखो। छड़ के मध्य में चित्र के अनुसार दो चुम्बक AB और CD लेकर रखो इन चुम्बक के सिरों के बीच में एक कार्क का टुकड़ा रखो। याद रहे कि AB चुम्बक B सिरा दक्षिण ध्रुव व CD चुम्बक का C सिरा उत्तरी ध्रुव हो। दूसरे शब्दों में B और P के नीचे वाले चुम्बक के एक से ध्रुव और C और Q के नीचे वाले चुम्बक इसी प्रकार पर आपस में एक से ध्रुव होने चाहिये। अब AD और CD चुम्बक छड़ को क्रमशः मध्य से P सिरे की ओर, और फिर Q सिरे की ओर बिना उठाए

चित्र 39.21

रगड़ते जाओ। इस प्रकार १०, १५ बार रगड़ने के बाद इस छड़ को मध्य से उठाओ। तुम देखोगे कि P सिरा उत्तरी ध्रुव और Q सिरा दक्षिण ध्रुव बन गया है।

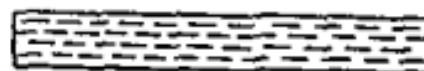
एक काँच की परख नली लो और उसमें लोहे का बारीक बुरादा भरो। उसको खूब हिला हिला कर बुरादे के तल को अंकित करो। अब एक चुम्बक द्वारा, उसके सिरे को नली पर रख कर, ऊपर नीचे खिसकाते हुए कई बार रगड़ो। अन्त में चुम्बक को हटाने पर तुम देखोगे कि बुरादे से भरी नली चुम्बक जैसा कार्य करती है। साथ ही यदि तुम बुरादे के तल को देखोगे, तो तुम्हें अवगत होगा कि तल ऊपर की ओर बढ़ गया है। तल का बढ़ना यह स्पष्ट रूप से बताता है कि चुम्बकत्व उत्पन्न होने में बुरादे के कणों का पुनः व्यवस्थित (rearrangement) होना सहायक हुआ है।

चित्र 39.18

चित्र 39.19

इस सिद्धान्त की सहायता से हम कुछ चुम्बकीय गुणों को समझ सकते हैं—

(i) ध्रुवों का केवल एक सिरे पर न होना—

हम प्रायः देखते हैं कि चुम्बक की आकर्षण शक्ति केवल सिरों पर केन्द्रित नहीं रह कर मध्य की ओर भी रहती है इसका कारण चित्र में स्पष्ट है। चित्र 39.19 (a) में चुम्बक की स्थिति सैद्धान्तिक रूप से बताई गई है। किन्तु वास्तव में सजातीय ध्रुवों की स्थिति एक दूसरे के समान्तर न रह कर चित्र 39.17 में बताये अनुसार रहती है। इस कारण आकर्षण सिरों पर ही केन्द्रित नहीं रहता है।

चित्र 39.19 (a)

(ii) ध्रुवों का अलग अलग न होना :—प्रत्येक अणु एक चुम्बक है जिसके दो ध्रुव होते हैं। अतएव लोहे के चुम्बक छड़ के कई टुकड़े करने पर भी प्रत्येक टुकड़े में दोनों ध्रुव विद्यमान रहते हैं। कितना भी छोटा टुकड़ा हम करें, उसमें पूरे अणु विद्यमान होंगे काटने पर वह सदा दो अणुओं के बीच में से कटेगा। अणु के आरपार कभी नहीं कटेगा। यदि हम अणु के समान छोटे टुकड़े की भी कल्पना करलें तो भी उनमें दोनों ध्रुव विद्यमान रहेंगे।

(iii) दोनों ध्रुवों का एक सा सामर्थ्य होना :—जब आणविक चुम्बकों के बन्द वलयों को तोड़ कर सीधी शृंखला में रखा जाता है तब प्रत्येक उत्तर ध्रुव के लिये दक्षिण ध्रुव भी होता है। इस कारण चुम्बक के दोनों सिरों पर उत्तर और दक्षिण ध्रुवों की संख्या और सामर्थ्य एक सा रहता है।

(iv) चुम्बकीय संतृप्तता :—चुम्बकत्व उत्पन्न करने का अर्थ ही है बन्द वलयों को तोड़ना। जब सब बन्द वलय टूट कर सीधी शृंखलाओं में बंध जाते हैं तब और अधिक चुम्बकत्व उत्पन्न करने का प्रश्न ही नहीं रहता है और हम संतृप्ति की अवस्था को प्राप्त करते हैं।

ध्यान रखना चाहिए कि दोनों सिरों को सामने देखने पर यदि एक सिरे पर धारा दक्षिणावर्त (clockwise) बहे तो दूसरे पर वामावर्त (anticlock wise). इस प्रकार के विद्युतीय चुम्बकों का उपयोग विद्युत घण्टी, टेलीफोन, टेलीग्राफ आदि में होता है। अस्थायी चुम्बक बना कर इनका उपयोग भारी वस्तुओं को उठाने में होता है। कई बार इनका उपयोग लोहे के भारी सामान उठाने में होता है।

विद्युत चुम्बक का ध्रुव निश्चित करना:—किसी विद्युत चुम्बक के सिरे K को ओर देखो। यदि कुण्डली में धारा का प्रवाह दक्षिणावर्त दिशा में हो तो वह सिरा

चित्र 39.25

दक्षिण ध्रुव होगा और दूसरा उत्तर ध्रुव। इसको याद रखने के लिये यदि हम

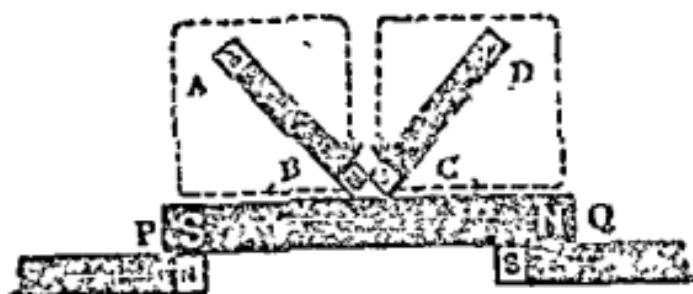
चित्र 39.26

अक्षर S के दोनों सिरों पर तीर का चिन्ह बनाएँ तो दक्षिणावर्त दिशा बन जायगी। यदि K की ओर देखने पर धारा का प्रवाह वामावर्त दिखे तो K सिरा उत्तर ध्रुव बनेगा और दूसरा सिरा दक्षिण ध्रुव। इसको याद रखने के लिए अक्षर N पर तीर के चिन्ह बनाओ, तो वामावर्त गति सूचित करेगा।

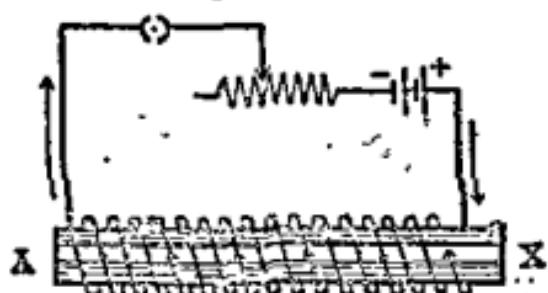
(iii) पृथ्वी द्वारा—हम आगे पढ़ेंगे कि पृथ्वी का भी अपना चुम्बक क्षेत्र होता है। इसी क्षेत्र के कारण जब हम किसी चुम्बक को स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाते हैं तो वह एक निश्चित दिशा में ही स्थिर रहता है। यह दिशा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा है। यदि हम एक लोहे की छड़ को पृथ्वी के अन्दर इस प्रकार गाड़ दें कि उसकी लम्बाई चुम्बकीय याम्योत्तर (magnetic meridian) में रहे तो हम देखेंगे कि कुछ दिनों के पश्चात् वह छड़ एक चुम्बक बन गई है—उत्तर की ओर का सिरा उत्तरी ध्रुव व दक्षिण की ओर का दक्षिणी ध्रुव बन गया है।

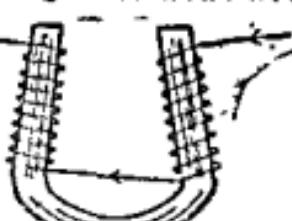
पृथ्वी के अन्दर जो चट्टानें मिलती हैं उनके चुम्बकीय गुणों का अध्ययन कर, हम पृथ्वी के पुरातन चुम्बकीय क्षेत्र अथवा अन्य बातों का ज्ञान प्राप्त कर सकते हैं।

पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के कारण ही चुम्बक को ठीक तरह से न रखने पर उसका विचुम्बकन हो जाता है।

(क) अलग स्पर्श विधि (Divided touch) :—इस में भी ऊपर बताए अनुसार चुम्बक के सिरों पर PQ छड़ को रखो। उसके मध्य में AB और CD चुम्बक द्वय के असमान ध्रुवों को रखो। उन दोनों के बीच कॉर्क रखने की आवश्यकता नहीं है। अब मध्य से A B व CD चुम्बक के सिरों को छड़ PQ पर रगड़ते हुए विरुद्ध दिशा में खिसकाओ, व PQ सिरे तक पहुंचने पर दोनों को एक साथ ऊपर उठाकर पुनः मध्य में रखो। इस विधि को १०, १५ बार दुहराने पर P सिरा दक्षिण ध्रुव व Q सिरा उत्तर ध्रुव बन जायगा।

चित्र 319.22

(ii) विद्युत धारा से (By electric current)—जैसा कि हम आगे जाकर गतिज विद्युत (current electricity) में पढ़ेंगे, जब हम किसी सुचालक में से धारा प्रवाहित करते हैं तब उसके प्रवाह के कारण चालक के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र बन जाता है। अतएव इस प्रकार चुम्बकीय क्षेत्र बनाकर किसी लोहे की छड़ को चुम्बक बनाया जा सकता है।

जैसा कि चित्र में दिखाया गया है एक लोहे की छड़ XY लो। इस पर एक ताबे का तार (जिस पर कुचालक कपड़ा या रबर लगा हो) सर्पिल आकार में लपेटो। तार को कई बार छड़ पर लपेटा जाना आवश्यक है। अब इस प्रकार बनी कुण्डली के दोनों सिरों को एक विद्युत परिपथ में जोड़ दो। कुंजी को दबाने से संचायक (accumulator) से विद्युत धारा प्रवाहित होगी। कुण्डली में बहने के कारण वह चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करेगी। इस चुम्बकीय क्षेत्र के कारण छड़ XY चुम्बक बन जायगी। यदि छड़ कच्चे लोहे की है तो विद्युत धारा का प्रवाह बन्द करते ही छड़ का चुम्बकत्व भी नष्ट हो जायगा। इस्पात का चुम्बकत्व स्थायी होगा। प्रायः विद्युत चुम्बक अस्थायी ही बनाते हैं। विद्युत चुम्बकों में अश्वनाल (horse shoe) चुम्बक सर्व साधारण है। इसमें यह

चित्र 39.23

चित्र 39.24

अध्याय 40
प्रतिलोम वर्ग नियम
(Inverse Square Law)

40.1प्रतिलोम वर्ग नियमः—(Inverse square law) हम पढ़ ही चुके हैं कि किन्हीं चुंबक के दो सजातीय ध्रुवों में प्रतिकर्षण (repulsio विजातीय ध्रुवों में आकर्षण (attraction) होता है इस आकर्षण अथवा प्रति बल का ज्ञान जिस नियम से होता है, उसे प्रतिलोम वर्ग नियम कहते हैं।

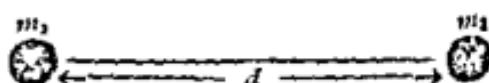
यद्यपि सैद्धान्तिक अथवा व्यवहारिक रूप से किसी एक ध्रुव की कल्पना असम्भव है, तथापि मानलो कि पृथक पृथक दो सजातीय अथवा विजातीय ध्रुव हैं, जि ध्रुव सामर्थ्य m_1 और m_2 है। इन दोनों में उनके स्वभावानुसार आकर्षण अथवा कर्षण होगा। मानलो इस बल को हम F से संबोधित करें, तब यह बल F प्रतिलोम नियम के अनुसार निम्न बातों पर निर्भर करेगा :

(i) दो ध्रुवों के बीच का आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल प्रत्येक ध्रुव के सम पाती होता है। अर्थात्

$$F \propto m_1$$

और $$F \propto m_2$$

इसका अर्थ यह है कि यदि किसी एक ध्रुव का सामर्थ्य हम द्विगुणित करें

m_1 m_2 d

चित्र 40·1

आकर्षण बल दुगुना होगा, चौगुना करने पर चौगुना होगा। यदि दोनों ध्रुवों का सामर्थ्य दुगुना किया जाय तो आकर्षण बल चौगुना होगा, और यदि एक का सामर्थ्य दुगुना व दूसरे का चौगुना किया जाय तो यह बल होगा 2 × 4 = 8 गुणा

अतएव हम उपर्युक्त नियम को इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं:

दो ध्रुवों के बीच का आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल ध्रुवों के सामर्थ्य के गुणा-कार का समानुपाती (proportional) होता है। अर्थात्

$$F \propto m_1 m_2$$

(ii) यह बल ध्रुवों के बीच की दूरी पर भी निर्भर करता है। यह बल ध्रुवों के बीच की दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती (inversely proportional) होता है। यदि ध्रुवों के बीच की दूरी d है तो

$$F \propto 1/d^2$$

अर्थात्, यदि ध्रुवों के बीच की दूरी दुगुनी हो जाय तो बल $1/2^2 = 1/4$ हो जायगा, और दूरी के 1/3 होने पर बल $3^2 = 9$ गुना हो जायगा।

(iv) प्रेरण (induction) द्वारा—यह विधि ऊपर अनुच्छेद 39.4 में बताई जा चुकी है।

39.7 चुम्बकीय पदार्थ—जो भी पदार्थ चुम्बक से प्रभावित होते हैं उन्हें चुम्बकीय पदार्थ कहते हैं। वैसे तो सभी पदार्थ चुम्बकीय हैं परन्तु कुछ अत्यधिक प्रभावित होते हैं तथा कुछ साधारण—लोहा, इस्पात, निकल और कोबाल्ट अत्यधिक चुम्बकीय हैं। इनको लोह चुम्बकीय (feromagnetic) कहते हैं।

प्लेटिनम, आक्सीजन, मैंगनीज, पेलेडियम आदि ऐसे पदार्थ हैं जो बहुत कम चुम्बकीय हैं। इनको सम चुम्बकीय (paramagnetic) कहते हैं।

बिस्मथ, ऐन्टीमनी, सोना, चांदी आदि ऐसे पदार्थ हैं जो चुम्बकीय तो होते हैं परन्तु इनके गुण उपरोक्त पदार्थों के विरुद्ध होते हैं। इनको विषम चुम्बकीय (diamagnetic) कहते हैं।

उपध्रुव (consequent poles):–यदि हम चुम्बक बनाते समय ठीक प्रकार से विधि का पालन न करें तो कभी २ चुम्बक के बीच में सजातीय ध्रुव उत्पन्न हो जाते हैं जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। इनको लोहे का बुरादा रखकर परखा जा सकता है। ये अस्थाई होते हैं और तुरन्त हो नष्ट हो जाते हैं।

चित्र 39.27

प्रश्न

1. चुम्बकीय गुणों का उदाहरण सहित वर्णन करो। (देखो 39.4)
2. चुम्बकीय अक्ष, चुम्बकीय लम्बाई, चुम्बकीय प्रेरण व चुम्बकीय याम्योत्तर की परिभाषा दो। (देखो 39.4)
3. इस्पात और कच्चे लोहे के गुणों में क्या अन्तर है ? (देखो 39.4)
4. चुम्बकीय प्रेरण को समझाओ। (देखो 39.4)
5. चुम्बकीय आणविक सिद्धान्त क्या है ? उसकी सहायता से कौन 2 से चुम्बकीय गुण समझ सकते हो ? (देखो 39.4)
6. किसी छड़ को चुम्बक किस प्रकार बनाओगे ? (देखो 39.6)
7. विद्युत चुम्बक के ध्रुव किस प्रकार निश्चित करोगे ? (देखो 39.6)

कि चुम्बक अपने चारों ओर निश्चित प्रभाव डाल सकता है जो अनेक दूर है। अतएव, चुम्बकीय क्षेत्र का सामर्थ्य सब जगह एक सा नहीं होता है। जैसे जैसे हम चुम्बक से दूर जाते हैं वैसे वैसे चुम्बकीय क्षेत्र कम होता जाता है। जब किसी स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र का सामर्थ्य एक सा रहता है तब हम कहते हैं कि चुम्बकीय क्षेत्र एक समान (uniform) है।

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (intensity) अथवा सामर्थ्य (strength):—चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का ज्ञान करने के लिये हमें नाप के लिये कुछ बातें निश्चित करनी पड़ती हैं। हम इस कार्य के लिए इकाई सामर्थ्य वाले उत्तर ध्रुव को लेते हैं। किसी चुम्बकीय क्षेत्र में इकाई उत्तर ध्रुव को रखने से वह इस क्षेत्र के कारण या तो आकर्षित या प्रतिकर्षित होगा। इस पर जितना बल होगा वह वहाँ के चुम्बकीय क्षेत्र को बतायेगा। अतएव, हम कहते हैं कि किसी स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता वह बल है जो वहाँ पर रखे गये इकाई उत्तर ध्रुव पर कार्य करेगा। यहाँ पर यह सूचित करना आवश्यक है कि इकाई उत्तर ध्रुव इतना कमजोर होता है कि उसके कारण कोई चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न नहीं होता, और इसी कारण वह वर्तमान क्षेत्र में कोई परिवर्तन करने में असमर्थ होता है।

चित्र 40·3

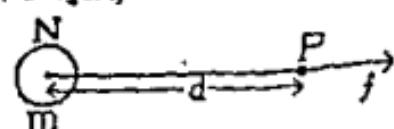
यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र में इकाई उत्तर ध्रुव को रखने से उस पर 1 डाइन बल कार्य करे तो हम कहते हैं कि चुम्बकीय क्षेत्र की इकाई 1 ओरस्टेड है।

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता को नापने के लिए एक इकाई निश्चित की जाती है जिसे ओरस्टेड (oersted) कहते हैं।

यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता H ओरस्टेड हो तो इकाई उत्तर ध्रुव पर H डाइन का बल कार्य करेगा। यदि वहाँ दो इकाई ध्रुव रखा जाय तो बल 2 H डाइन होगा। इस प्रकार m इकाई ध्रुव को H ओरस्टेड क्षेत्र में रखने से उस पर mH डाइन बल कार्य करेगा। यहाँ यह याद रखने योग्य बात है कि बल की इकाई डाइन है तो क्षेत्र की इकाई डाइन प्रति इकाई ध्रुव या ओरस्टेड है।

मान लो हमें m इकाई ध्रुव के द्वारा उत्पन्न क्षेत्र की तीव्रता को उससे d से. मी. दूरी पर ज्ञात करना है। यदि इस दूरी पर एक इकाई उत्तर ध्रुव रखा जावे तो उस पर कितना बल लगेगा?

ध्रुवों के मध्य लगने वाले बल नियमों के अनुसार,

$$F = \frac{m \times 1}{d^2} = \frac{m}{d^2}$$

अतएव इकाई ध्रुव पर m/d^2 डाइन बल कार्य करेगा। इसलिए m ध्रुव से d से.मी. दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता होगी m/d^2 ओरस्टेड .... (2)

चित्र 40·4

उपर्युक्त दो नियमों को जोड़ कर जो नियम प्राप्त होता है उसे हम ध्रुवों के बी आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण का नियम कहते हैं। इसके अनुसार,

दो ध्रुवों के बीच का आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल, ध्रुवों के सामर्थ के गुणाकार का समानुपाती और उसके बीच की दूरी के वर्ग का प्रति लोमानुपाती होता है।

$$\text{अतएव } F \propto \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$$

$$\text{या } F = K\frac{m_1 \times m_2}{d^2} \quad \cdots \quad (1$$

समीकरण (1) में K समानुपाती स्थिरांक है। प्रायः चुम्बकत्व में K के स्थान प हम दूसरे चिन्ह का उपयोग करते हैं और तब $K = 1/\mu$, यहाँ μ ऐसा स्थिरांक जिसे चुम्बकशीलता गुणांक (coefficient of permeability) कहते हैं। अतएव समीकरण (1) के स्थान पर हम लिखते हैं,

$$F = \frac{1}{\mu} \quad \frac{m_1 \times m_2}{d^2} \quad \cdots \quad (2$$

चुम्बकशीलता गुणांक μ का मान दो चुम्बकीय ध्रुवों के बीच के माध्यम वे स्वभाव पर निर्भर करता है सभी अनुचुम्बकीय पदार्थों के लिये μ का मान 1 होता है और सभी चुम्बकीय पदार्थों के लिये 1 से अधिक। हवा अथवा निर्वात के लिये μ का मान 1 गृहीत करने से,

$$F = \frac{m_1 \times m_2}{d^2} \quad \cdots \quad (3)$$

40·2 इकाई ध्रुव:—उपर्युक्त समीकरण (3) में यदि हम दोनों ध्रुव समान व एक ही सामर्थ्य $m_1 = m_2 = m$ के लें तो,

$$F = \frac{m.m}{d^2} \quad \cdots \quad (1)$$

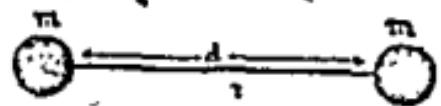
यदि $d = 1$ से. मी. व $F = 1$ डाइन हो तो,

$1 = m^2/1$, या $m^2 = 1$ या $m = \pm 1$

अतएव, यदि दो सजातीय और समान ध्रुवों के बीच हवा में 1 से. मी. दूरी हो, और यदि वे एक दूसरे को 1 डाइन बल से प्रतिकर्षित करें, तो प्रत्येक ध्रुव के सामर्थ्य को इकाई ध्रुव अथवा इकाई ध्रुव सामर्थ्य कहते हैं। इसे स.ग.स. इकाई भी कहते हैं।

m　d　m

चित्र 40.2

40·3. चुंबकीय क्षेत्र (Magnetic field):—हमें ज्ञात है कि चुम्बकीय पदार्थ चुंबक से प्रभावित होते हैं। चुम्बक के चारों ओर के स्थान को जहाँ पर चुम्बक अपना प्रभाव डालने में समर्थ होता है, चुम्बकीय क्षेत्र कहते हैं। यह स्वाभाविक ही है

चूँकि $F_1 = F_2$ है इसलिये, $\frac{36}{x^2} = \frac{64}{(28-x)^2}$ या $\frac{6}{x} = \frac{8}{(28-x)}$

या $28 \times 6 - 6x = 8x$

या $14 \times x = 28 \times 6$

$\therefore \quad x = \frac{28 \times 6}{14} = 12$ से. मी.

4. दो समान (equal) और सजातीय (like) ध्रुव, 8 से. मी. दूरी पर रखे हुए हैं और उनके बीच में 9 डाइन का बल कार्य कर रहा है यदि उनको 4 से. मी. दूरी पर रखा जावे तो उनके बीच कितना बल कार्य करेगा ? इसका उत्तर ग्राम में दो।

मान लो प्रत्येक ध्रुव की सामर्थ्य m इकाई है। प्रतिलोम वर्ग के नियमानुसार,

$$F = \frac{m \times m}{d^2} = \frac{m^2}{d^2}$$

$\therefore m^2 = F \times d^2 = 9 \times 8 \times 8$ .... (1

दूसरी स्थिति में बल $F = \frac{m \times m}{4 \times 4} = \frac{m^2}{16} = \frac{9 \times 64}{16}$ .... (1) से

$$= 36 \text{ डाइन} = \frac{36}{981} \text{ ग्राम} = \frac{4}{109} \text{ ग्राम}$$

5. एक ध्रुव की सामर्थ्य (strength) दूसरे से 5 गुनी है। यदि उनको 10 से. मी. दूरी पर रखने से वे एक दूसरे पर 800 मि. ग्राम का बल लगाते हैं तो प्रत्येक की सामर्थ्य ज्ञात करो। (g = 981)

मान लो लघु ध्रुव की सामर्थ्य m इकाई है। तो दीर्घ की $5\,m$ होगी।

F का मान 800 मि. ग्राम $= \frac{800}{1000}$ ग्राम $= \frac{800}{1000} \times \frac{981}{1}$ डाइन है।

प्रतिलोम वर्ग के नियमानुसार, $F = \frac{m_1 \times m_2}{d^2} = \frac{m \times 5\,m}{10 \times 10} = \frac{m^2}{20}$

$\therefore \quad \frac{800}{1000} \times \frac{981}{1} = \frac{m^2}{20}$

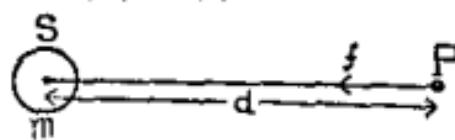
$\therefore \quad m^2 = 8 \times 981 \times 2 = 16 \times 981$

$\therefore \quad m = \pm 4\sqrt{981} = 125.3$

दूसरे ध्रुव का सामर्थ्य $= 5\,m = 5 \times 125.3 = 626.5$ इकाई

6. दो चुम्बक जिनकी लम्बाई 8 से. मी. और ध्रुव सामर्थ्य 10 वेबर है, एक दूसरे से 6 से. मी. दूरी पर रखे हुए हैं। यदि उनके उत्तरी ध्रुव पास-पास हों तो प्रतिकर्षण का बल ज्ञात करो।

चुम्बकीय क्षेत्र एक दिष्ट राशि (vector) है। अतएव, उसकी दिशा भी होती है। यह दिशा इकाई उत्तर ध्रुव पर कार्य करने वाले बल की दिशा ही होती है। यदि हम उत्तरी ध्रुव के क्षेत्र की दिशा निकालते हैं तो इकाई उत्तरी ध्रुव उससे दूर जायगा। यदि दक्षिण-ध्रुव के क्षेत्र की दिशा निकालना हो तो इकाई उत्तर-ध्रुव उसकी तरफ आयगा। देखो चित्र 40.4 और 40.5।

S f P m d

चित्र 40.5

संख्यात्मक उदाहरण 1:–98 इकाई का उत्तरी ध्रुव, दूसरे 100 इकाई के उत्तरी ध्रुव से 10 से. मी. दूर रखा हुआ है। दोनों के बीच प्रत्याकर्षण (repulsion) ज्ञात करो। डाइन तथा ग्राम दोनों में उत्तर दो। (g = 980)

$$\text{प्रतिलोम वर्ग के नियमानुसार, } F = \frac{m_1 \times m_2}{d^2} = \frac{98 \times 100}{10 \times 10}$$

$$= 98 \text{ डाइन} = \frac{98}{980} = 0{\cdot}1 \text{ ग्राम}$$

2. दो ध्रुव हवा मे 6 से.मी. दूरी पर रखे हुए परस्पर 144 डाइन का बल लगाते है। यदि उनके बीच 16 डाइन का बल लग रहा हो तो उनके बीच की दूरी ज्ञात करो।

पहिली स्थिति में, $F = \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$ में दी हुई राशियों को रखने पर

$$144 = \frac{m_1 \times m_2}{6 \times 6} \therefore m_1 \times m_2 = 144 \times 6 \times 6$$

दूसरी स्थिति में $F = \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$ से, $d^2 = \frac{m_1 \times m_2}{F}$

यहाँ $m_1 \times m_2 = 144 \times 6 \times 6$ है और $F = 16$ डाइन

$$\therefore d^2 = \frac{144 \times 6 \times 6}{16} = 9 \times 6 \times 6$$

$$\therefore d. = 3 \times 6 = 18 \text{ से. मी.}$$

3. दो सजातीय ध्रुव 36 और 64 वेबर सामर्थ्य के 28 से. मी. दूर रखे हुए हैं। उनके कौनसे बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होगा ?

मानलो उदासीन बिन्दु (neutral point) 36 इकाई ध्रुव से x से. मी. दूरी पर है। यदि यहा पर 1 इकाई उत्तरी ध्रुव मान लें तो उस पर लगने वाले बल:—

36 इकाई के ध्रुव के कारण बल $F_1 = \frac{36}{x^2}$

36 64

64 इकाई के ध्रुव के कारण बल $F_2 = \frac{64}{(28 - x)^2}$

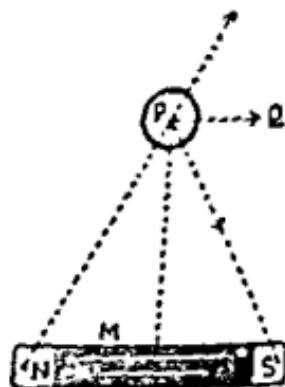
चित्र 40.6

अथवा, $\tan \alpha = \frac{Q \sin \theta}{P + Q \cos \theta} = \frac{1 \times \sin 120}{2 + 1 \cos 120}$

$$= \frac{1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 + 1\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\therefore \quad \alpha = 30^\circ$ .... सारणी से

40.1 बल रेखायें (*Lines of force*):—किसी भी चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा बताने के लिए हम जिन कल्पित रेखाओं का चित्रण करते हैं उन्हें बल रेखायें कहते हैं। यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र में एक इकाई उत्तर ध्रुव को रखा जाय तो वह उस पर कार्य करने वाले बल के कारण जिस दिशा में गतीयमान होगा उस दिशा को बल रेखा कहते हैं। यदि इकाई उत्तर ध्रुव किसी चुम्बकीय क्षेत्र में घूमने फिरने के लिए स्वतन्त्र हो, तो वह जिस कल्पित वक्र में घूमेगा उसे बल रेखा कहते हैं। इस कल्पित रेखा पर यदि किसी बिन्दु पर एक स्पर्श रेखा खींची जाय, तो यह रेखा उस बिन्दु पर चुंबकीय क्षेत्र की दिशा को बतायेगी। देखो चित्र।

चित्र 40.9

मानलो NS एक चुम्बक है और P पर हम किसी उत्तर ध्रुव को मानते हैं। चुंबक के उत्तर ध्रुव के कारण यह प्रतिकर्षित होगा और दक्षिण ध्रुव के कारण आकर्षित। इन दोनों बलों के कारण एक परिणामित बल (resultant) कार्य करेगा और इसी की दिशा में इकाई उत्तर ध्रुव घूमने का प्रयत्न करेगा, और इसी दिशा में बल रेखा होगी।

चित्र 40.10

बल रेखाओं का चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता से भी संबन्ध कर दिया गया है। इस परिपाटी के अनुसार यदि हम किसी चुंबकीय क्षेत्र में बल रेखा के अभिलम्ब (normal) एक इकाई क्षेत्र की कल्पना करें, तो उसके अन्दर उतनी बल रेखायें निकलेंगी जितनी कि उस बिन्दु पर क्षेत्र की तीव्रता है। अर्थात यदि किसी स्थान पर क्षेत्र की तीव्रता 2 ओरस्टेड है तो इकाई क्षेत्र में २ लाइनें निकलेंगी।

40.5 बल रेखायें खींचना:—(i) लोहे के बुरादे द्वारा:–यह विधि केवल बलशाली चुम्बकीय क्षेत्र में काम में आती है। जिस चुम्बक के लिये बल रेखायें खींचना हो उस पर एक कांच अथवा कार्ड बोर्ड की पट्टिका रख दी जाती है और इस पर लोहे

S ← 8 cms → N ← 6 cms → N ← 8 cms → S

चित्र 40.7

मानलो चुम्बक चित्र के अनुसार रखे हुए हैं।

N—N ध्रुव में प्रतिकर्षण का बल $= \frac{10 \times 10}{6 \times 6}$ डाइन

S—S ध्रुव में प्रतिकर्षण का बल $= \frac{10 \times 10}{22 \times 22}$ डाइन

N—S ध्रुव में आकर्षण का बल $= \frac{10 \times 10}{14 \times 14}$ डाइन

N—S ध्रुव में आकर्षण का बल $= \frac{10 \times 10}{14 \times 14}$ डाइन

परिणमित प्रतिकर्षण का बल $R = \frac{10 \times 10}{6 \times 6} + \frac{10 \times 10}{22 \times 22} - \frac{10 \times 10}{14 \times 14} - \frac{10 \times 10}{14 \times 14}$

या $R = \frac{25}{9} + \frac{25}{121} - \frac{25}{49} - \frac{25}{49} = 1{\cdot}961$ डाइन

7. एक समबाहु त्रिभुज ABC जिसकी भुजा 10 से. मी. है, के कोण B पर एक 100 वेबर का उत्तरी ध्रुव रखा हुआ है और C कोण पर 200 वेबर का दक्षिण ध्रुव। तो कोण A पर परिणमित क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो।

A पर इकाई उत्तर ध्रुव रखने पर,

चित्र 40.8

100 वेबर के ध्रुव द्वारा लगाया गया बल $Q = \frac{100}{10 \times 10}$ AQ की तरफ

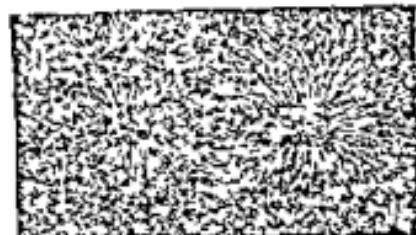
200 वेबर के ध्रुव द्वारा लगाया गया बल $P = \frac{200}{10 \times 10}$ AC की तरफ

इस प्रकार A पर रखे हुए इकाई उत्तरी ध्रुव पर P और Q दो बल लगेंगे। इन दोनों के बीच कोण θ है तो परिणमित बल R होगा। समान्तर चतुर्भुज नियम के अनुसार,

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2\,PQ\cos\theta = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2 \times 2 \times 1 \cos 120}$

$= \sqrt{4 + 1 + 4\left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{5 - 2} = \sqrt{3} = 1{\cdot}73$ डाइन

मानलो यह बल P के साथ α का कोण बनाता है।

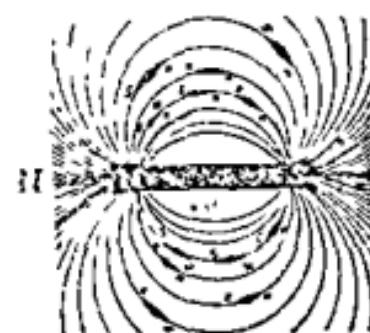
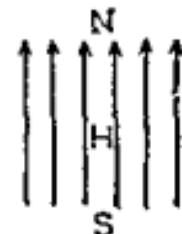
का बुरादा छिड़क दिया जाता है। अंगुली से इस पट्टिका पर धीरे धीरे टिक टिक करो। तुम देखोगे कि धीरे धीरे यह बुरादा हिलकर लगभग रेखाओं में व्यवस्थित (arrange) हो जाता है। ये रेखायें बहुत अच्छी तरह दिखाई नहीं देती हैं। इनको साथ दिये हुए चित्र 40.11 में देखो।

चित्र 40.11

(ii) चुंबकीय दिक्सूची (compass needle) द्वारा:—(अधिक जानकारी के लिए "प्रायोगिक भौतिकी" लेखकों द्वारा देखो)।

बल रेखा खींचने के लिये एक उत्तर ध्रुव की आवश्यकता होती है किन्तु अकेला ध्रुव प्राप्त करना असंभव है। अतएव हम एक छोटी दिक्सूची का उपयोग करते हैं। जब दिक्सूची को किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तब उसकी अक्ष चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में स्थिर हो जाती है। इस अक्ष की दिशा से क्षेत्र की दिशा का ज्ञान हो जाता है। हमें इस बात का विशेष ध्यान रखना चाहिये कि किसी स्थान पर चुम्बक का चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करना साधारणतया बहुत कठिन होता है। इसका कारण यह है कि प्रत्येक स्थान पर पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र कार्य करता है। अतएव, चुम्बक रखने पर हम जिस क्षेत्र का अध्ययन करते हैं वह चुम्बक के क्षेत्र और पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का परिणमित क्षेत्र है।

यदि हम केवल चुम्बक का क्षेत्र बल रेखाओं द्वारा खींचे तो वे चित्र 40.12 में बताए अनुसार आयेंगी। प्रायः हम प्रयोग में परिणमित क्षेत्र की बल रेखायें ही खींचते हैं।

चित्र 39 12

(अ) दिक्सूची द्वारा चुंबकीय याम्योतर (Magnetic meridian) ज्ञात करना:—एक सफेद कागज को किसी क्षैतिज मेज पर स्थिर करो। उस पर दिक्सूची रखो और स्थिर होने पर उसके उत्तर ध्रुव की स्थिति पेन्सिल से कागज पर अंकित करो। अब दिक्सूची को उठाकर उसे अंकित किये हुए चिन्ह पर इस प्रकार रखो कि दिक्सूची की धुरी उस पर रहे। फिर से उत्तर ध्रुव की स्थिति अंकित करो इसी क्रिया को कई बार दुहराओ। अन्त में इन अंकित चिन्हों को एक सरल रेखा द्वारा जोड़ दो। इस रेखा पर दक्षिण से उत्तर की ओर एक तीर लगाओ। यही बल रेखा है जो पृथ्वी की चुम्बकीय याम्योतर (meridian) को बताती है।

चित्र 40.12

(ब) जब चुम्बक की अक्ष याम्योतर के समान्तर

भिन्न प्रकार की बल रेखायें प्राप्त होंगी। इसका कारण स्पष्ट है। ध्रुव की बार चु की स्थिति भिन्न है। अतएव, हम देखते हैं कि उदासीन बिन्दुओं की स्थिति भी बदल है। चुम्बकीय ध्रुव की रेखा पर ध्रुव दोनों क्षेत्र एक ही दिशा में कार्य करेंगे और कारण उदासीन बिन्दुओं का वहां होना असंभव है। यदि चुम्बकीय ध्रुव के लम्ब उसके मध्य से एक रेखा खींची जाय तो उसे चुम्बक का निरक्ष (equatorial axis) क हैं। इस पर चुम्बक के क्षेत्र और पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा एक ही रेखा पर कि विरुद्ध रहती है। इस कारण n_1 और n_2 बिन्दुओं पर जहां दोनों क्षेत्रों की तीव्रता एक होती है वहां परिणमित क्षेत्र शून्य होकर उदासीन बिन्दु प्राप्त होते हैं।

(ख) चुम्बकीय क्षेत्र की याम्योत्तर रेखा के लम्ब रूप रख कर ब रेखायें खींचनाः—याम्योत्तर खींच कर उसके लम्बरूप चुम्बक रखो और चित्र में बता अनुसार बल रेखायें खींचो। चित्र को देखो। तुम देखोगे कि अब उदासीन बिन्दु न तो चुम्बकीय अक्ष पर और न निरक्ष (equatorial axis) पर प्राप्त होते हैं। उनकी स्थिति चित्र में बताये अनुसार होती है।

चित्र 40.16

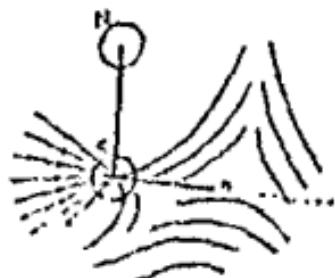
(ग) चुम्बक को ऊर्ध्वाधर रख कर बल रेखायें खींचनाः—एक लम्बा सा चुम्बक लेकर उसे ऊर्ध्वाधर रखो जिससे कागज पर उसका एक ही ध्रुव टिके। इसका अर्थ यह है कि प्राप्त बल रेखायें एक ही ध्रुव के कारण होंगी।

इस समय केवल एक ही उदासीन बिन्दु प्राप्त होगा। यदि दक्षिण ध्रुव कागज पर है तो उदासीन बिन्दु उसके उत्तर को ओर होगा। कारण स्पष्ट है।

चित्र 40.17

इस प्रकार हम देखते हैं कि चुम्बक को भिन्न भिन्न स्थितियों में रख कर हम बल रेखा खींच कर उदासीन बिन्दुओं की स्थितियों को मालूम कर सकते हैं। हम देख चुके हैं कि उदासीन बिन्दु पर चुम्बक का और पृथ्वी का चुम्बकीय

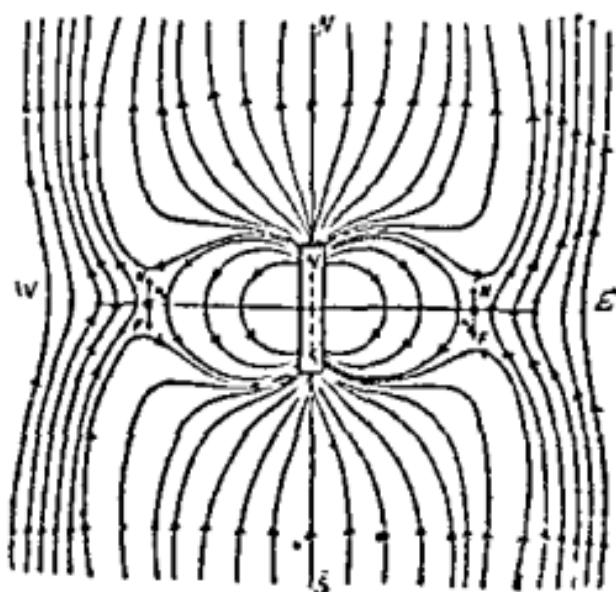
बल एक दूसरे के बराबर किन्तु विरुद्ध दिशा में होते हैं। इस गुण के कारण हमें यदि पृथ्वी का बल मालूम है तो हम चुम्बकीय ध्रुव सामर्थ्य ज्ञात कर सकते हैं। इसकी पूर्ण विधि आगे समझाई गई है।

ध्रुव की स्थिति ज्ञात करनाः—ऊपर समझाये अनुसार बल रेखायें खींचो।

कर चाहे जिस दिशा में स्थिर हो जाती है। इसका अर्थ यह है कि ये ऐसे बिन्दु हैं जहाँ परिणमित क्षेत्र (resultant flied) शून्य होता है।

इन बिन्दुओं को उदासीन बिन्दु (Neutral points) कहते हैं।

हमें मालूम है कि पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र कागज पर सब जगह समान है व दक्षिण से उत्तर की ओर कार्य करता है। चुम्बक के बाजू में चुम्बकीय क्षेत्र की भी दिशा लगभग यही रहती है। — किन्तु ठीक उत्तर या दक्षिण में विरुद्ध। चुम्बक के पास उसका अपना क्षेत्र पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र से अधिक तीव्र रहता है। किन्तु जैसे जैसे हम दूर जाते हैं वैसे वैसे चुम्बकीय क्षेत्र कम होता जाता है। अतएव, चुम्बक के बिल्कुल पास परिणमित बल रेखायें बहुत कुछ चुम्बक के बल रेखाओं जैसी होती हैं और दूर पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र जैसी।

चुम्बक के अक्ष को बढ़ाने से प्राप्त रेखा पर n_1 और n_2 दो बिन्दु ऐसे हैं जहां पर चुम्बकीय क्षेत्र व पृथ्वी के क्षेत्र की तीव्रता एक सी होती है। किन्तु ये विरुद्ध दिशा में काम करने से वहां परिणमित बल शून्य हो जाता है। अतएव, इन बिन्दुओं को उदासीन बिन्दु कहा जाता है।

(क) जब चुंबक की अक्ष पृथ्वी के चुंबकीय याम्योत्तर के समान्तर हो किन्तु उसका उत्तर ध्रुव उत्तर की ओर हो:–

चित्र 40.15

ऊपर समझाये अनुसार याम्योत्तर रेखा खींच कर चुम्बक के अक्ष को उसके समान्तर इस प्रकार रखो कि उसका उत्तर ध्रुव उत्तर की ओर रहे। अब (ब) में बताए विधि अनुसार दिक्सूचकों की सहायता से बल रेखाएं खींचो। तुम देखोगे कि इस बार

अध्याय 41

चुम्बकीय नाप

(Magnetic Measurement)

41.1. चुम्बक की विक्षेपित अवस्था में उस पर कार्य करने वाला युग्म (Couple acting on a magnet in a deflected position):— हमें मालूम है कि किसी चुम्बक को उसके गुरुत्व केन्द्र से स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाने से वह हमेशा चुम्बकीय याम्योत्तर (magnetic meridian) में आकर स्थिर रहता है। हम पहिले ही कह चुके हैं कि इस याम्योत्तर की दिशा में पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र कार्य करता है। मानलो पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (intensity) (अथवा अन्य किसी क्षेत्र की) H ओरेस्टेड है। इसकी दिशा BA रेखा द्वारा बताई गई है। अब चुम्बक NS को इसमें स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाओ। स्थिर होने पर वह AB दिशा में होगा। इसे θ कोण से इस प्रकार विक्षेपित करो कि इसकी अक्ष AB दिशा से θ का कोण बनावे। इसको इस स्थिति में छोड़ते ही वह पूर्वावस्था में लौटने का प्रयत्न करेगा। इसका कारण स्पष्ट है। मानलो चुम्बक का ध्रुव सामर्थ्य m है। अतएव उत्तर एवं दक्षिण ध्रुव पर जिसका सामर्थ्य m है, क्षेत्र H में रखे जाने के कारण mH बल, क्रमशः कार्य करेगा। उत्तर ध्रुव पर यह mH बल क्षेत्र की दिशा में अर्थात् BA की दिशा में, और दक्षिण ध्रुव पर उससे विरुद्ध दिशा में कार्य करेगा। इस प्रकार चुम्बक के सिरे पर दो बल कार्य करते हैं। ये दोनों बल एक दूसरे के समान व समांतर हैं किन्तु विरुद्ध दिशा में कार्य करते हैं। ऐसे बलों द्वारा युग्म (couple) बनता है। युग्म का कार्य है किसी वस्तु को घूर्णित करने का। अतएव इस युग्म के कारण चुम्बक घूर्णित (घूमता) होता है।

चित्र 41.1.

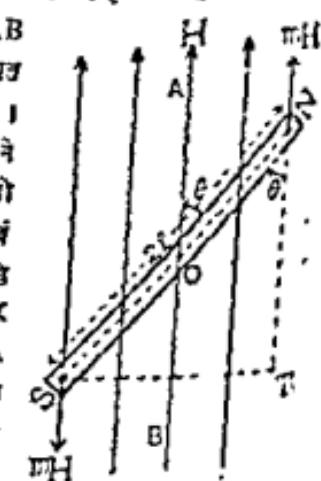
हमें ज्ञात है कि युग्म का घूर्ण = युग्म में का कोई बल × दोनों बलों के बीच की लम्बवत् दूरी।

चूंकि चुम्बक की लम्बाई AB के लम्बवत नहीं है इसलिए बलों के बीच लम्बवत दूरी ज्ञात करने के लिये S बिन्दु से NT पर लम्ब डालो। ST यह लम्ब दूरी है। (देखो चित्र 41.1)

युग्म का घूर्ण $= mH \times ST$ .... (1)

चित्र के अनुसार O चुम्बक का मध्य बिन्दु है और $\angle AON = \theta$.

चूंकि AO और NT एक दूसरे के समांतर हैं,

इसलिये $\angle AON = \theta = \angle ONT$ (एकान्तर कोण होने से)

बाद में चुम्बक को हटा कर उन बल रेखाओं को इस प्रकार बढ़ाओ कि अधिकांश रेखायें चुम्बक की सीमा में एक बिन्दु पर मिलें। यही बिन्दु ध्रुव की स्थिति है।

प्रश्न

1. दो चुम्बकीय ध्रुवों के बीच प्रतिलोम वर्ग (inverse square) नियम को लिखो तथा इकाई ध्रुव की परिभाषा बताओ। (देखो 40.1 और 40.2)

2. चुम्बकीय क्षेत्र, उसकी तीव्रता, ओरेस्टेड, बल रेखा व उदासीन बिन्दुओं की परिभाषा दो। (देखो 40.3, 40.4 और 40.5)

3. उदासीन बिन्दु किसे कहते हैं? ये कैसे प्राप्त होते हैं? चुम्बक की स्थिति बदलने से इनकी स्थिति क्यों परिवर्तित होती है? (देखो 40.5) इनका क्या उपयोग है?

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. दो सजातीय ध्रुव जिनकी सामर्थ्य 20 स. ग. स. इकाई है, 5 से. मी. दूरी पर रखे हुए हैं। इन दोनों ध्रुवों से 5 से. मी. दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो तथा इन दोनों में प्रतिकर्षण का बल ज्ञात करो।

(उत्तर 1·4 ओरेस्टेड, 16 डाइन)

2. यदि एक चुम्बक के दोनों ध्रुवों से 15. से. मी. दूर एक 75 वेबर का ध्रुव रखा हुआ है तो उस पर कितना बल लगेगा? चुम्बक की ध्रुव सामर्थ्य 45 वेबर है और लम्बाई 10 से. मी. है। (उत्तर 10 डाइन)

3. दो उत्तरी ध्रुव 50 और 90 इकाई के एक समबाहु त्रिकोण के कोण B और C पर रखे हुए हैं। यदि एक दक्षिण ध्रुव 80 सामर्थ्य का A पर रखा जावे तो उस पर कितना बल लगेगा? त्रिकोण की भुजा 10 से. मी. है। (उत्तर 98·31 डाइन)

4. दो चुम्बक जिनका ध्रुव सामर्थ्य क्रमशः 100 और 200 वेबर है, एक रेखा के सहारे रखे हुए हैं। दोनों के केन्द्र के बीच 10 से. मी. की दूरी है। यदि लम्बाई क्रमशः 2 और 3 से. मी. है तो उनके बीच कितना बल लगेगा? (उत्तर 4088 डाइन)

5. दो सजातीय ध्रुव 20 और 30 वेबर की सामर्थ्य के 10 से. मी. दूरी पर रखे हुए हैं। उनके बीच उदासीन बिन्दु की स्थिति ज्ञात करो। (4·49 से. मी.)

6. दो ध्रुव जिनमें से एक की सामर्थ्य दूसरे से 8 गुनी है, एक दूसरे पर 500 मि. ग्राम का बल लगाते हैं जब उन्हें 10 से. मी. दूर रखा जाता है। ध्रुवों की सामर्थ्य ज्ञात करो। (उत्तर $35\sqrt{5}$; $280\sqrt{5}$ वेबर)

7. यदि दो सजातीय ध्रुव 10 और 40 वेबर की सामर्थ्य के 30 से. मी. दूरी पर रखे हुए हैं तो उनके बीच उदासीन बिन्दु की स्थिति ज्ञात करो। (उत्तर 10 से. मी.)

$F_s = \frac{m}{SP^2} = \frac{m}{(SO+OP)^2} = \frac{m}{(l+d)^2}$ यह PS दिशा में कार्य करेगा।

इस प्रकार बिन्दु P पर एक ही रेखा पर विपरीत दिशा में दो बल F_n व F_s कार्य करते हैं। इस कारण चुम्बक का परिणामित बल क्षेत्र F_a होगा $= F_n - F_s$

या $\quad F_a = F_n - F_s$

या $$F_a = \frac{m}{(d-l)^2} - \frac{m}{(d+l)^2} = \frac{m(d+l)^2 - m(d-l)^2}{(d-l)^2 (d+l)^2}$$

$$= m \left\{ \frac{(d+l)^2 - (d-l)^2}{(d-l)(d+l)(d-l)(d+l)} \right\}$$

$$= m \left\{ \frac{d^2 + l^2 + 2dl - (d^2 + l^2 - 2dl)}{(d-l)(d+l)(d-l)(d+l)} \right\}$$

$$= m \left\{ \frac{d^2 + l^2 + 2dl - d^2 - l^2 + 2dl}{(d^2 - l^2)(d^2 - l^2)} \right\}$$

या $$F_a = m \left\{ \frac{4dl}{(d^2 - l^2)^2} \right\} = \frac{2d.m.2l}{(d^2-l^2)^2} = \frac{2dM}{(d^2-l^2)^2}$$

$$\therefore F_a = \frac{2Md}{(d^2 - l^2)^2} \text{ यहाँ } M = m.\ 2l \qquad \dots \qquad (1)$$

इस प्रकार हमें चुम्बकीय अक्ष पर बल क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र प्राप्त होता है।

संख्यात्मक उदाहरण 3:—यदि किसी चुम्बक का ध्रुव सामर्थ्य 50 इकाई है और उसकी लम्बाई 10 से. मी. है, तो उसके मध्य से 10 से. मी. दूर किसी अक्षीय बिन्दु पर उसके चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो।

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता $F = \frac{2M\ d}{(d^2 - l^2)^2}$

यहाँ $M = 2ml = 2 \times 50 \times 5$ इकाई, $2l = 10$ से. मी. और $d = 10$ से. मी. है।

$$\therefore F_a = \frac{2 \times 2 \times 50 \times 5 \times 10}{(10^2 - 5^2)^2} = \frac{2 \times 2 \times 50 \times 5 \times 10}{75 \times 75}$$

$$= \frac{16}{9} = 1 \cdot 77 \text{ ओरेस्टेड}$$

41.6. चुंबकीय निरक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता:—NS एक चुम्बक है व PO रेखा, चुम्बक में से होती हुई उसके अक्ष के समकोणिक है। इस पर, P एक बिन्दु है जिसकी चुम्बक के मध्य O से दूरी d से. मी. है। यदि

समकोण त्रिभुज SNT में,

$$\sin \angle SNT = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{ST}{SN}$$

$$\text{या } \sin \theta = \frac{ST}{NS}$$

$$\therefore \quad ST = NS \sin \theta \quad \ldots \quad (2)$$

ST का मान समीकरण 1 में रखने से

युग्म का घूर्ण $= m$ H.NS $\sin \theta$

$= m$. NS.H $\sin \theta$

$= m$. $2l$. H $\sin \theta$, $2l$ चुम्बक की लम्बाई है।

$= MH \sin \theta \quad \ldots \quad (3)$

यहां m. NS = M मान लिया है। M को चुम्बकीय घूर्ण (Magnetic-moment) कहते हैं और जैसा कि स्पष्ट है यह चुम्बक के ध्रुव सामर्थ्य और लम्बाई के गुणाकार के बराबर होता है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि यदि किसी चुम्बक को किसी चुम्बकीय क्षेत्र से θ का कोण बनाते हुए रखा जाय तो इस विवेचित अवस्था में उस पर कार्य करने वाले युग्म का घूर्ण MH $\sin \theta$ के बराबर होता है।

41.2. चुम्बकीय घूर्ण (Magnetic moment):—हम ऊपर देख चुके हैं कि चुम्बकीय घूर्ण चुम्बक के ध्रुव सामर्थ्य और चुम्बकीय लम्बाई के गुणाकार को कहते हैं। किन्तु यह परिभाषा यथार्थ इसलिये नहीं मानी जाती क्योंकि चुम्बक के ध्रुवों की यथार्थ स्थिति जानना अत्यन्त कठिन व असंतोषप्रद होता है। इसलिये इसकी परिभाषा अनुच्छेद 1 के समीकरण, युग्म का घूर्ण = MH $\sin \theta$ द्वारा दी जाती है। यदि H = 1 ओरेस्टेड हो व $\theta = 90^\circ$ हो तो $\sin 90 = 1$ होता है। इसलिये—

युग्म का घूर्ण = M × 1 = 1 M

इस प्रकार चुम्बकीय घूर्ण M उस युग्म के घूर्ण को कहते हैं जो चुम्बक को 1 ओरेस्टेड की तीव्रता वाले चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बरूप रखने के लिये आवश्यक हो। इस प्रकार हम देखते हैं कि चुम्बकीय घूर्ण एक दिष्ट राशि है।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक चुम्बक जिसका चुम्बकीय घूर्ण 1000 स.ग.स. इकाई है, 0·18 ओरेस्टेड के चुम्बकीय क्षेत्र में रखा हुआ है। उसको क्षेत्र की दिशा से 30° पर रखने के लिये कितना युग्म लगाना पड़ेगा? यदि वह 90° का कोण बनाता हो तो घूर्ण ज्ञात करो।

युग्म का घूर्ण = MH $\sin \theta$ = 1000 × 0·18 × $\frac{1}{2}$ = 90 स.ग.स. इकाई

दूसरी स्थिति में, युग्म का घूर्ण = 1000 × 0·18 × 1 = 180 स.ग.स. इकाई

41.3. स्पर्शज्या नियम (Tangent law):—मानलो एक ऐसा क्षेत्र है जहां पर दो चुम्बकीय क्षेत्र H और F ओरेस्टेड तीव्रता वाले एक साथ कार्य कर रहे

$$\therefore \quad NP^2 = PO^2 + ON^2$$

या $\quad x^2 = d^2 + l^2$

या $\quad x = (d^2 + l^2)^{1/2}$

$\therefore \quad x^3 = (d^2 + l^2)^{3/2}$

x^3 के इस मान को समीकरण 1 में रखने से, ... (2)

$$F_e = M/(d^2 + l^2)^{3/2}$$

इस प्रकार हम निरक्ष (equatorial axis) पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता मालूम कर सकते हैं।

41.6. अक्षीय और निरक्षीय चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता में संबंध—

हम कह ही चुके हैं कि,

$$F_a = \frac{2Md}{(d^2 - l^2)^2} \quad .... \quad (3)$$

और $F_e = \dfrac{M}{(d^2+l^2)^{3/2}}$ .... (4)

यदि चुम्बक की अर्ध लम्बाई इतनी छोटी हो कि l^2, d^2 की तुलना में नगण्य हो तो उपर्युक्त समीकरण होंगे,

$$F_a = \frac{2Md}{(d^2)^2} = \frac{2Md}{d^4} = \frac{2M}{d^3} \quad (5)$$

और $F_e = \dfrac{M}{(d^2)^{3/2}} = \dfrac{M}{d^3}$ .... (6)

समीकरण 5 व 6 की तुलना करके हम देखते हैं कि

$$\frac{F_a}{F_e} = \frac{2M/d^3}{M/d^3} = \frac{2M \times d^3}{d^3 \times M} = 2 \quad .... \quad (7)$$

या $\quad F_a = 2F_e$

इस प्रकार समीकरण 7 के अध्ययन से हम देखते हैं कि छोटे चुंबक के लिए उसके मध्य से एक ही दूरी पर अक्षीय चुंबकीय तीव्रता निरक्षीय (equatorial) चुंबकीय तीव्रता की दुगुनी होती है।

संख्यात्मक उदाहरण:—*4*. यदि एक 75 वेबर ध्रुव को किसी चुंबक के दोनों ध्रुवों से 15 से. मी. की दूरी पर रखा जाय तो उस पर कितना बल लगेगा ? चुम्बक की लंबाई 10 से. मी. व उसका ध्रुव सामर्थ्य 45 वेबर है।

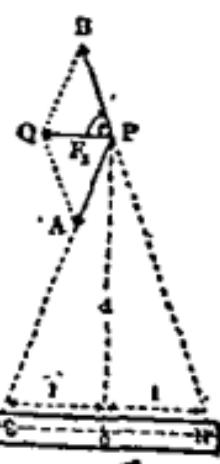
चूंकि यह ध्रुव चुम्बक के दोनों ध्रुवों से 15 से. मी. की दूरी पर है इसलिये उसके निरक्ष पर होगा। देखो चित्र 41.4। हम जानते हैं कि निरक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$F_e = \frac{M}{(d^2+l^2)^{3/2}} = \frac{M}{x^3}$$

OP = d, चुम्बक की लम्बाई NS = $2l$ है। अतएव SO = ON = l. बिन्दु P पर हम चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करना चाहते हैं। बिन्दु P पर एक इकाई ध्रुव सामर्थ्य वाले उत्तरी ध्रुव की उपस्थिति मानलो। चुम्बक के उत्तरी ध्रुव के कारण इस इकाई ध्रुव पर प्रतिकर्षण बल लगेगा और इस कारण इस बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता होगी,

$F_n = m/NP^2$, यह PB दिशा में कार्य करेगा।

इसी तरह चुम्बक के दक्षिण ध्रुव के कारण इस बिन्दु पर आकर्षण बल होगा और चुम्बकीय क्षेत्र होगा,

$F_s = m/PS^2$ यह PS दिशा में कार्य करेगा।

चित्र 41.4

इस प्रकार पूरे चुम्बक के कारण P बिन्दु पर दो क्षेत्र F_n व F_s कार्य करते हैं। चूंकि ये दोनों एक ही रेखा पर कार्य न करके भिन्न-भिन्न दिशा में कार्य करते हैं, अतएव इनका परिणमित क्षेत्र ज्ञात करने के लिये बलों के त्रिभुज के नियम का उपयोग करना पड़ता है, या समातर चतुर्भुज के नियम का।

हमें मालूम है कि बलों के त्रिभुज के नियमानुसार यदि किसी बिन्दु पर कार्य करने वाले दो बलों को, मात्रा और दिशा में किसी त्रिभुज की दो भुजाओं द्वारा व्यक्त किया जाय तो उनका परिणमित बल, मात्रा और दिशा में, त्रिभुज की तीसरी भुजा को उल्टे क्रमांक में लेने से व्यक्त होगा।

अतएव $F_n = m/NP^2$ क्षेत्र को △ PSN की भुजा NP द्वारा परिमाण और दिशा मे बतलाया जावे और $F_s = m/SP^2$ को भुजा PS द्वारा, तो तीसरी भुजा NS उलटे क्रमांक में लेने से उन दोनो बलों के परिणमित बल एवं क्षेत्र को बतावेगी।

भुजा NP से. मी. बताती है, चुम्बकीय क्षेत्र $\frac{m}{NP^2}$ को

अतएव भुजा 1 से. मी. बताती है, चुम्बकीय क्षेत्र $\frac{m}{NP^2} \times \frac{1}{NP}$

इसलिये भुजा NS बतावेगी, चुम्बकीय क्षेत्र $\frac{m}{NP^2} \times \frac{NS}{NP}$

इस परिणमित क्षेत्र को यदि F_e द्वारा व्यक्त किया जाय तो,

$F_e = \frac{m.NS}{NP^2 \times NP} = \frac{m\,2l}{NP^3}$ यदि NP = x से. मी. हो तो,

$$F_e = \frac{M}{x^3} \quad \cdots \quad (1)$$

यह बलो के त्रिभुज के अनुसार NS दिशा में कार्य करेगा।

समकोण △ PON में PO = d, ON = l, व NP = x है।

ध्रुव दक्षिण की तरफ होता है तब उदासीन बिन्दु चुम्बक के अक्ष पर प्राप्त होते हैं और उस समय,

चुम्बकीय अक्षीय बल क्षेत्र = पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

या $\quad 2Md/(d^2-l^2)^2 = H$

यहाँ d उदासीन बिन्दु की चुंबक के मध्य से दूरी है।

l चुंबक की अर्द्ध लंबाई है।

M चुंबकीय घूर्ण है।

व H पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक (*horizontal com nent*) है।

उपर्युक्त सूत्र की सहायता से, d, l व H के मान को मालूम कर M का निकाला जा सकता है।

चूंकि $M = 2\,m.l$, इसलिए इसकी सहायता से m का मान मालूम कि जाता है।

जब चुंबक का उत्तर ध्रुव उत्तर की ओर होता है, तब उदासीन बिन्दु चुंब के निरक्ष (equator) पर स्थित होता है। उस समय

चुंबकीय निरक्ष पर बल क्षेत्र की तीव्रता = पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र की तीव्र

या $\quad M/x^3 = H$

यहाँ x यह उदासीन बिन्दु की ध्रुव से दूरी है। x का मान ज्ञात कर, M के तथा उससे m का मान ज्ञात कर सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण 6:—एक 4 से. मी. लंबे चुंबक को चुंबकीय याम्योत्तर में इस प्रकार रखा जाता है कि उसका उत्तरी ध्रुव उत्तर को ओर हो। यदि उदासीन बिन्दु चुंबक के केन्द्र से 20 से. मी. दूरी पर पाये जाते हैं तो क्षैतिज घटक H का मान ज्ञात करो। चुंबक का ध्रुव सामर्थ्य 140 वेबर है। (राज. 1960)

हम जानते हैं कि उदासीन बिन्दु पर

$$F = H \qquad \ldots \qquad (1)$$

चूंकि चुंबक का उत्तरी ध्रुव उत्तर को ओर है, इसलिये उदासीन बिन्दु निरक्ष पर होंगे। इस स्थिति में F का मान

$$F_e = \frac{M}{(d^2+l^2)^{3/2}} \qquad \ldots \qquad (2)$$

$$\therefore \quad \frac{M}{(d^2+l^2)^{3/2}} = H \qquad \ldots \qquad (3)$$

यहाँ $M = 140 \times 4$, $d = 20$ से. मी., $l = 4/2$ से. मी., इनका मान (3) रखने से, $H = \frac{140 \times 4}{(20^2 \times 2^2)^{3/2}} = \frac{140 \times 4}{20^3}$

यहां $M = 2ml = 2 \times 45 \times 5, l = 5, x = 15$

$$\therefore F_e = \frac{2 \times 45 \times 5}{15 \times 15 \times 15} = \frac{2}{15}.$$

$\therefore$ 75 वेबर पर लगने वाला बल $= mH = 75 \times \frac{2}{15} = 10$ डाइन [यदि किसी m सामर्थ्य के ध्रुव को H इकाई के क्षेत्र में रखा जाय तो उस पर लगने वाला बल $= m \times H$ डाइन]

5. यदि एक छड़ चुम्बक की अक्ष पर 10 और 20 से. मी. दूर दो बिन्दुओं पर क्षेत्र की तीव्रता का अनुपात 12·5:1 है, तो चुम्बक के ध्रुवों के बीच की दूरी ज्ञात करो।

मानलो चुम्बक की लम्बाई $2l$ है और उसका घूर्ण M है।

मानलो पहले बिन्दु पर क्षेत्र की तीव्रता F_1 और दूसरे पर F_2 है।

सूत्र $F = \frac{2Md}{(d^2 - l^2)^2}$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$F_1 = \frac{2Md_1}{(d_1^2 - l^2)^2} \quad \text{और } F_2 = \frac{2Md_2}{(d_2^2 - l^2)^2}$$

$$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{2Md_1}{(d_1^2 - l^2)^2} \times \frac{(d_2^2 - l^2)^2}{2Md_2} = \frac{12 \cdot 5}{1}$$

या $$\frac{d_1}{d_2} \frac{(d_2^2 - l^2)^2}{(d_1^2 - l^2)^2} = \frac{12 \cdot 5}{1}$$

या $$\frac{10\,(20^2 - l^2)^2}{20\,(10^2 - l^2)^2} = 12 \cdot 5$$

या $$\frac{(400 - l^2)^2}{(100 - l^2)^2} = 25$$

या $$\frac{400 - l^2}{100 - l^2} = 5$$

या $$400 - l^2 = 500 - 5l^2$$

या $$l^2 = 25$$

$$\therefore \quad l = 5$$

अतएव ध्रुव के बीच की दूरी $= 2 \times 5 = 10$ से. मी.

41.7. उदासीन बिन्दुओं की सहायता से किसी चुम्बक के ध्रुवों का सामर्थ्य ज्ञात करो:—

हम अध्याय 40 में पढ़ चुके हैं कि चुम्बक को याम्योत्तर के समान्तर रख कर बल रेखाओं को खीचने से किस प्रकार उदासीन बिन्दु प्राप्त होते हैं। उदासीन बिन्दुओं का यह गुण है कि वहां पर परिणमित क्षेत्र शून्य होता है और इस प्रकार चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता, पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के बराबर होती है। अब चुम्बक का उत्तर

हुई दिक्सूची में 45° का विक्षेप उत्पन्न करता है। यदि उसी चुम्बक को चुम्बकीय याम्योत्तर के समान्तर इस प्रकार रखा जाय कि उसका उत्तर ध्रुव दक्षिण की ओर हो तो उदासीन बिन्दु की दूरी ज्ञात करो।

पहली स्थिति में चुम्बक के कारण सुई पर क्षेत्र की तीव्रता F_e होगी,

$$F_e = M/d^3 \quad \ldots \quad (1)$$

चूंकि F_e और H एक दूसरे के लम्बवत हैं, इसलिये स्पर्शज्या नियम के अनुसार,

$$F_e = H \tan \theta \quad \ldots \quad (2)$$

समीकरण 1 से, $M/d^3 = H \tan \theta$

$$M = d^3 H \tan \theta \quad \ldots \quad (3)$$

$$= 20^3 \times H \times 1$$

दूसरी स्थिति में मानलो उदासीन बिन्दु x से. मी. की दूरी पर आवेंगे। यह स्थिति चुम्बक के अक्ष पर होगी। अतएव

$$2M/x^3 = H$$

$\therefore$ $x^3 = 2M/H = 2 \times 20^3$ [समीकरण 3 से]

$\therefore$ $x = 20 \sqrt[3]{2}$

10. एक बहुत लम्बा चुम्बक ऊर्ध्वाधर स्थिति में रखा हुआ है। यदि उसका सामर्थ्य 80 वेवर है, तो उदासीन बिन्दु की दूरी ज्ञात करो। (H=0·1 ओरेस्टेड)

चूंकि चुम्बक अधिक लम्बा है, इसलिये केवल एक ध्रुव ही कार्य कारी होगा। अतएव,

$$m/r^2 = H$$

$\therefore$ $r^2 = m/H = 80/0{\cdot}2 = 400$

$\therefore$ $r = 20$ से. मी.

प्रश्न

1. चुम्बक का विक्षेपित अवस्था में उस पर कार्य करने वाले युग्म का घूर्ण निकालो व उसके द्वारा चुम्बकीय घूर्ण की परिभाषा दो। (देखो 41.1, 41.2)

2. स्पर्शज्या नियम का निवेदन करो, व इस नियम के लिए आवश्यक शर्तों को बताओ। (देखो 41.3)

3. चुम्बकीय अक्षीय व निरक्षीय बल क्षेत्र की तीव्रता के सूत्र ज्ञात करो व उनके आपस के सम्बन्ध को बताओ। (देखो 41.4, 41.5, 41.6)

4. उदासीन बिन्दुओं की सहायता से चुम्बक के ध्रुव सामर्थ्य को कैसे ज्ञात करोगे? समझाओ (देखो 41.7)

संख्यात्मक प्रश्नः—

1. एक स्वतन्त्रता पूर्वक लटकाये हुए चुम्बक को एक युग्म द्वारा 60° से विक्षेपित किया जाता है। यदि उसका चुम्बकीय घूर्ण 980 इकाई है तो युग्म का घूर्ण ज्ञात करो।

चूंकि $l << d$, इससे d नगण्य है।

$$\therefore H = \frac{140 \times 4}{20 \times 20 \times 20} = 0.07 \text{ ओरेस्टेड}$$

7. एक चुम्बक को जिसकी लम्बाई 20 से. मी. है चुम्बकीय याम्योत्तर में इस प्रकार रखा जाता है कि उदासीन बिन्दु चुम्बक के साथ समबाहु त्रिभुज बनाता है; यदि H का मान 0·36 है तो चुम्बक की ध्रुव सामर्थ्य ज्ञात करो।

चूंकि उदासीन बिन्दु समबाहु त्रिभुज बनाता है, अतएव यह बिन्दु निरक्ष पर है। अतएव,

$F_e = M/x^3$, x बिन्दु की ध्रुवों से दूरी है।

और $F_e = H$

$\therefore M/x^3 = H$

$\therefore M = x^3 H = 20 \times 20 \times 20 \times 0.36$

$\therefore 2m \times 10 = 20 \times 20 \times 20 \times 0.36$

$\therefore m = 20 \times 20 \times 0.36 = 144$ वेबर

8. एक छोटे छड़ चुम्बक को चुम्बकीय याम्योत्तर में इस प्रकार रखा जाता है कि उसका उत्तरी ध्रुव दक्षिण में है। उदासीन बिन्दु दक्षिण ध्रुव से उत्तर की ओर अक्ष पर 24 से. मी. दूर आता है। चुम्बक के दक्षिण ध्रुव से 20 से. मी. दूर उत्तर में चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो। (H=0·18)

चूंकि उदासीन बिन्दु 24 से. मी. दूरी पर अक्ष पर है, इसलिए

$2M/d^3 = H$

या $2 \times M/24^3 = 0.18$ $\therefore$ $M = 24^3 \times 0.18/2$

दूसरी स्थिति में मानलो 20 से. मी. दूर वाली बिन्दु पर क्षेत्र F है। तो,

$$F = \frac{2M}{20^3} = \frac{2}{20^3} \times \frac{24^3 \times 0.18}{2}$$

लग 6 = 0·7782	$= \frac{2}{20 \times 20 \times 20} \times \frac{24 \times 24 \times 24 \times 0.18}{2}$
3 लग 6 = 2·3346	
लग 5 = 0·6990	$= \frac{6 \times 6 \times 6 \times 0.18}{5 \times 5 \times 5}$ = प्रतिलग $\bar{1}$·4929
3 लग 5 = 2·0970	
3 लग 6 = 2·3346	= 0·3111 ओरेस्टेड
लग 0·18 = $\bar{1}$·2553	H का मान इसके विपरीत कार्य करता है। अतएव
योग = 1·5899	परिणमित बल = 0·3111 ~ 0·18
3 लग 5 = 2·0970	= 0·1311
बाकी = $\bar{1}$·4929	

9. एक छोटे छड़ चुम्बक को चुम्बकीय याम्योत्तर के लंबवत दिशा में रखा जाता है। वह उसकी निरक्ष (equator) पर 20 से. मी. दूर रखी

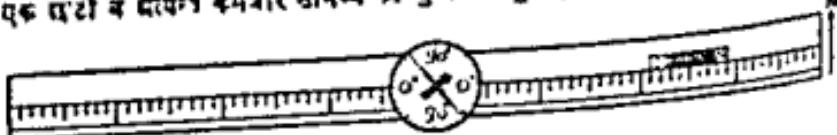
अध्याय 42

चुम्बकीय घूर्णों की तुलना

(Comparison of magnetic moments)

42.1 चुम्बकीय घूर्ण (magnetic moment) का माप—

अध्याय 41 में हम पढ़ चुके हैं कि किस प्रकार चुम्बकीय बिन्दुओं की सहायता से
चुंबकीय घूर्ण व ध्रुव सामर्थ्य का मान निकाल सकते हैं। यह मान निकालने में हमें
पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता का मान भी मालूम होना आवश्यक है। यदि हम दो चुम्बकों
के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना करना हो तो पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का मान
आवश्यक नहीं है। जिस उपकरण से यह तुलना करना संभव है उसे चुम्बकीय घूर्ण मापी
कहते हैं। चूंकि इसमें हमें एक चुम्बकीय सुई के विक्षेप को पढ़ना पड़ता है, इसलिए इसे
विक्षेप चुंबकीय घूर्ण मापी (Deflection magnetometer) कहते हैं।

42.2 विक्षेप चुम्बकत्व मापी:—बनावट:—चित्र में बताए अनुसार यह
लकड़ी का लम्बा तख्ता होता है। इसमें एक पैमाना इस प्रकार स्थिर रहता है कि
उसका शून्य (zero) के मध्य में रहता है। इसके दोनों ओर अंशांकन रहता है। इस पैमाने
के मध्य बिन्दु पर एक दिक्सूची (compass-needle) कीली पर रखी रहती है। यह
एक छोटी व अत्यन्त कमजोर सामर्थ्य की चुम्बकीय सुई होती है। इस चुंबकीय सुई के

चित्र 42.1

लम्बरूप एक लम्बा सूचक (pointer) रहता है। यह सूचक अल्युमिनियम का बना
रहता है। इसे अल्यूमिनियम का इसलिए बनाते हैं, चूंकि यह पदार्थ अत्यन्त हल्का होता
है और साथ ही अचुम्बकीय। सूचक व चुम्बक सुई धुरी पर इस प्रकार स्थिर रहते हैं कि
वे सरलता पूर्वक एक वृत्ताकार (circular) पैमाने पर घूम सकें। यह पैमाना एक दर्पण
पर स्थिर रहता है। दर्पण होना इसलिए आवश्यक है कि लम्बरूप देखने से हम सूचक की
स्थिति यथार्थता पूर्वक जान सकें। इसके लिए हमें दृष्टि को इस प्रकार रखना पड़ता है
कि सूचक व उसका प्रतिबिंब ठीक एक दूसरे के नीचे दिखाई दें।

42.3 चुम्बकीय घूर्णों की तुलना का सिद्धान्त:—मानलो किसी स्थान पर
चुम्बकीय याम्योतर (magnetic meridian) की दिशा O H द्वारा बताई गई है।
इस दिशा में चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक H कार्य कर रहा है। मानलो O बिन्दु पर
कोई चुम्बकीय दिक्सूची रखी हुई है। यदि एक चुम्बक इस प्रकार रखा जाय कि उसका
अक्ष चुम्बकीय याम्योतर के लम्बवत् हो व उसका केन्द्र बिन्दु O से d से. मी. दूर हो तो,

($H = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ ओरस्टेड)

(उत्तर 245 डाइन × से. मी.)

2. यदि एक दिक्सूची पर चुम्बकीय याम्योत्तर के लम्बवत दिशा में चुम्बकीय क्षेत्र लगाया जाय जिसका मान क्षैतिज घटक का दुगुना हो तो सूची का विक्षेप ज्ञात करो।

(उत्तर $63^\circ - 26'$)

3. एक चुम्बक की लम्बाई 16 से. मी. है और उसका ध्रुव सामर्थ्य 15 वेबर है। यदि उसके केन्द्र से 16 से. मी. दूर कोई बिन्दु लिया जाय तो उस बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो (अ) जब बिन्दु अक्ष पर है (ब) जब बिन्दु निरक्ष पर है।

[उत्तर (अ) 0·208 (ब) 0·0416]

4. दो छोटे चुम्बक जिनका घूर्ण 400 और 300 है दो समकोणिक रेखाओं के सहारे रखे हुए हैं। यदि उनकी दूरी रेखाओं के संगत बिन्दु से 20 और 10 से. मी. है तो संगत बिन्दु पर परिणमित क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो।

(उत्तर 0·6083, $\theta = 80{\cdot}6^\circ$)

5. एक चुम्बक की लम्बाई 10 से. मी. है और ध्रुव सामर्थ्य 100 वेबर है। यदि उसके दोनों ध्रुवों से 20 से. मी. दूरी पर एक बिन्दु लिया जाय तो क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो। [उत्तर 0·125 ओरस्टेड]

6. एक छोटा छड़ चुम्बक चुम्बकीय याम्योत्तर में इस प्रकार रखा हुआ है कि उसका उत्तरी ध्रुव दक्षिण में है। इस स्थिति में उसके उदासीन बिन्दुओं की दूरी 50 से. मी. है। यदि चुम्बक के ध्रुवों को घुमा दिया जाय तो उदासीन बिन्दुओं की स्थिति ज्ञात करो। [उत्तर 19·85 से. मी.]

7. यदि एक चुम्बक के ध्रुवों से 50 से. मी. दूर एक बिन्दु पर 40 वेबर का ध्रुव रखा जाय तो उस पर कितना बल लगेगा ? चुम्बक की लम्बाई 20 से. मी. है और ध्रुव सामर्थ्य 30 वेबर है। [उत्तर 0·192 डाइन]

8. एक चुम्बक को तख्ते पर याम्योत्तर में इस प्रकार रखा जाता है कि उसका उत्तरी ध्रुव उत्तर की ओर रहे। यदि इसी स्थिति में उदासीन बिन्दु चुम्बक के साथ समबाहु त्रिभुज बनाते हैं जिसकी भुजा 10 से. मी. है, तो चुम्बक का ध्रुव सामर्थ्य ज्ञात करो। (H =0·3 ओरस्टेड) [उत्तर 30 वेबर]

9. एक चुंबक जिसकी लम्बाई 8 से. मी. है और ध्रुव सामर्थ 5 वेबर है 0.18 तीव्रता के क्षेत्र में रखा हुआ है। यदि उसको 90° से घुमाया जाय तो कितना युग्म लगाना पड़ेगा ? [उत्तर 7·2 डाइन × से. मी.]

10. दो छोटे चुंबक जिनका घूर्ण क्रमशः 125 और 512 इकाई है, इस प्रकार रखे हुए हैं कि उनकी अक्ष एक ही रेखा पर है और उनके ध्रुव विरुद्ध दिशा में इंगित करते हैं। यदि चुंबकों के बीच की दूरी 26 से.मी. है, तो उनके बीच उदासीन बिन्दु की स्थिति ज्ञात करो। (पृथ्वी के क्षेत्र को नगण्य मानलो) [उत्तर 125 घूर्णवाले से 10 से.मी. दूर]

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} \times \frac{(d^2)^2}{(d^2)^2}$$

या $$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} \quad \ldots \quad (6)$$

इस प्रकार समीकरण (4), (5) व (6) से स्थिति के अनुसार, θ_1 व θ_2 को ज्ञात कर हम चुम्बक के घूर्णों की तुलना कर सकते हैं।

ऊपर के सूत्र में हमने चुम्बक को इस प्रकार रखा है कि उसका अक्षीय क्षेत्र F काम में आता है। यदि इसके स्थान पर चुम्बक को चित्र 42·3 के अनुसार रखा जाय तो चुम्बकीय सूची चुम्बक के निरक्ष की ओर रहती है और इस स्थिति में F_a के स्थान पर F_e लेना होगा।

$$F_e = H \tan \theta_1$$

या $$\frac{M_1}{(d^2 + l_1^2)^{3/2}} = H \tan \theta_1 \quad (7)$$

और समीकरण 3 के स्थान पर

$$\frac{M_2}{(d^2 + l_2^2)^{3/2}} = H \tan \theta_2 \quad \ldots \quad (8)$$

इसलिये समीकरण (7) को (8) से भाग देने पर

$$\frac{M_1}{(d^2 + l_1^2)^{3/2}} \times \frac{(d^2 + l_2^2)^{3/2}}{M_2} = \frac{H \tan \theta_1}{H \tan \theta_2}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} \times \frac{(d^2 + l_1^2)^{3/2}}{(d^2 + l_2^2)^{3/2}} \quad \ldots \quad (9)$$

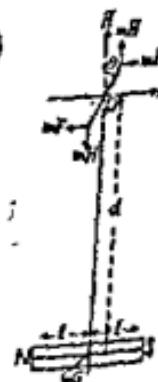
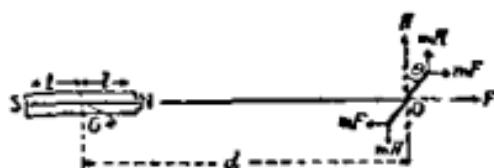
यदि दोनों चुम्बकों की लम्बाई बराबर हो या इतनी छोटी हो कि वह नगण्य हो जाय तब

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} \quad \ldots \quad (10)$$

चित्र 42.3

समीकरण 4 जिस समय प्राप्त होता है उस समय की चुम्बक की स्थिति को ध्रुवाभिमुखी (end-on) स्थिति या स्पर्शज्या (tangent) A कहते हैं और समीकरण (9) के समय चुम्बक की स्थिति को मध्याभिमुखी (broad side on) या स्पर्शज्या (tangent) B कहते हैं।

42.4. विक्षेप चुम्बकत्व मापी द्वारा दो चुम्बकीय घूर्णों की तुलना करना:—(अधिक जानकारी के लिये लेखकों की "प्रायोगिक भौतिकी" देखो) स्पर्शज्या A स्थिति अथवा ध्रुवाभिमुखी (End on) स्थिति जब चुम्बकों की दूरी एक सी हो:— इस विधि में अनुच्छेद 42.3 के सूत्र 4 का उपयोग करना पड़ता है।

चुम्बकत्व मापी का समंजन (Adjustment):—(i) चुम्बकत्व मापी पर लगे दिक्सूची बक्स को इस प्रकार समंजित करो कि उस पर लगे सूचकांक पैमाने के शून्य अंशों को जोड़ने वाली रेखा चुम्बकत्व मापी की लम्बाई के समान्तर हो जाय।

इस दूरी पर चुम्बक के मध्य पर एक बल क्षेत्र $F_a = \frac{2M_1 d}{(d^2 - l_1^2)^2}$ कार्य करेगा।

चित्र 42.2

यह बल क्षेत्र H क्षेत्र के लम्बवत होगा। यहाँ M_1 चुम्बक का घूर्ण है, व l_1 उसकी अर्द्ध लम्बाई। इस प्रकार O बिन्दु पर दो क्षेत्र H व F कार्य करेंगे। ये क्षेत्र एक दूसरे के लम्बरूप है। इस कारण स्पर्शज्या के नियम के अनुसार चुम्बक सुई इस प्रकार विक्षेपित होगी कि वह H की दिशा से θ_1 का कोण बनायेगी, जिससे

$$F_a = H \tan \theta_1 \quad .... \quad (1)$$

$$\text{किन्तु } F_a = \frac{2M_1 d}{(d_2 - l_1^2)^2}$$

$$\therefore \quad \frac{2M_1 d}{(d_2 - l_1^2)^2} = H \tan \theta_1 \quad .... \quad (2)$$

इस प्रकार यदि हम पहिला चुम्बक हटाकर उसके स्थान पर दूसरा चुम्बक रख दें जिसका घूर्ण M_2 व अर्द्ध लम्बाई l_2 हो व मध्य से दूरी वही d से. मी. हो। मानलो चुम्बक सुई का विक्षेप अब θ_2 है तब,

$$\frac{2M_2 d}{(d_2 - l_2^2)^2} = H \tan \theta_2 \quad .... \quad (3)$$

समीकरण (2) को (3) से भाग देने पर,

$$\frac{2M_1 d}{(d^2 - l_1^2)^2} \times \frac{(d^2 - l_2^2)^2}{2M_2 d} = \frac{H \tan \theta_1}{H \tan \theta_2}$$

$$\text{या} \quad \frac{M_1}{M_2} \times \frac{(d^2 - l_2^2)^2}{(d^2 - l_1^2)^2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2}$$

$$\text{या} \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} \times \frac{(d^2 - l_1^2)^2}{(d^2 - l_2^2)^2} \quad — \quad (4)$$

यदि दोनों चुम्बकों की अर्द्ध लम्बाई एक सी हों अर्थात् $l_1 = l_2 = l$ तब,

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} \times \frac{(d^2 - l^2)^2}{(d^2 - l^2)^2}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} \quad .... \quad (5)$$

या यदि उनकी अर्द्ध लम्बाई इतनी छोटी हो कि d^2 की अपेक्षा l_1^2 या l_2^2 नगण्य हों तो,

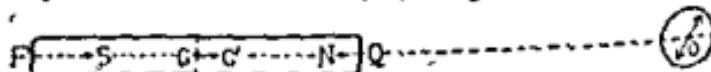
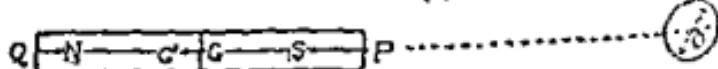
की दूरी इतनी रखनी चाहिए जिससे विक्षेप 45° अंश के पास पास रहे। किसी भी दशा में विक्षेप का मान 20° से कम अथवा 70° से अधिक नहीं होना चाहिये।

(ii) दिक्सूची में चुंबकसुई और सूचक की धुरी वृत्ताकार पैमाने के केन्द्र में न होकर जरासी हटकर हो सकती है। चित्र 42.5 देखो। O, यह पैमाने का केन्द्र बिन्दु है और O' धुरी की स्थिति। यदि धुरी O बिन्दु पर होती तो सूचक के दोनों सिरे पैमाने पर एक ही पाठ्यांक (चित्र में) पढ़ते। किन्तु धुरी O' पर होने के कारण अब दोनों सिरे भिन्न भिन्न पाठ्यांक पढ़ेंगे। अतएव यथार्थ विक्षेप ज्ञात करने के लिए हमें सूचक के दोनों सिरों पर स्थिति को पढ़कर उनका मध्यमान निकालना पड़ेगा। अतएव सूचक के दोनों सिरों को पढ़कर θ के दो अंश ज्ञात करो।

चित्र 42.5

(iii) हम जानते है कि चुम्बक में ध्रुवों को यथार्थ स्थिति ज्ञात करना अत्यन्त कठिन है। हो सकता है कि चुम्बक के ध्रुवों की स्थिति संमितिक (symmetrical) न हो अथवा दूसरे शब्दों में चुम्बकीय मध्य व चुम्बक का रेखागणितीय मध्य संपातित न हो। चित्र 42.6 (a) व 42.6 (b) देखो। उत्तर ध्रुव सिरे के अधिक पास व दक्षिणी ध्रुव मध्य की ओर है। इस कारण चुम्बकीय मध्य G और रेखागणितीय मध्य G' एक दूसरे से संपातित नहीं हैं। जब हम चुम्बक को चुम्बकत्व मापी पर रखते हैं तब तक हम d के मान को लिखते हैं वह हम चुम्बक के रेखागणितीय मध्य G' से नापते हैं, चूंकि हमें G की स्थिति का ज्ञान नहीं होता है। अतएव यदि हम चुम्बक को इस प्रकार रखें कि उसका उत्तर ध्रुव दिक्सूची की ओर हो तो हम d का मान पढ़ने में GG' से गलती कर रहे हैं। हमें GG' जितनी d की मात्रा कम लेनी चाहिये। इस त्रुटि को दूर करने के लिए हम उस स्थिति पर चुम्बक के सिरे पलट देते हैं जिससे अब चुम्बक का दक्षिण ध्रुव दिक्सूची की ओर आजाय। इस समय भी हम d को पढ़ने में GG' से गलती कर रहे हैं परन्तु इस अवस्था में d की दूरी में

चित्र 42.6 (a)

चित्र 42.5 (b)

GG' जितना ही और जोड़ना चाहिये। अतएव एक बार हम d के मान को आवश्यकता से अधिक व दूसरी बार आवश्यकता से कम लेते हैं। इसलिए चुम्बक को

(ii) इसके उपरान्त पूरे चुम्बकत्व मापी को इस प्रकार घुमाओ कि सूचक पैमाने के शून्य, शून्य पर स्थित हो जाय। इसका अर्थ यह हुआ कि चुम्बकत्व मापी की लम्बाई याम्योतर के लम्बरूप हुई। यह स्पष्ट है कि चुम्बकत्व सुई हमेशा याम्योतर में ही रहती है। चूंकि सूचक शून्य अंश पर है इसलिये चुम्बक सुई 90° पर रहेगी। चूंकि सूचक चुम्बकत्व मापी के समांतर है, अतः चुम्बकत्व मापी याम्योतर के लम्बरूप होगा।

विधि:—अब चुम्बक को मापी पर इस प्रकार रखो कि उसकी लम्बाई मापी के समांतर रहे और उसकी दूरी d ज्ञात करो। दिक्सूची में हुए विक्षेप θ_1 को पढ़लो। अब इस चुम्बक के स्थान पर दूसरा चुम्बक रखो और इसी प्रकार उसके कारण विक्षेप θ_2 पढ़लो। सूत्र की सहायता से M_1/M_2 का मान ज्ञात करो।

चित्र 42.4 (a)

वास्तव में यथार्थ काम के लिये हमें भिन्न-भिन्न प्रकार से प्रत्येक विक्षेप के 16 पाठ्यांक लेने पड़ते हैं। इसका वर्णन आगे के अनुच्छेद में किया गया है।

स्पर्शज्या B स्थिति अथवा मध्याभिमुखी (broad side) स्थिति जब चुम्बकों की दूरी एक सी हो:—इस विधि में अनुच्छेद 4 का सूत्र 9 का उपयोग करना पड़ता है।

चुम्बक मापी का समंजन—:दिक्सूची को इस प्रकार समंजित करो कि उस पर लगे वृत्ताकार पैमाने के 90-90 अंश को जोड़ने वाली रेखा चुम्बकत्व मापी की लम्बाई के समान्तर हो। इसके उपरान्त पूरे चुम्बकत्व मापी को इस प्रकार घुमाओ कि सूचक शून्य शून्य अंश पर आ जाय। इसका अर्थ यह होगा कि चुम्बकीय सुई मापी के समान्तर होगी और इस कारण मापी की लम्बाई चुम्बकीय याम्योतर के समान्तर होगी।

विधि:—अब चुम्बक को मापी पर इस तरह रखो कि उसकी लम्बाई मापी के लम्बरूप हो। चुम्बकीय सुई उसकी निरक्ष (equator) पर रहे। दूरी अंकित कर विक्षेप θ_1 को पढ़लो। इसी क्रिया को दूसरे चुम्बक से उसी दूरी पर दुहराकर θ_2 का मान निकालो। फिर सूत्र की सहायता से M_1/M_2 का मान ज्ञात करो।

चित्र 42.4 (b)

42.5. चुम्बकत्वमापी में त्रुटियों के उद्गम व उनका निराकरण:—

(i) हम चुम्बकीय घूर्णों की तुलना करते समय देख चुके हैं कि सूत्र में हमें $\tan\theta$ का मान निकालना पड़ता है। जब θ का मान 20,25° से कम और 65,70° से अधिक होता है तब tangent के मान में एक मात्र अंश की त्रुटि होने से तुलनात्मक त्रुटि बहुत अधिक होती है। अतएव यदि θ का मान बहुत कम या अधिक हो और उस समय विक्षेप पढ़ने में यदि हम एक या दो अंश से त्रुटि करें तो हमारे परिणाम में प्रतिशत त्रुटि बहुत अधिक आयगी। इसलिये चुम्बकत्व मापी पर चुम्बक

दूरी वास्तविक दूरी से OO′ से छोटी होती है। इस त्रुटि को दूर करने के लिए उसी पाठ्यांक पर हम चुंबक को चुंबकत्व मापी की दूसरी भुजा पर दूसरी ओर रखते हैं। अब हमारी पढ़ी हुई दूरी O′G′ है जब कि वह वास्तव में होनी चाहिए OG′। अतएव, अब पढ़ी हुई दूरी वास्तविक दूरी से OO′ से अधिक है। इसलिये इस स्थिति में पहले समझाये अनुसार आठों पाठ्यांकों को पुनश्च पढ़ने से त्रुटि दूर हो जायगी।

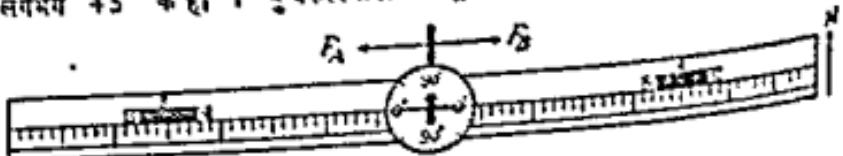
इसलिये चुंबक को दूसरी भुजा पर उसी दूरी पर रखकर ऊपर लिखे आठों विक्षेपों को पुनः पढ़ो। इस प्रकार विक्षेप के कुल 16 पाठ्यांक हुए।

इन सोलह पाठ्यांकों का औसत मान, विक्षेप का सही मान होगा। इन सोलह पाठ्यांकों को प्रयोग करते समय किस प्रकार की सारणी बनाकर लिखना चाहिए, यह लेखकों द्वारा लिखी "प्रायोगिक भौतिकी" में देखो।

(vi) चुंबकत्व मापी को पढ़ते समय आंख को ठीक ऊर्ध्वाधर रखना चाहिए। आंख की स्थिति ठीक है यह मालूम करने के लिये उसे इस प्रकार रखो कि दिक्सूची का सूचक व उसका नीचे लगे दर्पण में प्रतिबिम्ब एक दूसरे के ठीक नीचे मालूम हो। इस प्रकार सूचक का पाठ्यांक पढ़ने में पूर्ण यथार्थता रहती है।

(vii) हमें मालूम है कि स्पर्शज्या नियम की यथार्थता के लिए दोनों क्षेत्र एक समान व लम्ब रूप होने चाहिये। हमारे प्रयोग में H तो एक समान होता है किन्तु F एक समान नहीं होता है। यह बल क्षेत्र का वह मान है जो किसी स्थिर बिन्दु पर होता है। अतएव, दिक्सूची की चुम्बकीय सुई जितनी अधिक छोटी हो उतना ही अच्छा है। यह इतनी छोटी होनी चाहिये कि उसकी लम्बाई पर F का मान एक सा रहना चाहिये। चूँकि चुम्बकीय सुई छोटी रहती है इसलिये उसका विक्षेप यथार्थता पूर्वक पढ़ने के लिये उस पर एक लंबा सूचक लगा रहता है।

42.5 चुम्बकत्व मापी द्वारा दो चुम्बकों के घूर्णों की तुलना:— स्पर्शज्या A अथवा B स्थिति में (null method) संतुलन विधि द्वारा करना:—
(प्रायोगिक भौतिकी लेखकों द्वारा देखो)

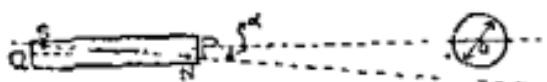
अनुच्छेद 42.4 में समझाये अनुसार चुंबकत्व मापी को स्पर्शज्या A स्थिति में रखो। इस स्थिति में मापी की लम्बाई याम्योत्तर के लम्बवत होगी। अब एक चुम्बक उस पर अक्षाभिमुखी (end on) स्थिति में इतनी दूरी पर रखो कि विक्षेप लगभग 45° के हों। चुंबकत्वमापी की दूसरी भुजा पर दूसरा चुम्बक इतनी दूरी

चित्र 42.9

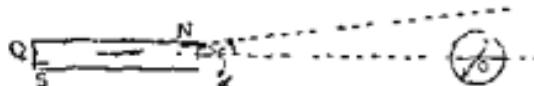
पर रखो कि यह विक्षेप शून्य हो जाय। यह तभी संभव है जब दोनों चुंबकों द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता दिक्सूची पर एक ही रेखा पर किन्तु विरुद्ध दिशा

इन दोनों स्थितियों में विक्षेप के मान को पढ़कर उनका औसत निकालने से हमें यथार्थ विक्षेप ज्ञात होता है।

इस प्रकार से इस त्रुटि को दूर करने के लिये चुम्बक के सिरों को उसी स्थिति पर बदल कर विक्षेप के कुल चार पाठ्यांक लो।

(iv) हो सकता है कि चुम्बकीय अक्ष (magnetic axis) और चुम्बक को रेखागणितीय अक्ष (geometrical axis) एक दूसरे से सपातित न हो:—

हमें ज्ञात है कि सूत्र में हम चुम्बकीय अक्षीय बल क्षेत्र की तीव्रता का मान लिखते हैं। अतएव दिक्सूची की धुरी चुम्बक के अक्ष पर स्थित होनी चाहिये। चूंकि हम चुम्बकीय अक्ष की स्थिति नहीं जानते हैं, इसलिये समजन करते समय हम चुम्बक को चुम्बकत्व मापी पर इस प्रकार रखते हैं कि उसकी रेखागणितीय अक्ष दिक्सूची की

चित्र 42.7 (a)

धुरी में से होकर निकले। चित्र 42.7 (a) देखो। PQ रेखागणितीय अक्ष है और NS चुम्बकीय अक्ष। दिक्सूची PQ रेखा पर स्थित है। PQ और NS में मानलो कोण α है और इस कारण हमारे विक्षेप पढ़ने में त्रुटि आयगी। अतएव, यदि चित्र में बताये अनुसार चुम्बक को अपनी स्थिति पर ही उलट दिया जाय तो फिर उसकी चुम्बकीय अक्ष

चित्र42.7 (b)

उतना ही कोण विरुद्ध दिशा में बनायेगी। अतएव दोनों स्थितियों में यदि विक्षेप पढ़ा जाय तो यह त्रुटि दूर हो जायगी।

इसलिए चुम्बक को अपने स्थान पर ही पलट कर ऊपर लिखे चारों विक्षेपों को पुनः पढ़ो। इस प्रकार विक्षेप के कुल आठ पाठ्यांक हुए।

(v) चुम्बकत्व मापी पर लगे हुए पैमाने का शून्य और वृत्ताकार पैमाने का केन्द्रबिन्दु जिस पर दिक्सूची की धुरी रहती है एक दूसरे से संपातित न हो;

मानलो O′ पैमाने का शून्य है और O वृत्ताकार पैमाने का केन्द्र। जब हम पैमाने पर

चित्र 42.8

चुम्बक के मध्य G की स्थिति पढ़ते हैं तब वह दूरी GO′ बताता है जब कि वास्तव में हमारी दूरी GO है। अतएव d के मान में OO′ से त्रुटि हुई। पढ़ी हुई

ज़ोर की समानता रहती है। संतुलन स्थिति में इस स्थिति को न रह कर केवल सूत्र करना पड़ता है। अतः त्रुटि का एक बहुत बड़ा कारण दूर हो जाता है। इसलिए सबसे अधिक उत्तम स्थिति स्पर्शज्या A स्थिति में संतुलन स्थिति है।

संख्यात्मक उदाहरण:—1. एक छोटा चुम्बक दिक्सूची से पश्चिम की ओर 20 से. मी. दूर रखने पर उसमें 45° का विक्षेप उत्पन्न करता है। यदि H का मान 0·34 इकाई है तो चुंबक का चुम्बकीय घूर्ण ज्ञात करो।

चूंकि चुम्बक, सूची के पश्चिम में है, इसलिए सूची उसके अक्ष पर होनी चाहिये। यानी यह स्थान स्पर्शज्या A स्थिति का है। यहाँ $d = 20$ से. मी., $\theta = 45°$, $H = 0·34$ है।

सूत्र $F = H \tan\theta$ में $F = 2M/d^3$ रखने पर

$$2M/d^3 = H \tan\theta$$

$\therefore M = d^3 H \tan\theta/2 = 20 \times 20 \times 20 \times 0·34/2 = 1360$ इकाई

2. एक चुंबक की लम्बाई 10 से. मी. है। उसके निरक्ष पर 20 से.मी. दूर एक दिक्सूची रखी हुई है। यदि सूची में 45° का विक्षेप आता है तो चुम्बक का ध्रुव सामर्थ्य ज्ञात करो। (H = 0·3 ओरस्टेड)

दी हुई राशियां:—$d = 20$ से. मी., $l = 10/2 = 5$ से. मी., $\theta = 45°$, $H = 0·3$ ओरस्टेड। स्पर्शज्या B स्थिति का सूत्र लगाने से,

$$M/(d^2+l^2)^{3/2} = H \tan\theta$$

$\therefore \quad M = (d^2+l^2)^{3/2} H \tan\theta$

या $\quad 2 \times m \times l = (20^2+5^2)^{3/2} \times 0·3 \times 1$

या $\quad 2 \times m \times l = (425)^{3/2} \times 0·3 \times 1$

$\therefore \quad 10 \times m = 0·3 \times (425)^{3/2}$

$\therefore \quad m = 0·03 \times (425)^{3/2}$

$= 262·8$ वेबर

लग 425 $= 2.6284$

$\frac{3}{2}$ लग 425 $= \frac{3}{2}$ (2·6284)

$= 3$ (1·3142)

$= 3·9426$

लग 0·03 $= \overline{2}.4771$

योग $= 2·4197$

प्रतिलग $= 262·8$

3. एक विक्षेप चुम्बकत्व मापी पर दिक्सूची से पूर्व की ओर दो चुंबक एक एक करके 20 से. मी. की दूरी पर रखे जाते हैं। यदि उनसे क्रमशः विक्षेप 45° और 30° का होता है तो उनके चुम्बकीय घूर्णों का अनुपात ज्ञात ... छोटे हों (ब) जब उनकी लंबाई क्रमशः 10 और 12

अ, $\frac{M_1}{M_2} = \frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\tan 45}{\tan 30} = 1/1/\sqrt{3}$

में हो व उनका मान बराबर हो। इस कारण दिक्सूची पर परिणमित बल क्षेत्र केवल पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के कारण ही होगा और दिक्सूची H की दिशा में स्थिर रहेगी। इस संतुलित स्थिति में यदि दोनों चुम्बकों की दूरी क्रमशः d_1 और d_2 से. मी. हो तो,

$$\frac{2\,M_1\,d_1}{(d_1^2 - l_1^2)^2} = \frac{2M_2\,d_2}{(d_2^2 - l_2^2)^2}$$

$$\text{या} \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{(d_1^2 - l_1^2)^2}{(d_2^2 - l_2^2)^2}$$

यदि चुम्बकों की लम्बाई बहुत छोटी हो तो,

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{d_1^4}{d_2^4} = \frac{d_1^3}{d_2^3}$$

इस प्रकार उपरोक्त सूत्रों की सहायता से हम चुम्बकीय घूर्णों की तुलना कर सकते हैं।

यदि चुम्बकत्व मापी को स्पर्शज्या B स्थिति में रखा जाय और उस पर चित्र में बताये अनुसार दोनों चुम्बकों को एक साथ रखकर विक्षेप शून्य कर दिया जाय तो,

$$\frac{M_1}{(d_1^2 + l_1^2)^{3/2}} = \frac{M_2}{(d_2^2 + l_2^2)^{3/2}}$$

$$\text{या} \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{(d_1^2 + l_1^2)^{3/2}}{(d_2^2 + l_2^2)^{3/2}}$$

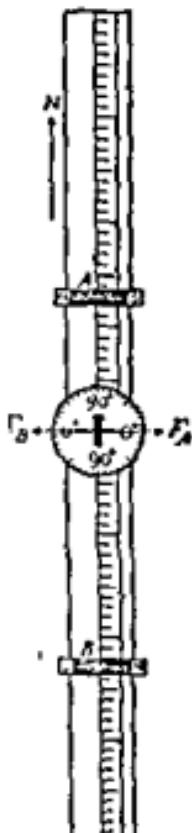
लम्बाई बहुत छोटी होने पर,

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{d_1^3}{d_2^3}$$

चित्र 42.10

42·7. चुम्बकीय घूर्णों की तुलना की सबसे उत्तम विधिः—ऊपर हम पढ़ चुके हैं कि चुम्बकत्वमापी द्वारा हम कई विधियों से घूर्णों की तुलना कर सकते हैं।

हम पहिले पढ़ चुके हैं कि एक ही दूरी पर चुम्बक में अक्षीय बल क्षेत्र की तीव्रता निरक्ष (equatorial) चुम्बकीय बल क्षेत्र से लगभग दुगुनी होती है। अतएव, किसी विशेष विक्षेप पर स्पर्शज्या A स्थिति में स्पर्शज्या B से चुम्बक को अधिक दूरी रहेगी। अधिक दूरी रहने से दिक्सूची पर हम चुम्बकीय क्षेत्र को लगभग एक समान मान सकेंगे और इससे प्रयोग की यथार्थता अधिक होगी।

विक्षेप विधि में हमें विक्षेप को यथार्थता से पढ़ने के लिए सोलह पाठ्यांक लेने पड़ते हैं। पुनः स्पर्शज्या का मान रखने से तनिक सी त्रुटि होने पर प्रतिशत त्रुटि अधिक

4. ध्रुवों की तुलना करने की सबसे उत्तम विधि कौन सी है और क्यों ?
(देखो 42·5 और 42·7)

5. दिक्‌सूची बक्स में चुम्बक छोटा व सुचक बड़ा क्यों लेते हैं ? समझाओ।
(देखो 42·5)

संख्यात्मक प्रश्न;—

1. एक चुम्बक को स्पर्शज्या A स्थिति में रखने पर सूची में 45° का विक्षेप उत्पन्न करता है। यदि उनके केन्द्रों के बीच 40 से. मी. की दूरी है तो चुम्बक का घूर्ण ज्ञात करो। (H = 0.30) (उत्तर 9600 इकाई)

2. दो छोटे चुम्बकों को स्पर्शज्या A स्थिति में चुम्बकत्व मापी पर क्रमशः 30 और 40 से. मी. की दूरी पर रखने से बराबर विक्षेप उत्पन्न होता है। उनके घूर्णों का अनुपात ज्ञात करो। यदि उनकी क्रमशः लम्बाई 10 और 12 से. मी. है तो उनके ध्रुवों का क्या अनुपात होगा ? उत्तर 27:64,0·4174:1)

3. दो छोटे चुम्बक विक्षेप मापी पर इस प्रकार रखे हुये हैं कि उनकी अक्ष चुम्बकीय याम्योत्तर के लम्बवत् है। एक 10 से. मी. पूर्व की ओर, दूसरा 20 से. मी. पश्चिम की ओर। यदि सूची का विक्षेप शून्य हो तो उनके घूर्णों का अनुपात ज्ञात करो। (उत्तर 1:8)

———

दूसरी स्थिति में, $F = H \tan\theta$ में F और θ का मान रखने से,

$$\frac{2M_1\, d}{(d^2 - l_1^2)^2} = H \tan\theta_1$$

तथा $$\frac{2M_2\, d}{(d^2 - l_2^2)^2} = H \tan\theta_2$$

या $$M_1 = \frac{(d^2 - l_1^2)^2}{2d} H \tan\theta_1 \quad (1)$$

तथा $$M_2 = \frac{(d^2 - l_2^2)^2}{2d} H \tan\theta_2 \quad (2)$$

$$\therefore \frac{M_1}{M_2} = \frac{(d^2 - l_1^2)^2}{(d^2 - l_2^2)^2} \times \frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}$$

या $$\frac{M_1}{M_2} = \frac{(20^2 - 5^2)^2}{(20^2 - 6^2)^2} \times \frac{\tan 45}{\tan 30}$$

$$= \frac{(375)^2}{(364)^2} \times \sqrt{3} = 1{\cdot}838$$

लग 375 = 2·5740
लग 375 = 2·5740
$\frac{1}{2}$ लग 3 = 0·2385

(1) योग = 5·3865
लग 364 = 2·5611
लग 364 = 2·5611

(2) = 5·1222
योग 1 = 5·3865
योग 2 = 5·1222

अन्तर = 0·2643
प्रतिलग = 1·838

4. दो छोटे चुम्बक स्पर्शज्या B स्थिति में चुम्बकत्व मापी की दोनों भुजाओं पर रखे जाते हैं। जब उनकी दूरी क्रमशः 50 और 30 से. मी. है तो विक्षेप शून्य हो जाता है। उनके चुम्बकीय घूर्णों का अनुपात ज्ञात करो।

यह प्रश्न संतुलन विधि पर आधारित है; इस स्थिति में दोनों चुम्बकों का क्षेत्र सूची पर बराबर और विरुद्ध दिशा में होता है। यानी $F_1 = F_2$

$$\therefore \quad M_1/(d_1^2 + l_1^2)^{3/2} = M_2/(d_2^2 + l_2^2)^{3/2}$$

चूंकि चुम्बक छोटे हैं अतएव इनकी लम्बाई नगण्य है

अतएव $$M_1/d_1^3 = M_2/d_2^3$$

$$\therefore \frac{M_1}{M} = \frac{d_1^3}{d_2^3} = \frac{50^3}{30^3} = \frac{5^3}{3^3} = \frac{125}{27}$$

प्रश्न

1. विक्षेप चुम्बकत्व मापी का वर्णन करो। उसे स्पर्शज्या A स्थिति में कैसे रखोगे? उसके द्वारा दो चुम्बकों के घूर्णों की तुलना किस प्रकार करोगे? समझाओ। (देखो 42·2, 42.3 और 42·4)

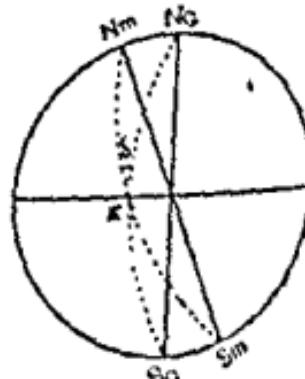
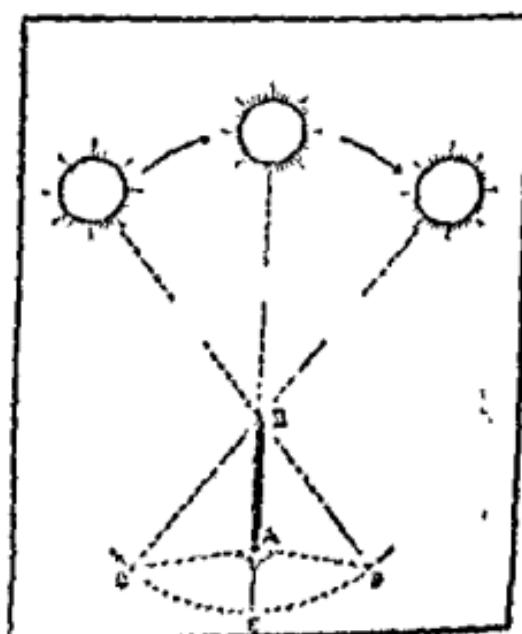
2. चुम्बकत्वमापी को स्पर्शज्या B स्थिति में किस प्रकार करोगे? उससे संतुलन विधि से घूर्णों का अनुपात ज्ञात करो। (देखो 42·4)

3. चुम्बकत्वमापी में कौन कौन सी त्रुटियों के होने की सम्भावना है? उनका निराकरण किस प्रकार किया जाता है? (देखो 42·5)

अपनी दिशा बदलते रहते हैं। प्रायः ऐसा अनुमान लगाया जाता है कि ये ध्रुव ... वर्ष में एक वृत्त में घूम जाते हैं। पुरानी चट्टानों के चुम्बकत्व का अध्ययन करने ... एक और बात का पता चलता है। इसके अनुसार कदाचित अति पुरातन काल में चु... ध्रुवों की स्थिति आज के विरुद्ध थी। इस प्रकार पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र ... का एक रोचक विषय है।

43.2 दिक्पात कोण (Angle of declination)—यदि ... स्थान पर हम चुम्बकीय याम्योत्तर (magnetic meridian) और भौगो... याम्योत्तर (geographical meridian) खींचें तो हम देखते हैं कि ये दोनों एक दूसरे से संपातित न होकर आपस में एक कोण बनाती हैं। इस कोण को दिक्पात कोण कहते हैं। भिन्न भिन्न स्थानों पर दिक्पात कोण का मान भिन्न भिन्न रहता है। ऐसे भी स्थान रहते हैं जहां इस कोण का मान शून्य भी रहता है जैसा कि हम ऊपर पढ़ चुके हैं। चूंकि चुम्बकीय क्षेत्र का मान व दिशा बहुत धीरे धीरे समयानुसार बदलती रहती है, इसीलिये किसी स्थान पर दिक्पात कोण का मान भी बदलता रहता है।

चित्र 43.2

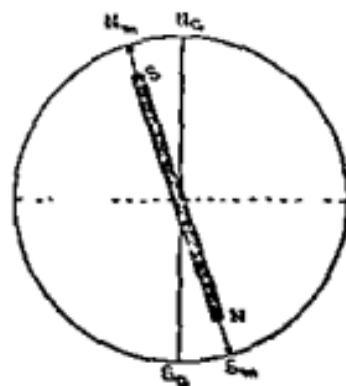
43.3. दिक्पात कोण ज्ञात करना:—किसी

चित्र 43.3

अध्याय 43

पृथ्वी का चुम्बकत्व

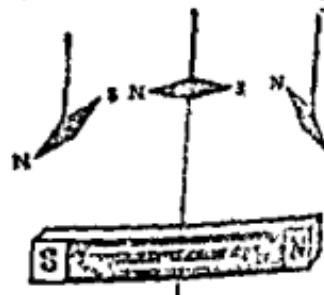
(Terrestrial magnetism)

43.1. पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र:—हम पहले पढ चुके हैं कि जब किसी चुम्बक को स्वतंत्रता पूर्वक लटकाया जाता है तब वह हमेशा एक ही दिशा में आकर ठहरता है। इसका स्पष्ट अर्थ यह है कि इस दिशा में कोई न कोई चुम्बकीय क्षेत्र अवश्य कार्य करना चाहिये। इस चुम्बकीय क्षेत्र को पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र कहते हैं। जिस दिशा को चुम्बक का उत्तर ध्रुव बताता है उसे चुम्बकीय उत्तर (Magnetic north) कहते हैं और जिस दिशा को दक्षिणी ध्रुव बताता है उसे चुम्बकीय दक्षिण (Magnetic south) कहते हैं। यह चुम्बकीय उत्तर दक्षिण दिशा भौगोलिक (geographical) उत्तर दक्षिण दिशा से संपातित (coincide) नहीं होती है। पृथ्वी के इस क्षेत्र का सही २ कारण पूर्ण रूप से अभी तक ज्ञात नहीं हुआ है किन्तु ऐसा अनुमान लगाया जाता है कि (artificial) उपग्रहों (satellites) के सफल प्रयोगों से वह दिन दूर नहीं जब हम पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का सही कारण जानने में सफल होंगे।

मोटे तौर पर हम कहते हैं कि चुम्बकीय क्षेत्र के दो उद्गम हैं—एक तो पृथ्वी के अन्दर और दूसरा बाहर वायु मण्डल में। पृथ्वी की सतह के अन्दर द्रव्य बहुत अधिक ताप व दाब के कारण द्रव अवस्था में होता है। पृथ्वी के अपनी धुरी पर चक्कर लगाते रहने के कारण यह द्रव भी घूर्णित होता है। इस कारण यह विद्युतधारा (Electric current) पैदा करता है और इस कारण चुम्बकीय क्षेत्र। साथ साथ कई कारणों से हमारे वायु मण्डल में विद्युत कण मौजूद हैं। ये कण वायु मण्डल के साथ घूम घूम कर विद्युत धारा पैदा करते हैं जिससे चुम्बकीय क्षेत्र बनता है। इन कारणों से उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्रों का परिणमित क्षेत्र है पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र। पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का कोई भी उद्गम क्यों न हो यह सच है कि इस चुम्बकीय क्षेत्र के प्रायः सभी गुण हम अच्छी तरह से समझ सकते हैं, यदि हम पृथ्वी के केन्द्र पर एक छोटे से किन्तु अत्यन्त सामर्थ्यवान चुम्बक की कल्पना करें। वास्तव में देखा जाय तो इस प्रकार का कोई भी चुम्बक वहाँ स्थित नहीं होता है। इस कल्पित चुम्बक का दक्षिणी ध्रुव उत्तर की ओर व उसका उत्तर ध्रुव दक्षिण की ओर होना चाहिये। प्रयोगों द्वारा यह देखा गया है कि पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र कोई नियत संख्या नहीं है। इसके मान में प्रतिदिन और प्रतिवर्ष परिवर्तन देखने में आते हैं। इतना ही नहीं चुम्बकीय उत्तर व दक्षिण भी

चित्र 43.1

इस प्रकार (अ) व (ब) विधि से क्रमशः भौगोलिक AE व चुम्बकीय NS याम्योत्तर की स्थिति किसी स्थान पर निकाल कर, हम उनके बीच के दिक्पात कोण (declination) का मान निकाल सकते हैं।

43.4. नमन कोण (Angle of dip) :—किसी चुम्बक की यदि बल रेखायें खींची जायें तो हम देख चुके हैं कि वे उत्तर ध्रुव से शुरू होकर दक्षिण ध्रुव पर समाप्त होती हैं। किसी चुम्बक को यदि बल रेखा पर रखा जाय तो वह बल रेखा के tangent स्थिति में होता है। चित्र 43.5 देखो। एक लम्बे चुम्बक के ऊपर एक चुम्बक सुई को उसके गुरुत्व केन्द्र से भिन्न-भिन्न स्थानों पर लटकाया गया है। चूंकि चुम्बक सुई अपने गुरुत्व केन्द्र से लटकाई गई है वह हमेशा क्षैतिज रहना चाहिये। हम देखते हैं कि जब चुम्बक सुई चुम्बक के मध्य में रहती है तब वह क्षैतिज रहती है, अर्थात् उसकी अक्ष कोण अब क्षैतिज धरातल से शून्य का कोण बनाती है। जैसे जैसे सुई को उत्तर अथवा दक्षिण ध्रुव की ओर हटाया जाता है, हम देखते हैं कि अब बल रेखा के tangent रहने से क्षैतिज न रह कर क्षैतिज से कोण बनाती हुई नमित होती है। चुम्बक के दक्षिण की ओर सुई का उत्तर ध्रुव नमित होता है और दूसरी ओर उसका दक्षिण ध्रुव। इस प्रकार चुम्बक सुई की अक्ष क्षैतिज से अधिकाधिक कोण बनाती जाती है, जैसे-जैसे उसे ध्रुवों की ओर रखा जाता है।

चित्र 43.5

ठीक इसी प्रकार जब हम किसी चुम्बक को पृथ्वी के भिन्न-भिन्न भागों पर उसके गुरुत्व केन्द्र से लटकाते हैं तो वह क्षैतिज रेखा से कोण बनाता है। जब चुम्बक भूमध्य रेखा के आस-पास लटकाया जाता है तब वह लगभग क्षैतिज ही रहता है परन्तु जैसे जैसे हम उसे उत्तरी गोलार्द्ध में ले जाते हैं, उसका उत्तरी ध्रुव नमित होता है। जैसे-जैसे स्थान का अक्षांश बढ़ाया जाता है, वैसे-वैसे चुम्बक का नमन बढ़ता जाता है। यहाँ तक कि उत्तर ध्रुव के पास पास वह लगभग क्षैतिज से 90 का कोण बनाता है। यही बात दक्षिण गोलार्द्ध में होती है। अन्तर केवल इतना है कि यहाँ दक्षिण ध्रुव नमित होता है।

हम पहिले पढ़ चुके हैं कि पृथ्वी का एक चुम्बकीय क्षेत्र होता है और इसके अनुसार मानो पृथ्वी हम उसके केन्द्र पर एक चुम्बक की कल्पना कर सकते हैं। इस कल्पित चुम्बक का उत्तर ध्रुव भौगोलिक दक्षिण में व दक्षिण ध्रुव उत्तर में होता है। इसी कारण हम हमारे चुम्बक के उत्तर ध्रुव का नमन उत्तर गोलार्द्ध में देखते हैं।

यदि किसी स्थान पर एक चुम्बक स्वतन्त्रतापूर्वक अपने गुरुत्व केन्द्र से लटकाया जाय तो स्थिर होने पर उसका अक्ष क्षैतिज धरातल से कुछ कोण

स्थान पर इस कोण का मान निकालने के लिये हमें उस स्थान पर यथार्थ चुम्बकीय याम्योत्तर व भौगोलिक याम्योत्तर खींचना पड़ता है।

(अ) भौगोलिक याम्योत्तर खींचना:—एक खुले मैदान में एक छड़ ऊर्ध्वाधर गाड़ दो। लगभग सुबह 10 बजे इस छड़ की छाया का अध्ययन करो। छड़ को केन्द्र व इस छाया को त्रिज्या मान कर एक वृत खींचो। तुम देखोगे कि दस बजे के बाद छड़ की छाया छोटी छोटी होती जायगी। 12 बजे के बाद उसका बढ़ना प्रारम्भ होगा। लगभग 2 बजे तुम देखोगे कि छड़ की छाया ने वृत को स्पर्श कर लिया है। यदि पहले की छाया AD है, तो मानलो अब की छाया स्थिति AC है। AD व AC के बीच के लघु कोण (acute angle) को समद्विभाग करने वाली रेखा A B भौगोलिक याम्योत्तर बतायगी।

(ब) चुम्बकीय याम्योत्तर खींचना (Maguetio meridian):—
हमें मालूम है कि स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाये हुए चुंबक की स्थिर अवस्था में उसके अक्ष में होकर जो ऊर्ध्वाधर तल निकलता है वह चुंबकीय याम्योत्तर होता है। किन्तु चुंबक की अक्ष हमें यथार्थतापूर्वक मालूम नहीं होती है। अतएव हमें निम्न विधि काम में लानी पड़ती है।

एक चुम्बक लो व उसकी रेखागणितीय मध्य रेखा AB खींचो। हो सकता है कि यह रेखा चुम्बकीय अक्ष से संपातित न हो। इस रेखा के दोनों सिरों पर दो सुइयां 1 और 2 मोम की सहायता से इस प्रकार से चिपकाओ कि उनके सिरे चुम्बक के लम्ब रूप नीचे की ओर हों। अब इस चुम्बक को स्वतन्त्रता पूर्वक लटका कर स्थिर होने दो। जब यह चुम्बक स्थिर हो जाय तब उसके नीचे रखे हुए कागज पर सुइयां 1 और 2 की स्थिति C और D अङ्कित करलो। यदि सुइयां चुम्बकीय अक्ष में होतीं तो C व D को मिलाने वाली रेखा ही चुम्बकीय याम्योत्तर होती। किन्तु यदि ऐसा न हो इसलिये अब चुम्बक को पलट कर (ऊपर का तल नीचे व नीचे का तल ऊपर करके) पुनः उसकी रेखागणितीय रेखा पर उसी प्रकार से सुइयां चिपका कर पुनः लटकाओ। स्थिर होने पर पुनः सुइयां 1 और 2 की स्थिति E और F अङ्कित करलो। यदि सुइयां चुम्बकीय अक्ष पर होती तो E व F क्रमशः C व D को मिलाने वाली रेखा पर ही स्थित होते। ऐसा न होने पर CD व EF को जोड़ दो। इन दोनों के बीच जो लघु कोण बनेगा उसे दो बराबर भागों में विभाजित करने वाली रेखा MN चुम्बकीय याम्योत्तर होगी।

चित्र 43.4

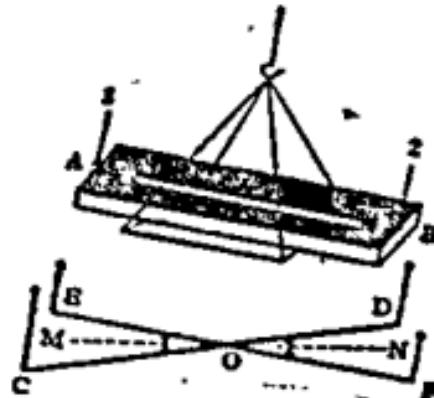
$$\frac{H}{I} = \cos\phi$$

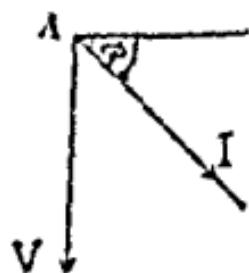
या $$H = I\cos\phi \quad \cdots \quad (1)$$

और $$\frac{V}{I} = \sin\phi$$

$$V = I\sin\phi \quad \cdots \quad (2)$$

मालूम $$\frac{V}{H} = \frac{I\sin\phi}{I\cos\phi}$$

$$= \tan\phi \quad \cdots \quad (3)$$

चित्र 43.3

इसी प्रकार समीकरण 1 व 2 को वर्ग करके जोड़ने पर

$$H^2 + V^2 = I^2\cos^2\phi + I^2\sin^2\phi$$
$$= I^2(\cos^2\phi + \sin^2\phi)$$
$$= I^2$$

चूंकि $\cos^2\phi + \sin^2\phi = 1$

इस प्रकार हम उपरोक्त समीकरणों से देखते हैं कि H, V, I, और ϕ में किन्हीं दो का मान मालूम होने से हम बाकी सभी राशियों का मान निकाल सकते हैं।

प्रायः प्रयोग द्वारा हम H अर्थात् पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक व ϕ अर्थात् नमन कोण का मान प्रयोग द्वारा निकालते हैं।

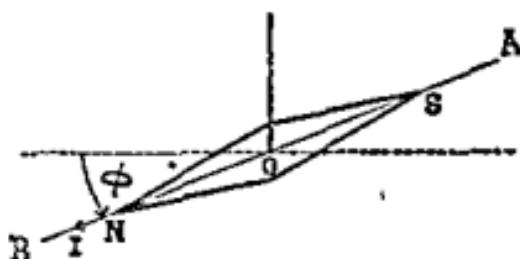
43.6 प्रयोगों में साधारणतया पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक H (horizontal component) का उपयोग:—हम देख चुके हैं कि उदासीन बिन्दु निकाल कर उनका ध्रुव सामर्थ्य निकालते समय और चुम्बकत्वमापी में हम हमेशा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक H का ही प्रयोग करते हैं। इसका कारण स्पष्ट है। इनमें काम आने वाला उपकरण दिक्सूची होती है। दिक्सूची में चुम्बक सुई एक ऊर्ध्वाधर धुरी पर टिकी रहती है। यह इस प्रकार टिकी रहती है कि उसे केवल क्षैतिज धरातल में ही घूमने की स्वतन्त्रता होती है। इस कारण इस पर I के H और V दोनों घटक कार्य करते हुए होने पर भी केवल H ही कार्यकारी रहता है। V इसे ऊर्ध्वाधर धरातल में घुमाना चाहेगा जो सम्भव नहीं होता है। अतएव सुई का विक्षेप केवल H के ही कारण होता है।

43.7 नमन कोण (Angle of dip) ज्ञात करना:—

नमन कोण को ज्ञात करने के लिए जिस उपकरण का उपयोग किया जाता है उसे नमन वृत्त (Dip circle) कहते हैं।

नमन वृत्त की बनावट:—

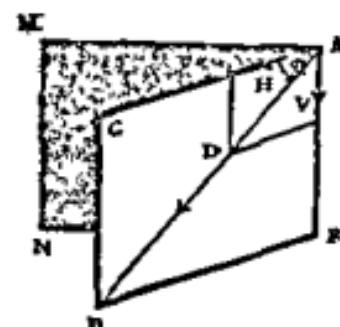
NS एक चुम्बक सुई है। यह एक क्षैतिज धुरी से अपने गुरुत्व केन्द्र पर इस प्रकार टिकी हुई रहती है कि स्वतन्त्रतापूर्वक ऊर्ध्वाधर तल में घूम सके। इसके

याम्योतर में एक कोण बनाती है। इस कोण को नमन कोण (angle of Dip) कहते है। चित्र मे चुम्बक चैतिज रेखा से ϕ कोण बनाता है। अतः ϕ नमन कोण हुआ। कभी-कभी इसको δ से भी व्यक्त करते हैं। सैद्धान्तिक रूप से हम किसी स्थान के अक्षांश α और उस स्थान पर नमन कोण ϕ के बीच में सम्बन्ध स्थापित कर सकते हैं। यह है,

चित्र 43.6

$(\tan \phi = 2 \tan \alpha)$

इस सम्बन्ध से हम किसी स्थान का अक्षांश ज्ञात कर वहां के नमन कोण को ज्ञात कर सकते है।

43.5. पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता व उसके घटक (intensity of earth's magnetic field and its components):—

उपर्युक्त अध्ययन से यह स्पष्ट है कि किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा चैतिज न होकर वह चैतिज से कोण बनाती है। इसी दिशा में चुम्बक सूई स्थिर होती है। यदि हम पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता को किसी स्थान पर I मानलें तो यह इसी नियत दिशा में कार्य करेगी। मानलो इस स्थान पर नमन कोण ϕ है। तब I बल क्षेत्र चैतिज से ϕ का कोण बनाएगा। हम जानते हैं कि किसी भी दिष्ट राशि को हम उसके समकोणिक घटकों में बांट सकते हैं। अतएव I को भी दो घटकों में—एक चैतिज धरातल मे (horizontal) व दूसरे ऊर्ध्वाधर धरातल (vertical) मे बांट सकते है। इन घटकों को क्रमशः H और V मानलो।

चित्र 43.7

चित्र देखो। ACBF चुम्बकीय याम्योत्तर है और AMN भौगोलिक याम्योत्तर। I को AB से बताया गया है और H और V को क्रमशः AC व AF से। चैतिज धरातल व I में अर्थात् H व I में ϕ कोण है।

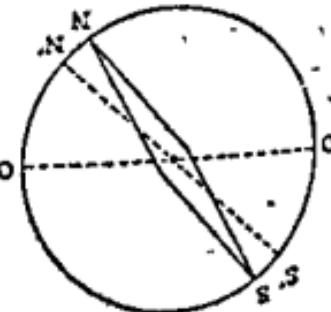
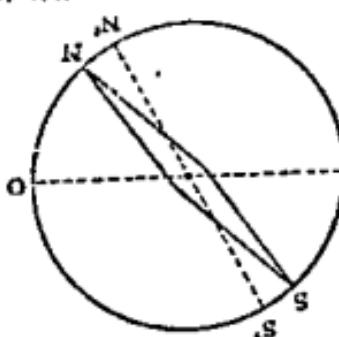
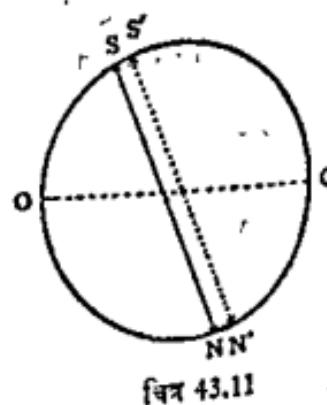
(यहां AC चैतिज रेखा है और AF ऊर्ध्वाधर)

अतएव साधारण ट्रिग्नोमेट्री (trignometry) से यह स्पष्ट है कि

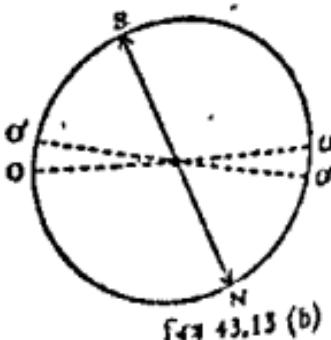
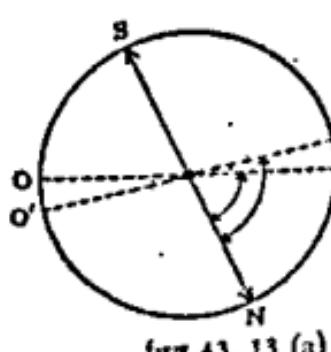
अतएव V.S. की सतह को चुम्बकीय याम्योत्तर में लाने के लिए हम उसे पेंच S की सहायता से 90° से घुमाते हैं।

त्रुटियों के उद्गम और उनका निराकरण:—(i) जैसा कि हम अध्याय 42 अनुच्छेद 5 में समझा चुके हैं, चुंबक सुई की धुरी V.S. वृत्त के बिल्कुल केन्द्र में न हो। इस त्रुटि को दूर करने के लिए सुई के दोनों सिरों की स्थिति V. S. वृत्त पर पढ़ ली जाती है। इस प्रकार के दो पाठ्यांक हुए। चित्र देखो।

चित्र 43.11

(ii) जैसा कि पढ़ चुके हैं चुंबक सुई का अक्ष उसके रेखा गणितीय अक्ष से

चित्र 43.12

संपातित न हो। इस त्रुटि को दूर करने के लिए हमें सुई का तल पलटना पड़ता है। अतएव, चुम्बक सुई को धुरी में से निकाल लो व पुनश्च धुरी में उसके सतह को पलट कर स्थित करो। इस प्रकार सुई को पलट कर पुनश्च उसके दो पाठ्यांक लो। चित्र 43.12 देखो। इस प्रकार ϕ के कुल 4 पाठ्यांक हुए।

(iii) ऊर्ध्वाधर वृत्त के शून्य अंशों को जोड़ने वाली कल्पित रेखा क्षैतिज न हो:—

चित्र 43. 13 (a)

चित्र 43.13 (b)

चित्र 43·9

पार्श्व में एक ऊर्ध्वाधर अंशांकित वृत्त रखा रहता है। चित्र में इसे VS द्वारा बताया गया है। इस पर अंकित शून्य शून्य को जोड़ने वाली रेखा क्षैतिज होती है। सुई की क्षैतिज धुरी एक ऊर्ध्वाधर खंबे S पर टिकी हुई है। यह खंबा एक क्षैतिज अंशांकित वृत्त (H. S) के केन्द्र पर टिका रहता है। इस खंबे की बनावट ऐसी है कि इसको घुमाने से पूरा चुम्बक व V. S. वृत्त घूमता है। कभी भी खंबे की स्थिति H. S. वृत्त पर वर्नियर पैमाने द्वारा पढ़ सकते हैं। H. S. वृत्त तीन पेचों पर टिका रहता है। हवा के झोंको से बचाने के लिए V. S. वृत्त व चुम्बक एक कांच के बक्स में बन्द रहते हैं।

आवश्यकता:—

चित्र 43.10

बनावट से यह स्पष्ट है कि चुम्बकीय सुई केवल ऊर्ध्वाधर तल में घूमने के लिए स्वतन्त्र है। अतएव यदि नमन कोण ज्ञात करना है तो यह आवश्यक है कि चुम्बक सुई के घूमने की सतह अर्थात् V. S. वृत्त का तल और चुम्बकीय याम्योत्तर संपातित हो। तभी दोनों H और V घटक सुई पर कार्य करेंगे और वह I की दिशा बतायगी। इसके लिए हमें निम्न समंजन करना पड़ता है।

नमन वृत के समंजन (Adjustments):—

(१) पेचों की सहायता से H. S. वृत्त को पूरी तरह से क्षैतिज करो। इस कार्य के लिए स्पिरिट तल-दर्शक का उपयोग करो।

(२) खंबे S को तब तक घुमाओ जब तक कि चुंबक सुई 90° –90° अंश पर सीधी खड़ी न रहे। खंबे की स्थिति को H.S. वृत्त पर अंकित करो।

(३) अब खंबे S को H.S. वृत्त पर पूरे 90° से घुमाओ और चुम्बक सुई की स्थिति V.S. वृत्त पर पढ़ो। यही पाठ्यांक, नमन कोण होगा।

समजन की मीमांसा— H.S. वृत्त को क्षैतिज करने से उस पर का खंबा S व V.S. वृत्त दोनों बिल्कुल ऊर्ध्वाधर हो जाते हैं।

जब चुम्बक सुई 90–90 अंश पर ऊर्ध्वाधर खड़ी रहती है तब इसके ऐसे खड़े रहने का कारण है चुम्बकीय क्षेत्र के ऊर्ध्वाधर घटक का कार्यशाली होना। इस स्थिति में चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक का कोई भी प्रभाव
यह तभी संभव है जब क्षैतिज घटक के
दूसरे शब्दों में चुम्बक सुई के घूमने
याम्योत्तर के लम्बवत हो।

ऊर्ध्वाधर दशा पर घुमाना:—प्रथम अवस्था में V. S. पूर्ण चुम्बकीय याम्योत्तर

चित्र 43.16 (a)

चित्र 43. 15

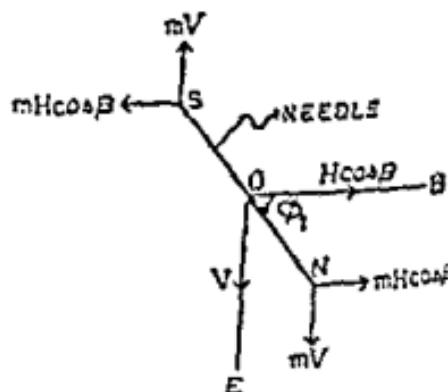
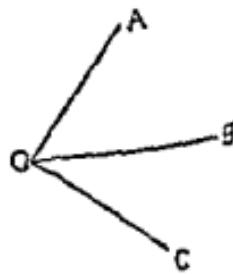
रहता है। इस अवस्था में चुम्बकीय क्षेत्र के दोनों घटक H और V सुई पर कार्य करते हैं। जब V. S. वृत्त जरा सा घुमाया जाता है—मानलो β कोण से, तो ऊर्ध्वाधर वृत्त चुम्बकीय याम्योत्तर में न रहकर उससे कोण बनाता है। अतः चुम्बक सुई पर H घटक कार्य न करके $H\cos\beta$ कार्य करता है। V घटक में कोई अन्तर नहीं पड़ता है। *इस प्रकार कार्यकारी H घटक का* मान कम होता जाता है अतः इन दोनों से प्राप्त परिणामित क्षेत्र क्षैतिज से अधिक कोण बनाता है। इस दशा में नमन कोण का मान ϕ_1 यथार्थ कोण ϕ से अधिक होता है। जब β बढ़ कर 90° हो जाता है तब $H \cos\beta$ शून्य हो जायगा और केवल V के कार्य करने से सुई ऊर्ध्वाधर रहेगी।

चित्र 43.16 (b)

नमन वृत्त को किन्हीं भी दो समकोणिक दिशाओं में रखकर नमन कोण ज्ञात करना:—

मानलो नमन वृत्त OC दिशा में रखा हुआ है। इस स्थिति में O C की ओर H का घटक $H\cos\beta$ कार्य करेगा। इस स्थिति में मानलो नमन कोण ϕ_1 है। तो चित्र 43·16 (b) के अनुसार;

$$\tan\phi_1 = V/H\cos\beta$$

$$\therefore \cot\phi_1 = H\cos\beta/V \qquad (1)$$

चित्र 43·17

जैसा कि चित्र 43.13 (a) में बताया गया है शून्य शून्य को जोड़ने वाली रेखा O' O' क्षैतिज नहीं है। O O एक क्षैतिज रेखा है। परिभाषा के अनुसार नमन कोण चुम्बकीय अक्ष व क्षैतिज रेखा के बीच कोण होता है। किन्तु जब हम N व S की स्थिति वृत्त पर पढ़ते हैं तब कोण NO' तथा O'S पढ़ते हैं। वास्तव में यथार्थ नमन कोण होना चाहिए कोण ON या O S. इस प्रकार यथार्थ कोण से अधिक कोण हम पढ़ते हैं। इस त्रुटि को दूर करने के लिए यदि खंबे को अर्थात् V.S. वृत्त को 180° से ऊर्ध्वाधर अक्ष पर घुमा दिया जावे तो वृत्त की स्थिति चित्र 43.13 (b) जैसी हो जायगी। इस समय स्पष्ट है कि हम कोण O'N या O'S पढ़ते हैं जब कि वास्तव में होना चाहिए O N या O S कोण। इस प्रकार हम यथार्थ कोण से मात्रा में छोटा कोण पढ़ते हैं। अतएव दोनों स्थितियों में पढ़ कर औसत मान निकालने से हमारा यथार्थ कोण ज्ञात होगा।

अतएव ϕ के 4 पाठ्यांक वृत्त की प्रथम परिस्थिति में और फिर 4 पाठ्यांक वृत्त को 180 से घुमाने पर लेंगे। इस प्रकार कुल आठ पाठ्यांक हुए।

(iv) चुम्बक सुई का गुरुत्व केन्द्र उसकी धुरी से संपातित न हो।

मानलो चुम्बक की धुरी है C और गुरुत्व केन्द्र उससे संपातित नहीं है। अतः गुरुत्व केन्द्र पर चुम्बक का भार कार्य करेगा। चित्र में बताये अनुसार यह भार सुई को दक्षिणावर्त्त घुमायगा और इस कारण यथार्थ नमन कोण से यह कोण अधिक आयगा। इस त्रुटि को दूर करने के लिए चुम्बक सुई A B को बाहर निकाल कर खूब गर्म किया जाता है। इससे उसमें पूर्ण विचुम्बकन होगा। अतएव उसे फिर से ठंडा करके चुम्बकित करो। किन्तु ध्यान रहे कि सुई के ध्रुव पलट जांय अर्थात यदि पहले A सिरा उत्तर ध्रुव था तो अब A सिरा दक्षिण ध्रुव बन जाय। इस बार भी ध्रुव सामर्थ्य पहले जितना ही होना चाहिए। अब चुम्बक सुई को फिर से धुरी पर चढ़ा कर पहले के सब पाठ्यांक लो। तुम देखोगे कि ध्रुवों की स्थिति बदलने के कारण A सिरा ऊपर की ओर व B सिरा नीचे की ओर हो जायगा। इस कारण G गुरुत्व केन्द्र की स्थिति भी C के विपरीत हो जायगी। अब सुई का भार ऐसी दिशा में कार्य कर रहा है कि उसके कारण सुई वामावर्त्त घूम कर यथार्थ नमन कोण से कम कोण बनायगी। अतएव, औसत कोण यथार्थ कोण रहेगा।

चित्र 43.14 (a)

चित्र 43.14 (b)

इसलिए चुम्बक सुई को विचुम्बकित कर व पुनश्च विरुद्ध ध्रुवों सहित चुम्बकित कर पहिले के आठ पाठ्यांकों को दुहराओ। इस प्रकार कुल 16 पाठ्यांक हुए। इन सब का औसत मान नमन कोण का यथार्थ मान रहेगा।

43·8. नमन वृत्त को उसकी समंजित अवस्था से धीरे-धीरे 90° से

जिस रेखा द्वारा जोड़े जाते हैं उसे अनतिक रेखा कहते हैं। इसे चुम्बकीय भू निरक्ष रेखा भी कहते हैं।

समदिक्पाती रेखायें:—ऐसे सब स्थान जहां पर दिक्पात कोण का मान समान होता है जिस रेखा द्वारा जोड़े जाते हैं उसे समदिक्पाती रेखा कहते हैं। शून्य दि जोड़ने वाली रेखा को शून्य दिक्पाती कहते हैं।

समबल रेखायें:—जिन स्थानों पर क्षैतिज घटक का मान समान हो, जोड़ने वाली रेखाओं को समबल रेखायें कहते हैं।

चुम्बकीय रेखाश:—इन्हें ऊपर की रेखायें भी कहते हैं। इनके द्वारा प्रत्ये पर चुम्बकीय याम्योत्तर की दिशा का ज्ञान होता है। ये भौगोलिक देशान्तर रेख तरह चुम्बकीय ध्रुवों पर संमृत होती हैं अर्थात् मिलती हैं।

43·10 चुम्बकीय तूफान (Magnetic storm):—कभी २ इ अवयवों के दैनिक परिवर्तन का परिणाम बहुत बढ़ जाता है। इसको चुम्बकीय तूफान है। इन्हीं दिनों बहुधा ज्वालामुखी पर्वतों का विस्फोटन और भूकम्प भी होते उत्तर और दक्षिण ध्रुवों के निकट जो मेरु ज्योति (aurora) दिखाई देती है अधिक प्रबल हो जाती है। यह भी कहा जाता है कि इन तूफानों का सूर्य के ध सम्बन्ध है।

संख्यात्मक उदाहरण—1.यदि किसी स्थान पर क्षैतिज और ऊध्व घटक का मान क्रमशः 0.3 और 0.4 ओरेस्टेड है, तो चुम्बकीय क्षेत्र की परिणमित तीव्रता तथा नमन कोण ज्ञात करो।

यहां $H = 0\cdot3$, $V = 0\cdot4$ है, $I = ?$, $\phi = ?$

H और V का मान $I^2 = H^2 + V^2$ में रखने से,

$$I^2 = (0\cdot3)^2 + (0\cdot4)^2 = 0\cdot09 + 0\cdot16$$

$$= 0\cdot25 \therefore I = 0\cdot5 \text{ ओरेस्टेड}$$

और यदि नमन कोण ϕ है तो

$$\tan\phi = \frac{V}{H} = \frac{0\cdot4}{0\cdot3} = \frac{4}{3} = 1\cdot33$$

$$\therefore \phi = 53\cdot1^\circ \text{ लगभग}$$

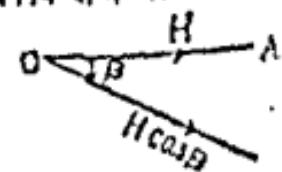
2. यदि किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता क क्षैतिज घटक 0·36 ओरेस्टेड है और नमन कोण 42° है तो चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो। (cos 42 = 0.7431)

हम जानते हैं कि $H = I\cos\phi$, यहां $H = 0\cdot36$ है और $\phi = 42^\circ$

$\therefore 0\cdot36 = I\cos 42^\circ = I \times 0\cdot7431$

$\therefore I = \dfrac{0\cdot36}{0\cdot7431} = 0\cdot49$ ओरेस्टेड

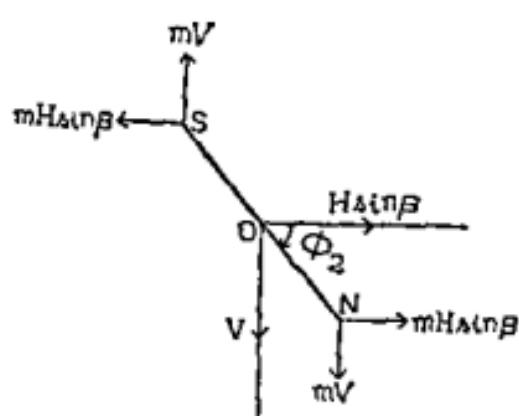
चित्र 43·17

3. एक नमन वृत्त को इस प्रकार रखा जाता है कि सुई ऊर्ध्वाधर रहे

अब नमन वृत्त को 90° से घुमा दिया जाता है। तो वह OA (चित्र 43.17) की दिशा में आ जायगा। इस स्थिति में H का घटक O A की ओर होगा $H\cos(90-\beta) = H\sin\beta$. मानलो इस स्थिति में नमन कोण ϕ_2 है। तो चित्र 43·18 के अनुसार,

$$\tan\phi_2 = \frac{V}{H\sin\beta}$$

$$\therefore \cot\phi_2 = \frac{H\sin\beta}{V} \quad \cdots(2)$$

चित्र 43·18

(1) और (2) का वर्ग कर योग करने से,

$$\cot^2\phi_1 + \cot^2\phi_2 = (H^2/V^2)\ (\cos^2\beta + \sin^2\beta)$$
$$= H^2/V^2 \qquad (3)$$

यदि नमन वृत्त OB की दिशा में हो तो यथार्थ नमन कोण ϕ होगा। चित्र 43.15 के अनुसार,

$$\tan\phi = V/H$$
$$\cot\phi = H^2/V^2 \qquad (4)$$

3 और 4 से, $\cot^2\phi = \cot^2\phi_1 + \cot^2\phi_2 \qquad (5)$

43 9. चुम्बकीय अवयव (Magnetic elements):—हम ऊपर पढ़ चुके हैं कि पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का यथार्थ ज्ञान होने के लिये हमें दिक्पात कोण, नमन कोण क्षैतिज घटक, ऊर्ध्वाधर घटक व पृथ्वी का पूर्ण चुम्बकीय क्षेत्र का ज्ञान होना आवश्यक है। इन सब को चुम्बकीय अवयव (elements) कहते हैं।

हम पढ़ चुके हैं कि किस प्रकार से दिक्पात कोण व नमन कोण पृथ्वी पर एक स्थान से दूसरे स्थान पर अपना मान बदलते हैं। हम यह भी पढ़ चुके हैं कि इन चुम्बकीय अवयवों का मान स्थिर न होकर उनमे दीर्घकालिक, वार्षिक, तथा दैनिक परिवर्तन होते ही रहते हैं।

इन सब बातों का ज्ञान हमें होना आवश्यक है। इस ज्ञान का उपयोग वायुयान चालक भी करते हैं। उनको भी इन परिवर्तनों का ज्ञान होना चाहिए। अतएव हम चुम्बकीय नक्शे बनाते हैं। जिस प्रकार नक्शों में किसी भी प्रकार का अक्षांश या देशान्तर बनाने के लिये हम रेखायें खींचते हैं उसी प्रकार पृथ्वी के नक्शे पर हम इन चुम्बकीय अवयवों के मान बताने वाली रेखायें खींचते है।

(अ) समनमन रेखायें:—यदि हम पृथ्वी के भिन्न २ भागों पर नमन कोण ज्ञात करें और ऐसे सब स्थानों पर जहां पर नमन कोण का एक ही मान हो जोड़ दें, तो इन रेखाओं को सम-नमन रेखायें कहते हैं। ऐसे सब स्थान जहां पर नमन कोण शून्य हो

$$10 \times 1000 \times 10 = 50 \times 0.2 \times 20$$

$$\therefore\ 10 \qquad = \frac{50 \times 0.2 \times 20}{1000 \times 10} = 0.02 \text{ ग्राम}$$

प्रश्न

1. पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के विषय में तुम क्या जानते हो ? (देखो 43.1

2. नमन कोण किसे कहते हैं ? नमन वृत्त का वर्णन करो तथा यह बताओ उसकी सहायता से नमन कोण किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 43.4 और 43.7)

3. नमन वृत्त को याम्योत्तर से 90° पर घुमाने से क्या परिवर्तन होगा यह स्पष्ट कर लिखो। (देखो 43.8)

4. दिक्पात कोण किसे कहते हैं ? इसका मान किस प्रकार ज्ञात करोगे (देखो 43.2,43.3)

5. चुम्बकीय अवयव से क्या तात्पर्य समझते हो ? वे समय अथवा स्थान के साथ किस प्रकार परिवर्तित होते हैं ? (देखो 43.9)

संख्यात्मक प्रश्नः—

2. एक स्थान पर पृथ्वी के क्षेत्र की चुम्बकीय तीव्रता 0'5 ओरेस्टेड है और नमन कोण 68°, दूसरे स्थान पर तीव्रता 0'55 ओरेस्टेड है और नमन कोण 72°. दोनों स्थानों पर क्षैतिज घटक की तुलना करो।

($\cos 72° = 0.3090$. और $\cos 68° = 0.3746$) उत्तर [1374:1599]

2. एक नमन वृत्त को इस प्रकार रखा जाता है कि सूई ऊर्ध्वाधर हो जाती है। इस स्थिति से वृत्त को 30° से घुमाया जाता है और इस स्थिति में नमन कोण का मान 45° आता है; तो उस स्थान पर यथार्थ नमन कोण ज्ञात करो।

($\tan 26.6 = 0.5$) [उत्तर 25.6°]

3. एक स्थान पर एक 8 से. मी. लम्बी नमन सूची 60° का नमन कोण बनाती है। यदि उसके एक सिरे पर 2 ग्राम का भार लटकाने पर सूची क्षैतिज हो जाती है तो सूची का चुम्बकीय घूर्ण ज्ञात करो। ($H = 0.18$ ओरेस्टेड, $g = 980$ से. मी./से.² [उत्तर 25140 स. ग. स. इकाई]

4. एक स्थान पर H का मान 0'25 ओरेस्टेड है और नमन कोण 45° है। तो पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो। [उत्तर 0'353 ओरेस्टेड]

5. एक स्थान पर ऊर्ध्वाधर घटक V का मान $0.169\sqrt{3}$ ओरेस्टेड है। यदि नमन कोण 30° है तो क्षैतिज घटक H का मान ज्ञात करो। [उत्तर 0'48 ओरेस्टेड]

6. किसी स्थान पर V और H का मान क्रमशः $(0.16)\sqrt{3}$ और 0.48 है तो परिणमित तीव्रता I और नमन कोण ज्ञात करो। [उत्तर $\phi = 30$ I $= 0.32\sqrt{3}$]

7. यदि किसी स्थान पर H और V का मान क्रमशः 0'18 और 0'36 इकाई है तो परिणमित तीव्रता I और नमन कोण ϕ का मान ज्ञात करो।

[उत्तर 0'4 ओरेस्टेड, 63°–27']

अब वृत्त को θ कोण से घुमाया जाता है और इस स्थिति में नमन कोण नापा जाता है। तो इस स्थान पर यथार्थ नमन कोण ज्ञात करो।

पहिली स्थिति में नमन वृत्त चुम्बकीय याम्योतर के लम्बवत होता है। यानी पूर्व-पश्चिम दिशा में इस स्थिति से नमन वृत्त को θ° से घुमाया जाता है; तो यह याम्योतर से 90−θ का कोण बनाता है। यह स्थिति O A द्वारा बताई गई है।

चित्र 43.20

इस स्थिति में क्षैतिज घटक H को OA की तरफ विघटित करने पर इस तरफ क्षैतिज घटक का मान पायेंगा। यह $H_1 = H \cos(90-\theta) = H \sin\theta$ होगा। इस स्थिति में नमन कोण ϕ है

तो $\tan\phi = V/H_1 = V/H \sin\theta$

हम जानते है कि यदि यथार्थ नमन कोण δ हो तो।

$$\therefore \tan\delta = \frac{V}{H} = \tan\phi \sin\theta$$

4. एक 20 से. मी. लम्बी चुम्बकीय सुई का जिसका ध्रुव सामर्थ्य 50 इकाई है एक तीक्ष्ण चाकूधार पर संतुलन किया जाता है। उसके एक सिरे पर कितना भार लटकाये कि वह क्षैतिज रहे। नमन कोण का मान 45° है, और H का मान 0·2 ओरेस्टेड, तथा $g = 1000$ से. मी./से.^{2}

सुई को तीक्ष्ण धार पर संतुलित करने पर वह क्षैतिज रेखा से 45° का कोण बनायेगी यदि उसके दक्षिण ध्रुव से एक w ग्राम का भार लटकाने पर वह क्षैतिज हो जाती है तो, इस स्थिति में ऊर्ध्वाधर घटक V के कारण चुम्बक पर बल $m V$, $m V$ कार्य करेंगे जो उसे दक्षिणावर्त घुमाने का प्रयत्न करेंगे। दूसरी ओर wg उसे वामावर्त घुमाने का प्रयत्न करेगा। संतुलन की अवस्था में दोनों का घूर्ण बराबर होना चाहिये।

अतएव wg का घूर्ण = $m V$ का घूर्ण

$$\therefore wg \times 10 = mV \times 20 \ldots \quad (1)$$

सूत्र $\tan\phi = \frac{V}{H}$ में V और ϕ का मान रखने से $\tan 45 = \frac{V}{0 \cdot 2}$

या $1 = \frac{V}{0 \cdot 2}$ $\therefore V = 0 \cdot 2$

चित्र 43·21

g, m, और V का मान समीकरण (1) में रखने से

भाग 5

विद्युत

अध्याय 44
घार्षणिक विद्युत
(Frictional Electricity)

44.1. ऐतिहासिक प्रस्तावना:—यह प्राय: सभी को अनुभव होगा कि जब हम बालों में कंघी करते हैं तब चटचट की आवाज आती है। साथ ही हम देखते हैं कि बाल स्थान पर बैठने की तुलना में कंघी द्वारा आकर्षित होते हैं। अतएव यह स्पष्ट है कि जो कंघी पहिले बालों को आकर्षित नहीं करती थी अब उसके द्वारा कंघी करने पर ऐसा करने में समर्थ हुई है। रगड़ने के कारण हल्की वस्तुओं को अपनी ओर आकर्षित करने के गुण का ज्ञान सर्व प्रथम ग्रीस के विचारक थेल के मिलेटस को ई. पू. 650 में हुआ था। उसने बताया था कि जब अम्बर (एक विशेष पदार्थ का नाम है) को फर द्वारा रगड़ा जाता है तब वह सूखे घास के छोटे छोटे टुकड़ों को अपनी ओर आकर्षित करने में समर्थ होता है। इस गुण को विद्युत (electricity) अथवा घार्षणिक विद्युत (Frictional electricity) कहते हैं। इस गुण का अध्ययन पुन: 1600 ई. के आसपास डा. गिलबर्ट द्वारा आरंभ हुआ। उन्होंने बताया कि यह गुण केवल अम्बर तक ही सीमित न रह कर कई अन्य पदार्थ जैसे काच, एबोनाइट इत्यादि में भी रेशम अथवा फलालेन द्वारा रगड़ने पर प्राप्त होता है।

44.2. घार्षणिक विद्युत (Frictional electricity):—जब अम्बर, एबोनाइट, कांच इत्यादि पदार्थों के छड़ उपयुक्त पदार्थ जैसे रेशम, फलालेन, फर इत्यादि द्वारा रगड़े जाते हैं तब उनमें हल्की वस्तुएं जैसे कागज के टुकड़े इत्यादि को अपनी ओर आकर्षित करने का गुण उत्पन्न होता है। इस गुण को जिसके द्वारा आकर्षण की क्षमता उत्पन्न हो जाती है हम विद्युत कहते हैं। चूंकि यह विद्युत रगड़ने या घर्षण द्वारा उत्पन्न हुई है, हम इसे घार्षणिक विद्युत भी कहते हैं। जिस वस्तु में यह गुण उत्पन्न हो गया है, उसे हम कहते हैं कि विद्युत से आविष्ट (charged) हो गई है या उसमें विद्युत आवेश (charge) उत्पन्न हुआ है। चूंकि यह उत्पन्न विद्युत आवेश एक ही स्थान पर स्थिर रहता है, इसे हम स्थिर विद्युत (static electricity) भी कहते हैं।

44.3. आवेश के प्रकार (Kinds of charges):—एक कांच की छड़ AB लो और उसे रेशमी वस्त्र से खूब रगड़ो। तुम देखोगे कि उसे कागज के टुकड़ों के पास ले जाने पर वे आकर्षित हो जाते हैं। इसी प्रकार कांच के एक दूसरे छड़ CD को भी आवेशित करो। चित्र में बताये अनुसार यदि AB छड़ को स्वतंत्रतापूर्वक लटकाकर उसके पास दूसरा आवेशित छड़ CD लाया जाय तो तुम देखोगे कि दोनों में प्रतिकर्षण (repulsion) हो रहा है। अब इसी प्रयोग को दुहराओ, किन्तु कांच की छड़ के स्थान पर एबोनाइट की छड़ें PQ और RS लो, जो फलालेन द्वारा रगड़ी गई हैं। इन छड़ों में भी आवेश उत्पन्न हुआ है और वे एक दूसरे को प्रतिकर्षित करती हैं।

किन्तु यदि आविष्ट (charged) कांच की छड़ AB के पास आविष्ट एबोनाइट

की छड़ P Q लाई जाय तो तुम देखोगे कि दोनों में प्रतिकर्षण के स्थान पर आकर्षण होता है। इस प्रयोग से यह स्पष्ट है कि कांच में उत्पन्न आवेश और एबोनाइट में उत्पन्न आवेश भिन्न भिन्न प्रकृति के होने चाहिये। परंपरा के अनुसार रेशमी वस्त्रों द्वारा कांच

चित्र 44.1

के रगड़े जाने पर विद्युत आवेश को धन (positive) विद्युत आवेश और फलालेन द्वारा एबोनाइट के रगड़े जाने पर विद्युत आवेश को ऋण (negative) विद्युत आवेश कहते हैं। प्रायः जब किन्हीं दो वस्तुओं को आपस में रगड़ा जाता है तब अधिक या कम परिमाण में दोनों में से एक प्रकृति का आवेश उत्पन्न होता है।

कांच के रेशमी वस्त्र द्वारा रगड़े जाने पर रेशमी वस्त्र में भी आवेश उत्पन्न होता है किन्तु इस आवेश की प्रकृति एबोनाइट में उत्पन्न आवेश जैसी रहती है। अर्थात् यह ऋण आवेश रहता है। उसी प्रकार फलालेन में एबोनाइट को रगड़ने पर धन आवेश उत्पन्न होता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि रगड़ी जाने वाली वस्तु और रगड़ने वाली वस्तु दोनों में एक साथ ही आवेश उत्पन्न होता है और वे आवेश भिन्न प्रकृति के होते हैं। यह जानने के लिए किस प्रकार का आवेश कौन सी वस्तु में उत्पन्न होता है प्रयोग द्वारा एक [सू]ची बनाई गई है जो इस प्रकार है। फर, फलालेन, शेलेक, मोम, कांच, कागज, रेशम, कड़ी, धातु रेजिन, अम्बर, गंधक, एबोनाइट व गटापर्चा। इस सूची के अनुसार यदि कोई [दो] पदार्थ आपस में रगड़े जांय तो जो पदार्थ सूची में जो पहिले आता है, उसमें धन आवेश [और] बाद के पदार्थ में ऋण आवेश उत्पन्न होता है।

44.4. सजातीय आवेश वाली वस्तुओं में प्रतिकर्षण व विजातीय [आ]वेश वाली वस्तुओं में आकर्षण होना (Like charges repel and [u]nlike charges attract): हम ऊपर देख ही चुके हैं कि किस प्रकार दो आविष्ट [कां]च की छड़ें या आविष्ट एबोनाइट की छड़ें आपस में एक दूसरे को प्रतिकर्षित करती [हैं] और एक कांच की छड़ और एक एबोनाइट की छड़ आकर्षित करती है। इससे स्पष्ट [है] कि समान आवेश प्रतिकर्षण व असमान आवेश आकर्षण उत्पन्न करते हैं।

चुम्बक जैसे ही यहां भी हम सिद्ध कर सकते हैं कि किसी वस्तु के आविष्ट होने

अध्याय 44
घार्षणिक विद्युत
(Frictional Electricity)

44.1. ऐतिहासिक प्रस्तावना:—यह प्राय: सभी को अनुभव होगा कि जब हम बालों में कंघी करते हैं तब चटचट की आवाज आती है। साथ ही हम देखते हैं कि बाल स्थान पर बैठने की तुलना में कंघी द्वारा आकर्षित होते हैं। अतएव यह स्पष्ट है कि जो कंघी पहिले बालों को आकर्षित नहीं करती थी अब उसके द्वारा कंघी करने पर ऐसा करने में समर्थ हुई है। रगड़ने के कारण हल्की वस्तुओं को अपनी ओर आकर्षित करने के गुण का ज्ञान सर्व प्रथम ग्रीस के विचारक थेल के मिलेटस को ई. पू. 650 में हुआ था। उसने बताया था कि जब अम्बर (एक विशेष पदार्थ का नाम है) को फर द्वारा रगड़ा जाता है तब वह सूखे घास के छोटे छोटे टुकड़ों को अपनी ओर आकर्षित करने में समर्थ होता है। इस गुण को विद्युत (electricity) अथवा घार्षणिक विद्युत (Frictional electricity) कहते हैं। इस गुण का अध्ययन पुन: 1600 ई. के आसपास डा. गिलबर्ट द्वारा आरंभ हुआ। उन्होंने बताया कि यह गुण केवल अम्बर तक ही सीमित न रह कर कई अन्य पदार्थ जैसे कांच, ऐबोनाइट इत्यादि में भी रेशम अथवा फलालेन द्वारा रगड़ने पर प्राप्त होता है।

44.2. घार्षणिक विद्युत (Frictional electricity):-जब अम्बर, एबोनाइट, कांच इत्यादि पदार्थों के छड़ उपयुक्त पदार्थ जैसे रेशम, फलालेन, फर इत्यादि द्वारा रगड़े जाते हैं तब उनमें हल्की वस्तुएं जैसे कागज के टुकड़े इत्यादि को अपनी ओर आकर्षित करने का गुण उत्पन्न होता है। इस गुण को जिसके द्वारा आकर्षण की क्षमता उत्पन्न हो जाती है हम विद्युत कहते है। चूंकि यह विद्युत रगड़ने या घर्षण द्वारा उत्पन्न हुई है, हम इसे घार्षणिक विद्युत भी कहते हैं। जिस वस्तु में यह गुण उत्पन्न हो गया है, उसे हम कहते हैं कि विद्युत से आविष्ट (charged) हो गई है या उसमें विद्युत आवेश (charge) उत्पन्न हुआ है। चूंकि यह उत्पन्न विद्युत आवेश एक ही स्थान पर स्थिर रहता है, इसे हम स्थिर विद्युत (static electricity) भी कहते हैं।

44.3. आवेश के प्रकार (Kinds of charges):—एक कांच की छड़ AB लो और उसे रेशमी वस्त्र से खूब रगड़ो। तुम देखोगे कि उसे कागज के टुकड़ों के पास ले जाने पर वे आकर्षित हो जाते हैं। इसी प्रकार कांच के एक दूसरे छड़ CD को भी आवेशित करो। चित्र में बताये अनुसार यदि AB छड़ को स्वतंत्रतापूर्वक लटकाकर उसके पास दूसरा आवेशित छड़ CD लाया जाय तो तुम देखोगे कि दोनों में प्रतिकर्षण (repulsion) हो रहा है। अब इसी प्रयोग को दुहराओ, किन्तु कांच की छड़ के स्थान पर एबोनाइट की छड़ें PQ और RS लो, जो फलालेन द्वारा रगड़ी गई हैं। इन छड़ों में भी आवेश उत्पन्न हुआ है और वे एक दूसरे को प्रतिकर्षित करती हैं।

किन्तु यदि आविष्ट (charged) कांच की छड़ AB के पास आविष्ट एबोनाइट

कुचालकारी कहलाते हैं। यथार्थ में देखा जाय तो पूर्ण निर्वात के सिवाय कोई भी प्रतिशत पूर्णतया कुचालकारी पदार्थ नहीं होते हैं।

नीचे पदार्थों के गुणानुसार सूची दी गई है :—

44.6. सुचालक (Good conductors):—सब प्रकार के धातु—चांदी, तांबा, सोना, जस्ता, अल्यूमिनियम, लोहा, निकल, टिन, सीसा, पारा।

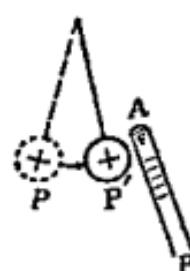
कुछ अधातु—कोयला, ग्रेफाइट, अम्ल (acids), पानी व शरीर।

कुचालकारी (insulators):—तेल, पोर्सलिन, सूखा चमड़ा, ऊन, रेशम, मोम, गन्धक, रबर, शैलेक, कांच, अभ्रक, क्वार्ट्ज़, अम्बर व सूखी हवा।

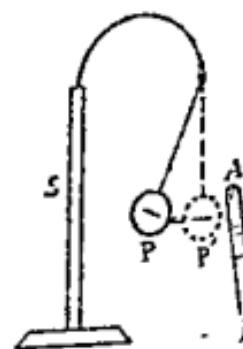
कुचालक (Bad conductors):—सूत, लकड़ी, पत्थर, कागज, हाथीदांत।

44.7. विद्युतदर्शी (Electorscope):—विद्युत के अस्तित्व का पता लगाने के लिए जिन उपकरणों को काम में लाते हैं उन्हें विद्युतदर्शी कहते हैं।

(अ) पिथ गेन्द विद्युतदर्शी (Pith ball electroscope):—पिथ (सरकंडा) यह एक विशेष प्रकार का कार्क होता है जो अत्यन्त हल्का होता है। इसकी एक छोटी सी गोली बनाकर उसे रेशम के डोरे द्वारा एक स्तम्भ से लटका दिया जाता है। इस गोली को जब किसी विद्युत से आविष्ट छड़ से स्पर्श किया जाता है तब यह गोली उसी प्रकार के विद्युत से आविष्ट हो जाती है।

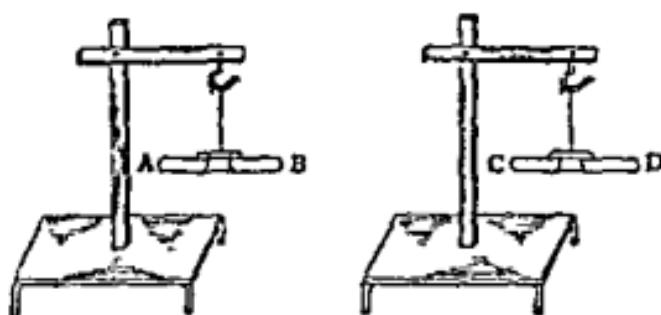
चित्र 44.3 (a)

जिन प्रयोगों का वर्णन हमने अनुच्छेद 3 में किया है उन प्रयोगों को वास्तव में पिथ गेन्द विद्युतदर्शी से करते हैं उदाहरणार्थ, दो पिथ गेन्द विद्युतदर्शी लो। इन्हें कांच की आविष्ट छड़ से स्पर्श करो। जब इन दोनों गेन्दों को तुम पास पास लाओगे तब दोनों आपस में प्रतिकर्षित होती हैं। यदि पिथ गेन्दों को कांच व एबोनाइट की वेष्टित छड़ों से स्पर्श किया जाय तो वे आपस में आकर्षित होती हैं। यह विद्युतदर्शी अधिक सुग्राही नहीं होता है। इसलिये कई प्रयोगों में यह अनुपयुक्त है।

चित्र 44.3 (b)

(ब) स्वर्ण पत्र विद्युत दर्शी (Gold leaf electroscope):—यह गेन्द विद्युत दर्शी से अधिक उपयुक्त एवं सुग्राही उपकरण है चित्र में बताये अनुसार यह लकड़ी की पट्टिका पर रखा कांच का पात्र है। देखो (चित्र 44.4). इसका मुंह रबड़ अथवा एबोनाइट की डाट से बन्द

चित्र 44.3 (c)

की सच्ची परीक्षा उसका प्रतिकर्षित होना है न कि आकर्षित होना। AB एक धनाविष्ट काँच

चित्र 44.2

की छड़ है और CD ऋणाविष्ट एबोनाइट की छड़। दी हुई वस्तु को AB के पास लाओ। यदि AB प्रतिकर्षित होती है तो वस्तु धनाविष्ट है। यदि आकर्षण होता है तो उसे CD के पास ले जाओ। यदि CD प्रतिकर्षित होती है तो वस्तु ऋणाविष्ट है। यदि इस बार भी आकर्षण होता है तो वस्तु धनाविष्ट है।

44.5. चालक और कुचालक (Conductors and non-conductors):—प्रायः सभी पदार्थों को रगड़ने से उनमें किसी न किसी प्रकार की विद्युत उत्पन्न होती है यदि हम एक पीतल की छड़ को हाथ में रख उसे फलालेन से खूब रगड़ें तो हम देखते हैं कि उसमें कागज के टुकड़ों को अपनी ओर आकर्षित करने की क्षमता नहीं है। अतएव उसमें विद्युत उत्पन्न नहीं होती है। किन्तु अब इसी पीतल की छड़ में एक एबोनाइट अथवा काँच का हत्था (handle) लगाओ। फिर एबोनाइट अथवा काँच के हत्थे (handle) को हाथ से पकड़कर पीतल की छड़ को फलालेन से रगड़ो। छड़ को बिना हाथ से छुए कागज के टुकड़ों के पास लाओ। तुम देखोगे कि वे सब छड़ की ओर आकर्षित होते हैं। इसका कारण यह है कि अब छड़ में विद्युत विद्यमान है। किन्तु प्रश्न यह उठता है कि पहिली बार यह प्रयोग असफल क्यों रहा? एबोनाइट का हत्था लगाने से पीतल की छड़ में विद्युत उत्पन्न क्यों हो गई?

वास्तव में दो प्रकार के पदार्थ होते हैं। एक में विद्युत आवेश आसानी से एक स्थान से दूसरे स्थान की ओर संचालित होता है। इन्हें सुचालक (good conductors) कहते हैं। सोना, चाँदी, ताँबा, पीतल, पारा इत्यादि धातु विद्युत के सुचालक हैं। इसी कारण पीतल की छड़ में उत्पन्न आवेश छड़ से ये हमारे शरीर से होता हुआ पृथ्वी में पहुँच जाता है। अतएव उसका प्रभाव प्रत्यक्ष दिखाई नहीं देता है। इसके विरुद्ध काँच की छड़ में विद्युत उत्पन्न होने पर चालित न होकर उसी स्थान पर स्थिर रहती है। इस कारण हम उसके प्रयोग को आसानी से प्रत्यक्ष देख सकते हैं। काँच, एबोनाइट जैसे अन्य पदार्थ जो विद्युत आवेश को अपने में से चालित नहीं होने देते कुचालक (bad conductors) कहलाते हैं। जो पदार्थ विद्युत के बहुत अच्छे कुचालक होते हैं उन्हें प्रायः पृथक्कारी (insulators) कहते हैं। अभ्रक, रबड़, एबोनाइट, काँच इत्यादि प्रायः

अतएव, यदि आविष्ट छड़ को किसी वस्तु से स्पर्श करें तो उस वस्तु में छड़ जैसा ही आवेश उत्पन्न हो जाता है। इस विधि को चालन विधि कहते हैं। किसी आविष्ट वस्तु के आवेश को यदि एक स्थान से दूसरे स्थान पर ले जाना हो तो हम जिस उपकरण का उपयोग करते हैं उसको परिक्षा-पट्टिका (proof plane) कहते हैं। चित्र में बताये अनुसार यह धातु की एक पट्टिका B होती है। इसमें एक पृथक्कारी पदार्थ का हत्था (handle) A लगा रहता है। आविष्ट वस्तु को B पट्टिका से स्पर्श करने पर उसमें से चालन विधि से उसी प्रकार का आवेश प्रवेश करता है। हत्थे A से इसे उठाकर फिर दूसरी वस्तु को स्पर्श कर उसे आविष्ट किया जाता है।

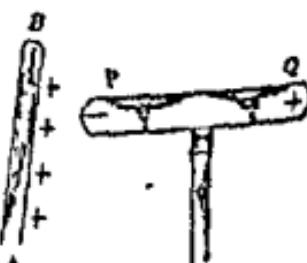
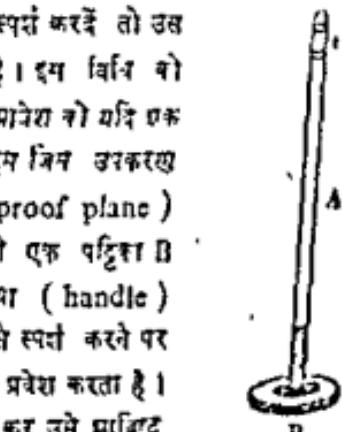
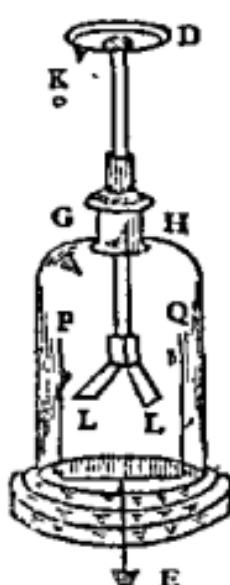
चित्र 44.5.

प्रेरण (Induction):—इस विधि में स्पर्श (contact) नहीं होना चाहिये। इस विधि से सुचालक वस्तु में ही आवेश उत्पन्न किया जाता है। मानलो PQ यह एक सुचालक वस्तु है जो एक कुचालक स्तम्भ पर टिकी हुई है। धन आवेश से आविष्ट AB को PQ के पास लाओ। प्रेरण के कारण AB में का धन आवेश PQ के ऋण आवेश को P सिरे की ओर आकर्षित करेगा, और धन आवेश को Q की ओर प्रतिकर्षित करेगा। इस प्रकार ऋण और धन आवेश पृथक पृथक हो जावेंगे। यदि AB आवेश को अलग हटाया जाय तो ये ऋण व धन

चित्र 44.6.

आवेश पूरी तरह से वस्तु PQ में फैल कर उसे अनाविष्ट कर देंगे। यदि AB आवेश को अपने स्थान पर रखकर दूसरे सिरे Q को हाथ से स्पर्श किया जाय तो वहाँ पर स्थित स्वतन्त्र धन आवेश शरीर में से होते हुए पृथ्वी में बह जायगा। चूंकि P पर स्थित ऋण आवेश AB के धन आवेश से आकर्षित हो रहा है इसलिए उसके आकर्षित रहने के कारण वह अपने स्थान पर ही बना रहेगा।

अब हम AB आवेश को जिसे प्रेरक आवेश (inducing charge) कहते हैं हटा देते हैं। तब P सिरे पर बचा हुआ ऋण आवेश वस्तु PQ में सब ओर फैल जाता है। इस प्रकार से किसी आविष्ट वस्तु के प्रभाव मात्र से उत्पन्न विजातीय आवेश को प्रेरित आवेश (induced charge) कहते हैं। इस प्रकार प्रेरित आवेश उत्पन्न करने से प्रेरक आवेश (inducing charge) में कोई हानि नहीं होता है।

44. 10. स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी को आविष्ट करना (Charging) ... विधि से:—एक एबोनाइट की छड़ को ओर इस फलालैन से रगड़ो। ...

चित्र 44.4

तरह बन्द रहता है। इस डाट में से एक धातु की छड़ पात्र मे निकली रहती है। इस छड़ के ऊपरी सिरे पर उसी धातु की बनी हुई गोल पट्टिका D और घुण्डी (knob) K रहती है। दूसरे सिरे पर स्वर्ण के बने हुए दो बिल्कुल हल्के पत्र (LL) होते हैं। अपने भार के कारण ये ऊर्ध्वाधर व एक दूसरे के समांतर लटके रहते हैं। कभी कभी इनमे लकड़ी की पट्टिका से लगी हुई समान्तर टिन की पट्टिकाएं P और Q रहती हैं। ये स्वर्ण पत्र के दोनों ओर रहती हैं और नीचे से पृथ्वी से सम्बन्धित रहती है।

जब किसी विद्युत प्राविष्ट छड़ से पट्टिका D छुई जाती है तब आवेश छड़ में से होता हुआ पत्र L L मे पहुँच जाता है। इस प्रकार दोनों पत्र सजातीय आवेश प्राप्त कर एक दूसरे को प्रतिकर्षित कर एक दूसरे से दूर अपविन्दुत (diverge) हो जाती हैं। इस स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी के उपयोग का वर्णन आगे किया गया है।

44. 8. विद्युत आवेश उत्पन्न होने का सिद्धान्त (Theory of electrification):—यहां पर हम विद्युत आवेश के अर्वाचीन सिद्धान्त का संक्षेप रूप से वर्णन करेंगे। -

हमें मालूम है कि पदार्थ के प्रत्येक परमाणु के दो भाग होते हैं। पहिला नाभिक (nucleus) जहां पर अणु का सर्व भार केन्द्रित रहता है। इस नाभिक में धन आवेश होने वाले कण प्रोटोन व आवेश रहित कण न्यूट्रान होते हैं। इस नाभिक के चारो ओर ऋणावेश वाले हल्के कण इलेक्ट्रान रहते हैं। इन इलेक्ट्रोनो की संख्या प्रोटोनों की संख्या के बराबर होती है जिससे पूर्ण परमाणु आवेश रहित होता है। प्रत्येक पदार्थ के परमाणु में प्रोटोन की संख्या भिन्न भिन्न रहती है।

जब कांच की छड़ रेशमी वस्त्र से रगड़ी जाती है तब कांच की छड़ से कुछ इलेक्ट्रोन रेशमी वस्त्र में चले जाते हैं। इस कारण कांच में इलेक्ट्रोनों की कमी व रेशमी वस्त्र में आधिक्य हो जाता है। अतः कांच की छड़ धन आवेश से वेष्टित व रेशमी वस्त्र ऋण आवेश से वेष्टित हो जाती है।

यही कारण है कि वे दोनों प्रकार के आवेश एक साथ उत्पन्न होते हैं और उनकी मात्रा एक सी रहती है।

44. 9:—आवेश उत्पन्न करने की विधियां (Methods of charging):—चुम्बकत्व जैसे ही यहां पर भी दो विधियां हैं।

चालन (Conduction) और प्रेरण (Induction):—

(1) चालन (Conduction):—इस विधि में स्पर्श होना आवश्यक है।

यदि धनाविष्ट विद्युतदर्शी लिया जाय तो उसके पत्र खिले रहते हैं। यदि ऐसे विद्युतदर्शी के पास कोई छड़ लाया जाय और यदि पत्र फैलें तो छड़ धनाविष्ट है अन्यथा नहीं। जैसे जैसे धनाविष्ट छड़ को पट्टिका D के पास लाया जाता है वैसे वैसे पत्रों के बीच का फैलाव बढ़ता है। यह सिद्ध करता है कि प्रेरण से उत्पन्न आवेश की मात्रा प्रेरक को पास लाने से बढ़ती जाती है। यदि प्रेरक को पट्टिका से छुआ जाय तो प्रेरक का आवेश पट्टिका पर के विजातीय आवेश से नष्ट होगा और फिर प्रेरक छड़ को दूर करने पर पत्रों का आवेश सब ओर फैल जायगा। इस कारण विद्युतदर्शी में का आवेश छड़ के आवेश जैसा है। इस प्रकार से आविष्ट करने को चालन विधि से वेष्टित करना कहते हैं।

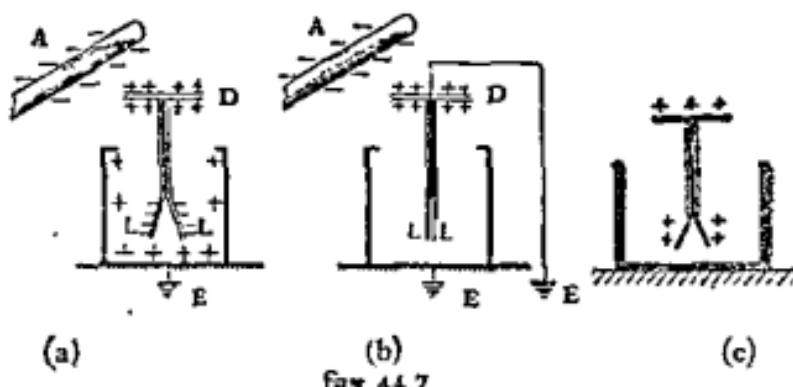
41.11. सिद्ध करना कि प्रेरक आवेश और प्रेरित आवेश एक दूसरे से विजातीय किन्तु बराबर होते हैं (induced and inducing charges are equal and opposite):—

इस बात को वैज्ञानिक फैराडे ने एक छोटे से प्रयोग द्वारा सिद्ध किया। साथ ही उसने यह भी बताया कि प्रेरक आवेश और प्रेरित आवेश तभी बराबर होते हैं जब प्रेरित आवेश प्राप्त करने वाला सुचालक प्रेरक आवेश के चारों ओर विद्यमान हो।

फेराडे का हिम-पात्र (ice pail) प्रयोगः—B एक ऊंचा धातु का बेलनाकार पात्र है। इसे एक पृथक्कारी (insulator) पदार्थ के स्तम्भ पर रखा हुआ है। एक धातु के तार द्वारा बेलन B विद्युतदर्शी की पट्टिका D से जुड़ा हुआ रहता है। पात्र B को क्षण भर के लिए हाथ से छू कर निराविष्ट कर देते है। इस समय विद्युतदर्शी के दोनों पत्र आपस में जुड़े रहते हैं।

चित्र 41.8

अब एक धातु का गोला A लो। यह एक पृथक्कारी दस्ते से जुड़ा हुआ है। गोले को धनाविष्ट करो। इसे अब धीरे-धीरे बेलन B के अन्दर डालो। ध्यान रहे कि A गोला दीवार से न छू जाय। जैसे ही A गोला पात्र के पास आता है वह बेलन के आन्तरिक भाग में विजातीय आवेश अर्थात् ऋणावेश और बाहर की दीवार पर धनावेश प्रेरित कर देता है। चूंकि स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी तार द्वारा बेलन से जुड़ा हुआ है इसलिए उसके पत्रों (LL) में भी यही धनावेश आता है, और इस कारण वे फैल जाते हैं। जैसे-जैसे गोले को हम पात्र के अधिक अन्दर डालते हैं, पत्रों का फैलाव उत्तरोत्तर बढ़ता जाता है। इससे सिद्ध होता है कि प्रेरित आवेश की मात्रा बढ़ रही है। जब A बेलन के बहुत अन्दर तक पहुंच जाता है तब उसे और नीचे करने से पत्रों का फैलाव नहीं बढ़ता है। यह दशा

ऋणाविष्ट होगी। इस छड़ A को चित्र 44.7 (a) के अनुसार स्वर्ण पत्र विद्युत दर्शी के पास लाओ। पास की पट्टिका D पर विजातीय आवेश अर्थात् धन आवेश और दूर के पत्रों पर ऋण आवेश प्रेरित होगा। चूंकि दोनों पत्रों में ऋण आवेश है अतएव वे दोनों एक दूसरे को प्रतिकर्षित कर अपविन्दुत (diverge) होंगे। इस समय एक क्षण के लिए पट्टिका D को हाथ से छुओ। चूंकि पट्टिका D पर का धन आवेश छड़ के ऋण आवेश से आकर्षित होने के कारण बंधा हुआ है इसलिए पत्रों का मुक्त (free) ऋणावेश, हाथ से शरीर में होता हुआ पृथ्वी में चला जायगा और इस कारण निरावेश होने से स्वर्ण पत्र मिल (collapse) जायेंगे। चित्र 44 7. (b) देखो। पुनः हाथ को D से हटा कर तत्पश्चात् छड़ को हटा दो। छड़ को हटाते ही पट्टिका D में बँधा हुआ धन आवेश सब ओर फैल कर पत्रों को अपविन्दुत कर देगा। इस प्रकार

चित्र 44.7

स्वर्णपत्र विद्युतदर्शी धन विद्युत से आविष्ट हुआ। देखो चित्र 44.7 (c)। उसे ऋण विद्युत से आवेष्टित करने के लिए प्रयोग को काच की छड़ से जो करना पड़ेगा जो धन विद्युत से आविष्ट रहता है।

स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी से किसी आवेश के गुण का ज्ञान करना:—

ऊपर समझाये अनुसार स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी को धनाविष्ट करो। दोनों पत्रों के बीच की दूरी को अंकित करो। अब विद्युतदर्शी की पट्टिका के पास दी हुई आविष्ट छड़ लाओ। यदि दोनों पत्रों के बीच की दूरी अधिक बढ़े तो छड़ धनाविष्ट है और यदि फैलाव कम हो तो छड़ ऋणाविष्ट है या अनाविष्ट है। इसका कारण स्पष्ट है। मानलो छड़ धनाविष्ट है। यह पट्टिका D में ऋण आवेश और पत्रों में धन आवेश प्रेरित करेगा। चूंकि पहले से ही पत्रों में धन आवेश स्थित था, इसलिए धन आवेश की मात्रा बढ़ जायेगी। और इस कारण दोनों पत्रों का फैलाव भी बढ़ेगा। यदि छड़ ऋणाविष्ट है तो पत्रों का धनावेश खिंच कर पट्टी D पर आ जायगा और पत्ते मिल जायेंगे। इसी प्रकार यदि छड़ अनाविष्ट है तो पत्रों के धनावेश के कारण छड़ का ऋणावेश पट्टी D के पास वाले सिरे पर आजायगा और उसका धनावेश दूर वाले सिरे पर चला जायगा। अब छड़ के ऋणावेश और पत्रों के धनावेश में आकर्षण होगा। इसलिये पत्रों पर आवेश कम हो जायगा। इसलिये उनमें दूरी कम होगी।

करते समय हाथ से जाली के किसी भाग को स्पर्श न करें । यदि अब उपरोक्त प्रयोग दुहराया जाय तो तुम देखोगे कि आवेश जाली के बाहरी भाग पर ही स्थित है ।

इससे सिद्ध होता है कि आवेश हमेशा सुचालक के बाह्य पृष्ठ पर ही स्थित रहता है ।

(ब) बॉयट (Biot) का प्रयोग:—A एक धातु का गोला है, जिसे एक पृथक्कारी स्तम्भ पर रखा जाता है । इसे परीक्षण पट्टिका द्वारा विद्युत से आविष्ट करो व विद्युतदर्शी द्वारा परीक्षा कर लो कि उस पर आवेश है । अब धातु की बनी दो टोपियाँ B और C लो । इनका आकार ऐसा होना चाहिये कि ये गोले A को पूरी तरह से स्पर्श करते हुए ढक लें ।

चित्र 44.10

एक क्षण गोले को इन से ढक कर निकाल लो । अब पुनः परीक्षण पट्टिका द्वारा गोले A को परखो । तुम देखोगे की वह आवेश रहित हो गया है । अब यदि टोपियों की परीक्षा की जाय तो तुम देखोगे कि गोले पर का पूरा आवेश उन पर आ गया है ।

जब टोपियां B और C गोले A पर रखी गई तब वह पूरा ढक गया और B और C का तल बाहरी तल हो गया । इस कारण गोले A पर का आवेश पूरी तरह से टोपियों पर आ गया ।

प्रश्न

1. यह किस प्रकार सिद्ध करोगे कि घर्षण आदि से दो प्रकार की विद्युत उत्पन्न होती है ? (देखो 44.3)

2. दो आवेशित वस्तुओं में आकर्षण और प्रतिकर्षण का नियम क्या है ? (देखो 44.4)

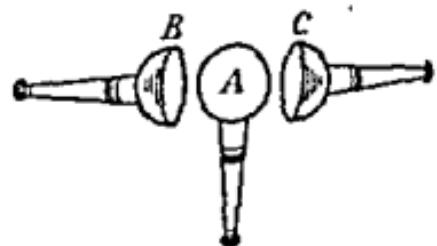
3. चालक, सुचालक, कुचालक और पृथक्कारी पदार्थ किसे कहते हैं ? उदाहरण दो । (देखो 44.6)

4. स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी का वर्णन करो तथा उसे किस प्रकार आविष्ट करोगे ? (देखो 44.7 और 44.10)

5. प्रेरण विधि से किसी सुचालक को किस प्रकार आविष्ट किया जाता है ? समझाओ । (देखो 44.10)

6. सिद्ध करो कि प्रेरक और प्रेरित आवेश एक दूसरे के बराबर होते हैं । प्रयोग का पूर्ण विवरण दो । (देखो 44.11)

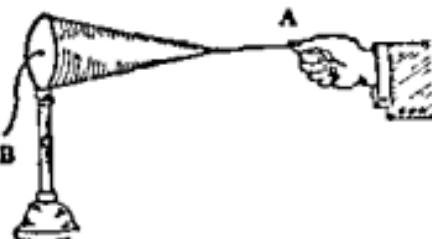
7. कैसे सिद्ध करोगे कि आवेश सुचालक के बाहरी तल पर ही स्थित रहता है ? (देखो 44.12)

8. स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी से किसी सुचालक पर स्थित आवेश का गुण कैसे [illegible] ? (देखो 44.13)

है कि जब पात्र की दीवारें प्रेरक आवेश के चारों ओर छा जाती हैं तब प्रेरित आवेश की मात्रा बढ़ना बन्द हो जाती है। इस समय यदि गोले A को B के तले (bottom) से छुआ जाय तो तुम देखोगे कि स्वर्ण पत्रों के फैलाव में कोई अन्तर नहीं आता है। यदि गोले को बाहर निकाल कर किसी अन्य विद्युत दर्शी से परखा जाय तो तुम देखोगे कि गोले के ऊपर का आवेश पूर्णतया नष्ट हो गया है। इसका कारण स्पष्ट है। B पात्र के अन्दर की दीवार पर ऋणावेश है जो A पर के धनावेश से मिल कर उसे नष्ट (neutralise) कर देता है। इससे सिद्ध होता है कि प्रेरित ऋणावेश की मात्रा प्रेरक धनावेश के बराबर है। यदि गोले को B के तले से स्पर्श किये बिना ही बाहर निकाल लिया जाय तो A पर का आवेश नष्ट नहीं होता किन्तु विद्युतदर्शी के पत्र आपस में जुड़ जाते हैं। इससे स्पष्ट है कि प्रेरित धनावेश और ऋणावेश मिलकर एक दूसरे को नष्ट कर रहे हैं। अतएव, प्रेरित धन आवेश प्रेरित ऋण आवेश के बराबर होना चाहिये।

इससे सिद्ध होता है कि प्रेरण से उत्पन्न आवेश प्रेरक आवेश के बराबर होता है।

साधारणतया यदि प्रेरक आवेश के चारों ओर पात्र न भी हो किन्तु वह उसके बिलकुल पास स्थित हो तो यह मान लिया जाता है कि प्रेरक और प्रेरित आवेश एक दूसरे के बराबर हैं।

44.12. यह सिद्ध करना कि विद्युत सदा चालक के बाह्य पृष्ट पर रहता है (Charge resides on the outer surface) :—

(अ) फैराडे का तितली के जाल वाला (Butterfly net) प्रयोग:—यह इस प्रयोग के लिये शंकुवाकार (conical) आकार की एक सुचालक पदार्थ की जाली होती है। यह एक पृथक्कारी स्तम्भ पर स्थिर रहती है। शंकु के नोंक पर दो रेशम के धागे A और B लगे रहते हैं। A बाहर की ओर और B अन्दर की ओर लगा रहता है। इन धागों को खीचने से अन्दर की सतह बाहर की ओर और बाहर की सतह अन्दर की ओर की जा सकती है।

चित्र 44.9

इस जाली को परीक्षण पट्टिका (proof plane) की सहायता से आविष्ट किया जाता है। यदि अब अनाविष्ट परीक्षण पट्टिका को जाली के अन्दर के भाग से स्पर्श करा कर विद्युतदर्शी के पास करें तो हम देखेंगे कि पत्र फैलते नहीं हैं। अतएव, जाली के अन्दर के भाग पर कोई आवेश नहीं है। यही प्रयोग यदि जाली के बाहरी भाग के साथ किया जाय तो तुम देखोगे कि उस पर आवेश है। अब डोरे B द्वारा जाली को खींचो जिससे उसकी बाहर की सतह अन्दर हो जाय और अन्दर की सतह बाहर। ध्यान रहे कि यह कार्य

$$F = \frac{Q \times Q}{d^2} = Q^2/d^2$$

यदि जब $d = 1$ से. मी. और $F = 1$ प्राप्त हो तो

$$1 = \frac{Q^2}{1^2} \quad \therefore Q^2 = 1 \therefore Q = \pm 1$$

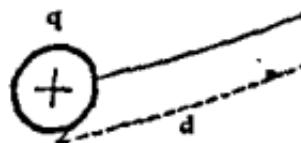
अतएव, यदि हवा में दो समान आवेशों को एक दूसरे से 1 से. मी. की दूरी पर रखा जाय व उनमें 1 डाइन का आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण का बल हो तो, प्रत्येक आवेश स्थिर विद्युत इकाई है। इसी इकाई के द्वारा हम किसी आवेश की मात्रा को नापते हैं।

45.3. विद्युतीय बल क्षेत्र (Intensity of electric field):- चुम्बकीय बल क्षेत्र के समान ही प्रत्येक आवेश के आस पास चारों ओर एक क्षेत्र होता है जिसमें वह अपना प्रभाव डालता है। इस प्रकार का ज्ञान इकाई आवेश पर कार्य करने वाले बल से होता है। किसी बिन्दु पर विद्युतीय बल क्षेत्र की तीव्रता वह बल है जो वहां पर रखे हुए धन इकाई आवेश पर कार्य करे। यहां यह ग्रहीत किया गया है कि इकाई आवेश इतना नगण्य होता है कि उसके द्वारा उत्पन्न विद्युतीय क्षेत्र नगण्य होता है और उसका वहां पर विद्यमान क्षेत्र पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। इस क्षेत्र की दिशा वही होती है जो इकाई धनावेश पर कार्य करने वाले बल की दिशा हो।

q

+

d

चित्र 45.3

मानलो हमें Q आवेश से d से. मी. दूरी पर विद्युतीय बल क्षेत्र की तीव्रता को मालूम करना है। उसी दूरी पर इकाई धनावेश की कल्पना करो। फिर प्रतिलोम वर्ग नियम के अनुसार उस बिन्दु पर बल होगा $F = \frac{Q \times 1}{d^2}$. अतएव,

$F = Q/d^2$ बल इकाई धन आवेश पर कार्य करेगा।

इसलिये बल क्षेत्र की तीव्रता हुई $F = Q/d^2$

जिस प्रकार चुम्बकीय क्षेत्र को बल रेखाओं द्वारा दिग्दर्शित किया जाता है, ठीक उसी प्रकार विद्युत क्षेत्र को भी बल रेखाओं द्वारा दिग्दर्शित किया जाता है।

संख्यात्मक उदाहरण:— 1. दो सजातीय (*similar*) आवेश 30 और 40 इकाई के 10 से. मी. दूरी पर रखे हुए हैं। उनके बीच प्रतिकर्षण का बल ज्ञात करो।

$$\text{प्रतिकर्षण बल} = \frac{Q_1 \times Q_2}{d^2} = \frac{30 \times 40}{10 \times 10} = 12 \text{ डाइन}$$

$$\text{या प्रतिकर्षण बल} = \frac{12}{980} \text{ ग्राम भार}$$

2. दो समान आविष्ट गोले एक दूसरे को 8 मि. ग्राम के बल से

अध्याय 45

विद्युतीय क्षेत्र और विभव

(Electrical Field and Potential)

45.1 प्रतिलोम वर्ग का नियम (Inverse square law):—हम पढ़ चुके हैं कि दो विद्युतीय आवेश अपने स्वभावानुसार आपस में आकर्षित अथवा प्रतिकर्षित होते हैं। यह बल F चुम्बकत्व की तरह यहां भी समानुपाती होता है,

(i) किसी एक आवेश Q_1 के, $F \propto Q_1$

(ii) दूसरे आवेश Q_2 के, अर्थात् $F \propto Q_2$

और प्रतिलोमानुपाती होता है,

(iii) इन दोनों आवेशों के बीच की दूरी d के वर्ग के, अर्थात् $F \propto 1/d^2$

चित्र 45.1

इन तीनों को मिला कर हम कहते हैं कि दो आवेशों के बीच आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल, उन आवेशों के गुणाकार के समानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होता है। अर्थात्,

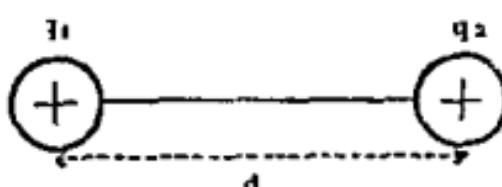
$$F \propto \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

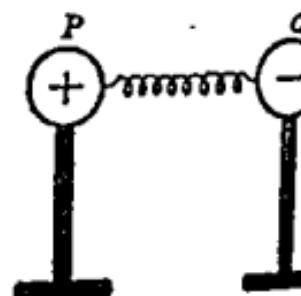
$$\text{या } F = R\,\frac{Q_1 Q_2}{d^2} = \frac{1}{K}\,\frac{Q_1 Q_2}{d^2} \qquad \dots \qquad (1)$$

यहां $R = 1/K$, एक स्थिरांक है जो आवेशों के बीच के माध्यम पर निर्भर करता है। इस स्थिरांक को आपेक्षिक—प्रेरण-ग्राहिता (specific inductive capacity) या पार विद्युत-स्थिरांक (dielectric constant) कहते हैं। इस नियम को कूलम्ब का प्रतिलोम वर्ग नियम कहते हैं।

45.2. इकाई आवेश (Unit charge):—चुम्बकत्व के समान यहां भी आवेश की स्थिर विद्युत इकाई (electro-static-unit) की परिभाषा उपर्युक्त समीकरण (1) की सहायता से देते हैं।

निर्वात अथवा हवा के लिये हम स्थिरांक

$R = \dfrac{1}{K}$ का मान 1 मान लेते हैं। तब यदि दोनों आवेश एक ही मात्रा के हों तो $Q_1 = Q_2 = Q$. इसलिये समीकरण (1) से

चित्र 45.2

करता है उनके ताप (temperature) पर। जिस वस्तु का ताप अधिक होगा उ… कम ताप वाली वस्तु में उष्मा का प्रवाह होगा, चाहे उसमें पहिले से ही अधिक उ… विद्यमान हो। ठीक इसी प्रकार, दो आविष्ट गोले P और Q लें जो पृथक्कारी स्तम्भों पर लगे हुए हैं। यदि इनको एक सुचालक तार द्वारा जोड़ दिया जाय तो विद्युत किस ओर प्रवाहित होगी ? P से Q की ओर या Q से P की ओर ? यह किस पर निर्भर करेगा ? क्या यह Q और P पर विद्यमान विद्युत की मात्रा पर निर्भर करेगा ? नहीं। यह एक भिन्न गुण पर निर्भर करेगा जिसको हम विभव (potential) कहते हैं। आवेश (charge) ऊंचे विभव से नीचे विभव की ओ… प्रवाहित होगा और यह तब तक होता रहेगा जब तक कि दोनों वस्तुओं का विभव समा… न हो जाय, अर्थात् दोनों का विभवान्तर (potential difference) शून्य हो जाय।

चित्र 45.6

इस प्रकार विद्युतीय विभव वह गुण है, जो मुक्त आवेश के प्रवाह को… निर्धारित करता है। आवेश सर्वदा ऊंचे विभव से नीचे विभव की ओर बहता है।

धरातल और ताप को नापने के लिए हम एक प्रामाणिक धरातल या ताप मान लेते है जिसको हम शून्य धरातल या ताप कहते है। धरातल में हम समुद्र की धरातल को शून्य धरातल मान लेते हैं और प्रत्येक सतह की ऊंचाई समुद्र की सतह से नापते हैं। इसी प्रकार ताप में बर्फ के गलनांक को शून्य ताप मान लेते हैं और अन्य वस्तुओं का ताप उसी से नापते हैं। ठीक इसी प्रकार, हम पृथ्वी का विभव शून्य मान लेते हैं और अन्य वस्तुओं का विभव पृथ्वी की अपेक्षा में नापते हैं। कभी-कभी हम अनन्त दूरी पर भी विभव शून्य मानते हैं। विभव की उपरोक्त परिभाषा से हम दो वस्तुओं के विभवान्तर की मात्रा ज्ञात नहीं कर सकते हैं। हम केवल यह कह सकते हैं कि P का विभव Q से कम है अथवा अधिक। परन्तु हम यह नहीं कह सकते कि कितना अधिक है या कम। इसके लिए हमें विभव की परिभाषा दूसरे रूप में देनी पड़ती है।

विभव केवल आविष्ट वस्तु पर ही नहीं होता। उसके चारों ओर के क्षेत्र के प्रत्येक बिन्दु पर भी हम विभव की कल्पना कर सकते हैं क्योंकि यदि इस क्षेत्र में कोई धनावेश रखा जाय तो वह अपना स्थान परिवर्तन करता है। वह बल रेखाओं की … में गमन करता है। विद्युत के प्रवाह के कारण को ही हमने विभव का नाम … है। अतः विद्युत क्षेत्र में भी सर्वत्र कुछ न कुछ विभव मानना पड़ेगा। धनाविष्ट वस्तु … चारों ओर धन विभव होता है तथा ऋणाविष्ट वस्तु के चारों ओर ऋण विभव। यह … कि विद्युत क्षेत्र के इस विभव का ज्ञान हमें आविष्ट वस्तु रखने पर ही होता है … की अनुपस्थिति में भी विभव तो वहां होता ही है।

प्रतिकर्षित करते है जब कि उनके केन्द्र आधे मीटर दूर रखे हुए हैं। प्रत्येक गोले पर आवेश ज्ञात करो।

∴ यहां बल $F = \frac{8}{1000}$ ग्राम $= \frac{8}{1000} \times 980$ डाइन, $Q_1 = Q_2 = Q$

$d = \frac{1}{2}$ मीटर $= 50$ से. मी.

सूत्र $F = \frac{Q_1 \times Q_2}{d^2}$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$\frac{8}{1000} \times 980 = \frac{Q^2}{50 \times 50} \therefore Q^2 = \frac{8 \times 980}{1000} \times \frac{50}{1} \times \frac{50}{1}$$

$$= 4 \times 196 \times 5 \times 5$$

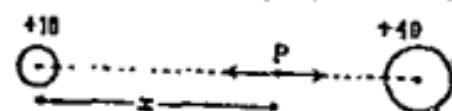
$\therefore Q = 2 \times 14 \times 5 = 140$ इकाई

3. किसी बिन्दु पर + 50 इकाई आवेश रखा हुआ है। यदि उससे 10 से. मी. दूर कोई बिन्दु लें तो उस पर विद्युतीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो।

विद्युतीय क्षेत्र की तीव्रता $= Q/d^2 = 50/(10 \times 10) = 0{\cdot}5$ इकाई

4. दो आविष्ट वस्तुएं जिन पर + 10 और + 40 इकाई आवेश है 6 से. मी. दूरी पर रखी हुई हैं। उनके बीच उदासीन बिन्दु (neutral point) की स्थिति ज्ञात करो।

+10   P   +40   x

चित्र 45.4

मान लो उदासीन बिन्दु P, + 10 इकाई आवेश से x से. मी. दूर है, तो P पर $E_1 = E_2$

या $\frac{10}{x^2} = \frac{40}{(6-x)^2}$ या $\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(6-x)^2}$

या $\frac{1}{x} = \frac{2}{6-x}$ या $2x = 6-x \therefore x = 2$ से. मी.

45.4. विद्युतीय विभव (Electric potential):—हम जानते है कि द्रव सदा ऊंचे से नीचे धरातल की ओर बहते हैं। मानलो A और B दो पात्र हैं जिनमें द्रव भरा है। यदि दोनों पात्र नीचे से मिले हुए हैं तो द्रव कौनसे पात्र में जायगा ? क्या वह उनमें भरे द्रव की मात्रा पर निर्भर करता है ? नहीं। वह केवल उनकी सतह पर ही निर्भर करता है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि सतह वह गुण है जो द्रव के बहाव को निर्धारित करता है। इसी प्रकार यदि हम दो उष्ण वस्तुओं को मिलादें तो उष्मा किस वस्तु से किस वस्तु में जायगी ? यह उन

चित्र 41.5

वस्तुओं में विद्यमान उष्मा (heat) की मात्रा पर नहीं निर्भर करता। यह निर्भर

यदि हम किसी वस्तु को नीची सतह से ऊंची सतह तक ले जांय तो हमें कार्य (work) करना पड़ता है। यह कार्य वस्तु के भार और ऊंचाई के गुणाकार के बराबर होता है (mgh)। इसी प्रकार यदि हम किसी इकाई धनावेश को विद्युत क्षेत्र में एक बिन्दु से दूसरी बिन्दु तक ले जावें तो कार्य करना पड़ता है। यह कार्य उन दो बिन्दुओं के विभवान्तर के बराबर होता है।

विभवान्तर (Potential difference):—इकाई धनावेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने पर जितना कार्य करना पड़ता है वह उन दो बिन्दुओं के बीच के विभवान्तर के बराबर होता है। मानलो A का विभव V_A और B का V_B है, तो A और B के बीच विभवान्तर

$V_A - V_B$ = B से A तक इकाई धनावेश को ले जाने पर किया गया कार्य।

यदि B बिन्दु अनन्त पर मानलें तो V_B शून्य हो जायगा और V_A = B से (अनन्त से) A तक इकाई धनावेश को ले जाने पर किया गया कार्य।

किसी बिन्दु पर विभवः—यदि अनन्त से इकाई धनावेश किसी बिन्दु तक लाया जाय तो इस क्रिया में जितना कार्य करना पड़ता है वह उस बिन्दु पर के विभव के बराबर होता है।

विभव एक अदिष्ट (scalar) राशि है। धन विद्युत के कारण धन विभव होगा और ऋण विद्युत के कारण ऋण विभव। अर्थात् $+Q$ आवेश से d से. मी. दूर विभव V होगा। यहां $V = +\frac{Q}{d}$. इसी प्रकार ($-Q$) आवेश से d. से. मी. दूर विभव होगा $V = -\frac{Q}{d}$. यदि एक बिन्दु पर दो भिन्न २ आवेशों के कारण विभव है तो परिणमित विभव इन सब विभवों के बीजगणितीय योग के बराबर होगा। मानलो एक बिन्दु पर Q_1 आवेश के कारण विभव $V_1 = \frac{Q_1}{d_1}$ है और $-Q_2$ के कारण $V_2 = -\frac{Q_2}{d_2}$ है तो परिणमित विभव V होगा,

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q_1}{d_1} - \frac{Q_2}{d_2}$$ देखो अनुच्छेद 45·5।

45.5. किसी बिन्दु पर स्थित Q आवेश द्वारा d से. मी. दूरी पर विद्युत-विभव (Electric potential) ज्ञात करना:—मानलो बिन्दु O पर धन आवेश Q स्थित है और इससे उत्पन्न विद्युतीय विभव को हमें d से. मी. दूरी पर स्थित A बिन्दु पर मालूम करना है।

Q आवेश द्वारा A बिन्दु पर बल क्षेत्र की तीव्रता होगी $F = Q/OA^2$, जहां $OA = d$, Q और A की बीच दूरी है। एक दूसरे बिन्दु B को A के बिल्कुल पास कल्पना करो। बिन्दु B पर बल क्षेत्र की तीव्रता F_B होगी। $F_B = Q/OB^2$ होगी। चूंकि $OA < OB$ है, इसलिये $F_A < F_B$. अतएव AB के बीच में बल क्षेत्र की तीव्रता क्रमशः

कार्य नहीं करना होगा। [illegible] भी [illegible] पूरा [illegible] हुए भी [illegible] का [illegible] है अतः कोई कार्य नहीं करना होगा।

6. एक वर्गाकार के चारों कोनों पर क्रमशः 10, 20, 30 और −40 इकाई आवेश रखे हुए हैं यदि वर्गाकार की भुजा 2. से. मी. है तो उसके केन्द्र पर 100 इकाई आवेश रखने पर कितना कार्य करना पड़ेगा?

वर्गाकार के केन्द्र पर इकाई आवेश रखने पर उतना ही कार्य करना होगा जितना कि उस बिन्दु पर उत्पन्न विभव हो।

चूँकि प्रत्येक भुजा 2 से.मी. है, अतः उसका कर्ण होगा $= \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$ $= 2\sqrt{2}$, अतएव प्रत्येक कोने से केन्द्र की दूरी होगी $\frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ से.मी.

आवेश 10 के कारण विभव $= \frac{+10}{(\sqrt{2})} = +5\sqrt{2}$

आवेश 20 के कारण विभव $= \frac{+20}{(\sqrt{2})} = 10\sqrt{2}$

आवेश 30 के कारण विभव $= \frac{+30}{(\sqrt{2})} = 15\sqrt{2}$

आवेश −40 के कारण विभव $= \frac{-40}{(\sqrt{2})} = -20\sqrt{2}$

$\therefore$ केन्द्र पर कुल विभव $= \sqrt{2}(5 + 10 + 15 - 20) = 10\sqrt{2}$

$\therefore$ किया गया कार्य $= 10\sqrt{2} \times 100 = 1000 \times 1{\cdot}414$
$= 1414$

45.6. किसी सुचालक का विभव:—यदि किसी सुचालक को आ[illegible] दिया जाय तो इस विधि में उसका विभव बढ़ जायगा। जितना अधिक आवेश दे[illegible] जाते हैं उतना ही अधिक उसका विभव (potential) बढ़ता जायगा। मानलो हम आ[illegible] Q को कई छोटे छोटे हिस्सों में बांट देते हैं, जिससे $Q = q + q + q \cdots$

मानलो सुचालक को q आवेश दिया गया है। अब और अधिक आवेश q दि[illegible] जाय तो उसे प्रतिकर्षण के बल के विरुद्ध कार्य कर उसे देना पड़ेगा। इस प्रकार हमें [illegible] ऊर्जा (energy) व्यय करनी पड़ेगी। यह ऊर्जा उस सुचालक में विभव के रू[illegible] रहती है। इस प्रकार जैसे जैसे अधिकाधिक आवेश दिया जाता है, अधिकाधिक का[illegible] करना होगा और उसका विभव बढ़ता जायगा। इस प्रकार प्रत्येक आविष्ट सुचालक [illegible] कोई न कोई विभव रहता है।

सुचालक की ऊर्जा:—ऊपर हम देख चुके हैं कि किसी भी सुचालक को आविष्ट करने में हमें ऊर्जा व्यय करनी पड़ती है। विभव की परिभाषा के अनुसार इकाई आवेश को सुचालक पर लाने में जितना कार्य करना पड़ेगा वह उसका विभव होगा। मानलो उसका विभव किसी समय v इकाई है। अब यदि उसे q इकाई आवेश दिया जाय तो $v \times q$ इकाई कार्य करना होगा। सुचालक को उपरोक्त विधि से आविष्ट करने में उस

$$P_C - P_D = \frac{Q}{OC} - \frac{Q}{OD}$$

$$P_D - P_E = \frac{Q}{OD} - \frac{Q}{OE}$$

....

$$P_Z - P_\alpha = \frac{Q}{OZ} - \frac{Q}{\alpha}$$

इन सबको जोड़ने से, हम देखते हैं कि कई राशियां आपस में कट जाती हैं।

$$P_A - P_B = \frac{Q}{OA} - \frac{Q}{OB}$$

$$P_B - P_C = \frac{Q}{OB} - \frac{Q}{OC}$$

$$P_C - P_D = \frac{Q}{OC} - \frac{Q}{OD}$$

....

$$P_Z - P_\alpha = \frac{Q}{OZ} - \frac{Q}{\alpha}$$

$$\text{योग} = P_A - P_\alpha = \frac{Q}{OA} - \frac{Q}{\alpha}$$

किन्तु $P_\alpha = 0$ है और $\frac{Q}{\alpha} = 0$

$$\therefore \quad P_A = \frac{Q}{OA} = \frac{Q}{d} \qquad (४)$$

इस प्रकार किसी आवेश से d से. मी. दूर विभव होगा Q/d इकाई

संख्यात्मक उदाहरण :—5. एक बिन्दु पर 100 इकाई का आवेश रखा हुआ है तो (a) अनन्त दूरी से इकाई आवेश को उस बिन्दु से 40 से. मी. की दूरी तक लाने में (b) एक इकाई आवेश को उसके चारों ओर 20 से. मी. अर्द्ध व्यास के वृत्त में घुमाने पर कितना कार्य करना पड़ेगा ?

हम जानते हैं कि किसी बिन्दु पर विभव = इकाई आवेश को अनन्त से उस बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य। साथ ही हम जानते हैं कि किसी आवेश Q से d से. मी. दूर बिन्दु पर विभव V होता है, $V = \frac{Q}{d} = \frac{100}{40} = 2{\cdot}5$ इकाई

$\therefore$ किया गया कार्य = 2·5 अर्ग

(b) जब इकाई आवेश को एक वृत्त पर घुमाया जाता है तो उसका सब स्थानों पर विभव वही रहता है, यानी Q/20, अतएव विभवान्तर शून्य हुआ। तो इस क्रिया में कोई

बिन्दुओं द्वारा विसर्ग हो जाता है। इसलिए, यह आवश्यक है कि सुचालक को अति स्वच्छ रखना चाहिए और उसे धूल के कणों से बचाना चाहिए।

चित्र 45.9

नोक का कार्य (Action at points):— यदि किसी सुचालक का कोई सिरा नुकीला हो तो उस पर पृष्ठ घनत्व अत्यधिक होगा। इसको स्पर्श करने वाले वायुकण सजातीय विद्युत से आविष्ट हो प्रतिकर्षित होंगे और उनके स्थान पर दूसरे कण आयेंगे। इस प्रकार शनैः शनैः सब आवेश विसर्जित हो जायगा। इस क्रिया को नोक का विसर्ग (discharge) कहते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण :—7. एक खोखले गोले की त्रिज्या 10 से. मी. है। यदि उसे 10 इकाई आवेश दिया गया हो तो (a) उसके धरातल पर (b) उसके अन्दर (c) उसके केन्द्र से 25 से. मी. दूर विभव ज्ञात करो।

जहां तक बिन्दु गोले के धरातल या उससे बाहर हो हम गणना के लिए सारा आवेश केन्द्र पर मान सकते हैं। किसी खोखले गोले के अन्दर विभव उतना ही होगा जितना उसके पृष्ठ पर। अर्थात् अन्दर विभव स्थिर रहता है।

अतएव, (a) गोले के धरातल पर विभव $= \frac{Q}{R} = \frac{10}{10} = 1$ इकाई

(b) गोले के अन्दर विभव $= \frac{Q}{R} = \frac{10}{10} = 1$ इकाई

(c) केन्द्र से 25 से.मी. दूर विभव $= \frac{Q}{D} = \frac{10}{25} = 0{\cdot}4$ इकाई

8. यदि किसी 25 से. मी. त्रिज्या के गोले का पृष्ठ घनत्व $5/2\pi$ हो तो उसे कितना आवेश देना होगा ?

हम जानते हैं कि $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$

$$\therefore \quad \frac{5}{2\pi} = \frac{Q}{4 \times \pi \times 25 \times 25}$$

$$\therefore \quad Q = \frac{5 \times 4 \times \pi \times 25 \times 25}{2\pi} = 6250 \text{ इकाई}$$

45.8. बिजली या तड़ित चालक (Lightning conductor):— तुम जानते ही हो कि बड़ी बड़ी हवेलियों तथा कलकारखानों पर तीक्ष्ण किनारों वाला एक धातु का सुचालक लगा रहता है। इसे तड़ित चालक कहते हैं। इसका उद्देश्य इमारतों पर बिजली गिरने से रोकना है। यह एक मोटा धातु का तार होता है। इसके एक सिरे पर धातु की पट्टिका P लगी रहती है जिसे धरती के भीतर बहुत गहराई

पर प्रारम्भ में विभव शून्य है और अन्त में जब उस पर Q इकाई आवेश हो जाता है तो विभव V इकाई है। अतः मध्यमान विभव $(O+V)/2 = V/2$ होगा। अतएव, इस किये गये कार्य के लिये हम सदा विभव $V/2$ मान सकते हैं। इस प्रकार

$$\text{कुल किया गया कार्य} = \frac{V}{2} \times Q$$

इसलिए आविष्ट सुचालक की ऊर्जा $= \frac{V}{2} \times Q$ इकाई $= \frac{1}{2} QV$ इकाई

45·7. किसी आविष्ट सुचालक का तल सम विभव-पृष्ठ (Equipotential surface) होता है:—जब किसी सुचालक को आवेश दिया जाता है तब वह उसके ऊपरी तल पर इस प्रकार फैल जाता है कि प्रत्येक बिन्दु पर एक ही विभव (potential) हो जाता है। सुचालक में दो बिन्दुओं पर भिन्न भिन्न विभव होना असम्भव है। आवेश, अधिक विभव से कम विभव की ओर तब तक बहेगा जब तक कि दोनों बिन्दुओं पर विभव एकसा न हो जाय।

किसी इकाई तल पर जितना आवेश होता है उसे पृष्ट घनत्व (surface density) कहते हैं। इसे प्रायः σ से सम्बोधित करते हैं। सुचालक में किसी स्थान पर σ का मान एक सा न हो कर उसके आकार व रूप पर निर्भर रहता है। यदि सुचालक गोल रूप में हो तो चूंकि उसका रूप सब ओर एक सा होने के कारण σ का मान सब ओर एकसा ही रहता है। यदि सुचालक गोल रूप न हो कर अन्य रूप में हो तो जहां पर उसमें कोने होते हैं अथवा उसके तीक्ष्ण बिन्दु होते हैं, वहां σ का मान बहुत अधिक रहता है। नीचे दिये गये चित्रों को देखो। सुचालक के चारों ओर रेखा खींची गई हैं जो सब स्थानों पर σ का मान बताती है। रेखा जितनी दूर होती है वहां σ का मान उतना ही अधिक होता

(a) (d) (c)

चित्र 45.8

है। इस कारण यदि सुचालक के तल पर कुछ धूल के कण गिरें तो वे तीक्ष्ण सिरे बनाते हैं, और इस कारण वहां पर σ का मान बहुत अधिक बढ़ जाता है। σ का मान अधिक होने से इसके पास विद्युतीय क्षेत्र की तीव्रता अधिक होती है।

इस कारण हवा के कण जो सुचालक के इन तीक्ष्ण बिन्दुओं से स्पर्श करते हैं, इससे आवेश प्राप्त कर प्रतिकर्षित होते हैं और इस प्रकार सुचालक का आवेश इन तीक्ष्ण

है तब हवा के परमाणु टूट जाते हैं और विद्युत को बहने देते हैं। इन परमाणुओं के टूटने (धमनी कारण) से ही गड़गड़ाहट की आवाज होती है और प्रकाश उत्पन्न होता

प्रश्न

1. कूलम्ब के नियम का प्रतिपादन करो व इकाई आवेश की परिभाषा दो।
(देखो 45.1 और 45.2)

2. विद्युतीय विभव से तुम क्या समझते हो ? किसी बिन्दु पर केन्द्रित आवेश से उससे दी हुई दूरी पर विभव ज्ञात करो। (देखो 45.4 और 45.5)

3. पृष्ठ घनत्व (Surface density) से तुम क्या समझते हो ? विद्युत दर्शी धारक का वर्णन कर उसका सिद्धांत व उपयोग समझाओ। (देखो 45.7 और 45.8)

संख्यात्मक प्रश्न

1. 6, 12 और 24 इकाई के आवेश एक वर्गाकार के तीनों कोनों पर रखे हुए हैं यदि केन्द्र पर परिणमित विभव शून्य हो तो चौथे कोने पर कितना आवेश रखें ?
[उत्तर–42 इकाई]

2. 100 और – 50 इकाई के आवेश 100 से. मी. दूरी पर रखे हुए हैं। ऐसा बिन्दु ज्ञात करो जिस पर विभव शून्य हो।
[उत्तर–50 इकाई से 33.3 से. मी. दूर]

3. 1, 2, 3 और –4 इकाई के आवेश क्रमशः एक वर्गाकार के कोने पर रखे हुए हैं। यदि वर्ग की भुजा 2 से. मी. हो तो 1 और 2 को मिलाने वाली भुजा के मध्य बिन्दु पर परिणमित विभव ज्ञात करो। [उत्तर 2.552 इकाई]

4. यदि 10 से. मी त्रिज्या वाले गोले को 100 इकाई का आवेश दिया जाय तो उसका विभव क्या होगा ? साथ ही पृष्ठ घनत्व ज्ञात करो।
[उत्तर 10 इकाई, $\frac{1}{4\pi}$ इकाई/वर्ग से. मी.]

5. दो गोले 20 से. मी. और 10 से. मी. त्रिज्या के एक दूसरे के अन्दर रखे हुए हैं।

दोनों के केन्द्र एक ही बिन्दु पर हैं। दोनों गोलों को क्रमशः 100 और 50 इकाई के आवेश दिये जाते हैं। निम्नलिखित के लिए गणना करो—

(अ) दोनों के केन्द्र से 40 से. मी. दूरी पर विभव,

(ब) बाहरी गोले के 2 से. मी. अन्दर विभव,

(स) भीतरी गोले के अन्दर विभव। [उत्तर 3.75, 7.5 और 10 इकाई]

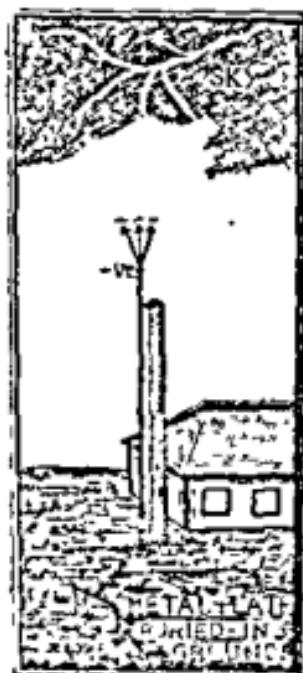
हो गाड़ देते हैं। तार के दूसरे सिरे पर कई तीक्ष्ण सिरे होते हैं और ये इमारत के ऊपर निकले रहते हैं। यह तड़ित चालक का वर्णन है। (देखो चित्र 45.10)

जब विद्युत से आविष्ट कोई बादल इस इमारत के ऊपर से जाता है तब वह प्रेरण से विजातीय आवेश पृथ्वी में प्रेरित करता है। चूंकि ऊपर के बिन्दु अत्यन्त तीक्ष्ण होते हैं वहां विद्युत का पृष्ठ घनत्व (surface density) अधिक हो जाता है। इस कारण उससे स्पर्श करने वाले हवा के कण वहाँ आवेश प्राप्त कर प्रतिकर्षित होते हैं। उदाहरणार्थ यदि बादल पर धनावेश हो तो हवा के कण तीक्ष्ण बिन्दुओं द्वारा ऋण आवेश प्राप्त करेंगे। चूंकि इन हवा के कणों पर विजातीय आवेश है, ये कण बादल द्वारा आकर्षित होंगे और वहां पर एक दूसरे को अनाविष्ट करेंगे। इस प्रकार क्षण भर में तीक्ष्ण बिन्दुओं पर का आवेश बादल के आवेश को खत्म कर देगा, और पट्टिका पर उत्पन्न धन आवेश पृथ्वी में फैल जायगा।

इतना होने पर भी यदि किसी प्रकार बिजली गिर भी जाय तो वह तड़ित चालक के अन्दर होकर सीधी पृथ्वी में चली जायगी और इमारत को हानि नहीं पहुँचेगी।

यदि हम तड़ित चालक का उपयोग नहीं करते हैं तो बादल विजातीय आवेश को इमारत पर उत्पन्न करते हैं। फिर इन दो विजातीय आवेशों में विभव इतना अधिक बढ़ता है कि विद्युत हवा को चीरती हुई बादल से इमारत में प्रवेश करती है। इसे ही हम विद्युत तड़ित कहते हैं। इसके उत्पन्न होने से इमारत को हानि होने की सम्भावना है और साथ ही जन हानि की भी। एक क्षण के लिए जो विद्युत धारा तड़ित के रूप में बहती है उसमें अत्यन्त शक्ति रहती है और हवा को चीर कर बहने से वह अत्यन्त कर्कश आवाज व आंखों को चकाचौंधिया देने वाला प्रकाश उत्पन्न करती है।

चित्र 45.10

अब आप यह पूछेंगे कि बादलों में आवेश कहां से आता है ? जब पानी के छोटे छोटे कण लिए बादल हवा में से बहते हैं तब रगड़ के कारण आवेश उत्पन्न होते हैं। कई बार अन्य कारणों से भी वायुमंडल में विद्युत आवेश उत्पन्न होते रहते हैं। ये भी बादलों को को आविष्ट करते हैं। चूंकि वायुमंडल में दोनों प्रकार के आवेश रहते हैं, दोनों प्रकार की विद्युत से आविष्ट बादल हमें मिलते हैं। प्रायः इस कारण वे विद्युत को तड़ित के रूप में एक बादल से दूसरे बादल की ओर फेंकते हैं। इसी क्रिया को हम प्रायः आकाश में देखा और सुना करते हैं। साधारण रूप से हवा पृथक्कारी पदार्थ है और वह विद्युत को अपने में से बहने नहीं देती। किन्तु जब दो असमान आवेशों में बहुत अधिक विभवान्तर हो जाता

अतएव, किसी सुचालक की विद्युत धारिता विद्युत प्रावेश की वह मात्रा है जो उसमें विभव को इकाई से बढ़ाती है। चूंकि विभव सुचालक के रूप व आकार पर निर्भर है, अतएव उसकी विद्युत धारिता भी इन पर निर्भर है।

46.3. एक गोले के सुचालक की विद्युत धारिता :—

एक गोले की त्रिज्या R से. मी. है। उसे आवेश Q देने पर उसका विभव $V = Q/R$ होता है। इसलिये,

$$\text{विद्युत धारिता, } C = Q/V = \frac{Q}{Q/R} = \frac{Q \times R}{Q} = R$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि गोले की विद्युत धारिता उसकी त्रिज्या के बराबर है। चूंकि त्रिज्या से. मी. में नापी जाती है, इसलिए धारिता भी से. मी. में नापी जाती है।

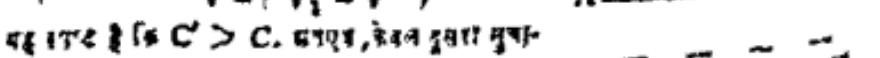
विद्युत धारिता की प्रयोगिक इकाई फेरड (farad) होती है। 1 फेरड = 9×10^{11} से. मी.। माइक्रो फेरड छोटी इकाई है और 1 माइक्रो फेरड = 10^{-6} फेरड = 9×10^{5} से. मी.

46.4. संधारित्र (*Condenser*) :—ऊपर हम देख चुके हैं कि गोले की धारिता (*condenser*) उसकी त्रिज्या के बराबर होती है। अतएव, जितनी अधिक त्रिज्या का गोला हम लेंगे उतनी अधिक उसकी धारिता होगी। सुचालक का आकार बढ़ाना असुविधाजनक होता है। अतएव हम उसका आकार बढ़ाये बिना ही उसकी धारिता बढ़ाना चाहते हैं। यह जिस उपकरण द्वारा संभव है उसे संधारित्र कहते हैं।

संधारित्र का सिद्धान्त:—मान लो A एक सुचालक है। इसे Q आवेश देने पर इसका विभव V होता है। अतएव $C = Q/V$. यदि इसके पास एक दूसरा सुचालक B लाया जाय तो A पर के आवेश के कारण प्रेरण (induction) से, B के अन्दर के भाग पर ऋण आवेश और बाहरी भाग पर धन आवेश प्रेरित होगा। इन आवेशों के कारण A पर ऋणात्मक विभव V_1 और धनात्मक विभव V_2 उत्पन्न होगा। इस प्रकार कुल विभव होगा $V - V_1 + V_2$. यहाँ V_1 संख्यात्मक दृष्टि से V_2 से अधिक होता है। चूंकि B पर का ऋण आवेश A के अधिक पास होता है, अतएव B सुचालक को A के पास लाने से नई धारिता C' होगी,

चित्र 46.2.

$$C' = \frac{Q}{V - (V_1 - V\ )}$$

यह स्पष्ट है कि $C' > C$. अतएव, केवल दूसरा सुचालक पास लाने से धारिता बढ़ गई। यदि B सुचालक को पृथ्वी से संबंधित किया जाए तो बाहरी भाग पर धन आवेश पृथ्वी की ओर प्रवाहित होगा और केवल ऋण आवेश ही रहेगा। इस कारण विभव होगा $- V_1$

(चित्र 46.3.)

अध्याय 46

विद्युत धारिता और संधारित्र

(Electric Capacity and Condensers)

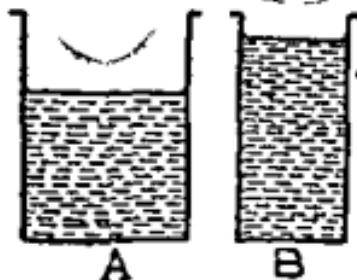
46.1. निश्चित आकार व रूप से सुचालक वस्तु का विभवः—

हम पहिले देख ही चुके हैं कि जैसे ही हम किसी सुचालक को आवेश देते हैं वैसे ही उसका विभव बढ़ता है। जैसे जैसे आवेश की मात्रा बढ़ती जाती है वैसे वैसे विभव बढ़ता जाता है। किसी निश्चित आवेश के लिए विभव की मात्रा, सुचालक के रूप और आकार पर निर्भर रहती है। उदाहरणार्थ, यदि हम गोलाकार वस्तु लें जिसकी त्रिज्य R हो तो उसे आवेश Q देने पर उसका विभव होता है Q/R. पृथ्वी गोल है। उसकी त्रिज्या बहुत बड़ी है। इस कारण किसी भी आवेश के लिए पृथ्वी का विभव शून्य होता है। यदि कोई सुचालक धनाविष्ट है तो उसका विभव धन होगा। अतएव उसे पृथ्वी से संबंधित करने पर आवेश सुचालक से पृथ्वी की ओर प्रवाहित होगा। यदि सुचालक ऋणाविष्ट है तो उसका विभव भी ऋण होगा और इस कारण पृथ्वी से सम्बन्धित होने पर आवेश पृथ्वी से सुचालक की ओर प्रवाहित होगा।

46.2. विद्युत धारिता (Capacity):-

चित्र में बताये हुए पात्रों को देखो। दोनों में पानी की एक ही मात्रा डालो। तुम देखोगे कि पात्र B में पानी का तल अधिक ऊंचा होगा। इस तल को देख कर हम कह सकते है कि A पात्र, की जिसमें पानी का तल अधिक नहीं चढ़ता, अधिक क्षमता व धारिता है। इसी प्रकार दो कलरी मापी लो। एक में 100 घन से. मी. व दूसरे में 50 घन से. मी. पानी लो। दोनों का ताप एकसा है। अब दोनों को बराबर उष्मा की मात्रा दो। तुम देखोगे कि 50 घन से. मी. वाले पानी का ताप अधिक बढ़ेगा। दूसरे शब्दों में हम कहते हैं कि अधिक पानी वाले कलरीमापी की उष्मा धारिता अधिक है और इसलिये उसमें ताप कम बढ़ता है।

चित्र 46.1

ठीक इसी प्रकार जब किसी सुचालक को आवेश दिया जाता है तब उसका विभव बढ़ता है। यदि विभव कम बढ़े तो उसकी विद्युत धारिता अधिक है। और यदि अधिक बढ़े तो विद्युत धारिता कम है। हम देखते है कि हमेशा किसी भी सुचालक के लिए उसके आवेश और विभव का अनुपात एक स्थिरांक होता है।

उदाहरणार्थ, यदि दिया गया आवेश Q है और उसके द्वारा उत्पन्न विभव V है, तो Q/V स्थिरांक है। इस स्थिरांक को सुचालक की विद्युत धारिता कहते हैं और C द्वारा बताते हैं। अर्थात्,

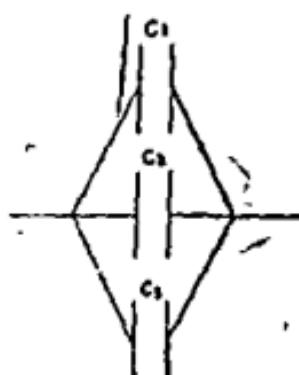
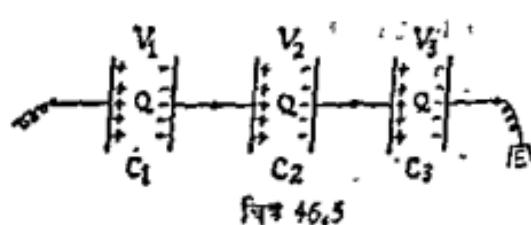
$$C = Q/V$$

यदि $V = 1$ है, तो $C = Q$

46.5 संधारित्रों को समान्तर क्रम और श्रेणी क्रम में जोड़ना:—

जब हमारे पास कई संधारित्र हों और इन्हें मिलाकर हम यदि अधिक धारिता चाहते हों तो सब संधारित्रों को समान्तर संबंध में जोड़ देते हैं अर्थात् इनके एक एक सुचालक को एक स्थान पर और दूसरे को दूसरे स्थान पर जोड़ देते हैं। (चित्र 46.4) इसी प्रकार यदि कम धारिता की आवश्यकता होती दो, या दो से अधिक संधारित्रों को शृंखलाबद्ध जोड़ देते हैं अर्थात् एक संधारित्र के सुचालक को दूसरे से और दूसरे को तीसरे से। (चित्र 46.5)

चित्र 46.5

चित्र 46.4

46.6. संधारित्र के उपयोग:—संधारित्र का उपयोग विद्युत आवेश को इकट्ठा करना है। आजकल इनका प्रयोग बहुत अधिक होने लगा है। बेतार की विद्युत लहरें उत्पन्न करने अथवा उन्हें प्राप्त करने के लिये इनका उपयोग अति आवश्यक है।

इनके और भी कई अन्य उपयोग है जिनका हम यहां वर्णन करने में असमर्थ है।

इन सब प्रकार के उपयोगों में दो प्रकार के संधारित्र काम में लाये जाते हैं। एक तो ऐसे जिनकी धारिता स्थिर रहती है। इनका वर्णन हम ऊपर कर ही चुके हैं। दूसरे ऐसे होते हैं जिनकी धारिता हम आवश्यकतानुसार बदल सकते हैं। इन्हें परिवर्तनशील संधारित्र (variable condenser) कहते है। इसमें कई पट्टिकाएं बनी होती हैं। दो पट्टिका मिला कर एक संधारित्र बनाती है। ये सब संधारित्र आपस में समान्तर क्रम से जुड़े हुए होते हैं। इनमें एक प्रकार की पट्टिकाएं तो स्थिर होती है किन्तु दूसरी प्रकार की घूम सकती है। इन्हें आवश्यकतानुसार हम पट्टिकाओं के बीच डाल सकते हैं अथवा बाहर निकाल सकते हैं। जब इन्हें अन्दर डाला जाता है तब धारिता बढ़ती है अन्यथा घटती है। ऐसे ही संधारित्रों के द्वारा हम हमारे रेडियो सेट में ट्यूनिंग करते हैं।

46.7 लीडन जार:—यह एक अत्यन्त प्राचीन प्रकार का संधारित्र है। सर्वप्रथम सन् 1745 ई० में जर्मनी व हालैंड में लगभग साथ साथ बनाया था। एक फ्रें वैज्ञानिक ने सर्वप्रथम इसका उपयोग किया और इसे लीडन जार के नाम से संबोधित किया साधारणतया, यह एक कांच की बोतल अथवा बेलन होती है। इसके अन्दर बाहर धातु

अतएव कुल विभव होगा $V - V_1$. इसलिए नई धारिता C'' होगी

$$C'' = \frac{Q}{V - V_1}$$

चूंकि $V - V_1$, यह $V - (V_1 - V_2)$ से बहुत ही छोटी संख्या है, इसलिये C'', C' से बहुत बड़ा होगा।

दो सुचालकों को पास लाकर उनमें से एक को पृथ्वी से सम्बन्धित करने से संधारित्र बनता है, और इसकी धारिता बहुत अधिक होती है।

धारिता की निर्भरता:—उपर्युक्त सिद्धान्त से स्पष्ट है कि किसी संधारित्र की धारिता निम्न बातों पर निर्भर है:

(1) उसके रूप पर (2) उसके आकार पर (3) दोनों सुचालकों की निकटता पर।

जैसे जैसे निकटता बढ़ती जायगी, V_1 अधिक होता जायगा और इस कारण $V - V_1$ कम। अतएव दोनों सुचालकों के बीच दूरी कम होने से उसकी धारिता बढ़ेगी।

(4) सुचालकों के बीच माध्यम पर। हमें ज्ञात है कि विद्युत् बल क्षेत्र माध्यम पर निर्भर रहता है और इस कारण दो सुचालकों के बीच का विभव भी माध्यम पर निर्भर रहेगा। यदि दोनों के बीच का माध्यम ऐसा हो जिसके लिये पार विद्युत स्थिरांक K का मान अधिक हो तो उनके बीच बल क्षेत्र एवं विभव कम होगा और इसका परिणाम धारिता बढ़ाने में होगा। यही कारण है कि संधारित्र बनाते समय हम दो सुचालकों के बीच के माध्यम में अभ्रक, मोम, कागज अथवा अन्य रसायनिक पदार्थ रखकर उसकी धारिता को बढ़ाते हैं।

संधारित्र के प्रकार:—प्रयोग में कई प्रकार के संधारित्र काम में लाते हैं। जिनमें मुख्य हैं:—

(i) समांतर पट्टिका (ii) गोलाकार (iii) बेलनाकार संधारित्र।

चित्र 46.3 में बताए अनुसार समान्तर संधारित्र में दो एक सी पट्टिकाएं होती हैं। गोलाकार संधारित्र में दो गोलाकार सुचालक होते हैं, जिन्हें इस प्रकार रखा जाता है कि दोनों का केन्द्र एक ही हो।

अन्दर का गोला खोखला या भरा हुआ हो सकता है, जबकि बाहर का खोखला। इसी प्रकार की बनावट बेलनाकार की भी होती है। इन दो सुचालकों के बीच आवश्यकतानुसार हवा, मोम, अभ्रक अथवा अन्य पदार्थ भर कर रख देते हैं। इन दो सुचालकों में से एक को पृथ्वी से सम्बन्धित कर देते हैं अथवा दोनों सुचालकों पर असमान आवेश दिये जाते हैं।

निम्नलिखित सूत्रों से हम संधारित्र की धारिता ज्ञात कर सकते हैं।

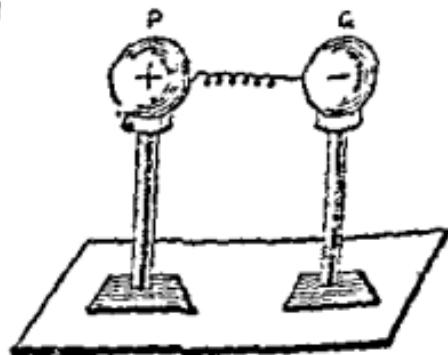
समान्तर पट्टिका संधारित्र के लिये $C = KA/4\pi d$

यहां K माध्यम का पार विद्युत स्थिरांक (dielectric constant), A पट्टिका का क्षेत्रफल, तथा d उनके बीच की दूरी है। गोलाकार संधारित्र के लिये $C = K\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$ यहां R_1 अन्दर के गोले की त्रिज्या तथा R_2 बाहर के गोले की।

अध्याय 47

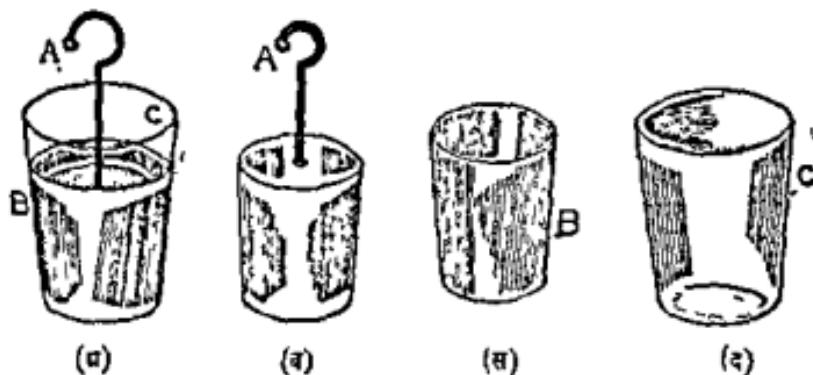
प्रारम्भिक सेल और संचायक सेल

(Primary Cells and Accumulators)

47.1. विद्युत धारा (Electric current):—हम पिछले भाग में विद्युत आवेश (Charge) के उत्पादन के बारे में पढ़ चुके हैं। यह आवेश एक स्थान पर ही स्थित होता है। जब यह आवेश एक स्थान से दूसरे स्थान की ओर प्रवाहित हो तब इस प्रकार के प्रवाह को विद्युत धारा (Electric current) कहते हैं। विद्युत धारा विद्युत आवेश के प्रवाह की दर को कहते हैं। यदि t समय में Q आवेश एक स्थान से दूसरे स्थान की ओर प्रवाहित हो तो विद्युत धारा $i=Q/t$ होगी। हमें मालूम है कि आवेश के प्रवाह के लिए यह आवश्यक है कि दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर (potential difference) हो। उदाहरणार्थ P और Q दो सुचालक हैं, जो भिन्न भिन्न विभव पर हैं।

चित्र 47.1

मान लो P का विभव Q से अधिक है। यदि P और Q को किसी सुचालक तार द्वारा जोड़ दिया जाय तो आवेश P से Q की ओर बहेगा। इस प्रकार आवेश के प्रवाह से P का विभव कम होगा और Q का बढ़ेगा और क्षण भर में P और Q का विभव बराबर होकर आवेश का प्रवाह बंद हो जायगा। इस प्रकार हमें इस अवस्था से विद्युत धारा एक क्षण भर के लिए ही प्राप्त होती है। यदि हम चाहते हैं कि विद्युत धारा की एक निश्चित मात्रा P से Q की ओर निरन्तर बहती रहे, तो यह आवश्यक है कि P और Q में विभवान्तर यही बना रहे। यह तभी हो सकता है कि जब P को उतना ही आवेश वापिस मिलता रहे, जितना कि उससे जाता है, और Q से उतना ही आवेश बाहर निकलता रहे, जितना कि उसे प्राप्त होता है। अतएव, विद्युत धारा उत्पन्न करने के लिये, हमें ऐसे उपकरण की योजना करनी चाहिये, जिसमें दो सुचालकों के बीच एक नियत विभवान्तर हमेशा बना रहे। इस प्रकार का कार्य हम विद्युत सेल (electric cell) द्वारा संपादित कर सकते हैं। जिस विभाग में हम विद्युतधारा के गुणों का अध्ययन करते हैं, उसे धारावाहिक विद्युत (current electricity) कहते हैं।

47.2. वोल्टीय सेल:—विद्युत सेल का जनक था इटली निवासी वैज्ञानिक गैल्वनी (1737–98), एक बार 1787 में प्रयोग करते समय उसने एक लोहे के तार से एक मेंढक को व पीतल की चिमटी को लटका दिया। उसने देखा कि जब जब पीतल की चिमटी और मेंढक के पैर में स्पर्श होता है, तब तब मरे हुए मेंढक के पैर में

चद्दरें रहती हैं। इस प्रकार दो धातुओं की चद्दरों के बीच कांच का माध्यम होता है। यह एक प्रकार का समान्तर पट्टिका संधारित्र ही हुआ। हम इसके द्वारा यह सिद्ध कर

चित्र 46.6

सकते हैं कि वास्तव में जब संधारित्र को प्राविष्ट किया जाता है तब, विद्युतीय ऊर्जा माध्यम में स्थिर रहती है।

46.8. यह सिद्ध करना कि संधारित्र का माध्यम ही विद्युतीय ऊर्जा (energy) का स्थान है:—प्रयोग के लिए चित्रानुसार लीडन जार लो। प्रथम लीडन जार को प्राविष्ट करो। अब पृथक्कारी वस्तु की सहायता से अन्दर की धातु की परत A को बाहर निकालकर एक पृथक्कारी स्तम्भ पर रखो। फिर उसी प्रकार कांच के गिलास B को भी बाहर निकाल लो। तुम देखोगे कि A और C जो धातु के बने हुए हैं उनमें कोई प्रावेश नहीं है। इन्हें हम विद्युत दर्शी की सहायता से परख सकते हैं। यदि अब फिर से पहले जैसे लीडन जार को बना दिया जाय तो तुम देखोगे कि A और C को आपस में जोड़ने से एक चिनगारी (spark) निकलेगी। इससे सिद्ध हुआ कि विद्युतीय ऊर्जा कांच में ही स्थित थी, न कि धातुओं पर।

प्रश्न

1. विद्युत धारिता की परिभाषा दो और संधारित्र के सिद्धान्त को समझाओ। संधारित्र की धारिता किन किन बातों पर निर्भर करती है और कैसे ?
(देखो 46.1, 46.2, 46.3, और 46.4.

2. संधारित्र के भिन्न भिन्न प्रकारों का वर्णन करो।　　(देखो 46.4)

3. सिद्ध करो कि संधारित्र में विद्युत ऊर्जा माध्यम में स्थित रहती है।　(देखो 46.8)

इसका अर्थ यह नहीं कि तांबे का विद्युद्वग्र धन आवेश और जस्ते का विद्युद्वग्र ऋण आवेश से आविष्ट है। वास्तव में दोनों पर ऋण आवेश रहता है। हमारा अर्थ केवल इतना है कि तांबे का विभव अधिक धन (अथवा कम ऋण) और जस्ते का कम धन (अथवा अधिक ऋण) होता है। दोनों विद्युद्वग्रों का निरपेक्ष (absolute) विभव निश्चित न होने पर भी दोनों के बीच का विभवान्तर एक निश्चित मात्रा है।

जब हम विद्युद्वग्रों के घोल से बाहर निकले हुए भाग को किसी सुचालक तार द्वारा जोड़ देते हैं तब (+) धन सिरे से (−) ऋण सिरे की ओर धन आवेश प्रवाहित होता है। या यह कहिये कि (−) ऋण आवेश ऋण सिरे से धन सिरे की ओर प्रवाहित होता है। प्रायः जब विद्युत्धारा के प्रवाह की दिशा को बताते हैं, तब हमारा अर्थ धन आवेश के प्रवाह से ही होता है।

जब इस प्रकार का आवेश बहता है, तब विभवान्तर को कायम रखने के लिए, (अधिक विस्तार के लिए देखो अनुच्छेद 47.5) सेल के अन्दर हाइड्रोजन के धन आयन B विद्युद्वग्र के ऊपर जाकर उसकी हानि की पूर्ति करते रहते हैं और इस प्रकार उसके विभव को नीचे गिरने नहीं देते हैं। इसी प्रकार आक्सीजन के ऋण आयन जस्ते की पट्टिका पर आकर उसके विभव को बढ़ने नहीं देते हैं।

47.4. साधारण सेल के दोष और उनका निरूपण:—साधारण सेल में निम्न दो दोष होते हैं जिनके कारण वह अनुपयुक्त है। ये दोष हैं:—

(i) स्थानीय क्रिया (Local action) (ii) ध्रुवण (Polarisation)

स्थानीय क्रिया:—शुद्ध जस्ते और गंधक के अम्ल के घोल में तब तक कोई रासायनिक क्रिया नहीं होती, जब तक तांबे और जस्ते के विद्युद्वग्रों के बीच संबंध स्थापित न हो। संबन्ध स्थापित होने पर ही हमें बाह्य परिपथ में विद्युत्धारा प्राप्त होती है और साथ ही जस्ता गंधक के अम्ल के घोल में घुलता है। प्रायः शुद्ध जस्ता काम में लेना अत्यन्त मंहगा पड़ता है। इस कारण हम साधारण व्यापारी जस्ता काम में लेते हैं। इस जस्ते में कई अन्य धातु लोहा, सीसा, इत्यादि अशुद्धि के रूप में विद्यमान रहते हैं। जैसे ही जस्ते की छड़ को घोल में डालते हैं, छड़ में स्थित दो भिन्न प्रकार के धातु आपस में सूक्ष्म सेल बनाते हैं, और जस्ता घोल में घुलता है।

किन्तु हमें कोई विद्युत धारा प्राप्त नहीं होती है। इस प्रकार व्यर्थ में ही जस्ता खर्च होता है। इस प्रकार सूक्ष्म सेलों के द्वारा होने वाली क्रिया को स्थानीय क्रिया कहते हैं।

इस स्थानीय क्रिया को रोकने के लिए आवश्यक है कि केवल शुद्ध जस्ता ही गंधक के अम्ल के घोल से स्पर्श करे। अतएव, अशुद्ध जस्ते को पारे से रगड़ा जाता है—इसे पारद रंजन (Amalgamation) कहते हैं। इस क्रिया से जस्ता घुलकर ऊपरी सतह पर आ जाता है, और अन्य सभी अशुद्धियां अन्दर रह जाती हैं। इस प्रकार का छड़ काम में लाने से वह शुद्ध जस्ते जैसा कार्य करता है।

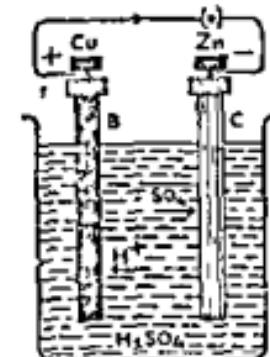
सिहरन पैदा होती थी। मानो ऐसा लगता था कि मेंढ़क जीवित हो। वह इस बात को समझाने में असफल रहा। इस कार्य को पूरा किया दूसरे इटली निवासी, वैज्ञानिक वोल्टा (1745–1827) ने। उसने बताया कि यह सिहरन विद्युत धारा से उत्पन्न हुई थी। इस विद्युत धारा का कारण था, भिन्न भिन्न धातुओं के स्पर्श से उत्पन्न विभवान्तर। इसी ज्ञान को बढ़ाकर वोल्टा ने जन्म दिया सर्व प्रथम विद्युत सेल को। इस प्रथम सेल को वोल्टीय पाइल (Pile) कहते हैं। इसमें एक चांदी की पट्टिका पर जस्ते की पट्टिका रखते हैं। और इस पट्टिका पर ब्राइन से गीला किया हुआ चमड़ा।

चित्र 47.2

इन सबको मिलाकर एक इकाई बनती है। इस प्रकार की कई इकाईयां एक पर एक रख कर वोल्टीय पाइल (pile) बनती है।

47.3. साधारण सेल:—एक काच का पात्र लो। इसमें गन्धक के अम्ल (sulphuric acid) का अत्यन्त पतला घोल डालो। इस घोल में दो पट्टिकाएं, एक तांबे की B और दूसरी जस्ते की C डालो। परीक्षण करने से तुम्हें ज्ञात होगा कि B और C सिरों में (terminal) विभवान्तर उत्पन्न हो गया है। यदि B सिरे का विभव V_B हो व C सिरे का V_C तो इन दो सिरों में विभवान्तर होगा $V = V_B - V_C$.

चित्र 47.3

जब हम इस सेल से धारा प्राप्त नहीं करते हैं अर्थात् ये दोनों सिरे बाहर से एक दूसरे से संबन्धित नहीं होते हैं, तब हम कहते हैं कि सेल खुले या उन्मीलित परिपथ (open circuit) में है।

इस खुले परिपथ की अवस्था में दोनों सिरों के बीच के विभवान्तर को विद्युत वाहक बल (E. *m. f.*) कहते हैं और प्रायः E द्वारा सम्बोधित करते हैं। अतएव $E = V_B - V_C$.

यदि हम C अर्थात्, जस्ते के सिरे को किसी तार द्वारा पृथ्वी से सम्बन्धित करदें (जिससे उसका विभव शून्य हो जाय) और फिर B अर्थात् तांबे के सिरे को विद्युतदर्शी से परखें तो हमें ज्ञात होगा कि इस समय इस सिरे का विभव (positive) धनात्मक है। यदि B सिरे को पृथ्वी से जोड़ कर C सिरे को विद्युतदर्शी से परखा जाय तो हम देखेंगे कि इसका विभव ऋणात्मक (negative) है। अतएव, इससे सिद्ध हुआ कि हमेशा तांबे का विभव जस्ते के विभव से अधिक होता है। इसलिये तांबे के सिरे अथवा विद्युदग्र (electrode) को धन (+) और जस्ते के विद्युदग्र को ऋण (−) कहते हैं।

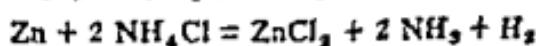
इसलिए कहा जाता है कि इसमें आवश्यक विद्युत धारा के लिये आवश्यक ऊर्जा (energy) को सीधे रासायनिक क्रिया द्वारा उत्पन्न किया जाता है। इस बार में दूसरी प्रकार के सेल का भी अध्ययन करेंगे जिसमें पहले इसे विद्युतीय ऊर्जा द्वारा रासायनिक ऊर्जा और बाद में फिर से विद्युत ऊर्जा प्राप्त करनी पड़ती है। ऐसे सेल को गौण (secondary) सेल कहते हैं।

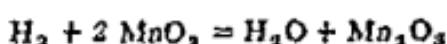
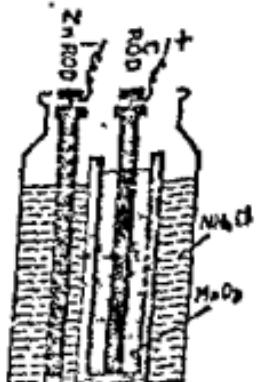
नीचे कुछ मुख्य मुख्य प्रारम्भिक सेलों का वर्णन किया गया है।

(अ) लेक्लान्शे सेल (Leclanche cell)

बनावट:—चित्र में बताए अनुसार एक कांच के पात्र में अमोनियम क्लोराइड का घोल विद्युद्विश्लेष्य (electrolyte) लेते हैं। इसमें पारदलिप्त (amalgamated) जस्ते की छड़ रखते हैं जो ऋण विद्युदग्र का काम करती है। पात्र के मध्य में एक सरंध्र पात्र (porous pot) रहता है। इसमें शुद्ध कार्बन की छड़ रहती है, जिसके चारों ओर कार्बन और मैंगनीज डाइआक्साइड का चूर्ण रहता है। कार्बन की छड़ धन विद्युदग्र होती है और मैंगनीज डाइआक्साइड होता है निध्रुवक।

कार्य:—बाह्य परिपथ निमिलित (पूर्ण) करने पर, जस्ते (Zn) और अमोनियम क्लोराइड (NH_4Cl) के बीच रासायनिक क्रिया होकर जस्ते का क्लोराइड ($ZnCl_2$) तथा हाइड्रोजन (H_2) बनता है।

$$Zn + 2\,NH_4Cl = ZnCl_2 + 2\,NH_3 + H_2$$

यह हाइड्रोजन आयनरूप (H^+) में होती है। अतएव यह सरंध्र पात्र को पारकर धन विद्युदग्र पर पहुंचती है। वहां मैंगनीज डाइआक्साइड द्वारा यह पानी में परिवर्तित होती है।

$$H_2 + 2\,MnO_2 = H_2O + Mn_2O_3$$

इस क्रिया में मैंगनस आक्साइड बनता है। चूंकि MnO_2 ठोस है इसलिये हाइड्रोजन का आक्सीकरण तेजी से नहीं होता है। अतएव, अधिक देर तक निरंतर कार्य करने से ध्रुवण प्रारम्भ हो जाता है। कुछ देर तक सेल को विश्रान्ति देने से यह ध्रुवण नष्ट हो जाता है।

चित्र 47.1

विशेष बातें:—इसका विद्युत वाहक बल 1.5 वोल्ट होता है। आन्तरिक प्रतिरोध 1 ओम से लेकर 5 ओम तक होता है। अधिक तक सतत् कार्य करने से ध्रुवण होता है। अतएव धारा की तीव्रता क्रम कम होती है। इसका उपयोग प्रायः ऐसे कार्यों में किया जाता है जहां धारा को रुक रुक कर होना पड़े। चूंकि रासायनिक क्रिया में कोई आपत्तिजनक क्रिया नहीं होती है लिये इस सेल का उपयोग बहुत साधारण है।

(ii) ध्रुवण (Polarisation):—ऐसा देखा जाता है कि जब तक सेल उन्मीलित परिपथ में रहता है, तब तक उसका विभवान्तर एक निश्चित मात्रा रहती है। किन्तु विद्युदग्रों में बाह्य संबन्ध स्थापित करने पर जैसे ही धारा बहने लगती है, सेल का विभवान्तर भी कम कम होने लगता है।

इस विभवान्तर (potential difference) की कमी को ध्रुवण (polarisation) कहते हैं। इस कारण धारा की तीव्रता भी उत्तरोत्तर कम होती जाती है।

जैसे ही बाह्य परिपथ में धारा प्रवाहित होती है वैसे ही सेल के अन्दर ऋण विद्युदग्र की ओर से धन विद्युदग्र की ओर हाइड्रोजन के धन आयन प्रवाहित होते हैं। ये धन आयन तांबे के विद्युदग्र पर अपना धन आवेश जमा कर उदासीन (neutral) हाइड्रोजन के रूप में बाहर निकलने हैं। प्रायः इस हाइड्रोजन गैस को तांबे की छड़ के ऊपर एक तह एकत्रित हो जाती है। गैस, विद्युत का कुचालक (bad conductor) है। अतएव, बाद में जो हाइड्रोजन आयन आते हैं वे अपना आवेश छड़ पर जमा करने में असमर्थ होते हैं। इस प्रकार छड़ में आवेश की पूर्ति न होने के कारण उसका विभव गिरता है। साथ ही हाइड्रोजन के धन आयन एक धन आयन की परत जमा करते हैं। यह आवेश अन्य धन आयनों को अपनी ओर आने से प्रतिकर्षित करता है। इस प्रकार की क्रिया को ध्रुवण कहते हैं।

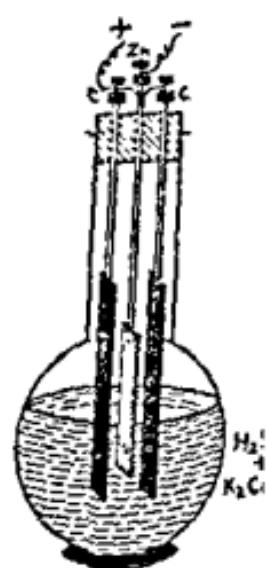
इस ध्रुवण को दूर करने के लिए इस परत को नष्ट करना चाहिए। यह निम्न विधियों से कर सकते हैं।

(अ) यांत्रिकः—एक ब्रुश द्वारा तांबे की छड़ को रगड़ते जाओ। रगड़ने से हाइड्रोजन गैस की तह दूर हो जायगी। किन्तु ऐसा बार बार करना कष्ट दायक होता है।

(ब) रासायनिकः—किसी आक्सीकारक पदार्थ (oxidising agent) के द्वारा:—यदि धन विद्युदग्र को किसी आक्सीकारक पदार्थ (oxidising agent) में रखा जाय तो जैसे ही वहां हाइड्रोजन गैस बनेगी आक्सीकरण (oxidise) होकर पानी में परिवर्तित होगी। इस प्रकार के पदार्थ को निध्रुवणक (depolariser) कहते हैं।

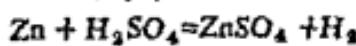
कई बार धन विद्युदग्र को ऐसे घोल में रखा जाता है कि आने वाले हाइड्रोजन आयन उस घोल के साथ क्रिया कर उसमें से धातु के आयन को अलग निकालें। बाद में ये धातु के आयन धन आवेश को छड़ पर जमा करते हैं। चूंकि धातु सुचालक होते हैं अतएव इसकी परत जमा होने से कोई हानि नहीं होती। (देखो डेनियल सेल)

47.5. प्रारम्भिक सेल (Primary cell):—साधारण सेल के उपर्युक्त दोषों को दूर कर जो सेल बनाई जाती है उसे प्रारम्भिक सेल कहते हैं। इसे प्रारम्भिक सेल

विशेष बातें :—इसका वि. वा. ब. 2 वोल्ट होता है। चूंकि इसमें कोई सरंध्र पात्र नहीं होता है, इस कारण इसका आन्तरिक प्रतिरोध बहुत कम होता है। अतएव इसमें धारा की तीव्रता अधिक हो सकती है। किन्तु इसमें निध्रुवण शीघ्रता से नहीं होता है। अतएव इसका उपयोग कम समय के लिये किया जाता है। पोटेशियम क्रोमेट के स्थान पर क्रोमिक एसिड का उपयोग अधिक लाभदायक है।

(ङ) बुनसन सेल :—एक पोर्सलिन के पात्र में पतला गंधक के तेजाब का घोल रहता है। इसमें एक जस्ते की पट्टिका रहती है, जो ऋण विद्युद्‌ग्र होती है। इस घोल में एक सरन्ध्र पात्र रहता है, जिसमें सांद्र (*concentrated*) नाइट्रिक अम्ल रहता है। इस पात्र में कार्बन की छड़ रहती है जो धन विद्युद्‌ग्र होती है।

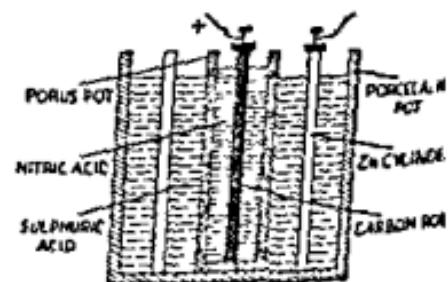
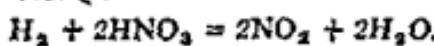
चित्र 47.6

कार्य :—जस्ते और गंधक के अम्ल के बीच की रासायनिक क्रिया के कारण हाइड्रोजन बनता है।

$Zn + H_2SO_4 = ZnSO_4 + H_2$

यह हाइड्रोजन नाइट्रिक अम्ल से क्रिया करती है। साथ ही NO_2 बनती है।

$H_2 + 2HNO_3 = 2NO_2 + 2H_2O.$

PORUS POT, NITRIC ACID, SULPHURIC ACID, PORCELAIN POT, Zn CYLINDER, CARBON ROD

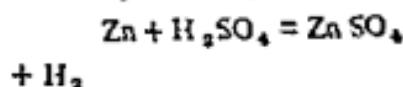
चित्र 47.7

इसी NO_2 द्वारा धन आवेश कार्बन की छड़ तक पहुंचता है। जब यह बाहर निकलती है तब अपनी गंध के कारण हानिकारक सिद्ध होती है।

कुछ विशेष बातें :—इसका वि. वा. ब. 1·15 वोल्ट होता है। चूंकि NO_2 गैस हानि कारक होती है, अतएव इस सेल का उपयोग अधिक नहीं होता है।

(इ) ग्रोव सेल :—इसकी बनावट व कार्य प्रणाली, बुनसन सेल जैसी ही होती है। अन्तर केवल इतना है कि कार्बन के स्थान पर प्लेटिनम का उपयोग किया जाता है। आजकल इस सेल का उपयोग नहीं होता है।

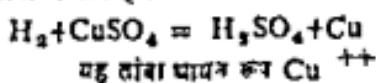
47.6—कुछ विशेष सेलें :—

(ब) डेनियल सेल:—बनावट–चित्र में बताए अनुसार एक तांबे का पात्र होता है। यही धन विद्युदग्र होता है। कई बार इसे एक कांच के पात्र में भी रख देते है। इस पात्र मे नीले थूतिये (Copper sulphate) का सतृप्त विलयन रहता है, जो निध्रुवक का कार्य करता है। इस घोल में एक संरध्र पात्र रहता है, जिसमें गंधक के तेजाब का घोल रहता है। इसमे एक पारदरंजित जस्ते की छड़ रहती है जो ऋण विद्युदग्र का काम करती है।

कार्य:—बाह्य परिपथ पूर्ण करने पर जस्ते और गंधक के अम्ल (H_2SO_4) के घोल के बीच रासायनिक क्रिया होकर जस्ते का सल्फेट ($ZnSO_4$) तथा हाइड्रोजन बनता है।

$$Zn + H_2SO_4 = ZnSO_4 + H_2$$

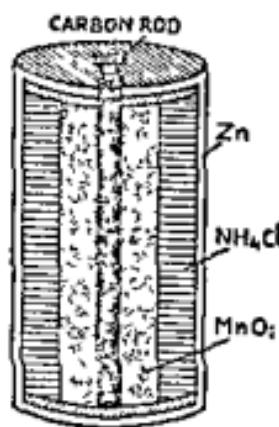
यह आयन रूप हाइड्रोजन संरध्र पात्र में से बाहर निकलकर नीले थूते से क्रिया कर गंधक का अम्ल तथा तांबा बनाता है।

$$H_2 + CuSO_4 = H_2SO_4 + Cu$$

चित्र 47.5

यह तांबा आयन रूप Cu^{++} मे होता है। अतएव अपने आवेश सहित यह तांबे के विद्युदग्र पर जमा होता है। चूंकि तांबा धातु है, इसलिये उसके सुचालक होने के नाते ध्रुवण का प्रश्न नहीं उठता है।

विशेष बातें:—इसका विद्युत वाहक बल 1.09 वोल्ट होता है, और आंतरिक प्रतिरोध 1 ओम से 3 ओम के बीच। चूंकि इसमें ध्रुवण नहीं होता है, इसलिए इसका विद्युत वाहक बल नियत रहता है जिसके कारण धारा की तीव्रता स्थिर रहती है। इसलिये इस सेल का उपयोग उन सब कामों में होता है जिनमें स्थिर धारा की आवश्यकता होती है।

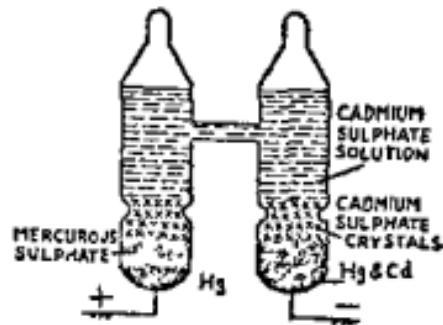
(क) बाइक्रोमेट सेल:—बनावट व कार्य:—कांच के पात्र में पतला गंधक के तेजाब का घोल होता है। इसमें पोटैशियम क्रोमेट के रवे (crystals) डाल दिये जाते है। इस घोल में चित्र में बताए अनुसार दो कार्बन की पट्टिकाओं के बीच एक जस्ते की पट्टिका टंगी रहती है। जस्ते की पट्टिका ऋण विद्युदग्र और कार्बन की छड़ धन विद्युदग्र का कार्य करती है। दोनों कार्बन की पट्टिकाएं आपस में जुड़ी रहती हैं। पोटैशियम क्रोमेट गंधक के अम्ल के घोल के कारण पोटैशियम बाईक्रोमेट जैसा कार्य करता है, और यही निध्रुवक होता है। यह जस्ते और गंधक के अम्ल के घोल के बीच क्रिया से बनने वाली हाइड्रोजन का आक्सीकरण करता है।

(ग्र) सूखी सेल (Dry cell) :—बनावट व कार्य :—यह सेल लेकलान्शी सेल का दूसरा रूप है। अन्तर केवल इतना है कि इसमें, विद्युद्विश्लेष्य, द्रव रूप में न होकर पेस्ट (paste) के रूप में होता है। चित्र में बताये अनुसार धन विद्युदग्र कार्बन की छड़ होती है जिस पर एक पीतल की घुंडी लगी रहती है। एक मस्लिन की थैली में इस छड़ के चारों ओर चारकोल का चूरा मेंगनीज डाइग्राक्साइड तथा गोंद रहता है। इस थैली के चारों ओर अमोनियम क्लोराइड का पेस्ट लगा रहता है। इसमें जस्ते का क्लोराइड तथा लकड़ी का बुरादा भी मिला रहता है। इन सब के चारों ओर जस्ते का ढक्कन रहता है। यह ढक्कन ऋण विद्युदग्र का काम करता है। प्रायः नीचे व ऊपर कोई बोर्ड लगा रहता है, जो कुचालक होता है और दोनों विद्युदग्रों के सम्बन्ध को तोड़ता है। इसका कार्य बिल्कुल लैकलान्शी सेल जैसा होता है।

चित्र 47.8

विशेष बातें :—यह सेल सूखी होने के नाते इसका उपयोग बहुत होता है। टार्च तथा रेडियो में इसी का उपयोग होता है।

(फ) प्रमाणिक सेल (Standard cell):—कई बार भिन्न भिन्न प्रयोगों के लिये हमें बिल्कुल नियत विद्युत वाहक बल वाली सेल की आवश्यकता होती है। ऐसी सेल अंशन (calibration) के काम आती है अभी तक हमने जितनी भी सेलों का वर्णन किया उन्हें प्रमाणिक नहीं कहा जा सकता। अतएव, हम एक ऐसी प्रमाणिक सेल चाहते है जिससे हमें नियत वि. वा. ब. मिले। इसका उपयोग विद्युत धारा प्राप्त करने के लिये नहीं होता है।

यह सेल दो प्रकार की होती है।

(i) केडमियम प्रमाणिक सेल—बनावट:—यह एक H के आकार की कांच की नली होती है। इसकी दो ऊर्ध्वाधर बाजू होती हैं जो एक पतली नली द्वारा जुड़ी रहती हैं। एक भुजा के नीचे भाग में शुद्ध व सूखा पारा रहता है जो धन विद्युदग्र का काम करता है। इसके ऊपर मरक्यूरस सल्फेट का पेस्ट रहता है जो विद्युद्विश्लेष्य का काम देता है। दूसरी भुजा के नीचे पारे व केडमियम का पारदसंकर रहता है। यह ऋण विद्युदग्र का कार्य करता है। इसके ऊपर केडमियम सल्फेट का संतृप्त घोल रहता है और इस संतृप्तता के लिये इसमें केडमियम सल्फेट के रवे (crystals) भी रखे रहते हैं। दोनों भुजाओं के नीचे के भागों

चित्र 47.9

इस समय A व B सिरों के बीच विभवान्तर उत्पन्न हो जाता है और उसका वि० वा० ब० 2·1 वोल्ट के लगभग होता है। अब सेल का उपयोग किया जा सकता है।

सेल को निराविष्ट करना (Discharging):—जब हम सेल से विद्युत धारा प्राप्त करते हैं तब उसे सेल का निरावेश करना कहते हैं। इस कार्य के लिये दोनों सिरों को बाह्य परिपथ द्वारा जोड़ दिया जाता है। इस समय धारा A से B को ओर बाहर से बहेगी और सेल के अन्दर B से A की ओर। इस कारण अब धन आयन (H^+) A की ओर व ऋण आयन (O^-) B की ओर पहिले से विरुद्ध दिशा में बहेंगे।

चित्र 47·13

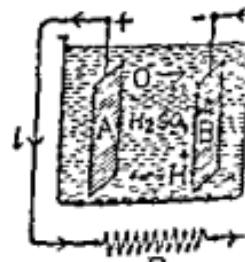
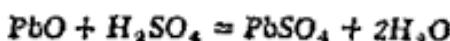
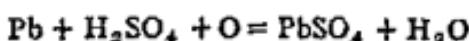
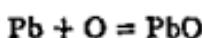
अब पट्टिका A पर,

$$PbO_2 + 2H = PbO + H_2O$$

$$PbO + H_2SO_4 = PbSO_4 + 2H_2O$$

पट्टिका B पर

$$Pb + O = PbO$$

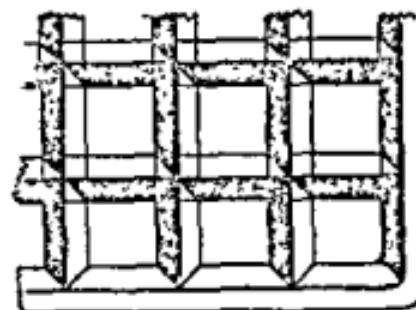
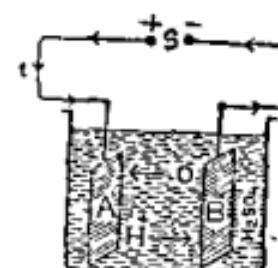
$$Pb + H_2SO_4 + O = PbSO_4 + H_2O$$

इस प्रकार निराविष्ट होने पर सेल अपनी पूर्वावस्था में आ जाता है। अम्ल का घनत्व गिरकर 1·17 व 1·19 के बीच में हो जाता है। इस समय वि. वा. ब. 1·3 वो. के लगभग हो जाता है। यह ध्यान रखने योग्य बात है कि सेल का वि. वा. ब. यदि 1·8 वो. के नीचे गिर जाए तो उससे कार्य लेना एकदम बन्द कर देना चाहिये। अन्यथा, ऐसी रासायनिक क्रियाएँ होती हैं जिनके द्वारा सेल का जीवन कम हो जाता है और उसे पुनश्च प्राविष्ट नहीं किया जा सकता है।

विशेष बातें:—पूर्णतया प्राविष्टित सेल का धन विद्युदग्र (PbO_2) की पट्टिका व ऋण विद्युदग्र (Pb) की पट्टिका होती है। याद रहे कि PbO_2 का रंग लाल सा होता है और Pb का काला। इस समय इसका वि. वा. ब. 2·1 के होता है। यह बहुत समय तक नियत रहता है, और फिर धीरे धीरे कम होकर 1·8 वो. हो जाता है। यह वह अवस्था है जब हमें सेल को पुनः प्राविष्ट करना चाहिये।

प्राय: सेल की क्षमता को अम्पीयर प्रहर में बताया जा सकता है। जब हम कहते हैं कि सेल की क्षमता 50 अम्पीयर प्रहर है तब हमारा अर्थ होता है कि हम से हम 50 अम्पीयर तीव्रता वाली धारा 1 घन्टे तक, 1 अम्पीयर वाली धारा 50 घन्टे तक, 2 अम्पीयर वाली 25 घन्टे तक और 1/3 अम्पीयर वाली धारा 150 घन्टे तक, प्राप्त कर सकते हैं।

पेस्ट भरा रहता है। कुछ PbO पतले तेजाब के घोल से क्रिया (reaction) कर ($PbSO_4$) सीसे का सल्फेट बनाता है। इस प्रकार दोनों पट्टिकाओं पर लियार्ज (PbO) व सीसे का सल्फेट ($PbSO_4$) का मिश्रण होता है।

चित्र 47.11

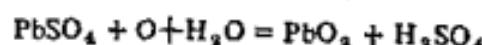
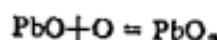
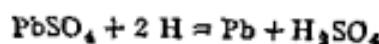
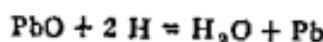
इस प्रकार की सेल में कोई वि० वा० ब० (E. M. F.) नहीं होता। इसे प्राप्त करने के लिये सेल को प्रथम आविष्ट (charge) किया जाता है।

सेल को आविष्ट करना (Charging):—सेल को आविष्ट करने के लिये हमें एक आवेष्टक (charger) की आवश्यकता होती है। या तो वह एक (D. C. dynamo) दिष्टधारा डायनेमो होता है या अन्य किसी तरह से बना हुआ विद्युत का उद्गम। इसके दोनों सिरों से दोनों पट्टिकाओं A व B को जोड़ दिया जाता है। इस कारण A पट्टिका अधिक विभव पर या धन विद्युद्‌द्वार और B कम विभव पर या ऋण विद्युद्‌द्वार हो जाती है। सम्बन्ध इस प्रकार हैं कि विद्युत धारा सेल में A पट्टिका से B पट्टिका की ओर बहेगी। H^+ आयन धारा की दिशा में जायेंगे और O^- आयन उसके विपरीत दिशा में। 　　पट्टिका A पर:—

चित्र 47.12

$$PbO + O = PbO_2$$

$$PbSO_4 + O + H_2O = PbO_2 + H_2SO_4$$

पट्टिका B पर:—

$$PbO + 2\,H = H_2O + Pb$$

$$PbSO_4 + 2\,H = Pb + H_2SO_4$$

इस प्रकार उपर्युक्त क्रिया के अनुसार पट्टिका A पर जिसे धन विद्युद्‌द्वार बनाया गया है सीसे का पेरॉक्साइड(PbO_2)बन जाता है और पट्टिका B पर जिसे ऋण विद्युद्‌द्वार बनाया गया है सीसा बन जाता है। साथ ही घोल का घनत्व भी बढ़ता है, चूंकि दोनों ओर H_2SO_4 बनता है। इस प्रकार की क्रिया तब तक होने दी जाती है जब तक गन्धक के अम्ल के घोल का घनत्व 1·25 व 1·27 के बीच में न हो जाय। इस समय A व B पट्टिका पर क्रिया बन्द होकर गैस बाहर निकलने लगती है और हम कहते हैं कि सेल पूरी तरह से आविष्ट हो गई है।

आयनों को अपनी ओर आकर्षित करते हैं। ये ऋण आयन छड़ों पर पहुँच कर उन्हें ऋणा-विष्ट कर देते हैं और जिंक रहते हैं। इस प्रकार दोनों छड़ ऋणाविष्ट होते हैं। धन छड़ों में और आयनीकरण के ऋण आयनों में प्रतिकर्षण होता है। इस प्रकार रासायनिक आकर्षण व विद्युतीय प्रतिकर्षण दोनों साथ साथ कार्य करते हैं। एक स्थिति ऐसी आती है जब विद्युतीय प्रतिकर्षण रासायनिक आकर्षण के बराबर हो जाता है। इस समय अधिक आयनीकरण आयनों का छड़ों पर आना बन्द हो जाता है।

हमें यह मालूम है कि जस्ते में आयनीकरण के लिए आकर्षण तांबे की अपेक्षा अधिक होता है। अतएव, साम्यावस्था स्थिति में जस्ते पर तांबे की अपेक्षा अधिक ऋण आवेश होता है। इस कारण जस्ते का ऋण विभव तांबे के ऋण विभव से संख्यात्मक दृष्टि से अधिक होता है। दूसरे शब्दों में यह भी कह सकते हैं कि तांबे का धन विभव जस्ते के धन विभव अधिक होता है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि दोनों छड़ों के बीच विभवान्तर का कारण भिन्न भिन्न छड़ों का भिन्न रासायनिक आकर्षण है। इस रासायनिक प्रेरण को जिसके कारण यह विभवान्तर उत्पन्न होता है हम विद्युत वाहक बल (Eletromotive force) कहते हैं। इस प्रकार विद्युतवाहक बल कारण है और विभवान्तर फल। साम्यावस्था में जब सेल कार्य नहीं करता है तब वि. वा. ब. = विभवान्तर

जब सेल के दोनों छड़ आपस में एक बाह्य परिपथ (*external circuit*) में जोड़ दिये जाते हैं तब धनावेश की धारा तांबे की छड़ (जिसका धन विभव अधिक व ऋण विभव कम) से जस्ते की छड़ की ओर बहने लगती है। इस कारण तांबे की छड़ पर का धनावेश कम अर्थात् ऋण आवेश अधिक होता है। साथ ही जस्ते पर धन आवेश पहुँचने से उसका ऋण विभव पहले से कम होता है। इस कारण ऋण आयनों के लिए तांबे का प्रतिकर्षण अधिक बढ़ता है और जस्ते का पहिले से कम होता है। अतएव, पहिले की साम्यावस्था बदलती है तब पुनश्च जस्ता ऋण आयनों को अपनी ओर रसायनिक आकर्षण के कारण आकर्षित करने में समर्थ होता है और तांबा उन्हें प्रतिकर्षित करता है। अर्थात् धन आयनों को अपनी ओर खींचता है। इसलिए सेल के अन्दर धन आवेश जस्ते की छड़ से तांबे की छड़ की ओर चलता है और फिर से पहिले की साम्यावस्था आने का प्रयत्न करता है। इस प्रकार यह क्रिया सतत चलती रहती है।

यह ध्यान रखने योग्य बात है कि जब सेल कार्य नहीं करता है तब वि. वा. ब.= विभवान्तर। किन्तु जैसे ही विद्युत धारा बहने लगती है वैसे ही विभवान्तर कम हो जाता है चूंकि अब साम्यावस्था नहीं है। रसायनिक आकर्षण हमेशा स्थिर रहता है। इसलिए वि. वा. ब. विद्युत धारा की मात्रा पर निर्भर नहीं रहता है।

बिना रासायनिक आकर्षण भिन्नता के सेल बनाना असंभव है। यही कारण है कि विद्युदग्रों के लिए हमें भिन्न भिन्न धातु की छड़ें लेनी पड़ती है। साथ ही विद्युद्विश्लेषण लेना पड़ता है जो आयनों का उद्गम हो।

किसी भी संचायक की क्षमता उसमें प्रवाहित होने वाली धारा पर भी निर्भर करती है। जितनी अधिक धारा हम उससें खींचेंगे उतनी ही उसकी क्षमता कम होती जायगी। इसलिए प्रायः जो क्षमता होती है वह कम प्रबलता की धारा पर ही यथार्थ होती है। यह क्षमता सेल में कितना आवेश संचित हो सका इस पर निर्भर है, और यह निर्भर है पट्टिकाओं की संख्या व उनके आकार पर। पट्टिकाऐं जितनी बड़ी होंगी उतनी उनकी क्षमता अधिक होगी। अधिक क्षमता वाली सेलों में दो के स्थान पर कई पट्टिकायें होती हैं, किन्तु इनकी संख्या विषम रहती है। जैसे 7, 9, 11, 13, इत्यादि। दो दो पट्टिकाओं से एक सेल बनती है और ये सब अन्दर से समांतर पथ में जुड़ी रहती हैं। इस प्रकार बद्ध होने से इनका वि. वा. ब. (E. M. F.) बढ़ता नहीं है, किन्तु आंतरिक प्रतिरोध (internal resistance) बहुत कम हो जाता है। इस कारण इन में से अधिक तीव्रता वाली धारा प्राप्त कर सकते हैं।

प्राथमिक सेल की तुलना मे

1. इसका वि. वा. ब. नियत रहता है।
2. इसका आन्तरिक प्रतिरोध कम रहता है।
3. इसे पुनः पुनः आवेष्टित कर सकते हैं। किन्तु
4. भार अधिक होता है।
5. सावधानी से उपयोग करना पड़ता है।

(ii) निकल लोहे का संचायकः—एडिसन की इस सेल की बनावट व कार्य पद्धति अम्ल सेल जैसी ही होती है। अम्ल के स्थान पर इसमें क्षार (alkali) कास्टिक पोटास (KOH) होता है। आविष्ट करने पर धन विद्युदग्र $Ni(OH)_3$ का और ऋण विद्युदग्र लोहे का होता है। इसका वि. वा. ब. 1·35 वो. होता है जो कार्य करते समय 1·25 वो. से नीचे नहीं गिरना चाहिये।

47.8 सेल का सिद्धान्त (theory):—(इस परिच्छेद को विद्यार्थी प्रारंभ में न पढें):—सेल में हमें क्यों विभवान्तर प्राप्त होता है इसके लिये सर्व प्रथम वोल्टा ने अपनी स्पर्श विभव (contact potential) का सिद्धान्त दिया। किन्तु यह अधिक सही नहीं दीखता। यहा हम केवल रासायनिक सिद्धान्त का ही वर्णन करेंगे। यह सिद्धान्त केवल साधारण सेल के लिये दिया गया है।

रासायनिक सिद्धान्तः—गंधक के तेजाब(H_2SO_4)के घोल को हम आक्सीजन O^- व हाइड्रोजन H^+ के आयन के उद्गम के रूप मे देखते हैं। उदाहरणार्थ,

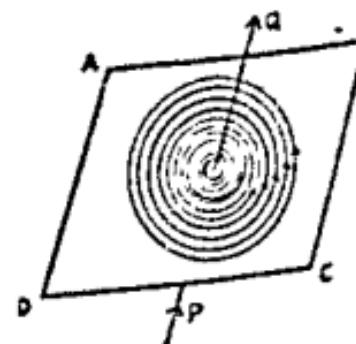
$$H_2SO_4 = H_2^{++} + SO_4^{--}$$
$$SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O^{--}$$

यह हमें ज्ञात है कि जस्ता व तांबा दोनों का आक्सीजन के लिए अपनत्व (affinity) होता है। इस कारण दोनों छड़ों को घोल में डालते ही वे आक्सीजन के ऋण

सेल 1	विद्युदग्र धन ऋण 2	विद्युद्विश्लेष्य 3	विध्रुवक 4	वि. वा. बल 5	आंतरिक प्रतिरोध 6	विशेष बातें 7
1. साधारण	Cu Zn	Dil. H_2SO_4	—	1 वो	—	1. स्थानीय क्रिया 2. ध्रुवण
2. लेक्लांशी	C Zn	संतृप्त NH_4Cl	MnO_2	1·5 वो	1 ओ. से 5 ओ.	1. सस्ता 2. रुक रुक कर धारा के उपयुक्त
3. डेनियल	Cu Zn	Dil. H_2SO_4	Cu So_4	1·0 वो	1 ओ. से 5 ओ.	नियत विद्युत धारा
4. बाइक्रोमेट	C Zn	Dil. H_2SO_4	$K_2Cr_2O_7$	2 वो	बहुत कम	तीव्र धारा परन्तु नियत नहीं
5. बुन्सन	C Zn	Dil. H_2SO_4	Conc. HNO_3	1·9 वो	बहुत कम	तीव्र व नियत धारा परंतु खराब बदबू
6. वेस्टन	Hg Hg+Cd	$CdSO_4$	$Hg_2 SO_4$	1·0183	500 ओ.	प्रमाणिक कामों के लिये।
7. संचायक (सीसा)	PbO_2 Pb	Dil. H_2SO_4	—	2·0 से 1·8 वो	0·01 ओ. से 0·001 ओ.	1. अधिक तीव्र धारा
8. संचायक (क्षार)	Ni $(OH)_3$ Fe	KOH	—	1·35 से 1·25 वो	0·01 ओ.	2. नियत धारा

होता है अतः चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (intensity of magnetic field) …
होनी चाहिये।

अब चित्र 48.2 में बताए अनुसार उदाहरण लो। PQ यह एक ऊर्ध्वाधर (ver-tical) सुचालक तार है। यह एक स्टैण्ड पर रखे हुये क्षैतिज (horizontal) कार्ड बोर्ड ABCD के मध्य में से निकलता है। इस कार्डबोर्ड पर कुछ लोहे का बुरादा छिड़क दो। तुम देखोगे कि लोहे के छोटे छोटे कण अव्यवस्थित रूप से कार्ड बोर्ड पर फैले हुए हैं। अब PQ के सिरों को सेल से सम्बन्धित करो। धारा प्रवाहित होते ही तुम लोहे के कणों में हलचल देखोगे। यदि कार्ड बोर्ड को धीरे-धीरे थपथपाया जाय तो तुम देखोगे कि थोड़े से समय में ही कण संकेन्द्र (concentric) वृत्तों (circles) में व्यवस्थित रूप से स्थिर हो जाते हैं। यह तभी हो सकता है जब कोई चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता हो।

चित्र 48.2

साथ ही इससे यह भी सिद्ध होता है कि चुम्बकीय क्षेत्र की बल रेखायें (lines of force) संकेन्द्र (concentric) वृत्त के रूप में होती हैं।

इसी प्रयोग को हम बुरादे के स्थान पर चुम्बकीय सुई (magnetic needle) लेकर भी कर सकते हैं। जिस प्रकार चुम्बक की बल रेखायें हम चुम्बकीय सुई … खींच सकते हैं उसी प्रकार यहां भी, जब धारा प्रवाहित हो रही हो, तब इन बल रेखा… खींच सकतें हैं, ये बल रेखायें वृत्त के रूप में होगी। चुम्बकीय सुई के उत्तर ध्रुव के विक्षे… को देखकर हम इन वृत्तों की दिशा को भी बता सकतें है। यदि इन वृत्तों को ऊपर से नी… की ओर दृष्टि रख कर देखा जाय तो ये वामावर्त (anticlock wise) दिखाई … जब कि धारा के प्रवाह की दिशा नीचे से (P से) ऊपर की ओर (Q की ओर) हो… यदि धारा का प्रवाह ऊपर से नीचे की ओर कर दिया जाय तो बल रेखा के वृ… दक्षिणावर्त (clock wise) होंगे।

48.3 चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा:—अम्पीयर का नियम(Directio… of magnetic field : Ampere's rule) :—ऊपर हम देख चुके हैं … विद्युत धारा के प्रवाह से चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है और इस क्षेत्र की दिशा विद्यु… धारा की दिशा पर निर्भर करती है। चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा मालूम करने वाले निय… का प्रतिपादन अम्पीयर ने किया जो अम्पीयर के नियम के नाम से प्रसिद्ध है।

अम्पीयर का नियम :—यदि किसी व्यक्ति को तार के ऊपर तैरते हुए … प्रकार कल्पित कियाजाय, कि उसका चेहरा तार की ओर हो तथा वह धारा की दिशा में …

अध्याय 48

विद्युत धारा के चुम्बकीय प्रभाव

(Magnetic effects of current)

48.1 प्रस्तावना:—हम पढ़ चुके हैं कि किस प्रकार किसी सेल के विद्युद्ग्रों (electrods) को बाहर से संबधित करने पर विद्युतीय धारा बहने लगती है । इस प्रकार की धारा प्रवाहित होने से निम्न प्रभाव होते हैं :—

(अ) चुम्बकीय प्रभाव (Magnetic effects)

(ब) ऊष्मीय प्रभाव (Heating effects)

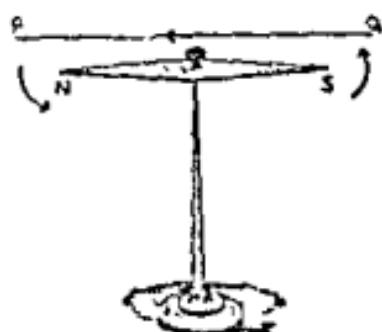
(स) रासायनिक प्रभाव (Chemical effects)

इस अध्याय में हम केवल चुम्बकीय प्रभावों का वर्णन करेंगे।

48.2. ओरस्टेड का प्रयोग :—हमें ज्ञात है कि चुम्बक द्वारा चुम्बकीय क्षेत्र (magnetic field) उत्पन्न होता है । अतएव, यदि किसी चुम्बकीय सुई के पास कोई चुम्बक लायें, तो सुई विक्षेपित (deflect) हो जाती है । इसी प्रकार यदि किसी सुचालक तार के दोनों सिरों को क्रमशः यदि सेल के विद्युद्ग्रों से संबधित कर दिया जाय, तो तार के पास रखी हुई चुम्बकीय सुई विक्षेपित हो जाती है । इससे सिद्ध होता है कि तार में से विद्युत धारा प्रवाहित होते ही चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। जैसे ही धारा के प्रवाह को बन्द कर दिया जाता है वैसे ही चुम्बकीय सुई अपनी पूर्वावस्था को लौट आती है । इस प्रकार विद्युतीय धारा से उत्पन्न होने वाले चुम्बकीय क्षेत्र को सर्व प्रथम विचारक मरागो ने बताया था ।

इसी बात को और संशोधित रूप में सन् 1819 ई. में वैज्ञानिक ओरस्टेड ने बताया। चित्र 48.1 में बताए अनुसार ऊर्ध्वाधर पद पर स्थित चुम्बकीय सुई लो । इसके ऊपर कुछ दूरी पर एक सुचालक तार रखो। इसके दोनों सिरों को सेल से जोड़ दो । इस सम्बन्ध के स्थापित होते ही चुम्बकीय सुई विक्षेपित होगी । अब तार के सम्बन्ध को उलटा कर दो अर्थात् विद्युत धारा के प्रवाह की दिशा परिवर्तित कर दो। तुम देखोगे कि सुई का विक्षेप भी उलटा हो जायगा । इससे यह सिद्ध हुआ कि चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा विद्युत धारा की दिशा पर निर्भर करती है । यदि इस प्रयोग में तार को अधिक या कम ऊँचा रख कर दुहराया जाय तो तुम देखोगे कि

चित्र 48.1

विक्षेप की मात्रा दूरी पर निर्भर करती है। जैसे जैसे तार की दूरी बढ़ती है, विक्षेप कम

तीव्रता का यथार्थ ज्ञान लापलास नियम के द्वारा होता है। (देखो चित्र 48.6)

मानलो P Q यह एक सुचालक तार है जिसमें से i तीव्रता वाली विद्युतधारा प्रवाहित होती है। इस तार का एक छोटा सा टुकड़ा x लम्बाई का विचाराधीन लो। मानलो हम बिन्दु O पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करना चाहते हैं। बिन्दु O की x से दूरी r है। r व O को जोड़ने वाली रेखा और विद्युत धारा के प्रवाह की दिशा में मानलो θ कोण है। तब लापलास के नियम के अनुसार बिन्दु O पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता F निम्न बातों पर निर्भर करेगी,

(i) $F \propto i$

(ii) $F \propto x$

(iii) $F \propto \sin\theta$

(iv) $F \propto 1/r^2$

अर्थात्, चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता F, विद्युत-धारा की तीव्रता i, सुचालक की लम्बाई x व धारा की दिशा व सुचालक को बिन्दु से जोड़ने वाली रेखा के बीच के कोण θ के sin की समानुपाती और सुचालक व बिन्दु के बीच की दूरी r के वर्ग की प्रतिलोमानुपाती (*inversely proportional*) होती है।

चित्र 48.6

इन सब को सूत्र में रखने से,

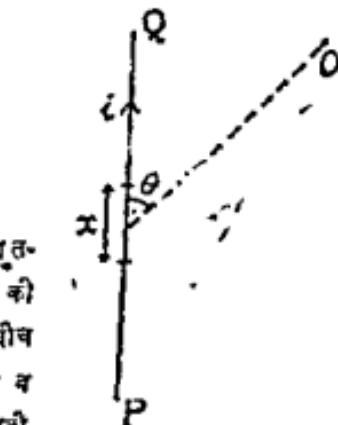
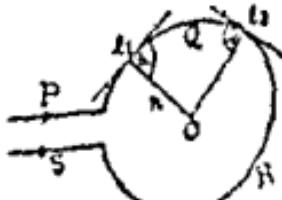
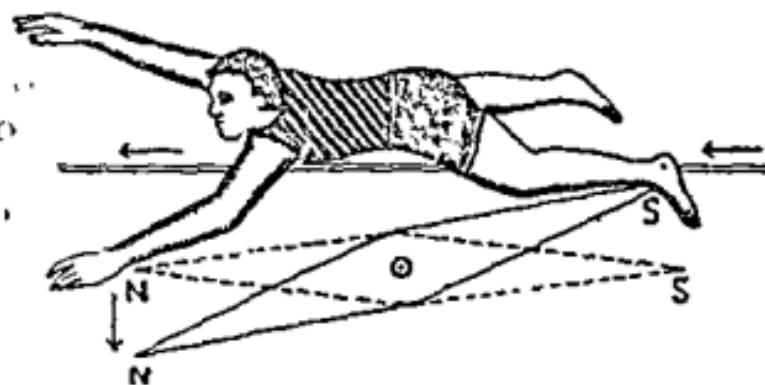
$$F \propto \frac{i\,x\,\sin\theta}{r^2}$$

$$\text{या } F = K\,\frac{i\,x\,\sin\theta}{r^2} \qquad \ldots \quad (1)$$

यहाँ यह याद रखने योग्य बात है कि i को हमने किसी भी स्वच्छंद (*arbitrary*) [इ]काई में नापा है और K एक स्थिरांक (constant) है जिसका मान धारा की [इ]काई पर निर्भर होगा।

यह चुम्बकीय क्षेत्र उस तल के अभिलम्ब (normal) कार्य करेगा जिस तल [में] सुचालक व बिन्दु O स्थित है। हमारे उदाहरण में यह तल कागज का तल होगा। [क्षेत्र]की दिशा मैक्सवेल के पेंच के नियम (screw rule) द्वारा दी जाती है।

48·6. किसी वृत्ताकार सुचालक के केन्द्र [पर] उसमें से बहने वाली विद्युतधारा से [चुम्बकीय क्षे]त्र की तीव्रता ज्ञात करना:—

[PQ] एक वृत्ताकार सुचालक तार है। इस [तार] को कुंडली (*coil*) कहते हैं। O इसका केन्द्र बिन्दु है और कुंडली का अर्द्धव्यास (radius) R है। इसमें से i तीव्रता वाली धारा प्रवाहित हो रही है।

चित्र 48·7

चित्र 48.3

रहा हो, तो चुम्बकीय क्षेत्र इस प्रकार उत्पन्न होगा कि उसके कारण उत्तर ध्रुव का विक्षेप उसके बांये हाथ की तरफ होगा। चित्र 48.3 देखो।

दांये हाथ के अंगूठे का नियम :— यदि हम दांये हाथ की हथेली को तार पर इस प्रकार रखें कि हथेली तार की ओर हो व उंगलियां धारा की दिशा में निर्देशन करें तो अंगूठा उत्तर ध्रुव के विक्षेप को बतायगा।

चित्र 48.4　　चित्र 48.5

मेक्सवेल का पेच का नियमः—यदि एक दक्षिणावर्त वाले पेच को इस प्रकार घुमाया जाय कि उसकी नोक घुमाने पर उसका सिरा धारा की दिशा में अग्रसर हो तो, जिस दिशा में पेच को घुमाना पड़ता है उसी दिशा में चुम्बकीय क्षेत्र की बल रेखायें बनती हैं।

इस प्रकार हम देखते हैं यदि सुचालक की ओर धारा के प्रवाह की दिशा में देखें तो उससे उत्पन्न चुम्बकीय बल क्षेत्र को दक्षिणावर्त बल रेखाओं द्वारा दिग्दर्शित कर सकते हैं।

48.4. विद्युत धारा से उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करना:—लापलास का नियमः—

ऊपर हम देख चुके हैं कि चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता सुचालक से दूरी पर निर्भर करती है। जैसे जैसे यह दूरी बढ़ती जाती है वैसे वैसे तीव्रता कम होती जाती है। इस

समीकरण (4) द्वारा हम कुंडली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता को ज्ञात करते हैं। अतएव, केन्द्र पर एक इकाई सामर्थ्य वाले ध्रुव को रखा जाय तो उस पर $K\ 2\pi\ i/R$ डाइन बल कार्य करेगा।

48.6. विद्युत धारा की विद्युत चुम्बकीय इकाई (Electro-magnetic unit) (E. M. U.):—समीकरण (4) के द्वारा हम विद्युत धारा के लिये इकाई निर्धारित करते हैं। चूंकि इस इकाई में हमें चुम्बकीय क्षेत्र का उपयोग करना पड़ता है, इसलिये इस इकाई को विद्युत चुम्बकीय इकाई (E. M. U.) कहते हैं।

इस इकाई को इस प्रकार निर्धारित किया जाता है कि K का मान 1 के बराबर हो। यदि R = 1 से. मी. हो, $F = 2\pi$ ओरेस्टेड हो तो समीकरण (4) के अनुसार

$$2\pi = 1.\ \frac{2\pi\ i}{1}$$

$$\therefore \qquad i = 1$$

अतएव, विद्युत धारा की विद्युत चुम्बकीय इकाई वह धारा है जो 1 से. मी. त्रिज्या वाली कुंडली में से प्रवाहित होने पर उसके केन्द्र पर 2π ओरस्टेड तीव्रता वाला चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करे। इस इकाई में जब धारा नापी जाती है तब,

$$F = \frac{2\pi\ i}{R}$$

यदि एक फेरे वाली कुंडली के स्थान पर हम उसी त्रिज्या वाले कई फेरे (n) लें, तो उनके द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र n गुना बड़ा होगा। इसलिये,

$$F = \frac{2\pi\ n\ i}{R} \qquad \ldots \qquad (5)$$

यह चुम्बकीय क्षेत्र कुंडली के तल के अभिलम्ब (normal) होगा व इसकी दिशा मेक्सवेल के पेंच के नियम द्वारा ज्ञात होगी।

इस चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा हम घड़ी के नियम (clock rule) द्वारा ज्ञात कर सकते हैं। कुंडली की तरफ मुँह करके खड़े हो जाएँ और धारा की दिशा पर विचार करें। यदि धारा दक्षिणावर्त (clockwise) दिशा में बहती है तो कुंडली का सामने वाला-तल दक्षिण-ध्रुव बनेगा व चुम्बकीय क्षेत्र कुंडली की तरफ होगा। यदि धारा की दिशा वामावर्त (anticlock wise) हो, तो वह तल उत्तरी ध्रुव बनेगा और क्षेत्र कुंडली से हमारी तरफ होगा।

चित्र 48·7 (a) चित्र 45·7 (b)

प्रयोगिक कार्यों के लिए विद्युत चुम्बकीय इकाई बहुत बड़ी होती है। अतएव इस के लिये एक छोटी इकाई काम में आती है जिसे ऍम्पियर कहते हैं। 1 ऍम्पियर 1/10

इस कुंडली का एक छोटासा टुकड़ा l_1 लम्बाई का विचाराधीन लो। कुंडली के किसी भाग में धारा के प्रवाह की दिशा, उससे स्पर्शित (tangential) होगी। अतएव, l_1 व O को जोड़ने वाली रेखा व धारा के दिशा के बीच का कोण $\theta = 90°$ होगा। यह ध्यान रखना चाहिए कि l_1 O त्रिज्या है और धारा की दिशा स्पर्श रेखा (tangent) अतएव, दोनों एक दूसरे के अभिलम्ब होंगी।

लापलास के नियम के अनुसार l_1 लम्बाई के टुकड़े में i धारा बहने से बिन्दु O पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता होगी [देखो समीकरण 1 अनुच्छेद (48.4)],

$$F_1 = K\frac{i\,l_1 \sin 90}{R^2} \quad \ldots \quad (1)$$

हमने x के स्थान पर l_1, r के स्थान पर R और θ के स्थान पर 90 का उपयोग किया है। चूंकि $\sin 90 = 1$

$$\therefore \quad F_1 = K\,\frac{i\,l_1}{R^2} \quad \ldots \quad (1)$$

इस क्षेत्र की दिशा कुंडली के तल के अभिलम्ब होगी।

इसी प्रकार यदि हम दूसरा टुकड़ा l_2 लम्बाई का विचाराधीन लें तो उसके द्वारा चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता F_2 होगी,

$$F_2 = K\;i\,l_2/R^2 \quad \ldots \quad (2)$$

इस क्षेत्र की दिशा भी F_1 की दिशा में होगी और कुंडली की तरफ होगी। इस प्रकार यदि हम भिन्न भिन्न टुकड़े l_3, l_4 लेते जांय तो

$$F_3 = K i l_3/R^2$$
$$F_4 = K i\, l_4/R^2$$

चूंकि F_1, F_2, F_3, F_4........ये सब एक ही दिशा में कार्य करते हैं, इस कारण यदि हमें पूरी कुंडली द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता F ज्ञात करना हो तो वह F_1, F_2........के योग के बराबर होगी। अतएव

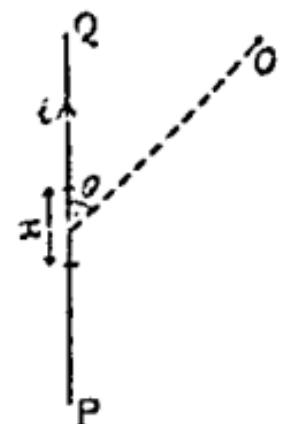
$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \ldots \\ &= K\frac{i\,l_1}{R^2} + K\,\frac{i\,l_2}{R^2} + K\,\frac{i\,l_3}{R^2} + K\frac{i\,l_4}{R^2} + \ldots \\ &= K\,\frac{i}{R^2}(\,l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + \ldots) \end{aligned}$$

$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 +$ ....यह कुंडली के भिन्न भिन्न टुकड़ों के योग के बराबर अर्थात् पूरी कुंडली की परिधि (circumference) के बराबर है। अतएव, $l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + \ldots\ldots = 2\pi$ R.

$$\therefore \quad F = K\;\frac{i}{R^2}\,2\pi\,R$$

$$= K\;\frac{2\pi i}{R} \quad \ldots \quad (4)$$

$$F = m \frac{ix \sin \theta}{r^2} = \frac{m}{r^2}\, i\, x \sin \theta \quad .... \quad (1)$$

न्यूटन के नियम के अनुसार हमें ज्ञात है कि प्रत्येक क्रिया के लिए प्रतिक्रिया होती है। अतएव, यदि धारा के कारण ध्रुव पर $F = (m\, i\, x \sin \theta)/r^2$ बल कार्य करे तो ध्रुव के कारण भी सुचालक पर जिसमें से धारा बहती है इतना ही बल $F = (m\, i\, x \sin \theta)/r^2$ कार्य करेगा। केवल इसकी दिशा विरुद्ध होगी।

चित्र 48.8

अतएव $F = \frac{m}{r^2}\, i\, x \sin \theta$

किन्तु $m/r^2 = H$ = ध्रुव के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

$\therefore \quad F = H\, i\, x \sin \theta \quad .... \quad (2)$

इसका अर्थ यह हुआ कि यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र H में एक x लम्बा सुचालक रखा जाय जिसमें से i धारा बहती हो व उन दोनों में θ का कोण हो तो सुचालक पर कार्य करने वाला यांत्रिक बल F होगा,

$$F = H\, i\, x \sin \theta$$

यदि $\theta = 90°$ हो अर्थात् धारा व चुम्बकीय क्षेत्र लम्ब रूप हों व सुचालक की लम्बाई $x = l$ हो तो बल होगा,

$$F = H\, i\, l.$$

इस बल की दिशा जिस नियम द्वारा दी जाती है उसे फैराडे के बाँये हाथ का नियम कहते हैं। इस नियम के अनुसार,

"यदि बांये हाथ के अंगूठे, तर्जनी व मध्य अंगुली को एक दूसरे के लम्ब रूप (चित्र देखो) रखा जाय, और यदि तर्जनी चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को, मध्य अंगुली धारा की दिशा को दिग्दर्शित करे तो अंगूठा यांत्रिक बल की दिशा को बतायगा।" अंगूठे की दिशा में ही सुचालक घूमने का प्रयत्न करेगा। भौतिक विज्ञान में यह नियम अत्यन्त महत्वपूर्ण है किन्तु हम इसका अधिक वर्णन नहीं करेंगे। लापलास और उपर्युक्त नियम पर कुछ चुम्बकीय उपकरण आधारित हैं जिनका वर्णन आगे किया गया है।

चित्र 48.9

विद्युत चुम्बकीय इकाई के बराबर होता है। अतएव, यदि n कुंडलियों में से c अंपीयर धारा प्रवाहित हो तो उसके द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता F होगी,

$$F = \frac{2\pi nc}{10\,R} \quad .... \quad (6)$$

यहां पर हमने i के स्थान पर $c/10$ का उपयोग किया। इसका कारण यह है कि C अंपीयर = C/10 वि. चु. ई. धारा के।

48·7. धारा, आवेश व विभव की इकाइयां (Units of current, charge and potential):—हम देख चुके हैं कि धारा की वि.चु. ई. (E.M.U.) वह है जो 1 से. मी. त्रिज्या वाली कुंडली (coil) में बहने से उसके केन्द्र पर 2π ओरस्टेड की तीव्रता वाला चुम्बकीय क्षेत्र पैदा करती है।

यदि 1 वि. चु. इ. (E. M. U.) वाली धारा 1 सेकंड तक प्रवाहित हो तो उसके द्वारा हमे 1 वि. चु. इ. आवेश (charge) प्राप्त होता है।

यदि 1 वि. चु. इ. आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने मे 1 अर्ग कार्य करना पड़े तो हम कहते हैं कि दोनों बिन्दुओं में 1. वि.चु. ई. विभवान्तर (potential difference) है।

अंपीयर (Ampere) धारा की प्रयोगिक इकाई (practical unit) है। इसका मान 1/10 वि. चु. ई. के बराबर होता है।

कूलम्ब (Coulomb) यह आवेश की प्रयोगिक इकाई है। यदि 1 अंपीयर धारा 1 से. तक प्रवाहित हो तो हमें एक कूलम्ब आवेश प्राप्त होता है। इसका मान 1/10 आवेश की वि. चु. ई. के बराबर होता है।

वोल्ट (Volt) यह विभव (potential) की प्रयोगिक इकाई है। यदि 1 कूलम्ब आवेश (charge) को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक लाने मे 10^7 अर्ग कार्य करना पड़े तो हम कहते है कि उनमें 1 वोल्ट का विभवान्तर है। इसका मान 10^8 विभव (potential) को वि. चु. ई. के बराबर होता है। 10^7 अर्ग = 1 जूल।

48.8. फेराडे का बांये हाथ का नियम—हम लापलास के नियम के अनुसार जानते है कि किसी x लम्बे सुचालक में i वि. चु. ई. धारा प्रवाहित होने से उसके द्वारा किसी बिन्दु O पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता F होती है,

$$F = \frac{ix \sin\theta}{r^2}$$

यहां K = 1 मान लिया गया है, चूंकि i को वि. चु. इ. में नापा गया है।

यदि बिन्दु O पर इकाई उत्तर ध्रुव रखा जाय तो उस पर $F = \frac{ix \sin\theta}{r^2}$ डाइन बल कार्य करेगा। यदि इस बिन्दु पर m ध्रुव सामर्थ्य वाला उत्तर ध्रुव रखा जाय तो यह बल होगा,

2. किसी कुंडली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो और उस धारा की विद्युत चुम्बकीय इकाई की परिभाषा दो। (देखो 43.5 और 43. 6)

3. फैराडे के बांये हाथ के नियम की व्याख्या करो। (देखो 43.3)

4. धारा, मात्रा व विभव की वि. चु. ई. (E. M. U.) व व्यावहारिक इका (practical unit) को बताओ। (देखो 43.7)

संख्यात्मक प्रश्न:—

1. एक 400 फेरे की कुंडली में 10 ऍम्पीयर की धारा बह रही है। कुंडली का अर्धव्यास 20 से. मी. है। यदि उसके केन्द्र पर एक 6 इकाई का चुम्बकीय ध्रुव रखा जा तो उस पर कितना बल लगेगा। [उत्तर 754.26 डाइन]

संख्यात्मक उदाहरण 1 :—एक 72 फेरे वाली कुंडली का मध्यमान व्यास 20 से. मी. है। यदि उसमे 0·24 ऍम्पीयर की धारा प्रवाहित की जाय तो कुंडली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो।

लग 2 = 0·3010	$F = \frac{2\pi n C}{10r}$ में दी हुई राशियों का
लग 0·314 = 1·4969	मान रखने से,
लग 7·2 = 0·8573	$F = \frac{2 \times 3{\cdot}14 \times 72 \times 0{\cdot}24}{10 \times 10}$
लग 0·24 = $\overline{1}$·3803	
योग = 0·0354	$= 2 \times 0{\cdot}314 \times 7{\cdot}2 \times 0{\cdot}24$
प्रति लग = 1·085	= 1·085 ओरस्टेड

2. एक 10 फेरे वाली और 10 से. मी. अर्द्धव्यास की कुंडली में निरन्तर धारा प्रवाहित हो रही है। यदि कुंडली को ऊर्ध्वाधर तल में चुम्बकीय पूर्व-पश्चिम दिशा में रखो जाय तो उसके केन्द्र पर उदासीन बिन्दु (neutral point) प्राप्त होता है; तो धारा की प्रबलता ज्ञात करो। (H = 0·35 ओरस्टेड)

जब कुंडली को पूर्व-पश्चिम दिशा में रखी जाती है तो उसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र उत्तर-दक्षिण दिशा में कार्य करेगा। यदि इस क्षेत्र का मान पृथ्वी के क्षैतिज घटक H के बराबर हो और विपरीत दिशा में हो तो केन्द्र पर परिणमित बल क्षेत्र शून्य होगा। इस प्रकार उदासीन बिन्दु प्राप्त होता।

हम जानते हैं कि, $F = \frac{2\pi nc}{10r} = H$ (उदासीन बिन्दु पर), इसमें दी हुई राशियों का मान रखने पर

$$\frac{2 \times 3{\cdot}14 \times 10 \times c}{10 \times 10} = 0{\cdot}35$$

$$\therefore \quad c = \frac{0{\cdot}35 \times 10}{2 \times 3{\cdot}14} = 0{\cdot}557 \text{ ऍम्पीयर}$$

प्रश्न

1. प्रयोग द्वारा बताओ कि धारा द्वारा चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। लाप्लास के नियम का विवेचन करते हुए किसी कुण्डली के केन्द्र पर कार्य करने वाले चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो। (देखो 48.3, 48.4 और 48.5)

अध्याय 49

कुछ विद्युत मापीय उपकरण—गेल्वनोमापी अथवा धारा मापी
(Galvanometers)

49.1. प्रस्तावना:—धारावाहिक विद्युत में हमें भिन्न भिन्न विद्युतीय राशियों को नापना पड़ता है। इन सब में गेल्वनोमापी मुख्य है। गेल्वनोमापी उस उपकरण को कहते हैं जिसके द्वारा हम विद्युत धारा का परिचय (detect) कर सकें और नाप सकें। ये मुख्य रूप से दो प्रकार के होते हैं।

(i) चलित चुम्बक प्रकार के (Moving magnet type):—इनमें स्पर्शज्या (tangent) गेल्वनोमापी मुख्य है। इसकी बनावट व कार्य पद्धति लाप-लास के नियम व स्पर्शज्या नियम (tangent law) पर आधारित है।

(ii) चलित कुंडली प्रकार के (Moving coil type):—चलित कुंडली गेल्वनोमापी अत्यन्त उपयोगी उपकरण है व इसी पर अंमापी व वोल्ट मापी (ammeters and voltmeters) भी आधारित होते हैं। इसकी बनावट व कार्य पद्धति फॅराडे के बायें हाथ के नियम (left hand rule) पर आधारित है।

49.2. स्पर्शज्या गेल्वनोमापी:-सिद्धान्त:-हम अध्याय 48 अनुच्छेद 5 में पढ़ चुके हैं कि यदि R से. मी. त्रिज्या वाली कुंडलियों में i विद्युत धारा प्रवाहित हो तो उसके कारण उत्पन्न होने वाली चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (intensity of magnetic field) उसके केन्द्र बिन्दु पर होगी:

$$F = K \frac{2\pi i n}{R}$$

यदि धारा को वि. चु. इ. (E.M.U.) में नापा जाय तो,

$$F = \frac{2\pi n i}{R}$$

यदि धारा को अंपीयर में नापा जाय तो,

$$F = \frac{2\pi nc}{10 R} \quad \text{....} \quad (1)$$

यह क्षेत्र कुंडली के तल के अभिलम्ब (perpendicular) होता है। यह ज्ञात करने के लिये कि क्षेत्र की दिशा क्या है हमें मेक्सवेल के पेंच के नियम का या अन्य नियम का उपयोग करना पड़ता है। यह शीघ्रता से मालूम करने के लिये कि क्षेत्र किस दिशा में कार्य करेगा, निम्न नियम अधिक उपयोगी सिद्ध होगा।

(ब) अब कुंडली को घुमाकर चुम्बकीय याम्योत्तर में लाओ। इस समय कुंडली का ढांचा (frame) व चुम्बकीय सुई एक दूसरे के समान्तर होंगे।

(क) अब दिक्सूची बक्स को इस प्रकार घुमाओ कि सूचक, वृत के शून्य अंशांकन पर स्थित हो।

(ड) यदि कुंडली के दो अंतिमों को सेल से जोड़ दिया जाए, तो धारा प्रवाहित होगी और विक्षेप होगा। इस विक्षेप को पढ़ने के लिये इसके दोनों सिरों की स्थिति पढ़ लो।

(ह) धारा के प्रवाह को उलटने से, विक्षेप विरुद्ध होगा, किन्तु उसका मान वही रहना चाहिये। ऐसा होने पर समझ लीजिये की गेल्वनोमापी कार्य करने योग्य हो गया है।

अन्य बातें:—समीकरण 3 के अनुसार,

$$\frac{2 \pi nc}{10 R} = H \tan \theta$$

किसी एक बनावट के गेल्वनोमापी के लिये n व R का मान स्थिर रहता है।

अतएव, $\frac{2 \pi n}{10 R} = G$ एक स्थिरांक है। इसे गेल्वनोमापी स्थिरांक कहते हैं।

इसलिये $Gc = H \tan \theta$

या $c = H \tan \theta / G = K \tan \theta$ ······ (4)

K एक स्थान के लिये स्थिरांक है। इसे परिवर्तन गुणांक (reduction *factor*) कहते हैं।

यदि $\theta = 45°$ हो तो, $\tan 45 = 1$ होगा।

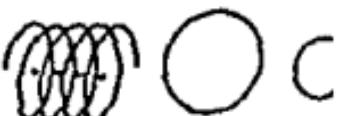
अतएव, परिवर्तन गुणांक अंपीयर में वह विद्युत धारा है जो स्पर्शज्या धार में 45° का विक्षेप दे। K को परिवर्तन गुणांक इसलिये कहते है क्यूंकि इससे स्प (tan) θ को गुणा करने से हमें विद्युत धारा का मान प्राप्त होता है।

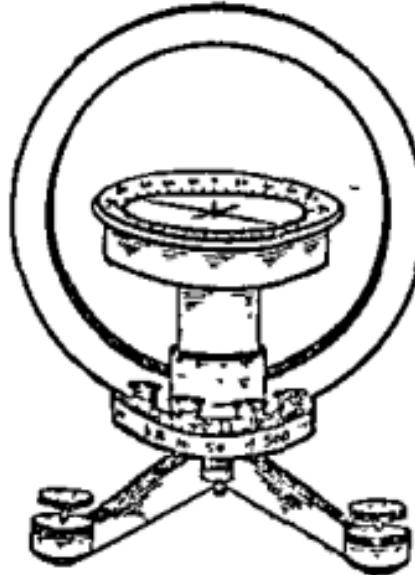
49.3. *स्पर्शज्या गेल्वनोमापी की सुग्राहिता:—* वह स्पर्शज्या गेल्वनो सुग्राही कहलाता है जो अल्प धारा के लिए अधिक विक्षेप दे-अर्थात जिससे से छोटी धारा भी ज्ञात (detect) हो सके। समीकरण 4 से यह स्पष्ट है कि कि के मान के लिए K का मान जितना कम होगा उतना ही स्पर्शज्या (tan) θ अतएव का मान अधिक होगा। अतएव, सुग्राही गेल्वनोमापी के लिए K का मान कम हो होना चाहिए।

किन्तु हमें ज्ञात है कि $K = H/G$. अतएव; K को छोटा करने के लिए H व G अधिक होना चाहिए। $G = 2 \pi n/10$ R. इसलिए G के मान को बढ़ाने के लि n को अधिक व R को कम करना चाहिए।

अतएव सुग्राही गेल्वनोमापी में जितने अधिक फेरे हों उतना ही अच्छा

न्तु प्रयोग में n को अधिक करना असंभव। n को अधिक करते समय प्रश्न यह उठता कि इन्हें कैसे लपेटा जाय। इसके दो तरीके है।—(i) एक पर दूसरी या (ii)

चित्र 49.3 चित्र 49.4

इस विक्षेप (deflection) को देखकर हम धारा के अस्तित्व का ज्ञान प्राप्त कर उसका मान भी ज्ञात कर सकते हैं। यही स्पर्शज्या गेल्वनोमापी का सिद्धान्त है।

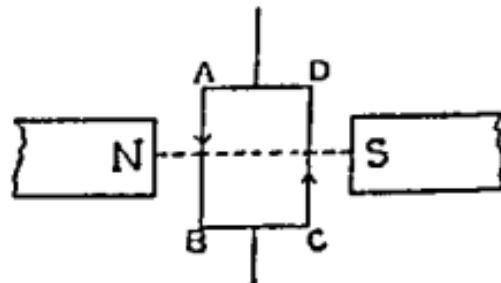
बनावटः—उपर्युक्त सिद्धान्त से स्पष्ट है कि एक स्पर्शज्या गेल्वनोमापी की बनावट क्या होनी चाहिए? एक गोल कुचालक वृत्ताकार ढाचे (frame) पर किसी सुचालक तार के कई फेरे (n) लिपटे रहते हैं। इस तार के दो सिरे दो अंतिमों (terminals) से जुड़े रहते हैं। यह ढाचा (frame) ऊर्ध्वाधर होता है और एक क्षैतिज पट्टिका पर इस प्रकार स्थिर रहता है कि आसानी से ऊर्ध्वाधर अक्ष पर घुमाया जा सके। यह क्षैतिज पट्टिका तीन तलीय पेंचों पर स्थिर रहती है, जिसकी सहायता से उसे समतल किया जा सकता है। इस कुंडली के बिल्कुल मध्य में चित्र के अनुसार एक दिक्‌सूची बक्स रखा रहता है। इस दिक्‌सूची बक्स में एक ऊर्ध्वाधर अक्ष पर छोटी सी कमजोर चुम्बक सुई टिकी रहती है। चुम्बक ठीक कुंडली के केन्द्र पर स्थिर रहता है और

चित्र 49.2

आसानी से क्षैतिज धरातल में स्वतन्त्रता पूर्वक विक्षेपित हो सकता है। इस चुम्बक के अभिलम्ब एक अल्यूमिनियम [जो कि हलका धातु होता है और साथ ही विचुम्बकीय (non-magnetic)] का लम्बा सूचक लगा रहता है। यह सूचक एक अंशांकित वृत्त पर घूम सकता है। सूचक की स्थिति पढ़ने के लिए वृत्त पर एक समतल दर्पण लगा रहता है।

हमें मालूम है कि स्पर्शज्या नियम की यथार्थता के लिये दोनों क्षेत्र H व F एक दूसरे के लम्बरूप व एक समान (uniform) होने चाहियें। किन्तु उपरोक्त सूत्र में F, कुंडली के केवल केन्द्र बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र है। अतएव, चुम्बक इतना छोटा होना चाहिये कि उसके ध्रुवों की स्थिति केन्द्र से दूर न हो। इस कारण कुंडली की त्रिज्या की तुलना में चुम्बक की लम्बाई नगण्य होनी चाहिये। साथ ही विक्षेप का मान यथार्थता से पढ़ने के लिए सूचक जितना लम्बा हो उतना अच्छा। गेल्वनोमापी के बनावट की अन्य विशेषतायें अनुच्छेद 49.3 में देखो।

कार्य व समंजनः—स्पर्शज्या गेल्वनोमापी, यह गेल्वनोमापी जैसे कार्य तभी करता है जब उसकी कुंडली चुम्बकीय याम्योत्तर में स्थिर हो। इस बात की पूर्ति के लिए निम्नलिखित समंजन करने पड़ते हैं।

(अ) तल दर्शक की सहायता से क्षैतिज पट्टिका के पेंचों की सहायता से अच्छी तरह क्षैतिज करो। इससे कुंडली ऊर्ध्वाधर होगी।

49.4 चलित (गतिज) कुंडली गैल्वनोमापी सिद्धान्त:—मान लो ABC एक कुंडली है। यह किसी लटकन द्वारा एक नाल चुम्बक के दोनों ध्रुवों के बीच लटकी हुई है। मान लो चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता H है और यह AB व CD दिशा के लम्ब रूप कार्य

चित्र 49.7

करती है। मान लो कुण्डली में से विद्युत धारा i प्रवाहित होती है। फैराडे के बायें हाथ के नियमानुसार (देखो अध्याय 48 अनुच्छेद 8) कुण्डली के AB बाजू पर जिसकी लम्बाई l से. मी. है, एक यांत्रिक बल $F = il$ H कार्य करेगा। नियमानुसार यह बल कागज के तल के लम्ब रूप ऊपर की ओर होगा। उसी प्रकार CD बाजू पर भी यांत्रिक बल F = il H कार्य करेगा। किन्तु इस बल की दिशा विरुद्ध होगी। इस प्रकार कुण्डली के दोनों बाजुओं पर दो बल कार्य करेंगे—जो एक दूसरे के बराबर व समांतर-किन्तु विरुद्ध दिशा में होंगे। ऐसे दो बलों द्वारा युग्म (couple) बनता है। युग्म का कार्य-किसी वस्तु को जिस पर वे कार्य कर रहे हों घुमाना है। अतएव, इस युग्म के कारण कुण्डली घूमित होगी। यह ध्यान रखने योग्य बात है कि कुण्डली की बाजू AD व BC पर कोई बल कार्य न करेगा चूंकि धारा के प्रवाह की दिशा चुम्बकीय क्षेत्र के समांतर है।

युग्म का घूर्ण (Moment of couple) = बल × बलों के बीच अभिलम्ब दूरी
= Hil × AD = Hilb यहां AD = BC = b = कुण्डली की चौड़ाई है
= HiA यहां $l \times b$ = A, कुण्डली का क्षेत्र फल।

इस घूर्ण के कारण कुण्डली घूमेगी। यदि एक कुण्डली के स्थान पर n कुण्डलियां हों तो युग्म का घूर्ण = nHiA होगा।

जैसे कुण्डली घूमेगी, लटकन में ऐंठन (twist) पड़ेगी। इस ऐंठन के कारण कुण्डली वापिस अपनी पूर्वावस्था में लौटने का प्रयत्न करेगी। साम्यावस्था में युग्म का घूर्ण बराबर होगा ऐंठन के घूर्ण के। यदि C इकाई ऐंठन के लिये घूर्ण हो, तो θ विक्षेप के लिये कुल प्रत्यावस्थान का घूर्ण (restoring couple) होगा $C\theta$। विक्षेपित अवस्था में युग्म का घूर्ण nHiA न होकर nHiA $\cos\theta$ होगा। यह कैसे होता है इसका ज्ञान आगे की कक्षा में होगा। अतएव साम्यावस्था में,

$$nHiA \cos\theta = C\,\theta$$

$$\text{या } i = \frac{C\theta}{nHA\cos\theta} = \frac{C}{nHA}\cdot\frac{\theta}{\cos\theta} = K\,\frac{\theta}{\cos\theta}$$

एक के बाजू में दूसरी। चित्र के अनुसार एक पर दूसरी लिपटी जाने पर कुंडली की मोटाई के कारण ऊपर की कुंडलियों की त्रिज्या बदल जाती है। इस कारण सब कुंडलियों की त्रिज्या एक सी नहीं रहती है। यदि कुंडलियाँ को एक के बाजू में दूसरी, ऐसा लपेटा जाय तो सबकी त्रिज्या एक सी रहेगी किन्तु उनका केन्द्र बिन्दु अलग अलग रहेगा। इन कारणों से न तो फेरों को एक के ऊपर दूसरी, न एक के बाजू में दूसरी एक सीमा से बाहर लपेटा जा सकता है, और इस कारण फेरों की संख्या n को बहुत अधिक नहीं किया जा सकता।

हमें ज्ञात है कि कुंडली केन्द्र पर चुम्बक रखा जाता है। यह चुम्बक छोटा होना चाहिए। यह चुम्बक बिन्दु तो हो ही नहीं सकता। अतएव, चुम्बक की लम्बाई कुंडली की त्रिज्या की तुलना में नगण्य होनी चाहिए। इस कारण हम त्रिज्या को बहुत छोटी नहीं कर सकते।

इस प्रकार n को अधिक व R को कम न कर सकने के कारण हम G का मान अधिक नहीं बढ़ा सकते। इसलिए हमें H का मान कम करना चाहिये। H का मान कम करने के लिए एक सहायक चुम्बक का जिसे नियन्त्रक चुम्बक (control magnet) कहते हैं, उपयोग किया जाता है। इसे इस प्रकार रखा जाता है कि यह चुम्बकीय सुई के ऊपर स्थित हो व इसका उत्तर ध्रुव उत्तर की ओर हो। इस कारण यह केन्द्र पर काम करने वाले चुम्बकीय क्षेत्र H की तीव्रता को कम करेगा।

चित्र 49.5

प्रायः धुरी पर चुम्बक सुई रखने से उसकी सुग्राहिता (sensitivity) कम हो जाती है। इसलिए इसे धुरी पर (pivot) पर रखने की अपेक्षा लटकन द्वारा लटकाया जाता है। फिर विक्षेप को पढ़ने के लिए दूरदर्शी पैमाने की क्रिया का उपयोग किया जाता है।

चित्र 49.6

अधिक सुग्राहिता के लिए अस्थैतिक (astatic) गेल्वनोमापी काम में आता है। इसमें एक चुम्बक सुई के स्थान पर दो एक सी चुम्बकीय घूर्णों वाली सुइयाँ काम में आती हैं। इनके उत्तर ध्रुव विरुद्ध दिशा में होते हैं। प्रत्येक चुम्बक सुई पर एक एक कुंडली होती है जो विरुद्ध दिशा में लिपटी रहती है। इस प्रकार की व्यवस्था से गेल्वनोमापी की सुग्राहिता कल्पना से अधिक बढ़ जाती है।

यहाँ यह बात और ध्यान रखने योग्य है कि जब तक हो सके गेल्वनोमापी का विक्षेप 45° के लगभग रखना चाहिए। किसी भी दशा में यह 25° से कम और 70° से अधिक न होना चाहिये। हमें मालूम है कि (देखो चुम्बकत्व विक्षेप मापी) ऐसा करने से प्रतिशत त्रुटि कम होती है।

बनी लटकन द्वारा ध्रुवों के बीच लटकाई जाती है। फास्फोर ब्रोन्ज एक मिश्र धातु
है। इसका उपयोग इसलिये किया जाता है कि यह अच्छा सुचालक होता है और
लिये इकाई ऐंठन के लिये युग्म बहुत कम होता है। कुंडली के मध्य में एक नरम
का बेलन रहता है। इसके होने से चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता बढ़ती है और वह क्षेत्र
त्रिज्यीय करता है। लटकन के ऊपर एक दर्पण चिपका रहता है। इसकी सहायता
दूरदर्शी व पैमाने के उपयोग से विक्षेप पढ़ा जाता है। लटकन का ऊपरी सिरा
टर्मिनल से व दूसरा कुंडली से जुड़ा रहता है। इसी प्रकार कुंडली का दूसरा सिरा
नाजुक सर्पिल कमानी द्वारा दूसरे टर्मिनल (terminal) से जुड़ा रहता है।

इस प्रकार का गेल्वनोमापी सर्वप्रथम डी. आर्सेन्वाल द्वारा बनाया गया
अतएव इसे डी. आर्सेन्वाल गेल्वनोमापी कहते हैं।

49.5. चल कुंडली गेल्वनोमापी व स्पर्शज्या गेल्वनोमापी का तुलनात्मक अध्ययन
व उनके गुण दोषों की विवेचना:—

स्पर्शज्या गेल्वनोमापी या चल चुम्बक गेल्वनोमापी (Tangent galvanometer)	चल कुंडली गेल्वनोमापी (Moving coil galvanometer
1. नाम के अनुसार, इसमें चुम्बक चलित होता है और कुंडली स्थिर।	1. इसमें चुम्बक स्थिर हो और कुंडली चलित।
2. इसका सिद्धांत लाप्लास के नियम पर आधारित है।	2. इसका सिद्धान्त फैराडे के नि पर आधारित है।
3. इसमें धारा की तीव्रता स्पर्शज्या विक्षेप के समानुपाती होती है। $i \propto \tan\theta$.	3. इसमें ध्रुव बेलनाकार होने धारा की तीव्रता विक्षेप के समानुपाती है। $i \propto \theta$.
4. धारा और विक्षेप में रैखिक सम्बन्ध (linear) न होने के कारण इसका उपयोग नापीय उपकरण बनाने में नहीं होता है।	4. धारा और विक्षेप में रै सम्बन्ध होने के कारण इसका उप नापीय उपकरण जैसे अंमापी व वोल्टम बनाने में होता है।
5. एक बार विक्षेप होने के बाद धारा के बन्द होने पर शून्य स्थिति पर आने के पहले चुम्बक कई कंपन करता है। इसका कारण यह है कि यहां हवा के अतिरिक्त कोई अवमन्दन (damping) नहीं है जिससे ये कंपन बन्द हो जायें।	5. यदि कुंडली को धातु की चौ पर लिपटा दिया जाय तो धारा बन्द पर विक्षेप शीघ्र ही बिना कंपन के हो जाता है। धातु की चौखट बनने उसमें भंवर धारा (eddy currents इस प्रकार पैदा होती है जो कुंडली के क में अवरोध पैदा करती है। इस प्रकार अवमन्दन (damping) को वि चुम्बकीय अवमन्दन कहते हैं। ऐसे गेल्व

या $i \propto \theta/\cos\theta$ .... (1) यहां K एक स्थिरांक है जो $\frac{C}{nHA}$ के बराबर है। समीकरण (1) के अनुसार हम देखते हैं कि धारा समानुपाती होती है $\theta/\cos\theta$ के।

यदि आयताकार ध्रुवों के स्थान पर बेलनाकार ध्रुव लिये जायं, तो उनसे उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र समान्तर न हो कर त्रिज्योय (radial) होगा। इस प्रकार का क्षेत्र होने से साम्यावस्था में युग्म घूर्ण होगा। $nHiA$ और इसलिये

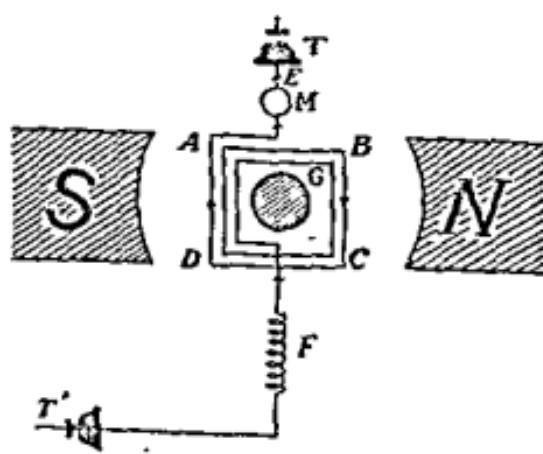
चित्र 49.8

$$nHiA = C\theta$$

या $$i = \frac{C}{nHA}\theta = K\theta \quad .... \quad (2)$$

या $$i \propto \theta . \quad .... \quad (3)$$

ऐसी दशा में विद्युत धारा की तीव्रता विक्षेप के समानुपाती (proportional) होती है। इस प्रकार हम देखते हैं कि इस व्यवस्था का उपयोग गैल्वनोमापी बनाने के काम में ले सकते हैं। समीकरण (2) से स्पष्ट है कि जितना $K = \frac{C}{nHA}$ का मान छोटा होगा, उतना ही विक्षेप किसी धारा के लिए अधिक होगा। अर्थात्, सुग्राही गैल्वनोमापी में C छोटा और n, H व A बड़े होने चाहिये।

बनावट:—चित्र में बताए अनुसार N व S किसी सामर्थ्यवान नाल चुम्बक के दो बेलनाकार ध्रुव हैं। चुम्बक एक मोटे लोहे के टुकड़े का न होकर कई बारीक बारीक परतों के बने टुकड़ों का (laminated) होता है। ऐसा रूप होने से उसका सामर्थ्य बहुत अधिक बढ़ जाता है। एक चौखट (frame) पर तांबे के पतले तार की कई फेरियां (n) लपेटी जाती हैं। इस प्रकार बनी कुंडली फास्फोर ब्रोंज की

चित्र 49.9

$$i = \frac{10 \times 11 \times 0{\cdot}3}{2 \times \frac{22}{7} \times 100} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0{\cdot}03 \text{ ऍम्पीयर}$$

2. एक स्पर्शज्या धारा मापी की कुंडली में 1 ही फेरा है और अर्द्धव्यास 34 से. मी. है। जब उसमें 10 ऍम्पीयर की विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है तो सुई में 45° का विक्षेप आता है। कुंडली के केन्द्र पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक का मान ज्ञात करो।

दी हुई राशियाँ :— i = 10 ऍम्पीयर, r = 34 से. मी., n = 1, θ = 45°, tan 45 = 1. सूत्र $i = \frac{10\, r\, H}{2\pi\, n} \times \tan\theta$ में दी हुई राशियों का

मान रखने पर, $10 = \frac{10 \times 34 \times H}{2 \times 3{\cdot}14 \times 1} \times 1$

$\therefore \quad H = \frac{10 \times 2 \times 3{\cdot}14}{10 \times 34} = \frac{3.14}{17} = 0.18$ ओरस्टेड

3. एक स्पर्शज्या धारा मापी की एक कुंडली में धारा प्रवाहित करने पर 45° का विक्षेप आता है। यदि उसके स्थान पर दूसरी कुंडली को संयोजित कर दी जाय और धारा का मान वही रखा जाय तो विक्षेप 35° का हो जाता है। दोनों कुंडलियों के फेरों का अनुपात ज्ञात करो।

मानलो फेरों का मान n_1 और n_2 है।

पहिली स्थिति में $i = \frac{10\, r\, H}{2\pi n_1} \times \tan 45$ (1)

दूसरी स्थिति में $i = \frac{10\, r\, H}{2\pi\, n_2} \times \tan 35$ (2)

समीकरण (1) में (2) का भाग देने पर,

$$1 = \frac{\tan 45}{n_1} \times \frac{n_2}{\tan 35}$$

अथवा $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\tan 45}{\tan 35} = \frac{1}{0{\cdot}7} = \frac{10}{7}$

$\therefore \quad n_1 : n_2 = 10 : 7$

4. एक स्पर्शज्या धारा मापी में 10 ऍम्पीयर धारा प्रवाहित करने पर 45° का विक्षेप आता है। यदि विक्षेप 30° हो तो धारा का मान ज्ञात करो।

सूत्र, $i = K \tan\theta$ में राशियों का मान रखने पर,

पहिली स्थिति, में $10 = K \tan 45$ .... (1)

दूसरी स्थिति में, $i = K \tan 30$ .... (2)

	मापी को डेडबीट (dead beat) कहते हैं।
6. इसका प्रयोग करने के पहिले कुंडली को चुम्बकीय याम्योत्तर में समंजित करना पड़ता है। तभी स्पर्शज्या का नियम यथार्थ होता है।	6. इसमें किसी समंजन की आवश्यकता नहीं होती है।
7. इसमें नियंत्रिक क्षेत्र (controling field) पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र है। इस क्षेत्र की तीव्रता बहुत कम होती है। अतएव, यह उपकरण बाहरी किसी भी चुम्बकीय क्षेत्र से अथवा लोहे की वस्तुओं के सानिध्य से प्रभावित होता है।	7. इसमें चुम्बकीय क्षेत्र बहुत ही सामर्थ्यवान होता है। अतएव, बाहरी क्षेत्रों का कुछ भी असर नहीं होता है।
8. इसमें $K = H/G$ का मान स्थान पर निर्भर रहता है। अतएव, गेल्वनोमापी के स्थानांतर से इसका मान बदल जाता है।	8. इसमें $K = \frac{C}{HAn}$ का मान स्थिर है और स्थानांतर का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।
9. विशिष्ट बनावट के द्वारा ही इसकी सुग्राहिता बढ़ाई जा सकती है। साधारणतया यह अधिक सुग्राही नहीं होता है।	9. साधारणतया यह स्पर्शज्या गेल्वनोमापी की तुलना में अधिक सुग्राही होता है। क्वार्ट्ज का लटकन जिस पर धातु का लेप होता है बहुत अधिक सुग्राही गेल्वनोमापी में उपयोग में लाया जाता है।
10. इन सब बातों को देखकर अधिक उपयोग नहीं होता है।	10. इनका उपयोग सर्वव्यापी है।

2. एक स्पर्शज्या धारामापी की कुंडली का अर्द्धव्यास 15·7 से. मी. है। य उसमें 0.01 ऐंपीयर की धारा प्रवाहित करने पर 45° का विक्षेप होता है तो फेरों संख्या (n) ज्ञात करो। (H = 0·18 ओरस्टेड) [उत्तर : 450 लगभग]

3. एक स्पर्शज्या धारामापी की कुंडली का अर्द्धव्यास 10 से. मी. है तथा कुं के फेरे 20 हैं। कितनी धारा प्रवाहित करने पर उसमें 45° का विक्षेप आयगा (H = 0·35 ओरस्टेड) (उत्तर : 0·278 ऐंपीयर

4. एक स्पर्शज्या धारामापी में 0·25 ऐंपीयर की धारा प्रवाहित करने पर 4 का विक्षेप होता है जहाँ H का मान 0.18 ओरस्टेड है। यदि अन्य स्थान पर H मान 0.22 ओरस्टेड है तो कितनी धारा प्रवाहित करने पर उतना ही विक्षेप आयेगा? (उत्तर : 0.3055 ऐंपीयर

5. एक स्पर्शज्या धारामापी की कुंडली में 0.96 ऐंपीयर की धारा प्रवाहित जाती है। उसमें फेरों की संख्या 5 और व्यास 30 से. मी. है। (क) कुंडली के के पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो। (ख) यदि H का मान 0.35 ओरस्टेड है सुई का विक्षेप ज्ञात करो।

(उत्तर : F = 0·201 ओरस्टेड, $\theta = 29° - 15'$

समीकरण (2) में (1) का भाग देने से, $\frac{i}{10} = \frac{\tan 30}{\tan 45} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \quad i = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 10 = 5{\cdot}8$ ऍपीयर

5. दो स्पर्शज्या धारामापी श्रेणी क्रम से जुड़े हुए हैं तथा उनमें एक ही धारा प्रवाहित की जाती है। उनकी कुंडलियों के फेरे बराबर हैं, परन्तु अर्ध-व्यास 3 : 1 के अनुपात में है। यदि दूसरे धारा मापी में 60° का विक्षेप है तो पहले में कितना होगा ?

मानलो पहले में विक्षेप θ° का होगा। तो,

पहिले स्पर्श ज्या धारा मापी के लिये, $i = \frac{10\, r_1\, H}{2\pi\, n} \times \tan\theta$ .... (1)

दूसरे स्पर्श ज्या धारा मापी के लिये $i = \frac{10\, r_2\, H}{2\pi\, n} \times \tan 60$ .... (2)

समीकरण (1) और (2) से,

$\therefore \quad \frac{10\, r_1\, H}{2\pi\, n} \tan\theta = \frac{10\, r_2 H}{2\pi n} \tan 60$

या $\quad r_1 \tan\theta = r_2 \tan 60$

या $\quad \tan\theta = \frac{r_2}{r_1} \times \sqrt{3} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \quad \theta = 30^\circ$

प्रश्न

1. स्पर्शज्या धारामापी (tangent galvanometer) किसे कहते हैं ? इसकी बनावट, सिद्धान्त व कार्यप्रणाली का वर्णन करो। (देखो 48.2 व 48.4 और 49.2 49.3)

2. स्पर्शज्या धारामापी की सुग्राहिता (sensitivity) की मीमांसा करो। (देखो 49.3)

3. चल कुंडली धारा मापी का सिद्धान्त देकर उसकी बनावट का वर्णन करो। कुंडली और स्पर्श ज्या धारा मापी के गुण दोषों का विवरण करते हुए उनकी तुलना करो। (देखो 49.4 व 49.5)

4. ऍमापी व वोल्ट मापी पर टिप्पणियाँ लिखो। (देखो 49.7 व 49.8)

संख्यात्मक प्रश्न:—

1. एक स्पर्शज्या धारामापी की कुंडली में 5 फेरे हैं और उसका मध्यमान अर्ध-व्यास 20 से. मी. है। यदि उसमें 2.1 ऍपीयर की धारा प्रवाहित करने पर 45° का विक्षेप आता है तो पृथ्वी के क्षैतिज घटक H का मान ज्ञात करो। [उत्तर : 0.33 ओरस्टेड]

50·2. प्रतिरोध की इकाई (unit of resistance):—समी., V
R से यह स्पष्ट है कि यदि V = 1 और i = 1 हो तो R = 1 होगा। अतएव,
प्रतिरोध वह है जो इकाई विभवान्तर के लिये इकाई धारा को प्रवाहित होने दे
विभवान्तर व धारा को विद्युत चुम्बकीय इकाई में (E.M.U.) में नापा जाय तो
रोध की इकाई भी वि. चु. ई. होगी। अतएव,

$$\frac{1 \text{ वि. चु. ई. विभव का}}{1 \text{ वि. चु. ई. धारा को}} = 1 \text{ वि. चु. ई. प्रतिरोध को}$$

प्रायोगिक कार्यों के लिये विभव की इकाई वोल्ट और धारा की इकाई
होती है। तब प्रतिरोध की इकाई को ओह्म (Ω) कहते हैं।

$$\frac{1 \text{ वोल्ट (Volt)}}{1 \text{ अंपीयर (Ampere)}} = 1 \text{ ओह्म (Ohm)}$$

अतएव, जब किसी सुचालक के अन्तिमों के बीच 1 वोल्ट का विभवान्तर हो
वह अपने में से 1 अंपीयर धारा प्रवाहित होने देता है तब उसका प्रतिरोध 1 ओह्म
जाता है। किन्तु 1 वोल्ट = 10^8 वि. चु. ई. विभव के, और 1 अंपीयर = 10^{-1}
चु. ई. धारा की; अतएव,

$$1 \text{ ओह्म} = \frac{1 \text{ वोल्ट}}{1 \text{ अंपीयर}} = \frac{10^8 \text{ वि.चु.ई. विभव को}}{10^{-1} \text{ वि.चु.ई. धारा को}} = 10^9 \text{ वि.चु.ई. प्रतिरोध}$$

इस प्रकार 1 ओह्म = 10^9 वि.चु.ई. प्रतिरोध को।

50·3. प्रतिरोध की सुचालक की भौतिक अवस्था पर निर्भरता—ह
चुके हैं कि ओह्म का नियम स्थिर भौतिक दशाओं में ही यथार्थ रहता है। भौतिक द
में परिवर्तन होने से प्रतिरोध के मान में परिवर्तन होता है। यह देखा गया है कि
सुचालक का प्रतिरोध R, उसकी लम्बाई (l) व अनुप्रस्थ-काट (cross-sectio
($A = \pi r^2$) पर निर्भर करता है:—

$$R \propto l$$
$$R \propto 1/A$$
या
$$R \propto l/A$$
या
$$R \propto l/\pi r^2$$

यहाँ r अनुप्रस्थ-काट की त्रिज्या है।

अतएव, जैसे जैसे तार की लम्बाई बढ़ेगी प्रतिरोध भी बढ़ता जायगा। काटछे
बढ़ने से प्रतिरोध कम होता है। दूसरे शब्दों में, तार जितना लम्बा व पतला होगा उ
ही उसका प्रतिरोध अधिक होगा।

संबन्ध (1) को हम ऐसे भी लिख सकते हैं, $R = \sigma \, l/\pi r^2$ — (

यहां σ स्थिरांक है जिसका मान, तार किस पदार्थ का बना है इस
निर्भर करता है। इसलिये इसे आपेक्षिक प्रतिरोध (specific resistance) कहते है
एक ही लम्बाई के व एक ही काटछेद के भिन्न भिन्न पदार्थ के तार भिन्न भिन्न प्रतिरो
रखते हैं। अतएव उनका आपेक्षिक प्रतिरोध भिन्न भिन्न रहता है।

अध्याय 50
ओह्म का नियम
(Ohm's law)

50 1. ओह्म का नियमः—हमें ज्ञात है कि जब दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर (potential difference) होता है तब उनमें किसी सुचालक द्वारा संबंध स्थापित करने पर विद्युत धारा ऊंचे विभव वाले बिन्दु से नीचे विभव वाले बिन्दु की ओर प्रवाहित होती है। अतएव, विद्युत धारा के लिये विभवान्तर आवश्यक है। विद्युत धारा की तीव्रता किस प्रकार अवलम्बित होती है यह वैज्ञानिक ओह्म ने एक नियम के रूप में बताया जिसे ओह्म का नियम कहते हैं। इस नियम के अनुसार,

"यदि उसकी भौतिक अवस्था स्थिर रहे तो किसी सुचालक में से प्रवाहित होने वाली विद्युत धारा (current) की तीव्रता (i) उस सुचालक के प्रतिमों (terminals) के बीच विभवान्तर (V) की समानुपाती होती है" अर्थात्,

$$V \propto i \qquad \cdots \qquad (1)$$

अर्थात् प्रतिमों के बीच विभवान्तर तिगुना करने से धारा तिगुनी होगी और उसे चौथाई करने से धारा भी चौथाई रह जायगी। यहां यह ध्यान रखने योग्य बात है कि सुचालक की भौतिक अवस्था में कोई परिवर्तन नहीं होना चाहिये। भौतिक अवस्था से हमारा तात्पर्य उसकी लम्बाई, गुण, काटछाट तथा ताप से है।

चित्र में बताए अनुसार सुचालक के A व B बिन्दु पर क्रमशः V_A और V_B विभव है। अतएव, विभवान्तर हुआ $V = V_A - V_B$. इसलिये सूत्र 1 के अनुसार,

$$\xrightarrow{i} \frac{V_A}{A} \text{wwww} \frac{V_B}{B}$$

चित्र 50.1

$$V \propto i$$

या

$$V = R\,i \qquad \cdots \qquad (2)$$

यहां R स्थिरांक है जो सुचालक की भौतिक अवस्था पर निर्भर होता है। इस स्थिरांक को सुचालक का प्रतिरोध (resistance) कहते हैं। इसे प्रतिरोध इसलिये कहते हैं कि इसी राशि पर किसी विभवान्तर के लिये धारा का मान निर्भर होता है। जैसे जैसे R बढ़ेगा, i कम कम होती जायगी।

सूत्र (2) को हम भिन्न रूपों में भी लिख सकते हैं

$$\frac{V}{R} = i \qquad \cdots \qquad (3)$$

$$\frac{V}{i} = R \qquad \cdots \qquad (4)$$

50.4. ताप के साथ प्रतिरोध में परिवर्तनः—साधारणतया किसी पदार्थ का प्रतिरोध ताप के साथ बढ़ता जाता है। यदि 0° से. ग्रे. पर प्रतिरोध R है व t° से. ग्रे. पर R_t हो तो,

$$R_t = R_o (1 + \alpha t) \quad .... \quad (1)$$

यहां α स्थिरांक है जिसे प्रतिरोध का ताप गुणांक (temperature coefficient) कहते हैं।

या $$R_t = R_o + R_o . \alpha . t$$

या $$R_o \alpha t = R_t - R_o$$

$$\therefore \alpha = \frac{R_t - R_o}{R_o . t} \quad ....(2)$$

अतएव, प्रतिरोध का ताप गुणांक, प्रति 0° से. ग्रे. पर के प्रतिरोध में प्रति डिग्री से. ग्रे. ताप वृद्धि से प्रतिरोध वृद्धि को कहते हैं। शुद्ध धातु के लिये इसका मान प्रायः बहुत कम व मिश्र धातुओं के लिये अधिक होता है।

50.5. धातु व मिश्र धातुओं में अन्तरः—शुद्ध धातु जैसे सोना, चांदी, तांबा इत्यादि का आपेक्षिक प्रतिरोध बहुत ही कम होता है और प्रतिरोध का ताप गुणांक अधिक। इसलिए किसी निश्चित मान वाला प्रतिरोध बनाने के लिये, हमें लंबा तार काम में लाना पड़ेगा और उसके प्रतिरोध में ताप के परिवर्तन से परिवर्तन भी होगा। इसके विरुद्ध यदि हम मेन्गनिन, यूरेका, कान्सटेन्टन जैसे मिश्र धातु लें तो इनके लिये आपेक्षिक प्रतिरोध तुलना में अधिक होता है और प्रतिरोध का ताप गुणांक कम। इस कारण ताप के परिवर्तन से इनके प्रतिरोध में कोई खास परिवर्तन नहीं होता। अतएव, नियत प्रतिरोध बनाने के काम में यही पदार्थ आते हैं। जब किन्हीं दो विद्युतीय उपकरणों में हम संबन्ध स्थापित करना चाहते हैं तब प्रायः तांबे के तार का उपयोग करते हैं। इन्हें संबन्धक तार (connecting wire) कहते हैं। ऐसे तारों पर प्रायः कपड़े का आवरण चढ़ा देते हैं जिससे उन पर कुचालक (insulating) आवरण हो जाता है। यदि दो तार ऐसे आपस में एक दूसरे से स्पर्श भी करें तो इस आवरण के कारण संबंध स्थापित नहीं करेंगे।

50.6. प्रतिरोध के बन्धन के नियमः—आवश्यकतानुसार प्रतिरोधों को भिन्न भिन्न प्रकार के परिपथ (circut) में जोड़ा जाता है। इनमें दो हैं मुख्य—(अ) श्रेणी क्रम (series) व (ब) समान्तर (parallel) क्रम।

(अ) श्रेणी क्रम में प्रतिरोध (resistances in series):—मानलो तीन प्रतिरोध R_1, R_2 व R_3 हैं। इन्हें चित्र में AB, CD व EF द्वारा क्रमशः दर्शाया गया है। यदि R_1 का B सिरा R_2 के C सिरे से, व R_2 का D सिरा R_3 के E सिरे से जोड़ दिए जांय व धारा का प्रवेश A सिरे पर व निर्गम F सिरे पर हो तो इस प्रकार के संबंध को श्रेणी क्रम संबन्ध कहते हैं (देखो चित्र 50.4)।

चूंकि धारा A सिरे से F सिरे की ओर प्रवाहित हो रही है, अतएव A सिरे का विभव सबसे अधिक व F का सबसे कम होना चाहिये। मानलो A, B, C, D, E व F बिंदुओं पर क्रमशः विभव V_A, V_B, V_C, V_D, V_E व V_F हैं।

यदि $l = 1$ से. मी. व $A = \pi r^2 = 1$ व. से. मी. हो तो,

$$R = \sigma \cdot \frac{1}{1} = \sigma \qquad .... \qquad (3)$$

समीकरण (3) की सहायता से हम आपेक्षिक प्रतिरोध की परिभाषा दे सकते हैं।

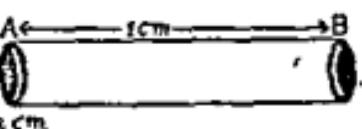
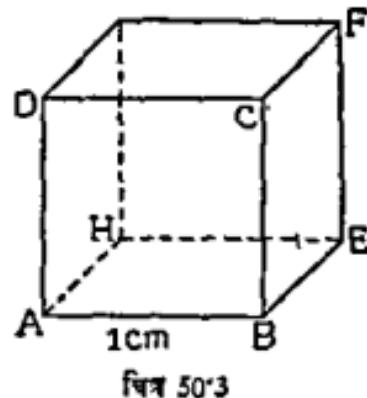
चित्र 50·2

आपेक्षिक प्रतिरोध उस तार का प्रतिरोध है जिसकी लम्बाई 1 से. मी. है व काट-क्षेत्र 1 व. से. मी. (देखो चित्र 50·2)। दूसरे शब्दों में यदि हम 1 से मी. घन पदार्थ लें-अर्थात् ऐसा घन जिसकी लम्बाई, चौड़ाई, मोटाई 1 से.मी. हो तो इसके किसी दो प्रतिम तलों के बीच का प्रतिरोध आपेक्षिक प्रतिरोध के बराबर होगा। (देखो चित्र 50.3)। यदि इसी घन को लम्बे तार के रूप में खींचा जाय तो उसकी लम्बाई बढ़ेगी और काटक्षेत्र कम होगा, किन्तु आयतन वही रहेगा। इस पर भी इस तार का आपेक्षिक प्रतिरोध वही रहेगा चूंकि पदार्थ वही है किन्तु प्रतिरोध बढ़ जायगा।

चित्र 50·3

संबन्ध (2) के अनुसार

$$R = \sigma\, l / \pi r^2$$

या $$\sigma = \frac{R \pi r^2}{l}$$

$$= \frac{\text{ohm.} \times \text{sq. cm}}{\text{cm.}} = \text{Ohm. cm.} = \text{ओह्म से. मी.}$$

उपर्युक्त समीकरण की इकाई ज्ञात करने के लिये हमने R, πr^2 व l की इकाई को रखा है। इससे ज्ञात होता है कि आपेक्षिक प्रतिरोध की इकाई ओह्म. से. मी. है। कई बार दूसरी परि॰ भाषा के अनुसार इसकी भिन्न इकाई भी मान लेते हैं। यह इकाई है ओह्म प्रति से. मी. घन—क्योंकि याद रखो एक से.मी. घन यह घन से. मी. न होकर 1 से. मी. घन है, इस का प्रतिरोध आपेक्षिक प्रतिरोध के बराबर होता है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि किसी सुचालक का प्रतिरोध उसके पदार्थ, लंबाई व काटक्षेत्र पर निर्भर करता है जब कि आपेक्षिक प्रतिरोध केवल पदार्थ पर।

कुछ पदार्थों के आपेक्षिक प्रतिरोध की सूची

पदार्थ	प्रतिरोध		पदार्थ	प्रतिरोध
तांबा	$1·7 \times 10^{-6}$ ओ.से.मी.		शीशा	$20·8 \times 10^{-6}$ ओ.से.मी.
चांदी	$1·46 \times 10^{-6}$	,,	प्लेटिनम	$11·0 \times 10^{-6}$,,
लोहा	$8·6 \times 10^{-6}$	,,	ग्रेफाइट	0·003 ओ. से. मी.
मेन्गनिन	$40·0 \times 10^{-6}$	,,	सिलिकन	0·06 ,,
यूरेका	$49·0 \times 10^{-6}$	,,	एबोनाइट	2×10^{15} ,,

समांतर क्रम में प्रतिरोधों के एक सिरे A, C व E एक स्थान C पर व दूसरे सिरे B, D, F दूसरे स्थान D पर सम्बन्धित किये जाते हैं। *धारा i का प्रवेश C बिन्दु पर व निर्गम D* बिन्दु पर होता है। C बिन्दु पर पहुँचने पर धारा के प्रवाह के लिये तीन पथ प्राप्त होते हैं, जिनमें प्रतिरोधों के मान के अनुसार वह विभाजित हो जाती है। विभाजित होकर D बिन्दु पर पुनः इन तीनों भाग मिलकर पूर्ण धारा i के बराबर हो जाते हैं। मानलो i_1, i_2, i_3 क्रमशः AB, CD व EF में प्रवेश होने वाली धारा के मान हैं। C व D बिन्दु तीनों पथों के लिये एक (common) है। यदि C और D पर विभव क्रमशः V_x और V_y मानलें तो देखा,

i　R_1　R_2　R_3

A　B　C　D　E　F

चित्र 50.4

चूंकि B व C और D व E के बीच में कोई प्रतिरोध नहीं है, अतएव ओह्म के नियमानुसार इनका विभव एक सा ही होना चाहिये—अर्थात्, $V_B = V_C$ और $V_D = V_E$. मानलो इन प्रतिरोधों में से होकर विद्युत धारा i प्रवाहित हो रही है। i का मान पूरे परिपथ में एक सा ही रहेगा, अन्यथा किसी विशेष भाग में आवेश एकत्रित होता जायगा जो कि सुचालक में सम्भवनीय नहीं है।

ओह्म के नियमानुसार

$$V_A - V_B = iR_1$$
$$V_C - V_D = iR_2$$
$$V_E - V_F = iR_3$$

इन तीनों समीकरणों को जोड़ने से

$$V_A - V_B + V_C - V_D + V_E - V_F = iR_1 + iR_2 + iR_3$$

किन्तु　　$V_B = V_C$ व $V_D = V_E$,

$$\therefore \quad V_A - V_F = i\,[\,R_1 + R_2 + R_3\,]$$

या $(V_A - V_F)\,/\,i = R_1 + R_2 + R_3$　　.... (1)

यदि A व F बिंदुओं के बीच सम्बन्धित प्रतिरोधों को हम परिणमित प्रतिरोध R के बराबर मानलें तो ओह्म के नियमानुसार,

$$V_A - V_F = iR$$

या　　$(V_A - V_F)/i = R$　　.... (2)

समीकरण 1 व 2 की तुलना करने से हम देखते हैं कि चूंकि उनकी बाईं बाजू एक है,

$$\therefore \quad R = R_1 + R_2 + R_3$$

या कई प्रतिरोधों को श्रेणी क्रम (series) में जोड़ने से उनका परिणमित प्रतिरोध सबके जोड़ के बराबर होता है।

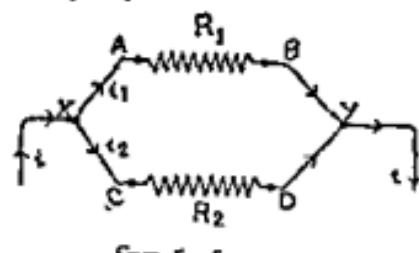
(ब) समांतर क्रम में प्रतिरोध (Resistances in parallel):—

चित्र 50.5

कह सकते हैं कि समांतर बद्धक्रम में प्रतिरोधों के वि-प्रतिरोधों का जोड़ परिणमित प्रतिरोध के वि-प्रतिरोध (conductance) के बराबर होता है।

50.7. पार्श्ववाही का सिद्धान्त (Principle of Shunt):—ऊपर समझाए अनुसार R_1 और R_2, दो प्रतिरोध समांतर बद्ध क्रम में जुड़े हुए हैं। उनमें से क्रमशः i_1 और i_2 धारा बहती है, जब पूर्ण धारा i है।

चित्र 50.6

ऊपर समझाए अनुसार,

$$V_x - V_y = i_1 R_1$$

और $V_x - V_y = i_2 R_2$

या $i_1 R_1 = i_2 R_2$

$$\text{या} \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \dots \quad (1)$$

यदि समीकरण 1 के दोनों बाजुओं (sides) में 1 जोड़ दिया जाय तो,

$$\frac{i_1}{i_2} + 1 = \frac{R_2}{R_1} + 1$$

$$\text{या} \quad \frac{i_1 + i_2}{i_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1}$$

चूंकि $i_1 + i_2 = i$,

$$\therefore \quad \frac{i}{i_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \text{ या } i_2 (R_1 + R_2) = R_1 i$$

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i \quad \dots \quad (2)$$

संबंध 1 को उल्टा करके भी लिख सकते हैं। तब,

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{R_1}{R_2} \text{ या } \frac{i_2}{i_1} + 1 = \frac{R_1}{R_2} + 1 \text{ या } \frac{i_2 + i_1}{i_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$\text{या } \frac{i}{i_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \text{ या } i_1 (R_1 + R_2) = i R_2$$

$$\therefore \quad i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \quad \dots \quad (3)$$

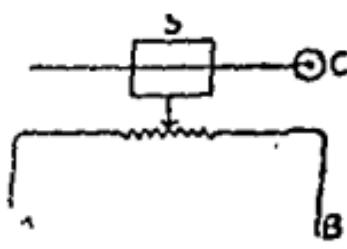
समीकरण (2) व (3) के अनुसार हम देखते हैं कि i_1 और i_2 क्रमशः R_2 व R_1 के समानुपाती है।

अब ऊपर के उदाहरण में R_1 के स्थान पर एक चल कुंडली गेल्वनोमापी

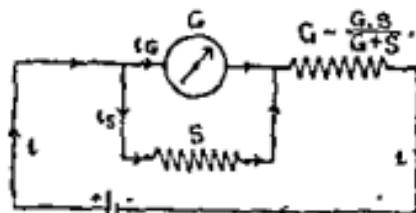
प्रतिरोध बक्स की आन्तरिक बनावट चित्र 50.9 (b) में बताई गई है। क्रमशः 1,2,2,5, 10 इत्यादि ओह्म प्रतिरोध की यूरेका, कान्स्टेन्टन अथवा मैंगनिन की कुंडलियां बनाकर पीतल के दो टुकड़ों के बीच जुड़ी रहती है। मानलो हमें 5 का प्रतिरोध बनाना है। तब पदार्थ के अनुसार व उसके काटछेद को ध्यान में रखकर विशिष्ट तार लिया जाता है। इस तार के दोनों सिरों को एक ओर करके दुहरा कर लिया जाता है। इस प्रकार दुहरे किये हुए तार को एक कुचालक पदार्थ पर लपेट दिया जाता है फिर दोनों सिरों को दो पास के पीतल के टुकड़ो से जोड़ दिया जाता है। जब डाट लगी रहता है तब धारा इस प्रतिरोध में इसलिये प्रवेश नहीं करेगी क्योंकि उसको डाट में होकर प्रवाहित होना (चूं कि वहां प्रतिरोध शून्य रहेगा) अधिक आसान होगा। डाट निकालने पर धारा को कुंडली में से होकर ही प्रवाहित होना पड़ेगा। इसी प्रकार भिन्न भिन्न प्रतिरोधों की कुंडलियां भिन्न भिन्न पीतल के टुकड़ों के बीच लगा दी जाती हैं। इस बक्स में दो अंतिम दिये जाते है जिसके द्वारा ही बक्स परिपथ में जोड़ा जाता है।

भिन्न भिन्न परास (range) के प्रतिरोध बक्स बनते हैं। यह ध्यान देने योग्य बात है कि अधिक तीव्रता वाली धारा को इनमें से अधिक देर के लिये प्रवाहित नहीं होने देना चाहिये।

(ब) धारा नियंत्रक (rheostat):—(विस्तारपूर्वक ज्ञान के लिए देखो "प्रायोगिक भौतिकी" लेखकों द्वारा) जब हम धारा की तीव्रता पर नियंत्रण रखना चाहते है, तब हमें सतत परिवर्तित हो सकने वाले प्रतिरोध की आवश्यकता होती है। यह आवश्यकता जिस उपकरण द्वारा पूर्ण होती है उसे धारा नियंत्रक कहते हैं। इसका उपयोग तभी होता है जब परिपथ प्रतिरोध को जानने की आवश्यकता नहीं होती है।

चित्र 50.10 (b) में एक धारा नियंत्रक बताया गया है। एक पोर्सेलेन अथवा अन्य किसी कुचालक पदार्थ की बनी नलिका पर एक तार लपेटा जाता है। यह तार ऐसा होना चाहिये जिसका आपेक्षिक प्रतिरोध अधिक किन्तु प्रतिरोध का ताप गुणांक कम हो—अर्थात् प्रायः यूरेका, मैन्गानिन अथवा कान्स्टेन्टन तार का प्रयोग किया जाता है। इसकी कुंडलियां पास पास लिपटी हुई होने पर भी एक दूसरे से पृथक्कारित (insulated) होती हैं। ऊपर की ओर जहां पर एक खिसकने वाला सम्बन्ध होता है यह तार नग्न रहता है। चित्र के अनुसार A व B तार के अंतिम है। S, यह ऐसा खिसकने वाला सम्बन्ध (sliding

चित्र 50.10 (a) चित्र 50.10 (b)

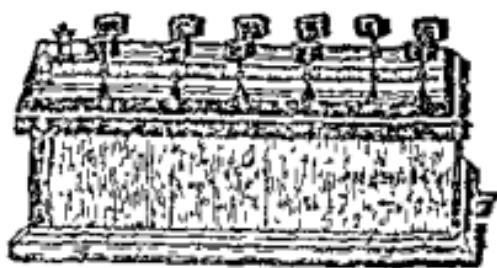
$$\therefore \quad R = GS/(S+G)$$

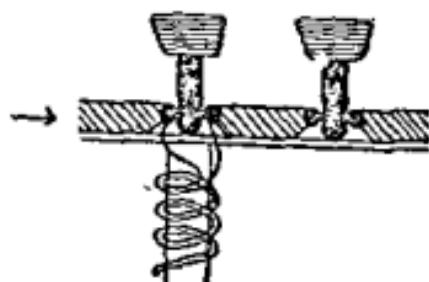
हम जानते हैं कि जब दो प्रतिरोधों को समांतर क्रम में जोड़ा जाता है तब परिणमित प्रतिरोध घटक प्रतिरोधों से छोटा होता है; अतएव $R = GS/(S+G)$ प्रतिरोध G से कम होगा। इसलिये यदि हम यह चाहते हैं कि पार्श्ववाही जोड़ने से प्रतिरोध में परिवर्तन न आये तो $G - R = G - GS/(S+G)$ के बराबर के प्रतिरोध को चित्र में बताए अनुसार गेल्वनोमापी के श्रेणी बद्ध क्रम में जोड़ देना चाहिये।

चित्र 50.8

यहां यह बात अवश्य याद रखने योग्य है कि पार्श्ववाही तभी उपयोगी सिद्ध होता है जब गेल्वनोमापी का प्रतिरोध परिपथ के अन्य प्रतिरोध की तुलना में बहुत कम हो। ऐसा न होने पर पार्श्ववाही गेल्वनोमापी को नुकसान होने से नहीं बचा सकता। उदाहरणार्थ यदि पार्श्ववाहित गेल्वनोमापी को सीधे सेल के विद्युद्ग्रों से जोड़ दिया जाय तो गेल्वनोमापी नुकसान से बच नहीं सकता है।

अंमापी (Ammetor):—पार्श्ववाही के सिद्धान्त का उपयोग अंमापी की बनावट में भी होता है जैसा कि पिछले अध्याय में समझाया गया है।

चित्र 50.9 (a)

50.8. कुछ उपयोगी उपकरण :—(अ) प्रतिरोध बक्स :—(Resistance box) कई बार हमें परिपथ में ज्ञात प्रतिरोध जोड़ना पड़ता है। यह ज्ञात प्रतिरोध एक बक्स के अन्दर रखे जाते हैं। तब इसे प्रतिरोध बक्स कहते हैं। बाहर से यह चित्र 50.9 (a) जैसा दिखाई देता है। लकड़ी का एक बक्स रहता है जिस पर पीतल के टुकड़े लगे रहते हैं। दो टुकड़ों के बीच की जगह में डाट (plug) लगा रहता है। इस डाट को निकालने से उतना प्रतिरोध जितना कि लिखा रहता है परिपथ में जुड़ जाता है। यदि हम दो या तीन डाट निकाल दें तो उतने सब प्रतिरोध श्रेणी बद्ध क्रम में जुड़ जाते हैं।

चित्र 50.9 (b)

$$\therefore R_p = 60/47 = 1{\cdot}28 \text{ ओह्म}$$

3. दो कुण्डलियों का श्रेणी क्रम में प्रतिरोध 18 ओह्म है और समांतर क्रम में 4 ओह्म। तो उनका पृथक पृथक प्रतिरोध ज्ञात करो।

मानलो उनका प्रतिरोध R_1 और R_2 है। अतएव,

$$18 = R_1 + R_2 \quad \ldots \quad (1)$$

$$\text{और } \frac{1}{4} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \ldots \quad (2)$$

समीकरण (2) से $\frac{1}{4} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \frac{18}{R_1 R_2}$ (समीकरण 1 की सहायता से)

$\therefore R_1 R_2 = 72$

या $R_1 = 72/R_2 \quad (3)$

R_1 का मान समीकरण (1) में रखने से,

$R_2 + 72/R_2 = 18$

अथवा $R_2^2 + 72 = 18 R_2$

या $R_2^2 - 18 R_2 + 72 = 0$

या $R_2^2 - 12 R_2 - 6 R_2 + 72 = 0$

या $(R_2 - 12)(R_2 - 6) = 0$

$\therefore R_2 = 12$ अथवा $6\ \Omega \quad (5)$

और $R_1 = 6$ अथवा $12\ \Omega \quad \ldots \quad (6)$

4. एक धारामापी का प्रतिरोध 100 ओह्म है। उसमें अधिक से अधिक 1 मि. ऍम्पीयर की धारा प्रवाहित की जा सकती है। यदि परिपथ में एक ऍम्पीयर की धारा प्रवाहित हो रही हो तो आवश्यक पार्श्वाही का प्रतिरोध ज्ञात करो।

हम जानते हैं कि $i_G = \frac{S}{G + S}\, i$

यहाँ $i_G = 1$ मि. ऍम्पीयर $= \frac{1}{1000}$ ऍम्पीयर, $G = 100$ ओह्म, $i = 1$ ऍम्पीयर, $S = ?$

$$\therefore \frac{1}{1000} = \frac{S}{100 + S} \times 1$$

अथवा $100 + S = 1000\, S$

अथवा $1000\, S - S = 100$

$$\therefore S = \frac{100}{999} \text{ ओह्म}$$

contact) है जो एक धातु की छड़ पर इधर उधर खिसकाया जा सकता है। इस छड़ का अंतिम C है। जब धारा नियंत्रक को परिपथ में जोड़ा जाता है तब इसके A व C या B व C अंतिमों को परिपथ में जोड़ दिया जाता है। धारा A से बाहर कुंडलियों में होती हुई S के द्वारा सीधे C में पहुंच जाती है। S को खिसकाने से परिपथ में तार की अधिक या कम कुंडलिया लेकर प्रतिरोध घटाया या बढ़ाया जा सकता है।

प्रायः इस प्रकार के धारा नियंत्रकों पर 50 Ω 1·5 amp. जैसा कुछ लिखा रहता है। इसका अर्थ यह होता है कि इस नियंत्रक में से अधिकाधिक धारा जिसे प्रवाहित करना चाहिये वह केवल 1·5 ऍपीयर है। इससे अधिक धारा भेजने से कुंडलियो के जल जाने का डर होगा। यदि नियंत्रक को A व B के बीच जोड़ा जाय तो इसका अधिकाधिक प्रतिरोध 50 Ω होगा।

(क) कुन्जी (Key):—किसी परिपथ में धारा को शुरु व बंद करने के लिये हमें कुंजी की आवश्यकता होती है। यह कुंजी दो प्रकार की होती है-(i) डाट कुंजी और (ii) दबाने वाली (tapping) कुंजी। चित्र 50.12 में देखो। दो पीतल के टुकड़ों के बीच एक डाट लगा है। इन पीतल के टुकडो का सम्बन्ध अंतिमों से होता है। जब परिपथ मे लगी ऐसी कुंजी में से डाट निकाल दिया जाता है तो धारा बढ़ जाती है। इसी प्रकार कुंजी को दबाने से सम्बन्ध स्थापित होकर परिपथ पूरा होता है और धारा बहने लगती है।

कुंजियां अन्य प्रकार की होती हैं। एक विशिष्ट प्रकार की कुंजी को दिक्परिवर्तक कहते हैं। इसे चित्र 50.15 (a) में बताया गया है। इसमें दो अंतिम स्थिर रहते हैं व दो घूम सकते हैं। इनका आपस में संबंध स्थापित कर परिपथ के किसी विशेष भाग में धारा की दिशा भी बदली जा सकती है। इसका प्रयोग बहुधा स्पर्श ज्या धारामापी के साथ होता है।

संख्यात्मक उदाहरण:—1. तीन प्रतिरोधक जिनका क्रमशः मान 3, 4, और 5, श्रोह्म है श्रेणी क्रम मे संयोजित किये गये हैं। इनका प्रतिरोध ज्ञात करो।

तुल्य प्रतिरोध $R = R_1 + R_2 + R_3 \dots = 3 + 4 + 5 = 12$ श्रोह्म

2. उपरोक्त प्रतिरोध को यदि समांतर क्रम में जोड़ा जाय तो तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो।

तुल्य प्रतिरोध R_p निम्न रूप द्वारा ज्ञात किया जा सकता है,

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

इसमें दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{20 + 15 + 12}{60} = \frac{47}{60}$$

को। देखो चित्र 50.13. पुनः उसी प्रकार प्रयोग को दुहरा कर i और V का मान ज्ञात करो। ठीक उसी प्रकार V/i का मान ज्ञात करो। यह प्रतिरोधक का प्रतिरोध R हो जायगा। सब पाठ्यांकों का मध्य मान ज्ञात कर लो।

चित्र 50.13

विशिष्ट-प्रतिरोध (Specific resistance) ज्ञात करना:—इस उपरोक्त प्रयोग में यदि हम सुचालक तार की लम्बाई l और अर्धव्यास (r) नाप लें तो सूत्र $\sigma = R\pi r^2/l$ की सहायता से σ का मान ज्ञात कर सकते हैं।

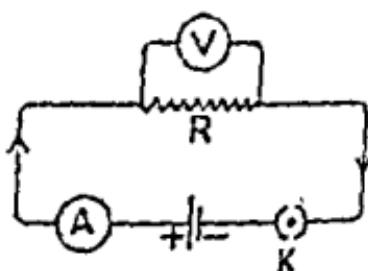
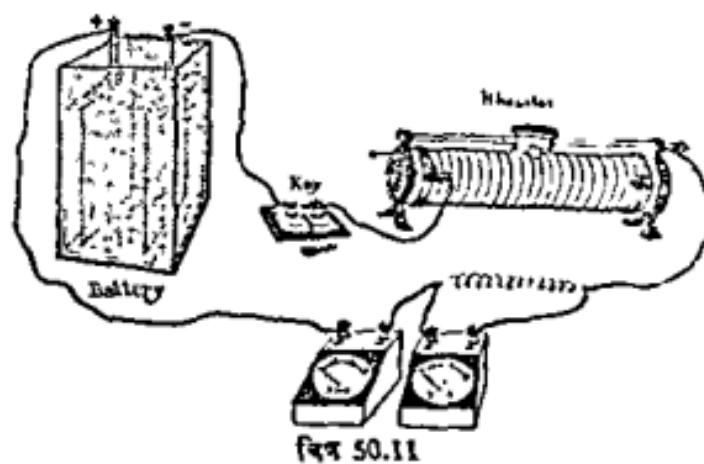
श्रेणी क्रम और समान्तर क्रम के नियमों को सिद्ध करना:—इसके लिये दो या तीन प्रतिरोधक तार लो। ऊपर समझाए अनुसार प्रत्येक के प्रतिरोध का मान (R_1, R_2 और R_3) ज्ञात करलो। फिर उनको श्रेणी क्रम में लगाकर तुल्य प्रतिरोध R_s का मान ज्ञात करलो। यह R_s का प्रयोगिक मान होगा। फिर सूत्र $R_s = R_1 + R_2 + R_3$ के आधार पर भी R_s का मान ज्ञात करो। यदि दोनों मान लगभग समान आजावें तो सूत्र की सत्यता सिद्ध हो गई। इसी प्रकार तीनों प्रतिरोधों को समान्तर क्रम में लगाकर उनका तुल्य प्रतिरोध R_p ज्ञात करो। उसी प्रकार R_p का मान सूत्र $\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ की सहायता से भी ज्ञात करो। यदि दोनों का मान लगभग बराबर आजावे तो सूत्र की सत्यता प्रमाणित हो गई।

इसी तरह हम R का, तार की लम्बाई और अनुप्रस्थ काट पर निर्भरता का नियम ($R \propto l$ और $R \propto 1/A$) सिद्ध कर सकते हैं।

50.11. ओह्म के नियम का उपयोगः—(क) परिपथ के किसी भाग के लिये :—यदि परिपथ के किसी भाग में धारा का मान i है और उसके सिरों पर विभवान्तर V है, तो ओह्म के नियमानुसार उस भाग का प्रतिरोध $R = \frac{V}{i}$ के सूत्र की सहायता से यदि कोई दो राशियें दी हुई हों तो तीसरी ज्ञात कर सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरणः—5. किसी विद्युत बल्ब में 2/11 ऍम्पीयर धारा बह रही है। यदि उसके सिरों के बीच विभवान्तर 220 वोल्ट हो तो बल्ब का प्रतिरोध ज्ञात करो।

$R = \frac{V}{i}$ के अनुसार, $R = \frac{220}{2/11} = \frac{220 \times 11}{2} = 110 \times 11 = 1210$ ओह्म

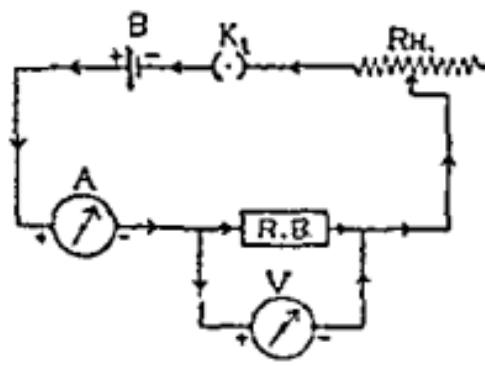
(ख) पूरे परिपथ के लिये:—जब हम ओह्म के नियम को पूरे परिपथ के लिये लगाते हैं तो हमें सम्पूर्ण (वि. वा. ब.) और सम्पूर्ण प्रतिरोध को प्रयुक्त करना पड़ता है। इसमें बाह्य परिपथ के प्रतिरोध के साथ साथ संचायक अथवा सेल के आन्तरिक प्रतिरोध को भी गणना में लेना पड़ता है। अतएव,

50.9 ओह्म नियम का सत्यापन (Verification of Ohm's law) (अधिक जानकारी के लिए लेखकों द्वारा 'प्रायोगिक भौतिकी' देखो):–चित्र के अनुसार एक संचायक (accumulator), कुंजी, धारा नियंत्रक (rheostat) अंमापी (ammeter) व प्रतिरोध बक्स (resitance box) को श्रेणी क्रम में संयोजित करो । फिर प्रतिरोध बक्स के समांतर क्रम में एक वोल्ट मापी (voltmeter) जोड़ो । प्रतिरोध बक्स में से कोई विशिष्ट प्रतिरोध का डाट निकाल लो । इससे ज्ञात प्रतिरोध R का मान मालूम हो जायगा । अब कुंजी का डाट लगाकर धारा प्रवाहित करो । उपरोक्त संबन्ध करते समय इस बात का ध्यान रखना चाहिये कि अंमापी और वोल्ट मापी का धनात्मक ध्रुव उस तरफ जोड़ा जाय जिस तरफ संचायक का धनात्मक ध्रुव हो ।

चित्र 50.11

चित्र 50.12

अंमापी से धारा का मान i और वोल्टमापी से विभवान्तर V का पाठ्यांक लेकर लिख लो । इसके बाद धारा नियंत्रक की सहायता से धारा का मान परिवर्तन करो और पुनः i और V का पाठ्यांक ले लो । इस प्रकार 7 या 8 पाठ्यांक लो । प्रत्येक से पृथक पृथक V/i का मान ज्ञात करो । आप देखेंगे कि यह मान एक स्थिरांक होगा । इस प्रकार ओह्म के नियम का सत्यापन होगा । साथ ही इस स्थिरांक का मान प्रतिरोध R के बराबर होगा ।

50.10. ओह्म के नियम की सहायता से किसी प्रतिरोधक का मान ज्ञात करना.–उपरोक्त प्रयोग में प्रतिरोध बक्स के स्थान पर प्रतिरोधक तार संयोजित कर

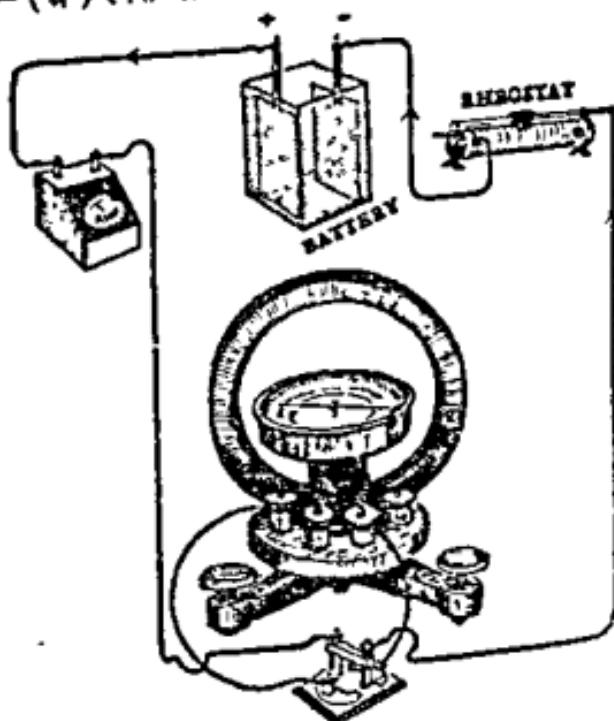
8. एक मिली. धंमापी की अधिकतम परास (range) 5 मि. धंपीयर है तथा उसका प्रतिरोध 5 ओह्म है। उसमें क्या परिवर्तन किये जाय कि वह (क) 25 मि. धं. धारा और (ख) 100 वोल्ट का विभवान्तर नाप सके।

(क) प्रथम स्थिति में उसके पार्श्वगाही लगाना होगा। मानलो पार्श्वगाही का प्रतिरोध S ओह्म है। तो जब सम्पूर्ण धारा 25 मि. धं. हो तो धारामापी में केवल 5 मि. धं. जाना चाहिये।

अतः $i_0 = \frac{S}{S+G}\, i$ में राशियों का मान रखने पर,

$$\frac{5}{1000} = \frac{S}{S+5} \times \frac{25}{1000} \text{ या } 5 = \frac{S}{S+5} \times 25$$

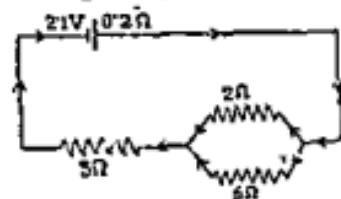
या $S + 5 = 5S$ या $4S = 5$

$\therefore S = 5/4 = 1.25$ ओह्म

50.12 स्पर्शज्या धारामापी (Tangent Galvanometer) के साथ कुछ प्रयोगः— (अ) स्पर्शज्या धारामापी का परिवर्तन गुणांक (Reduction

चित्र 50.15 (a)

factor) ज्ञात करनाः—चित्र में बताये अनुसार एक संचायक, धंमापी व धारा नियंत्रक को श्रेणी बद्ध क्रम में जोड़ो। साथ ही दिक्परिवर्तक के दो घूमने वाले [illegible]

परिपथ में बहने वाली धारा $i = \frac{E}{R} = \frac{\text{सम्पूर्ण वि. वा. ब.}}{\text{सम्पूर्ण प्रतिरोध}}$

संख्यात्मक उदाहरणः-6. एक 2·1 वोल्ट विद्युत वाहक बल का सेल जिसका आन्तरिक प्रतिरोध 0·2 ओह्म है चित्रानुसार 3, 2, और 5 ओह्म के प्रतिरोधकों से संयोजित किया जाता है। परिपथ में बहने वाली कुल धारा का मान ज्ञात करो तथा 2 और 5 ओह्म के प्रतिरोध में बहने वाली धारा का मान ज्ञात करो।

चित्र 50. 14

यहां 2 और 5 ओह्म समांतर क्रम में जुड़े हुए हैं। मानलो उनका तुल्य प्रतिरोध R है।

तो, $\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ $\therefore R = \frac{2 \times 5}{2 + 5} = \frac{10}{7}$ ओह्म

परिपथ का सम्पूर्ण प्रतिरोध $= 0·2 + 3 + \frac{10}{7} = \frac{1}{5} + \frac{3}{1} + \frac{10}{7}$

$= \frac{7 + 105 + 50}{35} = \frac{162}{35}$

$\therefore$ परिपथ में बहने वाली धारा $i = \frac{2·1}{\frac{162}{35}} = \frac{2·1}{1} \times \frac{35}{162}$

$= 73·5/162 = 0·454$ अंपीयर

2 ओह्म वाले प्रतिरोध में धारा $i_1 = \frac{5}{5 + 2} \times 0·454$

$= 2·270/7 = 0·324$ अंपीयर

5 ओह्म वाले प्रतिरोध में धारा $i_2 = \frac{2}{5 + 2} \times 0·454$

$= 0.908/7 = 0·129$ अंपीयर

7. एक विद्युत परिपथ में 2 वोल्ट वि. वा. ब. और 0·5 ओह्म आन्तरिक प्रतिरोध का सेल है जो 1, 2 और 3 ओह्म के प्रतिरोधकों से श्रेणी क्रम में जुड़ा हुआ है। मध्य प्रतिरोधक के सिरों पर विभवान्तर ज्ञात करो।

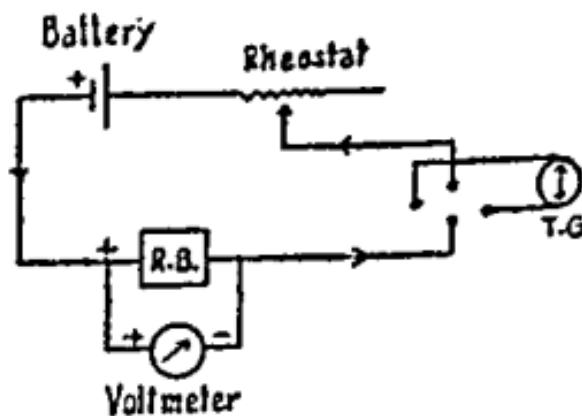
परिपथ में बहने वाली धारा $i = \frac{\text{कुल वि. वा. ब.}}{\text{कुल प्रतिरोध}}$

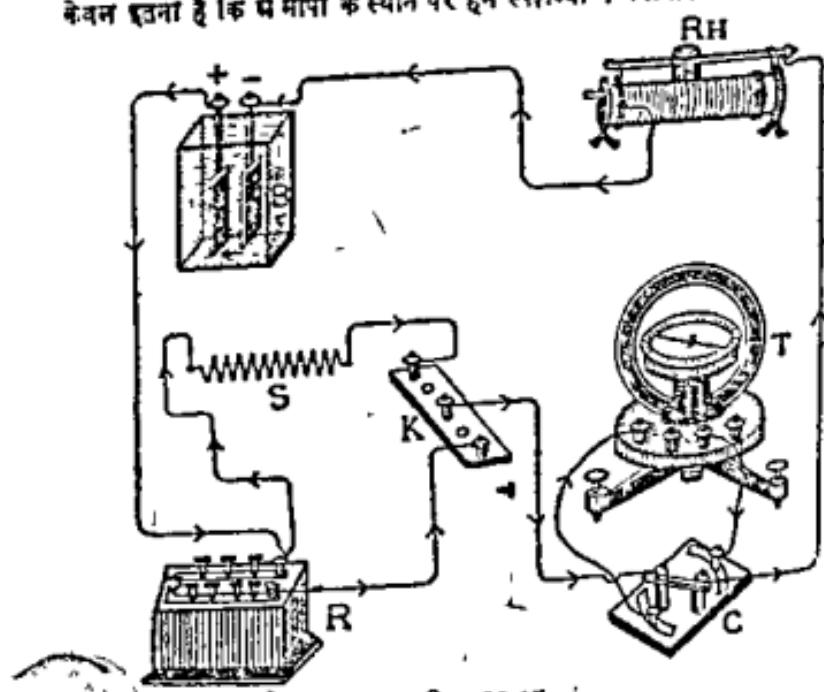
$= \frac{2·0}{0·5 + 1 + 2 + 3} = \frac{2}{6·5}$ अंपीयर

मध्य के प्रतिरोध (2 ओह्म) के सिरों पर विभवान्तर,

$V = i \times R = \frac{2}{6·5} \times 2 = \frac{4}{6.5} = 0·615$ वोल्ट।

$K = \frac{10RH}{2\pi n}$ अतएव K, r व n
का मान ज्ञात कर H का मान निकाल सकते हैं।

(ब) स्पर्शज्या गेल्वनोमापी में ओह्म के नियम का सत्यापन करना—

चित्र 50.16 (b)

चित्र 50.16 (a) या 50.16 (b) के अनुसार सम्बन्ध करो। तुम देखोगे कि इसमें अन्तर केवल इतना है कि धारामापी के स्थान पर हम स्पर्शज्या गेल्वनोमापी का उपयोग कर रहे हैं

चित्र 50.17

हैं कि यहां $C = K \tan\theta$. अतएव, ओह्म के नियम की सत्यता सिद्ध करने हमें V/C या $V/K \tan\theta$ को एक नियत संख्या R सिद्ध करना होगा।

ड़ दो। दिक्परिवर्तक के बाकी के दो ग्रंतिमों को जो स्थिर रहते हैं धारामापी के तिमों से जोड़ दो। धारा के प्रवाह को शुरू करने से पहले धारामापी का ठीक तरह जन करके उसकी कुंडली को चुम्बकीय याम्योत्तर में लाओ। अब दिक्परिवर्तन से । स्थापित कर धारा को प्रवाहित होने दो और धारामापी में औसत विक्षेप पढ़लो। ारा की दिशा को धारामापी में बदलकर पुनः विक्षेप पढ़ो। ग्रंमापी के द्वारा धारा ात करो। अब हमें मालूम है कि,

$$C = K \tan \theta$$

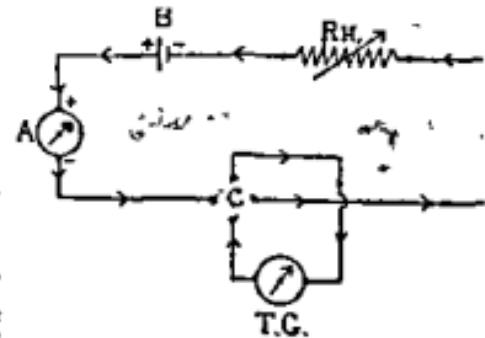
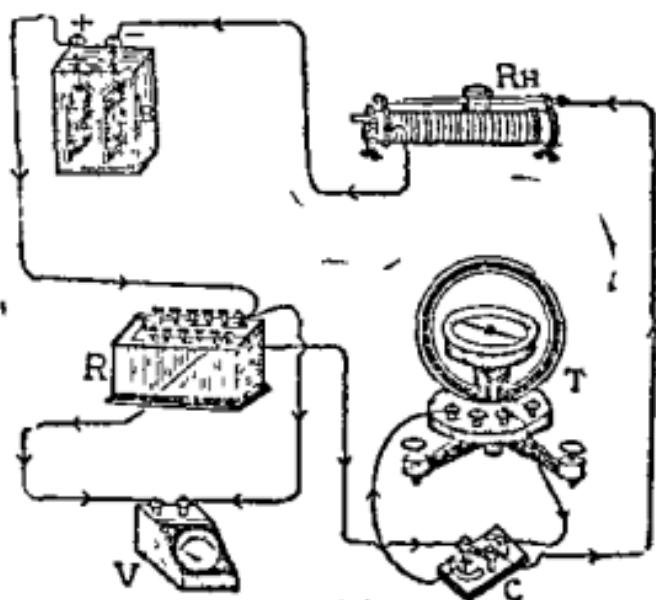
अतएव C व $\tan \theta$ को ःर K का मान मालूम करो।

किन्तु $K = H/G =$ $\pi n/10\ R = 10\ RH/2\pi n$,

अतएव, त्रिज्या R, कुंडली n व पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के ः घटक H का मान ज्ञात कर K का ान निकालो। तुम देखोगे कि दोनों ान एक ही है। (देखो लेखकों द्वारा ः भौतिकी)

B　RH　A　C　T.G.

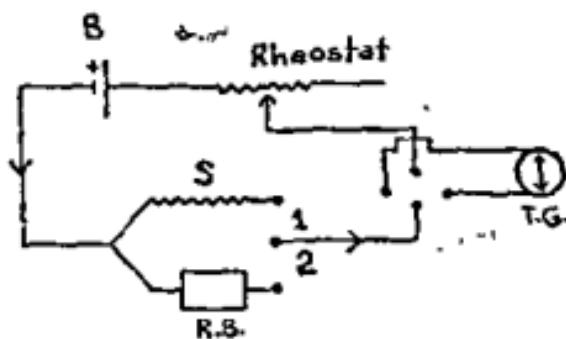
चित्र 50.15 (b)

परिभाषा के अनुसार K की इकाई अंपीयर होती है। चूंकि

चित्र 50.16

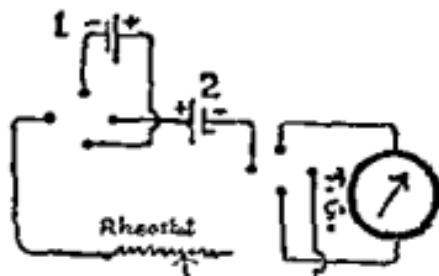
चूंकि K भी नियत संख्या होती है, इसलिये इतना पर्याप्त होगा यदि हम सिद्ध कर दें कि $V/\tan\theta$ एक स्थिरांक होता है। (विस्तार के लिए देखो, लेखकों द्वारा "प्रयोगिक भौतिकी")

(स) स्थानापन्न (Substitution) विधि से प्रतिरोध ज्ञात करना:— K एक द्विपथ कुंजी है। चित्र 50.17 और 50.17 (a) के अनुसार इस कुंजी की सहायता से एक अज्ञात प्रतिरोध S व ज्ञात प्रतिरोध R को संचायक, धारा नियंत्रक व स्पर्शज्या गेल्वनोमापी के परिपथ में जोड़ दो।

जब डाट द्वारा 1 में सम्बन्ध स्थापित होता है तब अज्ञात प्रतिरोध परिपथ में आता है व 2 में सम्बन्ध स्थापित होने पर ज्ञात प्रतिरोध।

प्रयोग के लिए गेल्वनोमापी की इतनी कुंडलियां परिपथ में लो जिससे अज्ञात प्रतिरोध परिपथ में होने पर विक्षेप 45° आए। अब कुंजी 2 में सम्बन्ध स्थापित

चित्र 50·17 (a)

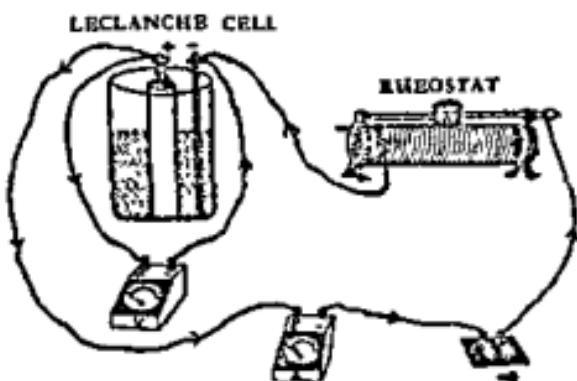
कर प्रतिरोध बक्स में से इतना प्रतिरोध निकालो कि पुनः विक्षेप पहिले जितना ही हो जाय। इस समय जितना प्रतिरोध, प्रतिरोध बक्स में से निकाला होगा उतना ही अज्ञात सुचालक का प्रतिरोध होगा। (विस्तार के लिए "प्रयोगिक भौतिकी" देखो)

(ख) दो सेलों के विद्युत वाहक बलों (E. M. F.) की तुलना करना:—मानलो दो सेलों का वि. वा. ब. क्रमशः E_1 और E_2 है इनको चित्र 50.18 के अनुसार संयोजित किया जाता है। इसमें दो दिक्परिवर्तक हैं। एक धारामापी में धारा की दिशा बदलने के लिये और दूसरा सेलों का संयोजन बदलने के लिये। सेल वाले दिक्परिवर्तक को जब एक ओर जोड़ देते हैं तो एक सेल का (+) धन ध्रुव दूसरे सेल के (-) ऋण ध्रुव से जुड़ जाता है। इस प्रकार दोनों सेलों का वि.वा.ब. एक ही दिशा में कार्य करता है। अतएव कुल वि. वा.ब. होगा $E_1 + E_2$. यदि धारा

चित्र 50.18

र्थात् जब सेल खुले परिपथ में होता है तब दोनों विद्युद्‌ग्रों के बीच का विभवान्त ल के वि. वा. ब. के बराबर होता है किन्तु जब परिपथ बंद होता है तब यह विभवान्त म हो जाता है। अब वि. वा. ब. का कुछ भाग सेल के अन्दर आन्तरिक प्रतिरोध रुद्ध धारा को भेजने के काम आता है। यदि सेल का आन्तरिक प्रतिरोध B, बाहरी रिपथ का प्रतिरोध R, धारा i व वि वा. ब. E हो तो

ओह्म के नियमानुसार $E = i(R + B) = iR + iB$ .... (1

यदि सेल खुले परिपथ में हो तो वोल्टमापी का पाठ्यांक वि. वा. व E बताएगा। जैसे ही परिपथ बंद हो जायगा यह पाठ्यांक कम होकर V बतायगा, ज V बाहरी प्रतिरोध में से धारा भेजने के लिये आवश्यक विभवान्तर है।

अतएव $V = iR$ (2

चित्र 50.19

तो (2) की सहायता से हम समीकरण 1 को निम्न रूप से लिख सकते हैं।

$E = V + iB$

या $iB = E - V$

या $B = (E - V)/i$ (3)

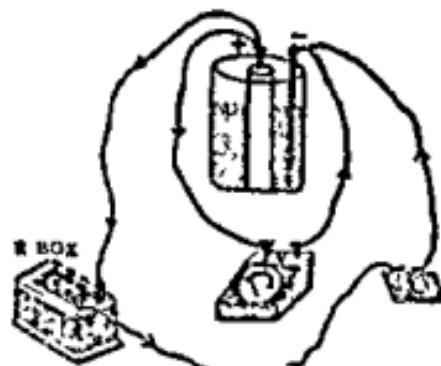
किन्तु $iR = V$ अतएव,

$i = V/R$

$\therefore B = \dfrac{E-V}{V/R}$

$= \dfrac{E-V}{V}R$ (4)

समीकरण (3) व (4) के उपयोग से हम अमापी, वोल्टमापी और प्रतिरोध बक्स की सहायता से ऊपर सम-

चित्र 50.20 (a)

भाद अनुसार (विस्तार के लिए देखो लेखकों द्वारा "प्रयोगिक भौतिकी)" सेल का आन्तरिक प्रतिरोध निकाल सकते हैं।

ऐसा देखा गया है कि सेल का आन्तरिक प्रतिरोध निम्न बातों पर निर्भर करता है।

(i) विद्युद्विश्लेष्य:—भिन्न भिन्न विद्युद्विश्लेष्यों के लिए भिन्न 2 आन्तरिक प्रतिरोध होता है।

(ii) विद्युदग्रों का आकार व रूप:—*विद्युदग्र जितने बड़े आकार के होंगे उतना आन्तरिक प्रतिरोध कम होगा।*

(iii) विद्युदग्रों का सान्निध्य:—विद्युदग्र जितने पास पास रखे होंगे उतना प्रतिरोध कम होगा। साथ ही ऐसा भी देखा गया है कि सेल का आन्तरिक प्रतिरोध उसमें से प्रवाहित होने वाली धारा की तीव्रता पर भी निर्भर करता है।

चित्र 50.20 (b)

50. 14. सेलों का समुचय (Grouping):—कई बार हमें एक सेल से संतोषजनक मात्रा में विद्युत धारा प्राप्त नहीं होती है। ऐसे समय एक से अधिक सेलों का उपयोग करना चाहते हैं। तब प्रश्न यह उठता है कि इन सेलों को किस प्रकार जोड़ा जाए जिससे इनके द्वारा अधिक मात्रा में धारा प्राप्त हो। यह बाहरी परिपथ की दशा पर निर्भर होता है।

$$i = E/R + B \qquad (1)$$

चित्र 50 21. (a)

सेलों को हम तीन विभिन्न प्रकारों में जोड़ सकते हैं।

(i) श्रेणी बद्ध क्रम में सेलें:—मानलो हमारे पास N सेलें हैं। प्रत्येक का

वि. वा. ब. E व आन्तरिक प्रतिरोध B है। मानलो बाहरी परिपथ का प्रतिरोध R है। यदि हम एक को ही जोड़ें तो, $i = E/R + B$ .... (

यदि सब सेलों को श्रेणीबद्ध क्रम में जोड़ा जाय अर्थात् एक का ऋण विद्युद्वार दूसरे के धन से व दूसरे का ऋण फिर तीसरे के धन विद्युद्वार से जोड़ा जाय तो कुल वि. वा. ब. होगा $E + E + E + \cdots\cdots N$ बार $= N \times E$. और चूंकि सब सेल श्रेणीबद्ध क्रम में है इसलिए इनका आन्तरिक प्रतिरोध भी श्रेणी क्रम में जुड़ जायगा व कुल आन्तरिक प्रतिरोध होगा $= B + B + B \cdots N$ बार $= N \times B$ अतएव, कुल प्रतिरोध होगा = बाहरी प्रतिरोध + कुल आन्तरिक प्रतिरोध

$$= R + N \times B$$

चित्र 50.21 (b)

$$\therefore \text{धारा } C = \frac{\text{कुल वि. वा. ब.}}{\text{कुल प्रतिरोध}} = \frac{NE}{R + NB} \quad \cdots \quad (2)$$

यदि आन्तरिक प्रतिरोध बाहरी प्रतिरोध की तुलना में नगण्य हो तो NB भी R की तुलना में नगण्य होगा और इस दशा में

$C_s = NE/R$ जब कि $C = E/R$

अतएव ऐसी दशा में C_s बड़ी होगी C से N गुना।

यदि सेल का आन्तरिक प्रतिरोध B अधिक हो R की तुलना में, जिससे R नगण्य हो जाय तो,

$C_s = NE/NB = E/B$ जब कि $C = E/B$

इस दशा में C_s और C एक सी होती है।

चित्र 50.22 (a)

इस प्रकार हम देखते हैं कि यदि बाहरी प्रतिरोध आन्तरिक प्रतिरोध की तुलना में अधिक हो तभी सेलों को श्रेणीबद्ध क्रम में जोड़ने से लाभ होता है।

(ii) समान्तर बद्ध क्रम में सेलें:—इस प्रकार में सब सेलों के धन विद्युद एक स्थान पर व ऋण विद्युदग्र दूसरे स्थान पर जोड़े जाते हैं। फिर इन दोनों के बीच बाहरी परिपथ जोड़ा जाता है। चूंकि सब के लिए एक ही मंजिल है, अतः कुल वि. वा. ब. एक के वि. वा. ब. के बराबर अर्थात् E के बराबर होगा। यदि कुल प्रान्तरिक प्रतिरोध S हो तो चूंकि सेलें समांतर बद्ध क्रम में हैं इसलिए,

$$\frac{1}{S}=\frac{1}{B}+\frac{1}{B}+\frac{1}{B}+\ \dots\ N \text{ बार}$$

$$= N/B$$

$$\therefore S = B/N$$

अतएव कुल प्रतिरोध

$$= R + B/N = \frac{NR+B}{N}$$

चित्र 30.22 (b)

$$\therefore \text{ धारा } C_p = \frac{E}{\frac{NR+B}{N}} = \frac{NE}{NR+B} \quad \dots \quad (3)$$

ऊपर समझाए अनुसार हम यहां बता सकते हैं कि C_p तभी C से बड़ी होगी जब बाहरी प्रतिरोध आन्तरिक प्रतिरोध की तुलना में नगण्य हो। ऐसी दशा में सेलों को समांतर बद्ध क्रम में जोड़ना अधिक लाभदायक होगा।

(iii) मिश्र बद्ध क्रम में सेलें:—मान लो हम n सेलों को श्रेणी बद्ध क्रम में जोड़ें व ऐसी m पंक्तियां बनाकर इन पंक्तियों को समांतर बद्ध क्रम में जोड़ें। चूंकि प्रत्येक पंक्ति में n सेलें हैं व कुल पंक्तियां m हैं इसलिए कुल सेलें हुईं $N = n\,m$

चूंकि प्रत्येक पंक्ति में n सेलें हैं, इसलिए प्रत्येक पंक्ति का कुल वि. वा. ब. होगा nE व आन्तरिक प्रतिरोध होगा n B. इनको अब समांतर में जोड़ा गया है। ऐसी m पंक्तियां हैं। इसलिए कुल वि. वा. ब. होगा nE और आंतरिक प्रतिरोध S होगा

चित्र 30.23

$$\frac{1}{S}=\frac{1}{nB}+\frac{1}{nB}+\ \dots\ \dots\ m \text{ बार} = \frac{m}{nB}$$

$$S = nB/m$$

वि. वा. ब. E व आन्तरिक प्रतिरोध B है। मानलो बाहरी परिपथ का प्रतिरोध R है यदि हम एक को ही जोड़ें तो, $i = E/R + B$ .... (

यदि सब सेलों को श्रेणीबद्ध क्रम में जोड़ा जाय अर्थात् एक का ऋण विद्युत् दूसरे के धन से व दूसरे का ऋण फिर तीसरे के धन विद्युदग्र से जोड़ा जाय तो कु वि. वा. ब. होगा $E + E + E + \cdots \cdots$ N बार $= N \times E$. और चूंकि सब से श्रेणीबद्ध क्रम में हैं इसलिए इनका आन्तरिक प्रतिरोध भी श्रेणी क्रम में जुड़ जायगा व कुल आन्तरिक प्रतिरोध होगा $= B + B + B \cdots$ N बार $= N \times B$ अतएव, कुल प्रतिरोध होगा = बाहरी प्रतिरोध + कुल आन्तरिक प्रतिरोध

$$= R + N \times B$$

चित्र 50.21 (b)

$$\therefore \text{धारा } C = \frac{\text{कुल वि. वा. ब.}}{\text{कुल प्रतिरोध}} = \frac{NE}{R + NB} \quad \cdots \quad (2)$$

यदि आन्तरिक प्रतिरोध बाहरी प्रतिरोध की तुलना में नगण्य हो तो NB भी R की तुलना में नगण्य होगा और इस दशा में

$C_s = NE/R$ जब कि $C = E/R$

अतएव ऐसी दशा में C_s बड़ी होगी C से N गुना।

यदि सेल का आन्तरिक प्रतिरोध B अधिक हो R की तुलना में, जिससे R नगण्य हो जाय तो,

$C_s = NE/NB = E/B$ जब कि $C = E/B$

इस दशा में C_s और C एक सी होती है।

चित्र 50.22 (a)

इस प्रकार हम देखते हैं कि यदि बाहरी प्रतिरोध आन्तरिक प्रतिरोध की तुलना में अधिक हो तभी सेलों को श्रेणीबद्ध क्रम में जोड़ने से लाभ होता है।

हम जानते हैं कि सेल का आन्तरिक प्रतिरोध B, निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त किया जाता है,

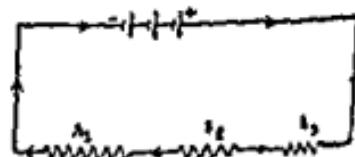
$$B = \frac{E - V}{i}$$

$$B = \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ ओह्म}$$

10. तीन सेल जिनमें प्रत्येक का वि. वा. ब. 2·1 वोल्ट और आन्तरिक प्रतिरोध 0.2 ओह्म है 3,4 और 5 ओह्म के प्रतिरोधों से श्रेणी क्रम में जुड़े हुए हैं। परिपथ में बहने वाली धारा का मान ज्ञात करो।

परिपथ में बहने वाली धारा $i = \frac{\text{सम्पूर्ण वि. वा. ब.}}{\text{सम्पूर्ण प्रतिरोध}}$

$$= \frac{2·1+2·1+2·1}{0·2+0·2+0·2+3+4+5}$$

$$= \frac{6·3}{12.6} = 0·5 \text{ अ'पीयर}$$

चित्र 50.24

11. कुछ सेलों का समूह चित्रानुसार लगा हुए है। प्रत्येक का आन्तरिक प्रतिरोध 1 ओह्म है और वि. वा. ब. 2·1 वोल्ट। r_1 और r_2 का मान क्रमशः 1 और 2 ओह्म है। बाह्य परिपथ में बहने वाली धारा का मान ज्ञात करो।

चित्र 50.25

प्रत्येक श्रेणी का वि. व. ब. = 3 × 2·1 = 6·3 वोल्ट। प्रथम श्रेणी का आन्तरिक प्रतिरोध = 3 × 1 = 3 ओह्म।

मानलो सेलों की तीनों श्रेणियों का तुल्य प्रतिरोध B है। तो

B = 3/3 = एक ओह्म

परिपथ में बहने वाली धारा $i = \frac{\text{सम्पूर्ण वि. वा. ब.}}{\text{सम्पूर्ण प्रतिरोध}}$

$$= \frac{6·3}{1+2+1} = \frac{6·3}{4} = 1·575 \text{ अ'पीयर}$$

12. एक 24 सेलों का समुदाय है। प्रत्येक सेल का वि. वा. ब. है 1·5 वोल्ट और आन्तरिक प्रतिरोध 2 ओह्म। इनको किस प्रकार संयोजित करें कि एक 12 ओह्म के प्रतिरोध में अधिकतम धारा प्रवाहित हो सके?

मानलो हम प्रत्येक श्रेणी में n सेल जोड़ें और इस प्रकार की m पंक्तियां बनावें तो, अधिकतम धारा के लिये,

$$\therefore \quad \text{कुल प्रतिरोध} = R + \frac{nB}{m} = \frac{mR + nB}{m}$$

$$\text{अतएव धारा } C_m = \frac{\text{कुल वि. वा. ब.}}{\text{कुल प्रतिरोध}} = \frac{nE}{\frac{mR + nB}{m}} = \frac{mnE}{mR + nB}$$

$$= \frac{NE}{mR + nB} \qquad (4)$$

उपर्युक्त समीकरण में m व n परिवर्तनशील हैं। उदाहरणार्थ, यदि कुल सेलें 36 हों तो हम प्रत्येक पंक्ति में 3 सेलें और ऐसी 12 पंक्तियां या 4 सेलों की 9 पंक्तियां या 6 सेलों की 6 पंक्तियां इत्यादि बना सकते हैं। C_m का मान अधिकाधिक पाने इसके लिए $NE/(mR + nB)$ अधिकाधिक होना चाहिये। यह तभी हो सकता है जब $mR + nB$ का मान न्यूनतम हो।

हमें मालूम है कि,

$$a^2 + b^2 = (\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2})^2 + 2\sqrt{a^2b^2}$$

$$\therefore mR + nB = (\sqrt{mR} - \sqrt{nB})^2 + 2\sqrt{mR \cdot nB}$$

$$= (\sqrt{mR} - \sqrt{nB})^2 + 2\sqrt{NBR}$$

यहां $a^2 = mR$

$b^2 = nB$

यदि $mR + nB$ न्यूनतम है तो दाहिने हाथ की संख्या भी न्यूनतम होनी चाहिये। इसके न्यूनतम होने के लिए $\sqrt{NBR}$ तो नियत संख्या है। अतएव $(\sqrt{mR} - \sqrt{nB})^2$, न्यूनतम होना चाहिये। चूंकि यह वर्ग संख्या है, यह हमेशा धन राशि होगी और इसलिए इसका न्यूनतम मान शून्य होगा।

अतएव $(mR + nB)$ को न्यूनतम बनाने के लिए,

$(\sqrt{mR} - \sqrt{nB}) = 0$ होना चाहिये।

या $\sqrt{mR} - \sqrt{nB} = 0$

या $\sqrt{mR} = \sqrt{nB}$ या $mR = nB$

या $m/n = B/R$ .... (5)

$$\text{अतएव,} \quad \frac{\text{पंक्तियों की संख्या}}{\text{प्रत्येक पंक्ति में सेलों की संख्या}} = \frac{\text{आंतरिक प्रतिरोध}}{\text{बाह्य प्रतिरोध}}$$

इसलिए उपर्युक्त अनुपात में यदि सेलों को जोड़ा जाय तो हमें सर्वाधिक धारा की मात्रा प्राप्त होगी। यही सबसे उत्तम तरीका है सेलों को जोड़ने का।

संख्यात्मक उदाहरण:—9. उस सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करो जिसका वि. वा. ब. 6 वोल्ट है। जब उससे 2 ऐंपीयर की धारा प्रवाहित की जाती है तो उसका विभवान्तर 4 वोल्ट हो जाता है।

9. सेलों के समुच्चय की मीमांसा करो और यह बताओ कि किस दशा में हम अधिकाधिक धारा प्राप्त कर सकेंगे ? [देखो 50.14]

संख्यात्मक प्रश्न :—

1. एक तार का व्यास 0 146 मि.मी. है तथा उसका वि. प्रतिरोध 5×10^{-6} ओह्म से. मी. है। यदि इस तार से 20 ओह्म प्रतिरोध की कुंडली बनाना चाहें तो कितनी लम्बाई लेनी होगी ? [उत्तर: 669.5 से. मी.]

2. यदि एक ग्राम तांबे को (क) 0.5 से. मी. और (ख) 1 से. मी. अर्द्ध व्यास के तारों में खींचा जाय, तो उसके प्रतिरोध का अनुपात ज्ञात करो। [उत्तर 16 : 1]

3. आपको दो प्रतिरोध बक्स दिये गये हैं जिनमें प्रत्येक में 1, 2 और 5 ओह्म के प्रतिरोध हैं। यदि आप उनसे 2.1 ओह्म का प्रतिरोध बनाना चाहते हैं तो किस प्रकार बनाओगे ?

[उत्तर: पहले से 7 ओह्म, दूसरे से 3 ओह्म लेकर दोनों को समान्तर क्रम में जोड़ो]

4. एक 1 मीटर लम्बे तार (अर्द्धव्यास 0·05 से. मी.) और दूसरे 2 मीटर लम्बे तार में एक ही मात्रा की धारा प्रवाहित की जाती है। यदि पहले तार के सिरों पर विभवान्तर 1 वोल्ट है और दूसरे पर 20 वोल्ट, तो दूसरे तार का व्यास ज्ञात करो।

[उत्तर $\frac{0.1}{\sqrt{10}}$ से. मी.]

5. एक चल कुंडली धारामापी का प्रतिरोध 50 ओह्म है और 0·5 मि. अ. की धारा से पूर्ण विक्षेप देता है। उसे (क) 200 वोल्ट के वोल्टमापी में और (ख) 2 अं. के अंमापी में किस प्रकार परिवर्तित करोगे ? [उत्तर (क) 399950 ओह्म का प्रतिरोध श्रेणी क्रम में लगाकर (ख) 0·0125 ओह्म का प्रतिरोध समांतर क्रम में लगाकर]

6. एक वोल्टमापी का प्रतिरोध 1000 ओह्म है और परास (range) 15 वोल्ट है। उसकी परास 150 वोल्ट तक किस प्रकार बढ़ाई जा सकती है ?

[उत्तर: 9000 ओह्म श्रेणी क्रम में लगाकर]

7. एक सेल का खुले पथ में वि. वा. ब. 1.5 वोल्ट है और जब उससे 0 05 अंपीयर की धारा प्रवाहित होती है तो सिरों पर विभवान्तर 1·2 वोल्ट है। सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करो। [उत्तर 6 ओह्म]

8. एक 48 सेलों का समूह है जिसका प्रत्येक का प्रतिरोध 3 ओह्म और विद्युत वाहक बल 1·8 वोल्ट है। उनको किस प्रकार संयोजित किया जाय कि एक 36 ओह्म के प्रतिरोध में अधिकतम धारा प्रवाहित हो सके ? साथ ही इस धारा का मान ज्ञात करो। [उत्तर 24 सेलों की दो श्रेणियां, 0·6 अंपीयर]

9. जब एक सेल को स्पर्शज्या धारामापी से जोड़ा जाता है तो वह 60° का विक्षेप देता है। यदि परिपथ में 20 ओह्म का प्रतिरोध और जोड़ दिया जाय तो विक्षेप 30° हो जाता है। परिपथ का प्रतिरोध ज्ञात करो। [उत्तर 10 ओह्म]

$m R = n B$ यहां R बाह्य प्रतिरोध है और B आन्तरिक,

$\therefore \quad m \times 12 = n \times 2$ .... (1)

तथा $m \times n = 24$ .... (2)

या $m \times 6 \times m = 24$ { समीकरण (1) से (n) का मान 2 में रखने पर }

या $6m^2 = 24$

$\therefore \quad m^2 = \frac{24}{6} = 4 \therefore m = 2.$

तथा $n = 12$. इस प्रकार प्रत्येक श्रेणी में 12 सेल होंगे और ऐसी 2 श्रेणियां होंगी।

बाह्य परिपथ R में धारा $i = \frac{m\,n\,E}{mR+nB} = \frac{24 \times 1{\cdot}4}{2 \times 12 + 2 \times 12}$

$\frac{24 \times 1{\cdot}4}{2 \times 24}$

या $= 0.7$ ऍम्पीयर

यह धारा दो श्रेणियों में विभाजित होती है। चूंकि प्रत्येक श्रेणी का प्रतिरोध बराबर है, अतएव प्रत्येक धारा $i_1 = i_2 = \frac{0{\cdot}7}{2} = 0{\cdot}35$ ऍम्पीयर

प्रश्न

1. ओह्म के नियम का निवेदन करो। किसी सुचालक का प्रतिरोध किन किन बातों पर निर्भर करता है और कैसे ? अतएव, आपेक्षिक प्रतिरोध की परिभाषा दो। [देखो 50.2, 50.3 और 50.4]

2. धातु व मिश्र धातु में विद्युतीय क्या अन्तर है ? इसके उपयोग बताओ। [देखो 50.5]

3. प्रतिरोधों के श्रेणी क्रम और समान्तर क्रम का नियम बताओ। इनको किस प्रकार सिद्ध किया जा सकता है ? [देखो 50.6 और 50.11]

4. पार्श्ववाही किसे कहते हैं ? इसके सिद्धान्त की मीमांसा करो। [देखो 50.7]

5. प्रयोग द्वारा ओह्म के नियम का सत्यापन किस प्रकार करोगे ? [देखो 50.9]

6. स्पर्शज्या धारामापी के गुणांक (reduction factor) से आप क्या आशय समझते हैं ? इसकी इकाई क्या है ? इसके मान को प्रयोग द्वारा कैसे ज्ञात करोगे ? क्या इससे पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक ज्ञात कर सकते हो ? [देखो 50.12]

7. विद्युत वाहक बल की परिभाषा दो। स्पर्शज्या धारामापी से दो सेलों के वि. वा. ब. में अनुपात किस प्रकार ज्ञात करोगे ? [देखो 50.12]

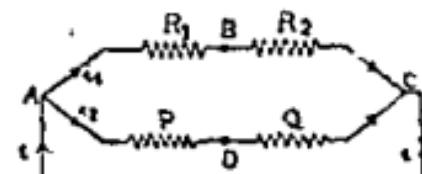
8. सेल के आन्तरिक प्रतिरोध से क्या आशय समझते हो ? यह किन किन बातों पर निर्भर करता है ? इसे किस प्रकार ज्ञात करोगे ? [देखो 50.13]

अध्याय 51

व्हीटस्टोन का सेतु

(Wheatstone bridge)

51.1. पहिले अध्याय में हम ओह्म के नियम का अध्ययन कर चुके हैं। हम यह पढ़ चुके हैं कि किस प्रकार ओह्म के नियम की सहायता से किसी सुचालक का प्रतिरोध (resistance) ज्ञात करते हैं। इस विधि में हमें वोल्टमापी और अंमापी का प्रयोग करना पड़ता है। इस अध्याय में हम एक दूसरे सिद्धान्त का प्रतिपादन करेंगे जिसमें वोल्टमापी और अंमापी की आवश्यकता नहीं रहेगी। यह सिद्धान्त व्हीटस्टोन सेतु कहलाता है।

51.2 व्हीटस्टोन का सेतु अथवा जाली (Wheatstone bridge):– मानलो R_1, R_2, P व Q ये, चार प्रतिरोध हैं। इनमें R_1, R_2 व P, Q ये श्रेणी बद्ध क्रम में तथा यह दो पंक्तियां समांतर बद्ध क्रम में जुड़ी हुई हैं। A व C ये बिन्दु हैं जहां पर किसी सेल के दो सिरे जुड़े हुए हैं। मानलो धारा की तीव्रता i है। यह धारा A बिन्दु पर दो पथों में विभाजित हो जाती है। ABC पथ में से i_1 व ADC में से i_2 धारा बहने लगती है। B व D ऐसे बिन्दु हैं जहां पर R_1 व R_2 और P व Q जुड़े हुए हैं। यदि A,B,C,D बिन्दुओं पर क्रमश: V_A, V_B, V_C व V_D विभव मान लें तो ओह्म के नियमानुसार,

चित्र 51.1

$V_A - V_B = i_1 R_1$ .... (1) $\quad$ $V_B - V_C = i_1 R_2$ .... (3)

$V_A - V_D = i_2 P$ .... (2) $\quad$ $V_D - V_C = i_2 Q$ .... (4)

इन चार समीकरणों को हम ऐसे भी लिख सकते हैं।

$V_B = V_A - i_1 R_1$ .... (5) $\quad$ $V_B = V_C + i_1 R_2$ .... (7)

$V_D = V_A - i_2 P$ .... (6) $\quad$ $V_D = V_C + i_2 Q$ .... (8)

हम जानते हैं कि दोनों दशों के लिए A व C समान (common) बिन्दु हैं। चूंकि धारा A से C की ओर प्रवाहित होती है, इसलिये B बिन्दु पर विभव, A बिन्दु से कम व C बिन्दु से अधिक होगा। इसी प्रकार D बिन्दु पर का विभव A से कम व C से अधिक होगा। चूंकि B व D पर का विभव A व C के बीच होता है अतएव यह सम्भव है कि किसी दशा में यह वास्तव में बराबर भी हो जाय। अर्थात् $V_B = V_D$ हो जाय। ऐसी दशा में यदि किसी गैल्वनोमीटर को B व D बिन्दुओं के बीच जोड़ा जाय तो गैल्वनोमीटर कोई विक्षेप नहीं देता क्योंकि उसमें से कोई धारा प्रवाहित नहीं होती।

यदि $V_B = V_D$ हो, तो समीकरण (5) और (6) व (7) और (8) वास्तव में बराबर होंगे

किया गया कार्य $W = VQ$ किन्तु $Q = it$ और $V = iR$

इसलिए $W = (iR)(it) = i^2 Rt$

यदि i और R वि. चु. इ. में हो तो W अर्ग में होगा और जब व्यावहारिक इ. में हो तो W जूल में होगा। 1 जूल = 10^7 अर्ग।

ऊष्मा के यांत्रिक कार्य की समानता के नियमानुसार हम जानते हैं कि जब कार्य होता है तब ऊष्मा पैदा होती है। इसलिए,

$H = W/J$, यहाँ J ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक (Mechanical equivalent of heat) है।

$\therefore H = (i^2 Rt)/J$, यही जूल का नियम है।

52.3. जूल के नियम का प्रायोगिक सत्यापन—एक कलरीमापी व विलोडक लो। उसमें पानी डालो जिससे लगभग 2/3 भाग भर जावे। इसमें एक ज्ञात प्रतिरोध R डालो। मानलो प्रतिरोधक, कलरीमापी व विलोडक का जल तुल्यांक w ग्रा. और पानी की संहति M ग्राम है। इन सब का प्रारम्भिक ताप $t_1°$ से. ग्रे. है।

चित्र 52,1

अब चित्र में बताये अनुसार सम्बन्ध स्थापित करो। वोल्टमापी प्रतिरोध Q के समांतर लगा हुआ है। कुंजी दबाते ही घड़ी को चलाओ। धारा का मान अंमापी में पढ़ो व विभवान्तर का वोल्टमापी में। धारा नियंत्रक की सहायता से इनको स्थिर रखो। विलोडन करते जाओ और धारा को तब तक प्रवाहित होने दो जब तक ताप 5 से लेकर 10° से.ग्रे. तक न बढ़ जाय। अब धारा को बंद कर समय अंकित करो व अन्तिम ताप t_2 को पढ़ो।

यहाँ $H = (M + w)(t_2 - t_1)$

$W = i^2 Rt \times 10^7 = iR.\,i.\,t. \times 10^7 = Vit \times 10^7$ अर्ग है।

$$\text{अतएव } J = \frac{W}{H} = \frac{Vit \times 10^7}{(M + w)(t_2 - t_1)}$$

सब राशियों का मान रखकर J का मान निकालो। यदि $J = 4.18 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलरी आता है तो जूल के नियम की सत्यता सिद्ध हो गई।

यह क्रिया J का यथार्थ मान नहीं देती है चूंकि इसमें त्रुटि के कई स्रोत होते हैं—

अध्याय 52

विद्युतीय धारा के उष्मीय प्रभाव

(Heating effects of current)

52.1 जूल का नियम (Joule's law):—जब विद्युतीय धारा किसी सुचालक में से प्रवाहित होती है तब हम देख चुके हैं कि वह चुम्बकीय क्षेत्र पैदा करती है। साथ ही सुचालक में उष्मा भी पैदा होती है। सन् 1841 ई. में वैज्ञानिक जूल ने इस उष्मीय प्रभाव का अध्ययन कर कुछ प्रायोगिक नियम बनाये जो जूल के नियम के नाम से प्रसिद्ध हैं। इन नियमों के अनुसार,

जब एक नियत धारा (steady current) किसी सुचालक में से प्रवाहित होती है तब उसके द्वारा उत्पन्न उष्मा H,

(i) धारा की तीव्रता i के वर्ग के समानुपाती होती है। $H \propto i^2$,

(ii) सुचालक के प्रतिरोध R के समानुपाती होती है। $H \propto R$,

(iii) जिस समय t तक धारा प्रवाहित होती है उसके समानुपाती होती है। $H \propto t$,

इन तीनों को एक नियम में जोड़ने से हम कह सकते हैं कि,

$$H \propto i^2 Rt \quad .... \quad (1)$$

यदि i, R व t, को वि. चु. इ. (e.m.u) में नापा जाय तो $i^2 Rt$ अर्ग में नापा जाता है।

यदि i, R, t, को व्यवहारिक (practical) इकाइयों में नापा जाय तो i^2Rt के स्थान पर $i^2Rt \times 10^7$ अर्ग लिखना पड़ेगा।

सम्बन्ध (1) को समीकरण के रूप में लिखने के लिये

$$H = \frac{i^2Rt \times 10^7}{J}$$

यहाँ J से हमारा अर्थ है उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक। इसका मान $4{\cdot}18 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलरी होता है। अतएव,

$$H = \frac{i^2Rt \times 10^7}{4{\cdot}18 \times 10^7} \text{ कलरी} = 0{\cdot}24\, i^2\, Rt \text{ कलरी} \quad .... \quad (2)$$

इस प्रकार समीकरण (2) के अनुसार i, R, t का मान प्रयोगिक इकाई में लिखने से हमें कलरी में उत्पन्न उष्मा का ज्ञात होती है।

52.2 जूल के नियम की सैद्धान्तिक मीमांसा:—हमें ज्ञात है कि जब धारा किसी सुचालक में से प्रवाहित होती है तब उसको प्रतिरोध के विरुद्ध प्रवाहित होने में कार्य करना पड़ता है और फलस्वरूप उसके दोनों सिरों के बीच विभवान्तर पैदा होता है। जब आवेश Q को विभवान्तर V से भेजा जाता है तब यदि वह ऊँचे विभव से नीचे की ओर प्रवाहित हो,तो इस क्रिया में वह कार्य करता है। यह VQ के बराबर होता है। अतएव,

किया गया कार्य $W = VQ$ किन्तु $Q = i\,t$ और $V = i\,R$

अतएव $W = (iR)(it) = i^2 Rt$

जब i और R वि. चु. इ. में हों तो W अर्ग में होगा और जब व्यावहारि
में हों तो W जूल में होगा। 1 जूल = 10^7 अर्ग।

ऊष्मा के यांत्रिक कार्य की समतुल्यता के नियमानुसार हम जानते हैं कि ज
होता है तब ऊष्मा पैदा होती है। अतएव,

$H = W/J$, जहाँ J ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक (Mechanical eq
ent of heat) है।

$\therefore H = (i^2Rt)/J$, यही जूल का नियम है।

52.3. जूल के नियम की प्रायोगिक मीमांसा—एक कलरीमापी ल
ढक लो। उसमें पानी डालो जिससे लगभग 2/3 भाग भर जावे। इसमें एक ज्ञात प्रति
R डालो। मानलो प्रतिरोधक, कलरीमापी व विलोडक का जल तुल्यांक W ग्रा. और पानी की संहति M ग्राम है। इन सब का प्रारम्भिक ताप t_1° से. ग्रे. है।

चित्र 52,1

अब चित्र में बताये अनुसार प्रबन्ध स्थापित करो। वोल्टमापी प्रतिरोध Q के समांतर लगा हुआ है। कुंजी दबाते ही घड़ी को चलाओ। धारा का मान अंमापी में पढ़ो व विभवान्तर का वोल्टमापी में। धारा नियंत्रक की सहायता से इनको स्थिर रखो। विलोडन करते जाओ और धारा को तब तक प्रवाहित होने दो जब तक ताप 5 से लेकर 10° से.ग्रे. तक न बढ़ जाय। घ
धारा को बंद कर समय अंकित करो व अन्तिम ताप t_2 को पढ़ो।

यहाँ $H = (M + w)(t_2 - t_1)$

$W = i^2 Rt \times 10^7 = iR.\ i.\ t. \times 10^7 = Vit \times 10^7$ अर्ग है।

$$\text{अतएव } J = \frac{W}{H} = \frac{V\,it \times 10^7}{(M + w)(t_2 - t_1)}$$

सब राशियों का मान रखकर J का मान निकालो। यदि $J = 4.18 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलरी आता है तो जूल के नियम की सत्यता सिद्ध हो गई।

यह क्रिया J का यथार्थ मान नहीं देती है चूंकि इसमें त्रुटि के कई स्रोत होते हैं—

उदाहरणार्थ—

(i) कलरीमापी के उपयोग से सम्बन्धित त्रुटियां

(ii) ताप t_2 की अस्थिरता

(iii) उष्मा का विकिरण से ह्रास

(iv) V व i के पढ़ने में त्रुटि

इन सब बातों को ध्यान में रखकर वैज्ञानिक केलेंडर ने निरन्तर प्रवाह विधि (Continuous flow) को अपनाया जिसका वर्णन यहां नहीं करेंगे।

संख्यात्मक उदाहरण :—1. एक जूल कलरी मापी (वि. ऊ. 0·1) की संहति 112·3 ग्राम है। इसमें रखे प्रतिरोध कुंडली का प्रतिरोध 2·5 ओह्म है। कलरी मापी में 0·4 वि. उष्मा वाला 98·2 ग्राम द्रव भरा है। कुंडली में 1·6 ऍपीयर की धारा 5 मिनट तक प्रवाहित करने पर द्रव का ताप 9°. से. ग्रे. से बढ़ जाता है। विकिरण तथा अन्य विधियों से नष्ट होने वाली उष्मा को नगण्य मान कर J का मान ज्ञात करो।

धारा द्वारा किया गया कार्य, $W = i^2 \times R \times t \times 10^7$

$= 1·6 \times 1·6 \times 2·5 \times 5 \times 60 \times 10^7$ अर्ग

उत्पन्न उष्मा H $= (112·3 \times 0·1 + 98·2 \times 0·4)\ 9$ कलरी

$= (11·23 + 39·28)\ 9$

$= 50·51 \times 9$ कलरी

∴ जूल के स्थिरांक का मान $J = \frac{W}{H} = \frac{1·6 \times 1·6 \times 2·5 \times 2·5 \times 5 \times 60 \times 10^7}{50·51 \times 9}$

$= 4.22 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलरी

52.4. विद्युत धारा के उष्मीय प्रभाव के कुछ व्यवहारिक उपयोगः— विद्युत सिगड़ी, विद्युत बल्ब, तप्ततार ऍमापी आदि के विषय में आप कक्षा X में पढ़ चुके हैं।

52.5. उर्जा और शक्ति (Energy and power):—जब कोई स्रोत कुछ कार्य करता है तो हम कहते हैं कि उसमें ऊर्जा है। साथ ही उसकी ऊर्जा का मान उसके द्वारा किया गया कार्य होता है। इसमें कार्य करने में लगने वाले समय का कोई विचार नहीं किया जाता। उदाहरणार्थ, दो मशीनें हैं, जो 100 पौण्ड के बाट को 100 फीट ऊपर उठाती हैं। पहिली मशीन यह कार्य 10 मिनट में करती है तथा दूसरी 5 मिनिट में। दोनों स्थिति में कुल किया गया कार्य = 100 × 100 × g फुट पौण्डल या 100 × 100 फुट पौण्ड है। अर्थात् दोनों मशीनों ने बराबर ऊर्जा व्यय की। फिर भी हम कहेंगे कि दूसरी वाली मशीन अधिक शक्तिशाली (powerful) है, क्योंकि उसी कार्य का सम्पादन वह अपेक्षा कृत कम समय में करती है।

यदि हम किसी वस्तु द्वारा इकाई समय में किये गये कार्य को शक्ति कहें तो उपरोक्त उदाहरण में पहिली मशीन की शक्ति 100 × 100/10 = 1000 फुट. पौण्ड प्रति मिनट और दूसरी की 100 × 100/5 = 2000 फुट पौण्ड प्रति मिनट हुई। इस

प्रकार दूसरी मशीन की शक्ति पहिली से दुगुनी है। यदि कोई स्रोत 33000 फुट पौण्ड कार्य प्रति मिनट कर सकता है तो हम उसकी शक्ति एक अश्व बल मानते हैं। यह शक्ति की बड़ी इकाई है। इसी प्रकार जब कार्य डाइन से. मी. में हो तो उसे अर्ग कहते इससे भी बड़ी इकाई जूल होती है। यह 10^7 अर्ग के बराबर होती है। इस प्रणाली शक्ति की इकाई होगी,

$$\text{शक्ति} = \frac{\text{कार्य}}{\text{समय}} = \frac{\text{अर्ग}}{\text{सेकंड}} = \text{अर्ग प्रति सेकंड}$$

या
$$\text{शक्ति} = \frac{\text{जूल}}{\text{सेकंड}} = \text{जूल प्रति सेकंड} = \text{वाट}$$

यदि किसी स्रोत की शक्ति एक वाट है तो इसका अर्थ यह हुआ कि वह एक जूल कार्य प्रति सेकंड करेगा अथवा 10^7 अर्ग कार्य प्रति सेकंड करेगा।

मानलो किसी स्रोत की शक्ति P वाट है तो t से. में वह कार्य करेगा P× जूल। मानलो P का मान 60 वाट है और $t = 5$ घंटा है, तो किया गया कार्य होगा $60 \times 60 \times 60 \times 5 = 60 \times 5 \times 3600$ जूल। ऊर्जा की यह मात्रा साधारण है। अतएव, यदि इसे कार्य की इस इकाई में नापा जाय तो बहुत बड़ी संख्या आवेगी। अतएव इसके लिये बड़ी इकाई चुनते हैं जिसे वाट आवर कहते हैं।

इसमें t का मान सेकंड के स्थान पर घंटों (आवर) में लेते हैं। इस प्रकार उपरोक्त उदाहरण में ऊर्जा होगी 60 × 5 वाट-आवर। स्पष्ट है कि यह पहिली इकाई से 3600 गुना बड़ी है। अर्थात् 1 वाट-आवर = 3600 जूल। कभी यह इकाई भी छोटी पड़ती है। अतएव इससे 1000 गुना बड़ी इकाई लेते हैं और उसका नाम है किलोवाट आवर। इस प्रकार एक किलोवाट आवर = 1000 वाट आवर = 1000 × 3600 जूल

उपरोक्त उदाहरण में ऊर्जा W = 60 × 5 × 3600 जूल
= 60 × 5 वाट आवर
= 60 × 5/1000 किलोवाट आवर
= 0.3 कि. वा. आवर।

62.6. विद्युतीय उपकरणों में शक्ति का अर्थ:—साधारणतया हम शक्ति उसी वस्तु में मानते हैं जो काम करने की क्षमता रखती है। जैसे रेल का इंजन, बिजली घर का इंजन आदि। इंजन अपनी शक्ति व्यय करता है और गाड़ी को खींचता है। हम यह भी कह सकते हैं कि गाड़ी उस शक्ति का उपयोग करती है इस आशय में हम यह भी कह सकते हैं कि बड़ी मात्रा गाड़ी की शक्ति है। इस आशय में हम शक्ति का प्रयोग विद्युतीय उपकरणों में करते हैं। चूंकि हम भिन्न भिन्न रूप में भिन्न भिन्न स्थान पर विद्युतीय शक्ति का उपयोग करते हैं, उसका मूल्य देने के लिये व्यय की गई ऊर्जा का अनुमान लगाना आवश्यक है। उदाहरणार्थ बिजली का लट्टू लो। जब यह जलता है तो विद्युतीय खर्च होती है। जितनी ऊर्जा प्रति सेकंड खर्च होती है उसे हम उस बल्ब की शक्ति (पावर) कहते हैं। मानलो हमारे बल्ब की शक्ति 60 वाट है। इसका आशय यह हुआ

उदाहरणार्थ—

(i) कलरीमापी के उपयोग से सम्बन्धित त्रुटियां

(ii) ताप t_2 की अस्थिरता

(iii) उष्मा का विकिरण से ह्रास

(iv) V व i के पढ़ने में त्रुटि

इन सब बातों को ध्यान में रखकर वैज्ञानिक केलेन्डर ने निरन्तर प्रवाह विधि (Continuous flow) को अपनाया जिसका वर्णन यहां नहीं करेंगे ।

संख्यात्मक उदाहरण :—1. एक जूल कलरी मापी (वि. ऊ. 0·1) की संहति 112·3 ग्राम है । इसमें रखे प्रतिरोध कुंडली का प्रतिरोध 2·5 ओह्म है । कलरी मापी में 0·4 वि. उष्मा वाला 98·2 ग्राम द्रव भरा है । कुंडली में 1·6 अंपीयर की धारा 5 मिनट तक प्रवाहित करने पर द्रव का ताप 9°. से. ग्रे. से बढ़ जाता है । विकिरण तथा अन्य विधियों से नष्ट होने वाली उष्मा को नगण्य मान कर J का मान ज्ञात करो ।

धारा द्वारा किया गया कार्य, $W = i^2 \times R \times t \times 10^7$

$= 1·6 \times 1·6 \times 2·5 \times 5 \times 60 \times 10^7$ अर्ग

उत्पन्न उष्मा H $= (112·3 \times 0·1 + 98·2 \times 0·4)\ 9$ कलरी

$= (11·23 + 39·28)\ 9$

$= 50·51 \times 9$ कलरी

∴ जूल के स्थिरांक का मान $J = \frac{W}{H} = \frac{1·6 \times 1·6 \times 2·5 \times 2·5 \times 5 \times 60 \times 10^7}{50·51 \times 9}$

$= 4.22 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलरी

52.4. विद्युत धारा के उष्मीय प्रभाव के कुछ व्यवहारिक उपयोगः—

विद्युत सिगड़ी, विद्युत बल्ब, गर्मतार अंमापी आदि के विषय में आप कक्षा X में पढ़ चुके हैं ।

52.5. ऊर्जा और शक्ति (Energy and power):—

जब कोई स्रोत कुछ कार्य करता है तो हम कहते हैं कि उसमें ऊर्जा है । साथ ही उसकी ऊर्जा का मान उसके द्वारा किया गया कार्य होता है । इसमें कार्य करने में लगने वाले समय का कोई विचार नहीं किया जाता । उदाहरणार्थ, दो मशीनें हैं, जो 100 पौण्ड के बाट को 100 फीट ऊपर उठाती हैं । पहिली मशीन यह कार्य 10 मिनट में करती है तथा दूसरी 5 मिनिट में । दोनों स्थिति में कुल किया गया कार्य = 100 × 100 × g फुट पौण्डल या 100 × 100 फुट पौण्ड है । अर्थात् दोनों मशीनों ने बराबर ऊर्जा व्यय की । फिर भी हम कहेंगे कि दूसरी वाली मशीन अधिक शक्तिशाली (powerful) है, क्योंकि उसी कार्य का सम्पादन वह अपेक्षा कृत कम समय में करती है ।

यदि हम किसी वस्तु द्वारा इकाई समय में किये गये कार्य को शक्ति कहें तो उपरोक्त उदाहरण में पहिली मशीन की शक्ति 100 × 100/10 = 1000 फुट पौण्ड प्रति मिनट और दूसरी की 100 × 100/5 = 2000 फुट पौण्ड प्रति मिनट हुई । इस

पंखे की शक्ति $= E \times i = 220 \times 0{\cdot}25 = 55{\cdot}00$ वाट

कुल 10 बल्ब की शक्ति $= 4 \times 40 + 6 \times 60 = 160 + 360 = 520$

इनमें खर्च हुई ऊर्जा $= \frac{520 \times 4 \times 30}{1000} = \frac{52 \times 12}{10}$ कि. वा. घा.

2 पंखों द्वारा खर्च ऊर्जा $= \frac{2 \times {\cdot}5 \times 6 \times 30}{1000} = \frac{11 \times 6 \times 3}{10}$ कि. वा. घा.

$\therefore$ कुल ऊर्जा $= 62{\cdot}4 + 19{\cdot}8 = 82{\cdot}2$ कि. वा. घा.

इसका मूल्य 25 पै. की दर से, $25 \times 82{\cdot}2$ पैसा

$= \frac{25 \times 82{\cdot}2}{100}$ रुपया $= \frac{2055{\cdot}0}{100} = 20{\cdot}55$ रुपये

प्रश्न

1. जूल के नियम का निवेदन करो व उसकी सत्यता को सिद्धान्त व प्रयोग से सिद्ध करो। (52.1, 52.2, 52.3)

2. उष्मा के यांत्रिक तुल्यांक से तुम क्या समझते हो ? इसके मान को प्रयोग द्वारा कैसे सिद्ध करोगे ? (देखो 52

3. विद्युत धारा के उष्मीय प्रभावों के व्यवहारिक उपयोगों का वर्णन करो। (देखो 52.

4. गर्म तार अंमापी का क्या सिद्धान्त है ? इसका क्या विशेष उपयोग समझाओ। (देखो 52.

5. किलोवाट पावर किसे कहते हैं ? एक किलोवाट कितने अर्ग के बर होता है ? (52.

संख्यात्मक प्रश्न —

1. एक यूनिवर्सीटी होस्टल में 300 आधा–वाट लेम्प 220 वोल्ट के हैं। प्रत्येक लेम्प 100 केन्डल पावर का है तो सारे समुच्चय का प्रतिरोध ज्ञात करो। प्रत्येक लेम्प 5 घण्टे प्रतिदिन जलता है तो एक माह में कितना व्यय आयेगा ? बिजली दर 4 आना प्रति इकाई है। साथ ही प्रवाहित अधिकतम धारा का मान भी ज्ञात करो
(उत्तर 3·227 ओह्म 68·18 अंपीयर) (562 रु. 8 आ.)

2. एक पात्र में 0° से. ग्रे. पर 100 ग्राम पानी है। उसमें एक प्रतिरोधक कुंडली रख कर उसे 200 वोल्ट की लाइन से संयोजित कर दिया जाता है। 10 मिनट के पश्चात आधा पानी वाष्प में परिणित हो जाता है। विकिरण द्वारा उष्मा का ह्रास तथा पात्र का जल तुल्यांक नगण्य मान कर कुंडली का प्रतिरोध ज्ञात करो।
(वाष्प की गु. ऊ. $= 540$, $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ अर्ग/कलरी)
(उत्तर 154·44 ओह्म)

कि वह 60 वाट शक्ति उपभोग करेगा अर्थात् 60 जूल ऊर्जा प्रति सेकंड उपभोग करेगा। इसको 5 घंटे जलाने से 60×5 वाट—आवर ऊर्जा व्यय होगी यानी 69 × 5/1000 कि. वा.—आवर ऊर्जा व्यय होगी। जूल में इस ऊर्जा का मान होगा 60 × 5 × 60 × 60 और अर्ग में 60 × 5 × 60 × 60 × 10^7 अर्ग होगा।

52.7 विद्युतीय उपकरणों की शक्ति का विभवान्तर और धारा से सम्बन्ध:-मानलो उपरोक्त लट्टू V वोल्ट के विभवान्तर पर कार्य कर रहा है और उसका प्रतिरोध R ओह्म है। वह t सेकंड तक जलता है। तो जैसा कि हम ऊपर अनुच्छेद 2 में पढ़ चुके हैं कि इसमें किया गया कार्य W होगा,

$W = i^2 . R. t$ जूल, यदि i और R प्रयोगिक इकाई में है।

$= i^2 R. t \times 10^7$ अर्ग.

या $W = i. R. i. t$ जूल $= E. i. t$ चूंकि $E = i.R$

$\therefore$ कार्य प्रति सेकंड $= W/t = E. i$ जूल प्रति सेकंड $= E.i.$ वाट $= E^2/R$

इस प्रकार लट्टू की शक्ति $P = W/t = E.i.$ वाट

अतएव शक्ति, वाट में = विभवान्तर वोल्ट में × धारा अ्पीयर में और ऊर्जा जूल में = विभान्तर वोल्ट में × धारा अ्पीयर में × समय सेकंड में तथा

ऊर्जा किलोवाट आवर में $= \frac{\text{विभवान्तर वोल्ट में} \times \text{धारा अंपीयर में}}{1000} \times$ समय घंटों में

ऊर्जा की इस इकाई को हम बोर्ड आफ ट्रेड यूनिट (B. O. T.) भी कहते हैं। आप प्रायः कहते हैं कि इस माह बिजली 5 यूनिट खर्च हुई तो हमारा आशय इस यूनिट से होता है।

संख्यात्मक उदाहरण—2. एक 40 वाट का बल्ब 6 घंटे रोज के हिसाब से महिने भर तक जलता है। तो बताओ कुल कितनी ऊर्जा खर्च होगी ? यदि लाइन का विभवान्तर 220 वोल्ट है तो लट्टू में कितनी धारा बहेगी और उसका प्रतिरोध कितना है ?

हम जानते हैं कि, $P = Ei \therefore 40 = 220 \times i$

$$\therefore i = \frac{40}{220} = \frac{2}{11} \text{ अंपीयर} \quad \text{(i)}$$

$$\text{प्रतिरोध } R = \frac{V}{i} = \frac{220}{1} \times \frac{11}{2} = 110 \times 11 = 1210 \text{ ओह्म} \quad \text{(ii)}$$

$$\text{ऊर्जा } W = \frac{V.i.t}{1000} = \frac{P \times t}{1000} = \frac{40 \times 6 \times 30}{1000} = \frac{72}{10} = 7\cdot2 \text{ इकाई}$$

3. एक मकान में 40 वाट के 4 और 60 वाट के 6 बल्ब तथा दो पंखे हैं, जिनकी प्रत्येक की धारा क्षमता 0·25 अंपीयर है। यदि लाइन का विभवान्तर 220 वोल्ट है और बल्ब प्रतिदिन चार घंटे जलते हैं तथा पंखे 6 घंटे प्रतिदिन चलते हैं तो एक महिने का क्या बिल होगा ? बिजली की दर 25 पैसा प्रति इकाई है।

प्राप्त होते हैं। वैसे ही घोल में हम विद्युद्रों द्वारा विभान्तर पैदा करते हैं धनायन ऋणाग्र की ओर व ऋणायन धनाग्र की ओर गतिशील होते हैं व इस प्रकार धारा प्रवाहित होती है।

63.3. फॅराडे का विद्युद्विश्लेषण का नियम:—(Faraday's law of Electrolysis) इस विद्युद्विश्लेषण का वैज्ञानिक फॅराडे ने खूब अध्ययन किया और फलस्वरूप उसने निम्न लिखित नियमों का प्रतिपादन किया।

प्रथम नियम :— जब किसी विद्युद्विश्लेष्य से विद्युतीय धारा प्रवाहित होती है तब उसके द्वारा जो आयनों की मात्रा विद्युद्रव पर पदार्थ के रूप में प्राप्त होती है (जमा होती है liberated) वह उसमें से भेजे गये आवेश के समानुपाती होती है। यदि आयनों की मात्रा m व आवेश की राशि Q हो तो,

$$m \propto Q$$

चूंकि $Q = i \times t$, यहां i धारा व t समय का मान है जिसके लिए धारा बहती है।

$$\text{तब } m \propto i\,t$$

या
$$m = e\,i\,t \quad .... \quad (1)$$

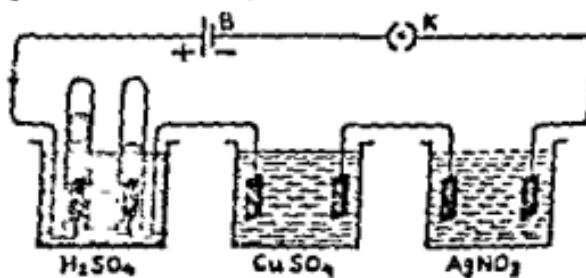
यहां e स्थिरांक है जिसका मान पदार्थ पर निर्भर करता है। इसे किसी पदार्थ का विद्युत रासायनिक तुल्यांक (electro chemical equivalent) कहते हैं।

समीकरण 1 में यदि $i = 1$ अंपीयर व t = एक सेकन्ड हो तो,

$$m = e \quad .... \quad (2)$$

अतएव, किसी पदार्थ का विद्युत रासायनिक तुल्यांक (electro-chemical equivalent) वह मात्रा है जो 1 अंपीयर धारा के 1 सेकन्ड तक प्रवाहित होने से विद्युद्र पर जमा होती है। इस मात्रा को ग्राम में तोलते हैं। दूसरे शब्दों में हम यह भी कह सकते हैं कि एक कूलम्ब आवेश से जितनी आयन की मात्रा जमा (liberate) हो वह पदार्थ का विद्युत रासायनिक तुल्यांक कहलाएगा।

द्वितीय नियम:—यदि भिन्न भिन्न विश्लेषण धारामापियों में से एक ही तीव्रता की धारा एक ही समय के लिए प्रवाहित करें तो उसके द्वारा जो भिन्न भिन्न पदार्थ

चित्र 53.2

आयन छुटकारा पाकर विद्युद्रों पर जमा होंगे उनकी संहति उनके रासायनिक तुल्य भार (chemical equivalent weight) के समानुपाती होगी।

अध्याय 53

विद्युत धारा के रासायनिक प्रभाव

(Chemical effects of current)

53.1 विद्युद्विश्लेषण :—जब कोई विद्युत धारा किसी ठोस सुचालक में से प्रवाहित होती है तब वह चुम्बकीय तथा उष्मीय प्रभाव उत्पन्न करती है किन्तु रासायनिक प्रभाव उत्पन्न करने में असमर्थ रहती है। किन्तु यदि धारा को किसी सुचालक घोल में से प्रवाहित किया जाय तो वह उसमे रासायनिक प्रभाव डालती है । दूसरे शब्दों में, घोल अपने रासायनिक अवयवों मे विघटित हो जाता है। जिन दो भागों में उसका विघटन (decomposition) होता है वे एक दूसरे के विरुद्ध दिशा मे प्रवाहित होते हैं। इस प्रकार की क्रिया से जिस घोल का विघटन होता है उसे विद्युद्विश्लेष्य (electrolyte) कहते हैं। इस घटना को जिसके द्वारा धारा के प्रवाह से विद्युद्विश्लेष्य का विघटन होता है विद्युद्विश्लेषण कहते हैं। जिस पात्र में रखकर यह क्रिया होती है उस पात्र को विश्लेषण धारामापी (voltameter) कहते हैं। जिन ठोस सुचालकों के द्वारा धारा, विश्लेषण धारामापी में प्रवेश तथा निर्गम करती है उन्हें विद्युदग्र (electrode) कहते हैं। जिस विद्युदग्र से धारा प्रवेश करती है अर्थात जहां धन अंतिम को जोड़ा जाता है उसे धनाग्र कहते हैं व दूसरे को ऋणाग्र (cathode)। जिन घटकों में घोल विभाजित होता है उन्हें आयन (ion) कहते हैं। इनमे जो आयन धनाग्र की ओर आकर्षित होते हैं उन्हें ऋणायन व ऋणाग्र की ओर आकर्षित होने वाले को धनायन कहते हैं।

उदाहरणार्थ चित्र देखो। एक पात्र में नीले थोथे (copper sulphate) का घोल लिया है। यह विद्युद्विश्लेष्य है। A व C दो विद्युदग्र हैं। इनमें A धनाग्र व C ऋणाग्र है। $CuSO_4=Cu^{++}+SO_4^{--}$ के अनुसार नीले थोथे का विग्रह (decoposition) होकर उससे Cu^{++} तांबे का आयन व SO_4^{--} सल्फेट का आयन बनता है। धारा प्रवाहित होने पर Cu^{++} आयन C की ओर आकर्षित होता है इसलिये इसे धनायन कहते हैं व SO_4^{--} को ऋणायन चूंकि यह A की ओर आकर्षित होता है।

चित्र 53.1

53.2 विद्युद्विश्लेषण का सिद्धान्त :—वैज्ञानिक अर्हेनियस के अनुसार जब किसी पदार्थ के लवण को घोल रूप मे लिया जाता है तब उसका घोल बनाते ही वह अपने घटकों में विग्रहित होता है। यह घटक आवेष्टित होते हैं और इन्हें आयन कहते हैं। यदि एक घटक धन आवेश से आवेष्टित होगा तो दूसरा ऋण आवेश से। इस प्रकार नीले थोथे का घोल बनाते ही हमें Cu^{++} तांबे के धनायन व SO_4^{--} के ऋणायन

चित्र 53.3

पट्टिकायें A, A व C होती हैं। इनमें A A आपस में संबंधित है। पात्र में नीले थोथे ($CuSO_4$) का घोल भरा रहता है। चित्र के अनुसार एक संचायक द्वारा धारा नियंत्रक व अंमापी में होते हुए संबंध स्थापित करो। धारामापी को A पट्टिका संचायक के धन विद्युदग्र से व C पट्टिका ऋण विद्युदग्र से जुड़ी रहती है।

अब पट्टिका C को बाहर निकाल कर रेती से खूब रगड़-रगड़कर साफ करो। फिर अच्छी तरह से पोंछकर उसका भार मालूम कर लो। अब इसे विश्लेषण धारामापी में लगादो। धारा को शुरू करो। लगभग 1/2 घंटे के लिये धारा को बहने दो। प्रयोग करते समय यह ध्यान रखो कि धारा की तीव्रता बिल्कुल नियत रहे। आधे घंटे के पश्चात्, समय को अंकित कर पट्टिका C को बाहर निकाल लो। निकालते ही उसे पानी से खूब धो कर सुखालो। अब इसका भार ज्ञात करो। भार वृद्धि उस पर जमा हुए तांबे के भार को बताएगी। अतएव,

$$m = e\,i\,t \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

इस समीकरण में m, i व t के मान ज्ञात कर e का मान मालूम करो।

हम अंमापी के स्थान पर स्पर्शज्या गेल्वनोमापी का उपयोग भी धारा नापने के लिये कर सकते हैं। चित्र 53.3 देखो। हमें स्पर्शज्या गेल्वनोमापी की कुंडलियां n, उसकी त्रिज्या R व विक्षेप θ ज्ञात है। तब,

$$i = K \tan\theta$$

या

$$i = (H/G) \tan\theta$$

$$= \left(H / \frac{2\pi n}{10R}\right) \tan\theta = \frac{10RH}{2\pi n} \tan\theta$$

अतएव समीकरण 1 में इस i का मान रखने से

$$e = m \Big/ \left(\frac{10RH}{2\pi n} \tan\theta . t\right) \quad \cdots \quad (2$$

[illegible] करते समय यह ध्यान रखना चाहिये कि स्पर्शज्या गेल्वनोमापी में विक्षेप [illegible] 5, 5 मिनट पश्चात् हमें गेल्वनोमापी में विक्षेप विपरीत दिशा में कर उनके [illegible] को गणना में लेना चाहिये।

[illegible] प्रकार समीकरण (2) की सहायता से भी हम e का मान ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरणार्थ, मानलो हम पानी, नीला थोथा व silver nitrate के विद्युद्विश्लेष्य लेते हैं व तीनों में एक साथ i धारा को t समय के लिए प्रवाहित करते हैं। इसके कारण मानलो जो हाइड्रोजन, तांबा तथा चांदी की मात्रा जमा होती है वह क्रमशः m_1, m_2 व m_3 ग्राम है। इन पदार्थों के रासायनिक तुल्यांक भार (chemical equivalent weights) क्रमशः w_1, w_2, व w_3 हैं। तो,

नियमानुसार,

$$m_1 : m_2 : m_3 :: w_1 : w_2 : w_3 \quad .... \quad (3)$$

किन्तु प्रथम नियमानुसार

$m_1 = e_1\, i\, t$, $m_2 = e_2\, i\, t$ व $m_3 = e_3\, i\, t$

जहां e_1, e_2 e_3 क्रमशः विद्युत रासायनिक तुल्यांक हैं।

अतएव सम्बन्ध 3 होगा,

$$e_1\, i\, t : e_2\, i\, t : e_3\, i\, t :: w_1 : w_2 : w_3$$

या $$e_1 : e_2 : e_3 :: w_1 : w_2 : w_3 \quad .... \quad (4)$$

इस प्रकार किसी पदार्थ के विद्युत रासायनिक तुल्यांक व रासायनिक तुल्यांक भार समानुपाती होते हैं। किन्हीं दो पदार्थों के लिये,

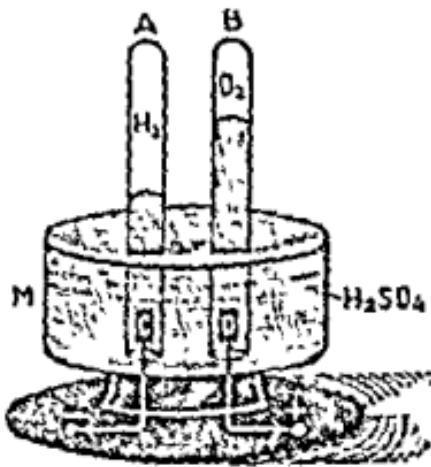
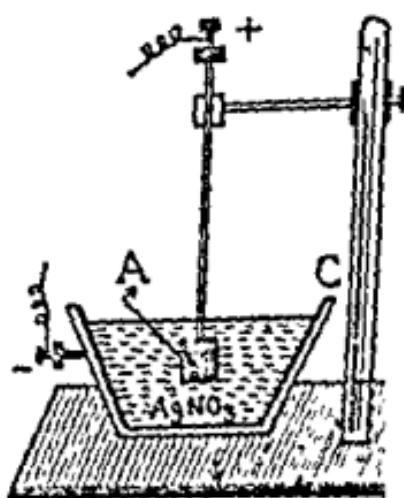
$$e_1 : e_2 :: w_1 : w_2$$

या $$e_1/e_2 = w_1/w_2 \quad .... \quad (5)$$

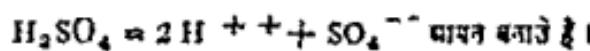
यदि समीकरण (5) में 3 राशियां ज्ञात हों तो 4 थी ज्ञात हो सकती है। यदि हमें किसी पदार्थ का विद्युत रासायनिक तुल्यांक व उसका और दूसरे पदार्थ का रासायनिक तुल्यांक भार ज्ञात हो तो समीकरण (5) की सहायता से हम दूसरे पदार्थ का विद्युत रासायनिक तुल्यांक ज्ञात कर सकते हैं।

53.4. फराडे:—हमें ज्ञात है कि चांदी का विद्युत रासायनिक तुल्यांक 0·001118 ग्राम प्रति कूलम्ब है। हमें यह भी विदित है कि चांदी का रासायनिक तुल्यांक भार 108 ग्राम होता है। अतएव यदि हम चांदी का 108 ग्राम भार विद्युद्विश्लेषण के द्वारा जमा करना चाहते हैं तो हमें 108/0.001118 = 96500 कूलम्ब (लगभग) विद्युत आवेश को प्रवाहित करना पड़ेगा। नियम 2 के अनुसार स्पष्ट है कि इसी आवेश द्वारा हम 1 ग्राम हाइड्रोजन या 63/2 = 31·5 ग्राम तांबा प्राप्त करने में सफल होंगे। 1 ग्रा. हाइड्रोजन का व 31·5 ग्राम तांबे का रासायनिक तुल्यांक भार ग्राम में है। यहां यह याद रखना चाहिये कि,

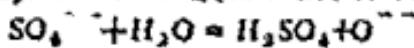
$$\text{पदार्थ का रासायनिक तुल्यांक भार} = \frac{\text{पदार्थ का परमाणु भार}}{\text{संयोजकता (valency)}}$$

53.5. किसी पदार्थ का विद्युत रासायनिक तुल्यांक [electro chemical equivalent (e.c.e.)] ज्ञात करना:–चित्र 53.1 और 53.3 के अनुसार एक तांबे का विश्लेषण पात्र मानो लो। इसमें एक बर्तन के पात्र में ठोस तांबे को

चित्र 53.4

चित्र 53.5

(क) पानी का विश्लेषण धारामापी:—एक कांच के पात्र में दो प्लेटि
के विद्युद्वार होते हैं जिन पर पानी से भरी परख नली उल्टी की जाती है। पानी में
बूंदे अम्ल (acid) की डाल दी जाती है जिससे वह सुचालक बन जाय। H_2S
डाला गया तो,

$$H_2SO_4 = 2H^{++} + SO_4^{--} \text{ आयन बनाते हैं।}$$

H^+ आयन हाइड्रोजन के रूप में ऋणाग्र के ऊपर की नली में जमा होता है।

$$SO_4^{--} + H_2O = H_2SO_4 + O^{--}$$

इस प्रकार O^{--} आयन बनकर वे आक्सीजन के रूप में धनाग्र के ऊपर उल्टी
गई परखनली में पानी हटाकर एकत्रित हो जाता है।

उपर्युक्त क्रियाओं से स्पष्ट है कि H_2SO_4 की मात्रा में कोई अन्तर नहीं हो
है। ऐसा मालूम पड़ता है मानो H_2 व O सीधे पानी से ही बने हैं।

53.8. विद्युद्विश्लेषण के व्यवहारिक उपयोग:—(अ) विद्युत्लेपन—
(Electroplating):—हम पहिले पढ़ चुके हैं कि किस प्रकार धनायन, ऋणाग्र पर
जमा हो जाते हैं। विद्युत्लेपन का सिद्धान्त है कि जिस वस्तु पर हमें किसी का लेप चढ़ाना
हो उसे ऋणाग्र बनाया जाता है और धनाग्र उसे बनाया जाता है जिसका लेप देना हो।
घोल भी लेप देने वाली वस्तु के किसी लवण (salt) का बनाना है। इस प्रकार हम लोहे
की वस्तु पर निकल, चांदी अथवा सोने का लेप दे सकते हैं। विद्युत्लेपन करते समय कई
विशेष सावधानियां रखनी पड़ती हैं। वस्तु जिस पर लेप चढ़ाना हो एकदम स्वच्छ होनी
चाहिये। घोल एक विशेष सामर्थ्य का होना चाहिये। धारा की मात्रा निश्चित होनी
चाहिये। घोल में किसी भी प्रकार की मिलावट नहीं होना चाहिये।

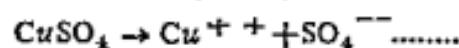
विद्युत टाइप भी इसी तरीके से बनाया जाता है।

53.6. विश्लेपण धारामापी का अंपामी जैसा उपयोग:—चल कुंडली अंमापी के बारे में हम पहले पढ़ चुके हैं। धारा के यथार्थ मापन के लिये अंमापी बहुत अधिक उपयुक्त नहीं है। हम विश्लेपण धारामापी के सिद्धान्त में पढ़ चुके हैं कि $m = e\ i\ t$. यदि हमें m, e व t का ज्ञान हो तो इस समीकरण की सहायता से हम i का मान मालूम कर सकते हैं। e एक स्थिरांक है व m का मान हम बहुत यथार्थता से ज्ञात कर सकते हैं। अतएव i का मान भी यथार्थतापूर्वक ज्ञात होता है। यहां आवश्यकता केवल इस बात की है कि जिस धारा को हम नापना चाहते हैं वह स्थिर होना चाहिये और अधिक समय तक प्रवाहित होने वाली होनी चाहिये। इस काम के लिये हम चांदी का विश्लेपण धारामापी उपयोग में लाते हैं। चांदी का इसलिये कि उसका रासायनिक तुल्यांक भार अधिक यानी 108 होने के कारण e का मान भी अधिक होता है। इस कारण थोड़े समय में m की मात्रा अधिक आती है। अतएव जब कभी हमें स्थिर धारा को पूर्ण यथार्थता से नापना होता है तब हम परिपथ में चांदी का विश्लेपण धारामापी उपयोग में लाते हैं।

कई बार हम अंपीयर की परिभाषा भी इसी सिद्धान्त पर देते हैं। 1 अंपीयर की धारा वह धारा है जो 1 सेकण्ड के लिए प्रवाहित होकर 0·001118 ग्राम चांदी जमा करे।

53.7 कुछ विश्लेपण धारा मापियों का वर्णन:—(i) तांबे का विश्लेपण धारामापी:—इसका वर्णन हम स्थान स्थान पर कर चुके हैं।

एक विशेष बात यह है कि ऋणाग्र की पट्टिका में कोई भी सिरे तीक्ष्ण नहीं होना चाहिये। जब इसमें से धारा प्रवाहित करना हो तब यह बात ध्यान में रखना चाहिये कि 50 वर्ग से. मी. पट्टिका के क्षेत्रफल के लिए धारा की तीव्रता 1 अंपीयर होना चाहिये।

जब नीले थोथे $CuSO_4$ का घोल हम लेते हैं तब

$$CuSO_4 \rightarrow Cu^{++} + SO_4^{--}........$$

इसमें से Cu^{++} आयन ऋणाग्र की ओर जाकर अपना धन आवेश देकर तांबे के रूप में उस पर जमा हो जाते हैं। SO_4^{--}...आयन यह धनाग्र के तांबे के साथ क्रिया कर $Cu + SO_4 = CuSO_4$ बनाते हैं। इससे तांबा जमा होने पर भी घोल की शक्ति (strength) स्थिर रहती है।

(ब) चांदी का विश्लेपण धारामापी:—इसमें भी उपर्युक्त धारामापी जैसे धनाग्र व ऋणाग्र चांदी के होते हैं व घोल रजतयूमीय $AgNO_3$ का। $AgNO_3$ के घोल का विग्रह होता है $Ag^+ + NO_3^-$.... आयन में। Ag^+ आयन अपना आवेश ऋणाग्र को देकर उस पर चांदी के रूप में जमा होते हैं व NO_3 धनाग्र से क्रिया कर $Ag + NO_3 = AgNO_3$ का घोल बनता रहता है। इस प्रकार $AgNO_3$ के घोल का सामर्थ्य नियत रहता है।

अतः चांदी, तांबा और हाइड्रोजन का भार क्रमशः 201·24, 59·33, 1·88 ग्राम

3. एक ताम्र विश्लेषण धारामापी एक सेल और स्पर्शज्या धारामापी से श्रेणी क्रम में जुड़ा हुआ है। आधे घंटे में 0·2988 ग्राम तांबा जमा होता है। स्पर्शज्या धारामापी में 45° का विक्षेप आता है। स्पर्शज्या धारा मापी का परिवर्तन गुणांक ज्ञात करो। (तांबे का वि. रा. तु. 0·00033 ग्राम प्रति कूलंब है)

हम जानते हैं कि, $k = \dfrac{i}{\tan\theta}$ .... (1)

तथा $m = e.\ t.\ i.$ .... (2)

समीकरण (2) से i का मान निकाल कर (1) में रखने से,

$$k = \frac{m}{e.\ t.\ \tan\theta} \quad .... \quad (3)$$

$$= \frac{0{\cdot}2988}{0{\cdot}00033 \times 1 \times 30 \times 60 \times 1} = \frac{29880}{33 \times 18 \times 100}$$

$= 0{\cdot}50$ अ'पीयर

प्रश्न

1. फेराडे के विद्युत्‌ विश्लेषण के नियमों का उल्लेख करो। (देखो 53.3)

2. विद्युत-रासायनिक-तुल्यांक से क्या समझते हो ? फेराडे किसे कहते है ? (देखो 53.3 और 53.4)

3. किसी पदार्थ का वि. रा. तु. किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 53.5)

4. टिप्पणियां लिखो:—(i) विद्युत्‌लेपन, (ii) विश्लेषण धारामापी का, अ'मापी जैसे उपयोग। (देखो 53.8 और 53.9)

संख्यात्मक प्रश्न :—

1. एक रजतीय विश्लेषण-धारा मापी (Silver voltameter) में कितने समय तक 1 अ'पीयर की धारा प्रवाहित करें ताकि 0·11183 ग्राम चांदी जमा हो जाय ? चांदी का विद्युतीय-रासायनिक-तुल्यांक 0·0011183 ग्राम प्रति कूलंब है।

(उत्तर : 1 मि. 40 से.)

2. तीन ताम्र विश्लेषण-धारा-मापी प्रतिरोध के साथ समान्तर क्रम से एक सेल से जोड़ दिये जाते हैं। यदि 30 मिनट में उनमें 0·763, 0·742, और 0·755 ग्राम धातु जमा होता है तो सेल में कुल कितनी धारा प्रवाहित होती है ? तांबे का वि. रा. तु. = 0·000329 ग्राम/कूलंब। (उत्तर : 3·86 अ'पीयर

3. यदि क्रोमियम का वि. रा. तु. 0·00018 ग्राम प्रति कूलंब है तो 3 घंटे में 0·972 ग्राम क्रोमियम जमा करने के लिये कितनी धारा की आवश्यकता होगी ?

(उत्तर 0·5 अ'पीयर)

(ब) धातुओं को स्वच्छ व शुद्ध करना:—जब हम शुद्ध धातु चाहते हैं तः ग्राग्र को शुद्ध धातु का तथा धनाग्र को अशुद्ध धातु का बनाते हैं। उसी धातु के किसी ण (salt) का घोल लिया जाता है। विद्युद्विश्लेषण से शुद्ध धातु ऋणाग्र पर जमा होते ते हैं। सोडियम, पोटेशियम इत्यादि कई धातु इसी प्रकार की विधि से प्राप्त किये ते हैं।

(क) डाक्टरी कामों में प्रयोग:—आजकल विद्युद्विश्लेषण द्वारा आवश्यक पदार्थ ार में डाले या शरीर से बाहर निकाले जा सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण:-1. एक ताम्र विश्लेषण धारामापी मे 10 मिनट 0.75 ग्राम तांबा जमा होता है। यदि तांबे का वि. रा. तु. 0·000328 म/कूलंब है तो धारा का मान ज्ञात करो।

सूत्र $m = e.\ i.\ t.$ में दी हुई राशियों का मान रखने पर,

$0{\cdot}75 = 0{\cdot}000328 \times i \times 10 \times 60$

$$i = \frac{0{\cdot}75}{0{\cdot}000328 \times 10 \times 60} = 3{\cdot}1 \text{ ऍपीयर}$$

2. तीन विश्लेषण धारा मापी जिनमें नीले थूथे का, सिलवर नाईट्रेट ा गंधक के ग्रम्ल का घोल है, श्रेणी क्रम से संबंधित किये जाते हैं। क 10 ऍपीयर की धारा उनमें 5 घंटे तक प्रवाहित की जाती है। तो तांबा, ांदी और हाइड्रोजन का कितना भार जमा होगा। चांदी का वि. रा. तु. 0.001118 ग्राम प्रति कूलंब है तथा चादी, तांबा और हाइड्रोजन के रमाणु भार क्रमशः 107·88, 63·57 और 1·008]

पहिले नियम में,

जमा हुई चांदी की संहति $m = e.\ i.\ t.$

$= 0{\cdot}001118 \times 10 \times 5 \times 60 \times 60 = 201{\cdot}24$ ग्राम

यदि m_1 और m_2 ग्राम तांबा और हाइड्रोजन जमा होतो है तो भार उनके रासायनिक तुल्यांक के अनुपात में होंगे। चूंकि रासायनिक तुल्यांक भार = परमाणुभार/वेलेन्सी

चांदी का तुल्यांक भार $= \frac{107{\cdot}88}{1} = 107{\cdot}88$

और तांबे का तुल्यांक भार $= \frac{63{\cdot}57}{2} = 31{\cdot}78$

तथा हाइड्रोजन का तुल्यांक भार $= 1{\cdot}008$

$\therefore \quad \frac{m_1}{m} = \frac{31{\cdot}78}{107{\cdot}88}$ या $m_1 = \frac{31{\cdot}78}{107{\cdot}88} \times m$

या $m_1 = \frac{31{\cdot}78}{107{\cdot}88} \times \frac{201.24}{1} = 59{\cdot}38$ ग्राम

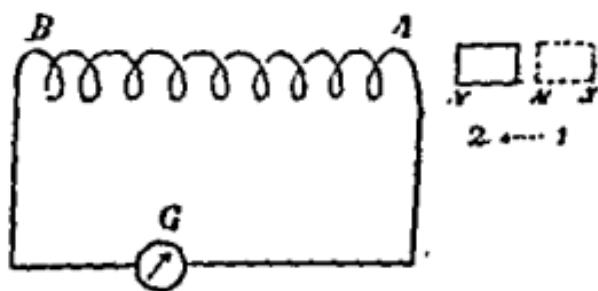
इसी प्रकार $m_2 = \frac{1{\cdot}008 \times 201{\cdot}24}{107{\cdot}88} = 1{\cdot}88$ ग्राम

अध्याय 54

विद्युत चुम्बकीय प्रेरण व डाइनेमो

(Electromagnetic Induction)

54.1. प्रस्तावना:—हमें ज्ञात है कि चुम्बक ध्रुव से अथवा विद्युत आवेश से हम प्रेरण द्वारा चुम्बकीय ध्रुव या आवेश उत्पन्न कर सकते हैं। वैज्ञानिक फैराडे ने यह सोचा कि विद्युतीय धारा के कारण प्रेरण से विद्युतीय धारा उत्पन्न करना सम्भव होना चाहिये। जिस प्रकार विद्युत धारा के कारण चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है उसी प्रकार इसके विपरीत अर्थात् चुम्बकीय क्षेत्र से विद्युत धारा उत्पन्न करना सम्भव होना चाहिये। फैराडे बड़ी लगन के साथ इस कार्य में जुट गये और कठिन परिश्रम तथा लगन के फलस्वरूप इस बात को सिद्ध करने में 29 अगस्त सन् 1831 में सफल हुए। यह तारीख भौतिक विज्ञान में स्वर्ण अक्षरों द्वारा लिखे जाने योग्य है। इसी यश के कारण आज हम विद्युतीय क्षेत्र में और फलस्वरूप अन्य क्षेत्रों में इतनी प्रगति देख पाते हैं।

54.2. विद्युत चुम्बकीय प्रेरण तथा फैराडे के नियम (Electromagnetic induction and Faraday's laws):—प्रयोग—एक कुंडली

चित्र 54.1 (a)

चित्र 54.1 (b)

AB लो और उसे किसी धारा मापी से सम्बन्धित करो। ध्यान रहे कि परिपथ में वि. वा. ब. का कोई उद्गम (जैसे सेल) नहीं हो। अतएव, धारामापी में विक्षेप होने का प्रश्न ही नहीं उठता है। मानलो NS एक सामर्थ्यशाली चुम्बक है जिसका N ध्रुव कुंडली की ओर संकेत करता है। यदि चुम्बक को शीघ्रता से स्थिति (1) से स्थिति (2) में ले जाय जिससे चुम्बक, कुंडली के A सिरे के बिल्कुल पास आ जाय, तो तुम देखोगे कि इस दशा (जिसमें चुम्बक स्थिति (1) से (2) में जाने के लिये गतिमान है) धारा मापी में क्षणिक विक्षेप होता है। विक्षेप तभी होगा जब कुंडली में कोई वि. वा. ब. उत्पन्न हुआ हो। इसका कारण केवल चुम्बक की गति ही हो सकती है। इस प्रकार से उत्पन्न विद्युत वाहक बल को प्रेरित विद्युत वाहक बल (Induced e. m. f.) कहते हैं और जिस घटना (phenomenon) के कारण यह उत्पन्न होता है उसे

4. एक ताम्र विश्लेषण धारामापी व स्पर्शज्या धारामापी को श्रेणी क्रम में लगाया जाता है जिससे धारामापी में 30° का विक्षेप आता है। यदि धारामापी में 10 फेरे हैं और कुंडली का अर्ध व्यास 5 से. मी. है तो 30 मिनट में कितना तांबा जमा होगा ? (हाइड्रोजन का वि. रा. तु. 0·00001045, H = 0·36 और ताम्बे का परमाणु भार 63·57 है तथा तांबा द्वाइवेलेन्ट है।) (उत्तर 0·0981 ग्राम)

5. एक धारा जब स्पर्शज्या धारामापी में प्रवाहित की जाती है तो 45° का विक्षेप आता है। जब वही धारा ताम्र विश्लेषण धारा मापी में प्रवाहित की जाती है तो 30 मिनट में 0·3 ग्राम तांबा जमा होता है। यदि तांबे का वि. रा. तु. 0·00033 ग्राम प्रति कूलंब है तो धारा का मान ज्ञात करो। (उत्तर 0·0505 ऍम्पीयर)

6. किसी रजत विश्लेषण-धारा मापी में कितने समय तक 1 ऍम्पीयर की धारा प्रवाहित करने पर 0·559 ग्राम चांदी जमा होगी ? (चांदी का वि. रा. तु. 0·001118 ग्राम प्रति कूलंब है। (उत्तर 1 घंटा 23 मिनट 20 सेकंड)

ठीक इसी प्रकार जब चुम्बक को पुनः स्थिति (2) से स्थिति (1) में लि[illegible]
जाता है तो उसी प्रकार बल रेखाओं में परिवर्तन द्वारा और पुनः [illegible] प्रकार [illegible]
में विक्षेप आयगा। देखो चित्र 54.3 (a) और (b)।

चित्र 54.3 (a)

चित्र 54.3 (b)

इस मीमांसा को ध्यान में रखकर फैराडे ने विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के निम्न
नियम निर्देशित किये:—

फैराडे का प्रथम नियम:—जब किसी कुंडली में से जाने वाली चुम्बकीय [illegible]
की बल रेखाओं में परिवर्तन होता है तब प्रेरित वि. वा. ब. उत्पन्न होता है और [illegible]
तभी तक होता है जब तक परिवर्तन हो रहा हो।

फैराडे का द्वितीय नियम:—प्रेरित वि. वा. ब. की मात्रा बल रेखाओं [illegible]
परिवर्तन दर की समानुपाती होती है। यदि e प्रेरित वि. वा. ब. व बल रेखाओं [illegible]

परिवर्तन दर $\frac{N_2-N_1}{t}$ हो,

तो $$e \propto \frac{N_2-N_1}{t}$$

या $$e = K. \frac{N_2-N_1}{t}$$

जब सब राशियों को विद्युत चुम्बकीय इकाइयों में नापा जाता है, तब स्थिरांक

$$K = 1$$

और $$\therefore e = \frac{N_2-N_1}{t} \quad \text{....} \quad (1)$$

54.3. वि. वा. ब. की दिशा को निर्धारित करना:—प्रयोग—चित्र 54.4 में बताए अनुसार कुंडली AB को सेल व धारामापी से संबन्धित करो। अब धारा को प्रवाहित करके गेल्वनोमापी के विक्षेप को देखो। धारा की दिशा परिवर्तित कर पुनः विक्षेप देखो। जब हम कुंडली के A सिरे की ओर देख रहे हों तब,

(i) यदि धारा का प्रवाह दक्षिणावर्त है तो गेल्वनोमापी विक्षेप दाईं ओर, और

(ii) यदि धारा का प्रवाह वामावर्त है तो गेल्वनोमापी, विक्षेप बाईं ओर दे

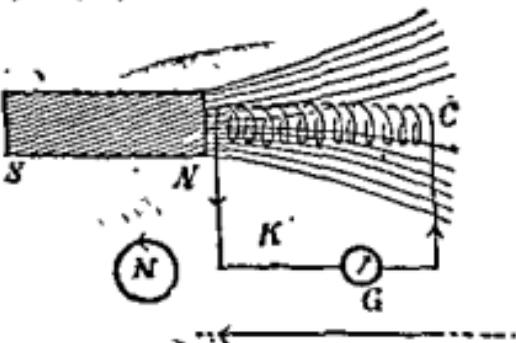
।

विद्युत चुम्बकीय प्रेरण (Electro-magnetic induction) कहते हैं। यदि कुंडली का परिपथ पूर्ण है तो इस वि. वा. ब. से धारा उत्पन्न होगी जिसे प्रेरित धारा (Induced current) कहते हैं।

यदि उपर्युक्त प्रयोग को, एक अधिक सामर्थ्यशाली चुम्बक के द्वारा बिलकुल ऐसे ही दुहराया जाय तो हम देखते हैं कि क्षणिक विक्षेप, अतएव, प्रेरित वि. वा. ब. और अधिक बढ़ गया है।

मीमांसा.—चित्र 54.2 (a) देखो। जब चुम्बक स्थिति (1) में है तब उसमें से निकलने वाली बल रेखाओं में से कुछ कुंडली के अन्दर प्रवेश कर रही हैं। जैसे-जैसे हम चुम्बक को कुण्डली के पास-पास लाते जायेंगे वैसे-वैसे कुंडली में प्रविष्ट होने वाली बल रेखाओं की संख्या बढ़ते जायगी। देखो चित्र 54.2 (b)

चित्र 54.2 (a)

मानलो यदि स्थिति (1) में N_1 बल रेखायें प्रवेश कर रही हैं व स्थिति (2) में N_2। तो स्थिति (1) से (2) तक चुम्बक को गतीयमान करने से, प्रविष्ट होने वाली बल रेखाओं में N_1 से N_2 तक परिवर्तन हुआ। इसी के फलस्वरूप

चित्र 54.2 (b)

कुंडली में वि. वा. ब. प्रेरित हुआ। जैसे ही चुम्बक की गति शून्य हुई बल रेखाओं में परिवर्तन शून्य हुआ, और फलस्वरूप विक्षेप तथा वि. वा. ब. भी शून्य हुआ।

जब इस प्रयोग को शीघ्रता पूर्वक किया जाता है—(अर्थात यदि पहिले चुम्बक को (1) से (2) स्थिति में लाने के लिए t समय लगता है और अब t_1 समय लगे, ($t > t_1$) तब हम देखते हैं कि प्रेरित वि. वा. ब. अधिक है। इसका कारण स्पष्ट है। पहिले बल रेखाओं के प्राविष्ट होने में परिवर्तन की दर,

$\frac{N_2 - N_1}{t}$ थी जब कि अब $\frac{N_2 - N_1}{t_1}$ है। यह दर अधिक है (चूंकि $t > t_1$) और इसलिये प्रेरित वि. वा. ब. अधिक होगा।

कुंडली की स्थिति में किसी भी प्रकार की छेड़ छाड़ न कर सेल को हटा दो। म्बक को स्थिति (1) से (2) तक शीघ्रता पूर्वक ले जाओ और धारामापी ो। तुम देखोगे कि यदि चुम्बक ति से वापिस स्थिति (1) में ो पुनः धारामापी में क्षणिक विक्षेप ; इस विक्षेप की दिशा विपरीत प्रयोग को उत्तर व दक्षिण ध्रुव ाओ। अपने पाठ्यांक नीचे बतायी नुसार लिखो—

B A C K G

चित्र 54.4

सारिणी

चुम्बक का ध्रुव कुंडली ास आता है	विक्षेप बाईं ओर	अतएव धारा वामावर्त A कुंडली में	इसलिये A चेहरा उत्तर ध्रुव जैसे
ध्रुव कुंडली से : जाता है	विक्षेप दाईं ओर	अतएव धारा दक्षिणावर्त A कुंडली में	इसलिये A चेहर' दक्षिण ध्रुव जैसे
क्षण ध्रुव ली के पास ाता है	विक्षेप दाईं ओर	अतएव धारा दक्षिणावर्त A कुंडली में	इसलिये A चेहरा दक्षिण ध्रुव जैसे
ण ध्रुव डली से दूर ाता है	विक्षेप बाईं ओर	अतएव धारा वामावर्त A कुंडली में	इसलिये A चेहरा उत्तर ध्रुव जैसे

ांसा:—ऊपर की सारिणी से स्पष्ट है कि जब उत्तर ध्रुव कुंडली के ा दक्षिण ध्रुव उससे दूर जाता है विक्षेप बाईं ओर आता है। हम कि धारामापी में जब विक्षेप बाईं ओर होता है तब धारा का प्रभाव ा तरफ देखने से वामावर्त होता है। हम पहिले पढ़ चुके हैं कि किसी ा प्रभाव वामावर्त (anticlockwise) होता है तब वह चेहरा जैसा कार्य करता है। इसलिये हम ऐसा भी कह सकते हैं कि ा लाने का प्रयत्न करते हैं अथवा दक्षिण ध्रुव को दूर ले जाने

चित्र 51.6 (c)

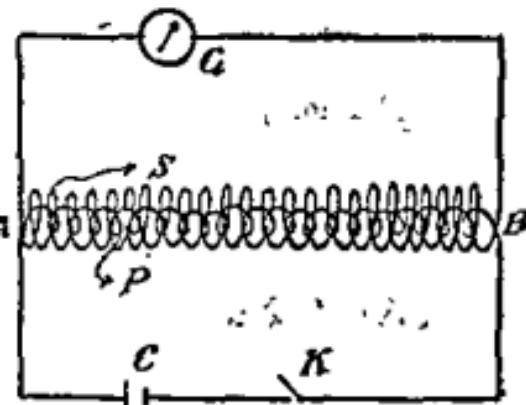
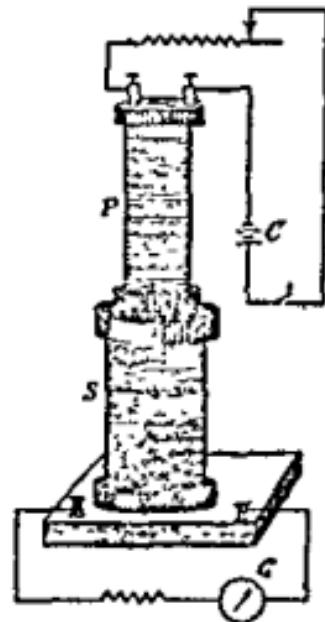
मशीन जैसे उपयोगी उपकरण जिनके द्वारा अधिक विभव उत्पन्न किया जा सकता है अपनी कार्य प्रणाली के लिये अन्योन्य प्रेरण पर निर्भर करते हैं।

51.6. आत्म प्रेरण (Self induction):—यदि किसी कुंडली में

चित्र 51.7

हम कुंजी दबाकर धारा को भेजें तो उसमें धारा के प्रवाहित होने से चुम्बकीय बल क्षेत्र उत्पन्न होगा। इस बल क्षेत्र की रेखायें कुंडली में प्रवेश करेंगी। अतएव इन बल रेखाओं के परिवर्तन के कारण फैराडे के नियमानुसार कुंडली में ही प्रेरण से वि. वा. ब. एवं धारा उत्पन्न होनी चाहिये। इसी प्रकार यदि किसी प्रवाहित होने वाली धारा को एकदम शून्य कर दिया जाय तो धारा के शून्य होने से बल रेखायें भी शून्य होंगी और इस कारण नियमानुसार पुनः वि. वा. ब. व धारा प्रेरित होनी चाहिये। इस प्रकार किसी कुंडली में बहने वाली धारा की तीव्रता में परिवर्तन के कारण उसी कुंडली में विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के नियमोंनुसार वि. वा. ब. एवं धारा प्रेरित होती है। इस घटना को आत्म प्रेरण कहते हैं। जब कुंडली की धारा में वृद्धि होती है उस समय उसका विरोध करने के लिये जो वि. वा. ब. एवं धारा प्रेरित होती है उसे प्रतिलोम वि. वा. ब. एवं धारा कहते हैं। इसी प्रकार जब धारा की तीव्रता में ह्रास होता है उस समय दिष्ट वि. वा. ब. एवं धारा, प्रेरण से उत्पन्न होती है। अतएव, प्रेरण के कारण उत्पन्न वि. वा. ब. एवं धारा, कुंडली में धारा की वृद्धि तथा ह्रास दोनों का विरोध करती है। यह आत्म प्रेरण, कुंडलियों की संख्या, उनके क्षेत्रफल, माध्यम तथा धारा की तीव्रता में परिवर्तन दर पर निर्भर करता है।

आत्म प्रेरण से उत्पन्न प्रतिलोम प्रेरित धारा को प्रयोग द्वारा दिखाना:—ऊपर चित्र में बताए अनुसार एक धारामापी को कुंडली के समान्तर में संबंधित

रेखायें शून्य होंगी । यदि अब हम कुंजी को दबाकर P का परिपथ पूरा करें तो धारा प्रवाहित होगी और इस कारण चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होकर Q में भी बल रेखायें प्रवेश करेंगी । अतएव फेराडे के विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के नियमानुसार Q में प्रेरित वि. वा. ब. एवं धारा उत्पन्न होगी । कुंडली P को दूर रखना आवश्यक नहीं है । इसे Q के पास में रखने से P द्वारा उत्पन्न सभी बल रेखायें Q मे प्रवेश करेंगी और प्रेरण अधिक होगा । इसलिये व्यवहार में चित्र के अनुसार ही P पर किन्तु उससे पृथक्कर Q को लपेटा जाता है । P से सेल सबंधित है व Q से गेल्वनोमापी । P कुंडली को पूर्ववर्ती (primary) तथा Q को परवर्ती (secondary) कहते हैं । चित्र 54.6 (a) में परवर्ती S द्वारा दर्शाई गई है ।

चित्र 54.6 (a)

चित्र 54.6 (b)

"जिस घटना के अनुसार पूर्ववर्ती (primary) कुंडली में धारा की तीव्रता मे परिवर्तन होने से परवर्ती (secondary) कुंडली में प्रेरित वि. वा. ब. तथा धारा उत्पन्न होती है उसे अन्योन्य प्रेरण (Mutual induction) कहते हैं ।" यह अन्योन्य प्रेरण की मात्रा दोनों कुंडलियों की संख्या, उनके क्षेत्रफल, बीच के माध्यम व धारा की तीव्रता की परिवर्तन दर पर निर्भर करती है ।

जब पूर्ववर्ती (primary) कुंडली में धारा में वृद्धि होती है उस समय जो वि. वा. ब. एवं धारा परवर्ती कुंडली में उत्पन्न होती है उसे प्रतिलोम (inverse) वि. वा. ब. तथा धारा कहते हैं । जब धारा मे ह्रास होता है उस समय उत्पन्न होने वाले वि. वा. ब. तथा धारा को दिष्ट (direct) वि. वा. ब. व धारा कहते है ।

अन्योन्य प्रेरण का व्यवहार में बहुत उपयोग होता है । ट्रान्सफार्मर व प्रेरण

चित्र 54.6 (c)

मशीन जैसे उपयोगी उपकरण जिनके द्वारा अधिक विभव उत्पन्न किया जा सकता है अपनी कार्य प्रणाली के लिये अन्योन्य प्रेरण पर निर्भर करते हैं।

54.5. आत्म प्रेरण (Self induction):—यदि किसी कुंडली में हम कुंजी दबाकर धारा को भेजें तो उसमें धारा के प्रवाहित होते ही चुम्बकीय बल क्षेत्र उत्पन्न होगा। इस बल क्षेत्र की रेखायें कुंडली में प्रवेश करेंगी। अतएव इन बल रेखाओं के परिवर्तन के कारण फॅराडे के नियमानुसार कुंडली में ही प्रेरण से वि. वा. ब. एवं धारा उत्पन्न होनी चाहिये। इसी प्रकार यदि किसी प्रवाहित होने वाली धारा को एकदम शून्य कर दिया जाय तो धारा के शून्य होने से बल रेखायें भी शून्य होंगी और इस कारण नियमानुसार पुनः वि. वा. ब. व धारा प्रेरित होनी चाहिये। इस प्रकार किसी कुंडली में बहने वाली धारा की तीव्रता में परिवर्तन के कारण उसी कुंडली में विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के नियमानुसार वि. वा. ब. एवं धारा प्रेरित होती है। इस घटना को आत्म प्रेरण कहते हैं। जब कुंडली की धारा में वृद्धि होती है उस समय उसका विरोध करने के लिये जो वि. वा. ब. एव धारा प्रेरित होती है उसे प्रतिलोम वि. वा. ब. एवं धारा कहते हैं। इसी प्रकार जब धारा की तीव्रता में—ह्रास होता है उस समय दिष्ट वि. वा. ब. एवं धारा, प्रेरण से उत्पन्न होती है। अतएव, प्रेरण के कारण उत्पन्न वि. वा. ब. एवं धारा, कुंडली में धारा की वृद्धि तथा ह्रास दोनों का विरोध करती है। यह आत्म प्रेरण, कुंडलियों की संख्या, उनके क्षेत्रफल, माध्यम तथा धारा की तीव्रता में परिवर्तन दर पर निर्भर करता है।

चित्र 54.7

आत्म प्रेरण से उत्पन्न प्रतिलोम प्रेरित धारा को प्रयोग द्वारा ... प्रकार चित्र में बताए अनुसार एक धारामापी को कुंडली के समान्तर में संबंधित

करो। इन धारामापी के ऊपर के कांच के आवरण को दूर करो। जब कुंजी को दबाओगे तब धारा i का कुछ भाग मानलो i_1, धारामापी में प्रवेश कर उसमें विक्षेप देगा। इस विक्षेपित अवस्था में जब धारामापी का संकेतक X बिन्दु पर है तब उसके पीछे की ओर एक पिन गाड़ कर सूचक के लौटने के मार्ग में रुकावट डालो। अब यदि कुंजी के द्वारा धारा को शून्य किया जाय तो सूचक O पर लौटने का प्रयत्न करेगा। किन्तु उसके मार्ग में रुकावट होने से वह विक्षेपित अवस्था X पर ही रहेगा। अतएव, यदि अब कुंजी को दबाकर पुनः धारा को प्रवाहित करें तो चूंकि संकेतक विक्षेपित अवस्था में ही है हम आशा नहीं करते हैं कि उसमें कुछ गति होगी। किन्तु वास्तव में हम देखते हैं कि क्षण के लिये संकेतक X से आगे बढ़कर फिर वापिस X पर आकर रुकता है। इससे सिद्ध यही होता है कि क्षण के लिये धारामापी में से i_1 से अधिक धारा प्रवाहित हुई। इस अतिरिक्त धारा का उद्गम क्या हो सकता है? जैसे ही हम कुंजी को दबाकर धारा को कुंडली में प्रवाहित करते हैं, वैसे ही फैराडे के नियमानुसार, उसमें प्रतिलोम वि. वा. ब एवं धारा उत्पन्न होती है। इसका कुछ भाग धारामापी में i_1 की दिशा में प्रवेश कर उसमें क्षणिक अधिक विक्षेप उत्पन्न करता है।

आत्म प्रेरण (Self induction) से उत्पन्न दिष्ट प्रेरित धारा को प्रयोग द्वारा बताना:—अब प्रयोग को करने के लिये कुंजी को दबाओ जिससे संकेतक विक्षेप बताये। किन्तु इसे अब हाथ से पकड़ कर जबरदस्ती शून्यांक पर लाओ व उसके दांई ओर इस प्रकार रुकावट लगाओ कि वह विक्षेपित न होने पावे। इस समय यदि हम कुंजी के द्वारा धारा को शून्य करें तो चूंकि संकेतक O पर स्थित है इसलिये उसमें किसी हलचल की अपेक्षा नहीं करते हैं। किन्तु वास्तव में वह क्षण के लिये शून्य से दूसरी दिशा में विक्षेप देता है। यह तभी हो सकता है जब इस समय धारामापी में विरुद्ध दिशा से कोई धारा आवे। यह कहां से आ सकती है? स्वभाविकता से हमें यह ज्ञात होता है कि जैसे ही कुंडली में प्रवाहित होने वाली धारा शून्य होती हैं, वैसे ही आत्म प्रेरण से उसमें दिष्ट वि. वा. ब. व. धारा उत्पन्न होती है व इसका कुछ भाग i_1 से विरुद्ध दिशा में प्रवेश कर संकेतक को शून्य की दूसरी ओर विक्षेपित करता है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि आत्म प्रेरण से वि. वा. ब तथा धारा उत्पन्न होती है। हम चाहते हैं कि प्रतिरोध बक्स अथवा पोस्ट आफिस बक्स में जो प्रतिरोध कुंडलियां बनती हैं उनमें आत्म प्रेरण न हो। इस आत्म प्रेरण को दूर करने के लिये हम कह चुके हैं (देखो अध्याय 52 अनुच्छेद 8) कि कुंडलियाँ दुहरी रहती हैं। इन कारण धारा एक बार, एक कुंडली में एक दिशा में व दूसरी कुंडली में विरुद्ध दिशा में प्रवाहित होती है। ऐसा होने से उनके द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र विरुद्ध दिशा में होने से एक दूसरे को नष्ट करते हैं। अतएव, धारा बहने से परिणमित चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है। चूंकि चुम्बकीय क्षेत्र में कोई भी परिवर्तन नहीं होता है इसी कारण प्रतिरोध कुंडलियों में आत्म प्रेरण नहीं होता है।

पोस्ट आफिस बक्स से कार्य करते समय हमें मालूम है कि पहिले सेल कुंजी व बाद में धारामापी कुंजी दबाते हैं। इसका कारण स्पष्ट है। सेल कुंजी दबाने से आत्म

प्रेरण द्वारा प्रतिरूप वि. वा. ब एवं धारा उत्पन्न होकर नष्ट हो जाती है तभी धारामापी कुंडली दर्शाई जाती है। यदि धारामापी कुंडली पहले दर्शाई जाए व वह स्थिर, संतुलन बिन्दु भी हो तब भी प्रारम्भ प्रेरण से उत्पन्न धारा धारामापी में विक्षेप देकर गलत फहमी पैदा कर सकती है।

54.6. डाइनेमो (Dynamo) :—*विद्युत चुम्बकीय प्रेरण एक अत्यन्त महत्वपूर्ण घटना है। इसके द्वारा हम यांत्रिक ऊर्जा को विद्युतीय ऊर्जा में बदल सकते हैं। जिस उपकरण द्वारा यह संभवनीय है उसे हम डाइनेमो के नाम से पुकारते हैं।*

डाइनेमो का सिद्धान्त :—एक n फेरों वाली कुंडली लो। मानलो उसका क्षेत्रफल A है। इसे नाल चुम्बक के दो ध्रुवों के बीच रखो। मानलो चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता H है। अतएव 1 वर्ग से. मी. क्षेत्र से H बलरेखायें जा रही हैं।

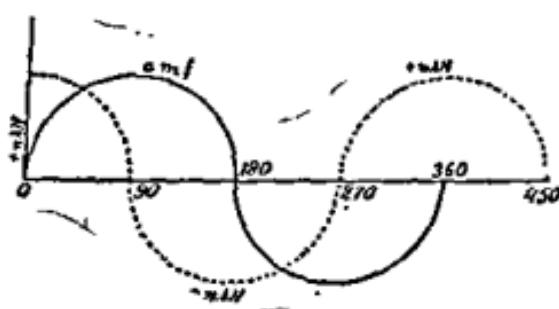
चूंकि कुंडली का क्षेत्रफल A है उसमें से AH बलरेखायें जायेंगी। अतएव n फेरों में से प्रवाहित होने वाली *कार्यकारी (effective) बलरेखाओं की संख्या होगी* nAH. *यदि इस कुंडली को किसी अक्ष पर इन ध्रुवों के बीच घुमावें तो बल रेखाओं की* कार्यकारी संख्या, जो कुंडली के किसी चेहरे पर प्रवेश करती है क्रमशः परिवर्तित होंगी।

उदाहरणार्थ, मानलो शुरू में कुंडली का चेहरा (face) उत्तर ध्रुव की ओर बलरेखाओं के लम्ब रूप है। इस समय उसमें nAH बलरेखायें प्रवेश करेंगी।

जब कुंडली 90° से घूम जायेगी तब कुंडली का तल,, बलरेखाओं के समान्तर होगा और इस समय इसी चेहरे पर शून्य रेखायें प्रवेश करेंगी।

जब कुंडली 180° से घूमेगी तब कुंडली का यही चेहरा दक्षिण ध्रुव की ओर देखेगा और उसमें बल रेखायें प्रवेश करने के स्थान पर बाहर निकलेंगी। अतएव, हम कह सकते हैं कि इस चेहरे पर $-nAH$. बल रेखायें प्रवेश कर रही हैं।

जब कुंडली 270 से घूमेगी तब पुनः प्रवेश करने वाली बल रेखाओं की संख्या शून्य होगी, और 360° से घूमने पर पुनः nAH होगी। इस प्रकार हम देखते हैं कि यदि किसी कुंडली को चुम्बकीय क्षेत्र में एक निश्चित वेग से घुमाया जाय तो उसमें सतत बल रेखाओं में परिवर्तन होता जायगा और फलस्वरूप उस कुंडली में प्रेरित वि. वा. ब. एवं धारा

चित्र 54 8

...न्न होगी। चित्र में बताए रेखा चित्र से स्पष्ट है कि आधे चक्कर में (0 से 180°) ... की संख्या nAH से—nAH अर्थात् कम हो रही है। इसलिये फैराडे के

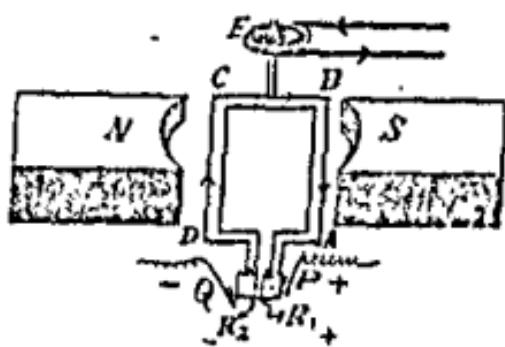
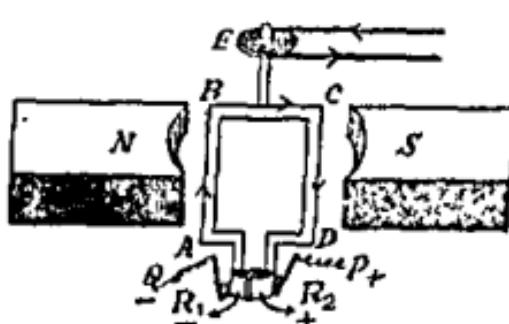
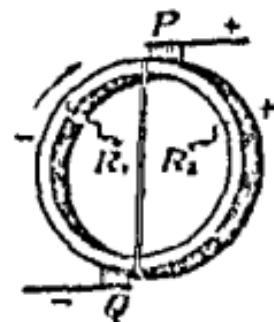
करो। इन धारामापी के ऊपर के कांच के आवरण को दूर करो। जब कुंजी को दबाओगे तब धारा i का कुछ भाग मानलो i_1, धारामापी में प्रवेश कर उसमें विक्षेप देगा। इस विक्षेपित अवस्था मे जब धारामापी का संकेतक X बिन्दु पर है तब उसके पीछे की ओर एक पिन गाड़ कर सूचक के लौटने के मार्ग में रुकावट डालो। अब यदि कुंजी के द्वारा धारा को शून्य किया जाय तो सूचक O पर लौटने का प्रयत्न करेगा। किन्तु उसके मार्ग में रुकावट होने से वह विक्षेपित अवस्था X पर ही रहेगा। अतएव, यदि अब कुंजी को दबाकर पुनः धारा को प्रवाहित करें तो चूंकि संकेतक विक्षेपित अवस्था में ही है हम आशा नहीं करते हैं कि उसमें कुछ गति होगी। किन्तु वास्तव में हम देखते हैं कि क्षण के लिये संकेतक X से आगे बढ़कर फिर वापिस X पर आकर रुकता है। इससे सिद्ध यही होता है कि क्षण के लिये धारामापी में से i_1 से अधिक धारा प्रवाहित हुई। इस अतिरिक्त धारा का उद्गम क्या हो सकता है? जैसे ही हम कुंजी को दबाकर धारा को कुंडली में प्रवाहित करते हैं, वैसे ही फैराडे के नियमानुसार, उसमें प्रतिलोम वि. वा. व एवं धारा उत्पन्न होती है। इसका कुछ भाग धारामापी में i_1 की दिशा में प्रवेश कर उसमें क्षणिक अधिक विक्षेप उत्पन्न करता है।

आत्म प्रेरण (Self induction) से उत्पन्न दिष्ट प्रेरित धारा को प्रयोग द्वारा बताना:—अब प्रयोग को करने के लिये कुंजी को दबाओ जिससे संकेतक विक्षेप बताये। किन्तु इसे अब हाथ से पकड़ कर जबरदस्ती शून्यांक पर लाओ व उसके दाईं ओर इस प्रकार रुकावट लगाओ कि वह विक्षेपित न होने पावे। इस समय यदि हम कुंजी के द्वारा धारा को शून्य करें तो चूंकि संकेतक O पर स्थित है इसलिये उसमें किसी हलचल की अपेक्षा नहीं करते हैं। किन्तु वास्तव में वह क्षण के लिये शून्य से दूसरी दिशा में विक्षेप देता है। यह तभी हो सकता है जब इस समय धारामापी में विरुद्ध दिशा से कोई धारा आवे। यह कहा से आ सकती है? स्वभाविकता से हमें यह ज्ञात होता है कि जैसे ही कुंडली में प्रवाहित होने वाली धारा शून्य होती है, वैसे ही आत्म प्रेरण से उसमें दिष्ट वि. वा. ब. व. धारा उत्पन्न होती है व इसका कुछ भाग i_1 से विरुद्ध दिशा में प्रवेश कर संकेतक को शून्य की दूसरी ओर विक्षेपित करता है।

इस प्रकार हम देखते है कि आत्म प्रेरण से वि. वा. ब तथा धारा उत्पन्न होती है। हम चाहते हैं कि प्रतिरोध बक्स अथवा पोस्ट आफिस बक्स में जो प्रतिरोध कुंडलियां बनती हैं उनमें आत्म प्रेरण न हो। इस आत्म प्रेरण को दूर करने के लिये हम कह चुके हैं (देखो अध्याय 52 अनुच्छेद 8) कि कुंडलियां दुहरी रहती है। इन कारण धारा एक बार, एक कुंडली में एक दिशा में व दूसरे कुंडली में विरुद्ध दिशा में प्रवाहित होती है। ऐसा होने से उनके द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र विरुद्ध दिशा में होने से एक दूसरे को नष्ट करते है। अतएव, धारा बहने से परिणमित चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है। चूंकि चुम्बकीय क्षेत्र में कोई भी परिवर्तन नहीं होता है इसी कारण प्रतिरोध कुंडलियों में आत्म प्रेरण नहीं होता है।

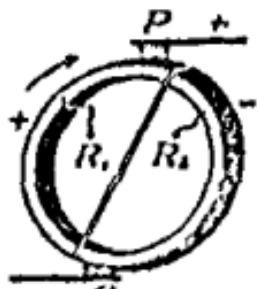
पोस्ट आफिस बक्स से कार्य करते समय हमें मालूम है कि पहिले सेल कुंजी व बाद में धारामापी कुंजी दबाते हैं। इसका कारण स्पष्ट है। सेल कुंजी दबाने से आत्म

चित्र 54.10 (a)

प्रत्यावर्ती धारा डायनेमो को हम जरा से परिवर्तन से दिष्ट धारा डायनेमो बना सकते हैं जिसमे धारा की दिशा न बदले । इसके लिए दो वलयों के स्थान पर हम एक ही वलय का उपयोग करते हैं । प्रथम वलय को दो भागों में तोड़कर बीच में पुनः एबोनाइट की परत रखकर जोड़ दिया जाता है । अब एक ही वलय के दो भाग हो गये । कुंडली के दो सिरे प्रत्येक भाग में लगा दिये जाते हैं । इन दो भागों से P व Q ब्रश स्पर्श करते हैं किन्तु अब जैसे ही धारा दिशा बदलती है उसका संबंधित वलय पहिले ब्रश से संबंध तोड़कर दूसरे ब्रश से संबंध स्थापित करता है । इस प्रकार हमेशा एक ब्रश धन तो दूसरा

चित्र 54.10 (b)

चित्र 54.10 (c)

ऋण रहता है और हमें दिष्ट धारा प्राप्त होती है । चित्र देखो । मानलो किसी समय R_2 (+) है और R_1 (−) । तो ब्रश P (+) होगा और Q (−) । इस समय कुंडली की स्थिति ऐसी है कि P और Q, R_2 और R_1 के किनारे पर है । थोड़ा और घुमाने पर कुंडली में धारा की दिशा परिवर्तित होती है । अब R_2 (−) हो जाता है और R_1 (+) इसी समय P ब्रश R_1 से जुड़ जाता है इसलिए P पुनः (+) हो जाता है और Q, (−) । इस प्रकार P सर्वदा + और Q − रहेगा । बाहर के परिपथ में धारा सदा P से Q की ओर बहेगी ।

7. कुछ अन्य व्यावहारिक उपयोगः— प्रेरण के द्वारा और भी कई करती हैं—

चित्र 54.10 (d)

नियमानुसार प्रेरित वि. वा. ब. व धारा ऐसी दिशा में प्रवाहित होगी कि वह इस कमी को दूर करे। अतएव, प्रेरित धारा की दिशा कुंडली में दक्षिणावर्त होनी चाहिये। उसी प्रकार आधे चक्कर में (180° से 360°) बल रेखाओं की संख्या $-nAH$ से बढ़कर nAH होती है अतएव, फॅराडे के नियमानुसार अब प्रेरित विद्युत धारा की दिशा वामावर्त होगी। इस प्रकार हम देखते है कि एक चक्कर में प्रेरित वि. वा. ब. व धारा की दिशा दो बार बदलती है। इस प्रकार की धारा को प्रत्यावर्ती (alternating) धारा कहते हैं।

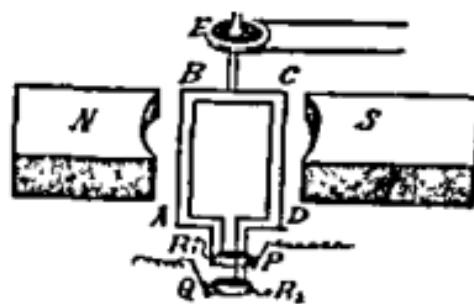
इसके द्वारा उत्पन्न होने वाले वि. वा. ब. व धारा की मात्रा फॅराडे के नियमानुसार बल रेखाओं में होने वाले परिवर्तन पर निर्भर होती है। यद्यपि कुंडली एक ही वेग से घूम रही हो, तिस पर भी बल रेखाओं की परिवर्तन दर एक सी नहीं होती है। जब प्रवेश करने वाली बल रेखायें अधिकाधिक होती है तब उनमें परिवर्तन दर शून्य होती है और जब वे शून्य होती हैं तब उनकी परिवर्तन दर अधिकाधिक होती है। अतएव वि. वा. ब. भी हमेशा एकसा न होकर कभी अधिक और कभी शून्य होता है। वि. वा. ब. को भी रेखा चित्र में पूरी रेखा द्वारा बताया गया है।

इस प्रकार हम देखते है कि किस प्रकार एक कुंडली को चुम्बकीय क्षेत्र में घुमाने से प्रत्यावर्ती वि. वा. ब. उत्पन्न होता है और यह वि. वा. ब. हमेशा एक सा न रह कर घटता बढ़ता रहता है।

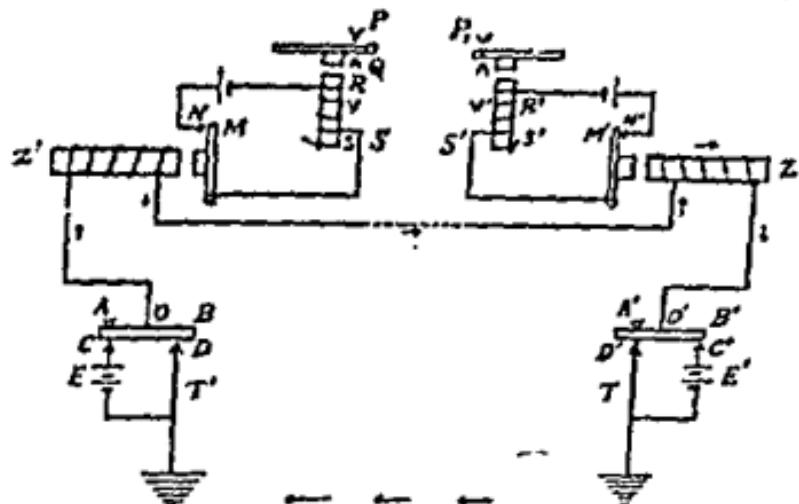
जितनी अधिक क्षेत्रफल वाली अधिक कुंडलियां होंगी और जितना अधिक सामर्थ्यवान चुम्बकीय क्षेत्र रहेगा, और जितनी अधिक तेजी से कुंडली घूमेगी उतना ही अधिक वि. वा. ब. उत्पन्न होगा। यही प्रत्यावर्ती धारा के डायनेमो का सिद्धान्त है।

डायनेमो की बनावट:—N व S किसी सामर्थ्यवान नाल चुम्बक के ध्रुव हैं। इनके बीच एक डन्डे पर एक अधिक संख्या व क्षेत्रफल वाली तांबे की कुंडली ABCD है। जैसे ही वाष्प इंजन या किसी यांत्रिक सहायता से डंडा घुमाया जाता है कुंडली भी घूमने लगती है। कुंडली के दो सिरे, दो वलयों (rings) R_1 और R_2 से जुड़े रहते हैं।

चित्र 54.9

ये वलय डडे के साथ साथ गोल गोल घूमते है। इन वलयों का संबंध क्रमशः दो ब्रशों P व Q से होता है जो कि स्थिर रहते है। इन्हीं P व Q को बाहरी परिपथ से सबंधित किया जाता है।

दिष्ट धारा डायनेमो (Direct current dynamo):—इस

मात्रा होती है। इन मात्राओं को टिक टिक कहेंगे। इन्हीं टिक टिक की मात्राओं के द्वारा संदेश प्रदान किये जाते हैं।

योजित्र (Relay):—चित्र 54.13 (a) में एक योजना बताई गई है जिसके द्वारा एक स्थान से दूसरे स्थान को संदेश भेजे जाते हैं। इस योजना को योजित्र कहते हैं।

चित्र 54.13 (a)

इस योजना में प्रत्येक स्थान पर हम संचायक का उपयोग करते हैं। यह धारा की तीव्रता को बढ़ाता है और इससे बिल्कुल छोटा संदेश भी दूर तक भेजे जा सकते हैं।

जैसे ही स्टेशन (1) पर प्रेषित्र यंत्र के A को दबाया जाता है, वहां का E संचायक परिपथ में आता है। विद्युत धारा E से लाइन में होकर A′ T में होती हुई पृथ्वी के अन्दर होते हुए वापिस संचायक E में पहुंचती है। इस धारा के प्रभाव से Z चुम्बकित होता है वह M′ को आकर्षित कर M′N′ में संबंध स्थापित करता है। इससे V′चुम्बकित होने से ध्वनित्र कार्य कर टिक की आवाज करता है। वैसे ही A व C में संबंध विच्छेद होता है, धारा का प्रवाह बंद होता है और पुनः ध्वनित्र टिक की आवाज करता है। प्रकार इन दो टिकों की आवाज में अन्तर A को कितनी देर तक दबाकर रखा, इस निर्भर है। इस समय को कभी अधिक व कभी कम किया जाता है। जब समय कम है है इसे डाट (dot) कहते है और अधिक होता है तब डेश (dash)। इन डाट व डेश भिन्न भिन्न क्रमों से एक गुप्त भाषा बनाई जाती है। और इसी प्रकार संदेश एक स्थान से दूसरे स्थान को भेजे जाते हैं।

जिस प्रकार हम (1) से (2) को संदेश भेजते है ठीक उसी प्रकार स्टेशन (2) से (1) को भी संदेश भेजे जा सकते हैं। इधर B′ को प्रेषित्र की कुंजी मानलो।

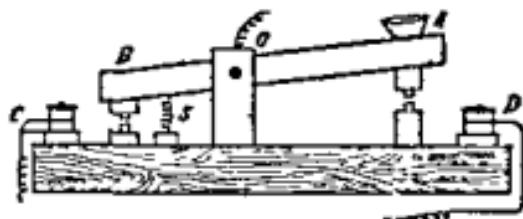
इस योजित्र द्वारा हम एक समय में एक ही स्टेशन से संदेश भेज सकते हैं। इसका कारण यह है कि जब हम प्रेषित्र द्वारा संदेश भेज रहे है उस समय वहां रखा हुआ ध्वनित्र भी वैसे ही आवाज करता है। इसलिए हम द्विमुखी (duplex) तार

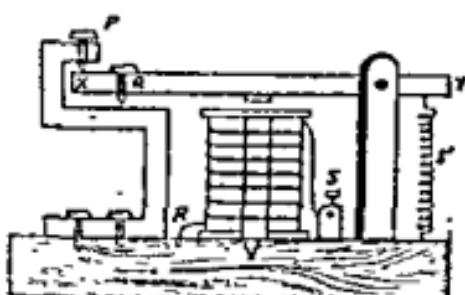
(य) प्रेरण कुंडली (Inductiou coil):— इसके द्वारा छोटा विभव (सचायक से प्राप्त) बड़े विभव में बदल सकता है। किन्तु धारा की तीव्रता बहुत कम हो जाती है।

(ब) ट्रान्सफार्मर:— इसके द्वारा छोटा या बड़ा प्रत्यावर्ती विभव बड़े या छोटे विभव में बदल सकता है देखो चित्र 54.5 (c)

(क) विद्युतीय मोटर:–वह डायनेमो की विपरीत है। इसके द्वारा विद्युतीय ऊर्जा यांत्रिक ऊर्जा मे बदलती है। घर घर में चलने वाले बिजली के पखो में यही मोटरें काम में प्राती हैं।

54.8 तार प्रणाली (Telegraphy):—तार प्रणाली से प्राज हम सब प्रवगत हैं। कुछ ही समय में हम, हजारो मील दूर स्थित किसी भी स्थान पर सदेश भेज सकते है। इस प्रणाली की खोज का श्रेय अमरीकी वैज्ञानिक सेमुग्रल मोर्स को (1832) व गाउस और वेबर (1833) को प्राप्त है। व्यावारिक रूप मे तार भेजने की शुरुप्रात जब की गई तब पहिला सदेश जो भेजा गया, वह था ' What hath God wrought" (भगवान ने यह क्या बनाया)।

तार प्रणाली के दो मुख्य भाग हैं—1. प्रेषित्र (Transmitter) व 2. ध्वनित्र (Sounder):—प्रेषित्र (Transmitter) उसे कहते हैं जिसके द्वारा सदेश भेजे जाते हैं। यह चित्र 54.11 में बताये अनुसार होती है। इसमें एक छड़ AB होती है। एक कमानी S के कारण B सिरा C प्रतिम से संबधित रहता है। जब A की घुडी को दबाया जाता है तब A व D प्रतिम में संबध स्थापित होता है और B व C के बीच टूट जाता है। O बिन्दु A व B के बीच मे है व दोनों से सबधित है।

चित्र 54.11

ध्वनित्र (sounder) उसे कहते है जिसके द्वारा सदेश प्राप्त होते है। चित्र के अनुसार XY एक लोहे की छड़ रहती है। यह कमानी S के कारण अपनी साम्यवस्था में ऐसी रहती है जिस से इसके X सिरे का व P का संबंध रहे। जब RS प्रतिमो द्वारा विद्युत चुम्बक मे धारा प्रवेश करती है तब वह चुम्बक बनने से छड़ XY को अपनी ओर आकर्षित करता है। जैसे ही धारा बहना बंद होती है, चुम्बकीय क्षेत्र के नष्ट होने से छड़ वापिस आती है और X व P के बीच टकराकर होने से पुनः

चित्र 54.12

२. लेन्ज के नियम का निरेशन करो व प्रयोग द्वारा उसकी यथार्थता को समझाओ।
(देखो 54.2)

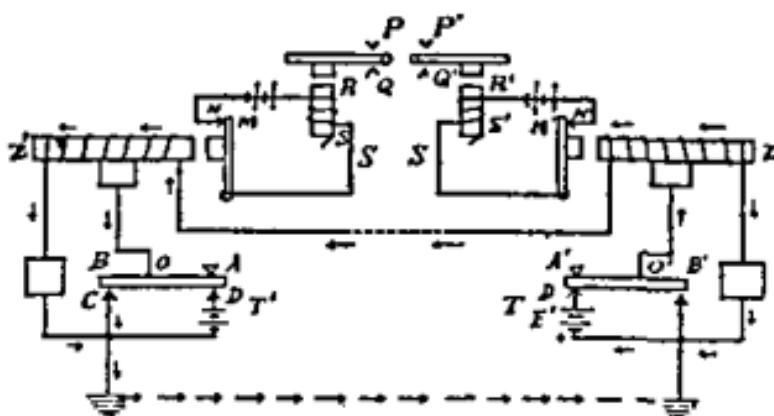
३. अन्योन्य प्रेरण से क्या अर्थ है ? प्रयोग द्वारा समझाओ। (देखो 54.3)

४. आत्म प्रेरण किसे कहते हैं ? प्रयोग द्वारा इसका प्रतिपादन करो।
(देखो 54.4)

५. समझाओ कि क्यों (i) प्रतिरोध बक्स की कुंडली विशेष प्रकार से बनाई जाती है (ii) पोस्टआफिस बक्स में कार्य करते समय सेल कुंजी प्रथम दबाते हैं ?
(देखो 54.4)

६. डाइनेमो के सिद्धान्त को समझाओ और बताओ कि इसके द्वारा विद्युत कैसे तैयार होती है ? (देखो 54.4)

७. निम्न लिखित पर टिप्पणियाँ दो :—

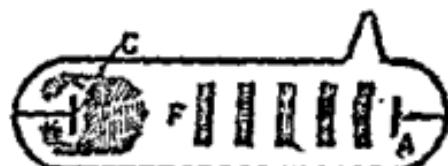
(i) तार प्रणाली (ii) माइक्रोफोन (iii) टेलीफोन व (iv) विद्युत घंटी
(देखो 54.7, 54.8, 54.9)

चित्र 54.13 (b)

प्रणाली काम में लाते है। चित्र 54·13 (b) के द्वारा दोनों ओर से एक साथ संदेश भेजे व प्राप्त किये जा सकते है। आजकल इस प्रकार की व्यवस्था भी होने लगी है कि प्राप्त संदेश बिना किसी व्यक्ति के स्वयंभू कागज पर लिखे जाते है। इससे गल्तियों की संभावना आधी हो गई है।

54.9. टेलिफोन (Telephone):— यह एक उपकरण है जिसकी सहायता से हम ध्वनि को एक स्थान से दूसरे स्थान तक धातु के तारों द्वारा प्रेषित कर सकते हैं। जब हम बोलते हैं या अन्य ध्वनि उत्पन्न करते है तो ध्वनि की तरंगें कुछ दूर जाकर नष्ट हो जाती है। हवा ध्वनि ऊर्जा को अवशोषित कर लेती है। यदि हवा के स्थान पर हम किसी धातु का माध्यम लें तो ध्वनि तरंगें अपेक्षाकृत अधिक दूरी तक जा सकती है। परन्तु उसमें भी अधिक दूरी तक नहीं जा सकती। साथ ही इस रूप में ध्वनि को एक स्थान से दूसरे स्थान पर जाने में यथेष्ट समय भी लगता है। इसके विपरीत हम जानते है कि विद्युत को एक स्थान से दूसरे स्थान तक जाने में नगण्य समय लगता है। विद्युत का वेग लगभग प्रकाश के वेग के बराबर होता है जो 1,86,000 मील प्रति सेकण्ड है। अतएव, यदि हम ध्वनि ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में परिवर्तित कर सकें तो उसे यथेष्ट दूरी पर अल्पकाल में ही पहुंचाया जा सकता है और वहां पर उसे पुन: ध्वनि ऊर्जा में परिवर्तित कर सुन सकते है। साथ ही विद्युत परिवर्तनों को दूसरे स्थान पर आसानी से आवर्धित (amplifed) किया जा सकता है। एम्पलीफायर के नाम से बहुधा आप सब परिचित होंगे। इसकी कार्यप्रणाली भी आप आगे की कक्षाओं में पढ़ेंगे। दूर दूर तक संदेश वाहन का आधार यही है। विद्युत को तारों द्वारा भी भेजा जा सकता है और बिना तार, तरंगों के रूप में भी। पहिली दशा में यह टेलीफोन (telephone) कहलाता है और दूसरी अवस्था में बेतार टेलीफोन (wireless telephone) । इस उपकरण के निम्नलिखित मुख्य मुख्य भाग है।

(क) प्रेषित्र (Transmitter):—इसको माइक्रोफोन (microphone) भी कहते है। ये दो प्रकार के होते है चुम्बकीय और कार्बनिक। साधारण तौर पर कार्बन माइक्रोफोन ही प्रयुक्त होते है अतएव, हम यहां पर उन्हीं का वर्णन करेंगे।

4. इसके बाद यह धन स्तम्भ (positive column) टूटना शुरू हो जा है। धनाग्र से आगे बढ़ कर इसमें कई स्तर (striations) पड़ जाते हैं। ये वो प्रदी व प्रदीप्त भाग हैं जो एक के बाद एक आते जाते हैं। कुछ दूरी के बाद इनके समाप्त हो ही एक अन्धकारमय भाग आता है, जिसे फैराडे का अदीप्त भाग (Faraday's dark space) कहते हैं। इसके बाद जो दीप्ति होती है उसे ऋणाग्र दीप्ति (cathode glow) कहते हैं। फिर इस दीप्ति और ऋणाग्र के बीच एक संकरी अन्धकारमय जगह आती है। इसे क्रूक का अदीप्त भाग (Crooke's dark space) कहते हैं।

5. कई बार इस दाब में थोड़ासा और बदल करने पर यह स्तर (striations) बारीक बारीक होते जाते हैं। अब एक ज्योति ऋणाग्र पर दिखाई देती है जिसे ऋण दीप्ति कहते हैं (negative-glow), ये सब बातें चित्र में बताई गई हैं।

चित्र 55.2

6. अब दाब के 1. मि. मी. से कम होने पर फैराडे व क्रूक के अदीप्त भाग लम्बाई में बढ़ते जाते हैं। धन स्तम्भ कम होता जाता है और ऋण स्तम्भ आगे बढ़ता जाता है।

7. 0·5 मि. मी. से दाब कम होने पर फैराडे का अन्धकार तथा धन स्तम्भ कम कम होकर धनाग्र में मिल जाता है और सारी नली में क्रूक का अदीप्त भाग व्याप्त हो जाता है।

8. यदि दाब 10^{-2} या 10^{-3} मि. मी. के आसपास हो जावे तो हम देखते हैं कि कांच की दीवालें एक प्रकार से प्रदीप्त हो रही हैं। इस समय सावधानी से देखने से मालूम होगा कि ऋणाग्र से नीले नीले प्रकाश कि किरणें सीधी निकल रही हैं। यही किरणें कांच पर गिरकर उसे दीप्तिमान करती हैं। इन किरणों को ऋणाग्र किरणें (Cathode rays) कहते हैं। यह वह स्थिति है जब ये किरणें कांच पर गिरकर उसमें से X किरणें उत्पन्न कर रही हैं।

9. दाब का 10^{-3} मि. मी. से कम करने पर किरणों की तीव्रता बढ़ती जाती है।

10. जैसे दाब 10^{-5} मि. मी. से कम होने लगता है विद्युत का वितरण कम होने लगता है और लगभग 10^{-6} मि. मी. के आसपास बिल्कुल बन्द हो जाता है।

55.3. ऋणाग्र किरणें (Cathode rays):—इन किरणों की खोज सर्व प्रथम सन् 1859 ई. में प्लूकर ने की। इन किरणों की उत्पत्ति के बारे में हम ऊपर पढ़ ही चुके हैं। जब इन किरणों के गुणों का अध्ययन किया जाता है तब निम्न बातें ज्ञात होती हैं।

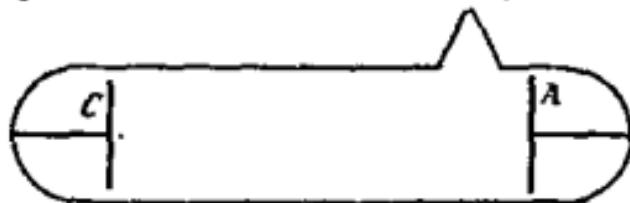
(1) ये किरणें ऋणाग्र से लम्बरूप निकलती हैं।

अध्याय 55

विद्युत का गैसों में विसर्जन

(Discharge of electricity through gases)

55.1. प्रस्तावना:—प्रायः गैसों को विद्युत का कुचालक माना जाता है किन्तु किन्ही विशेष दशाओं में इनमें विद्युत का प्रवाह होता है। ऐसे प्रभाव होते समय कई प्रकार की अर्वाचीन खोजें हुई हैं। इन खोजों में, जिन्होने प्रमुखता से हाथ बटाया उनमें सर जे. जे. थामसन मुख्य थे। पदार्थ का सब से छोटा कण—जिसे इलेक्ट्रान कहते हैं इन्ही की देन है। इनके बाद जिनका नाम आता है वे हैं रानजन। इनकी देन है X किरणें।

55.2. विद्युत का गैसों मे विसर्जन:—एक लम्बी काच की नली लो जिसका व्यास लगभग 1" हो। इसके दोनों सिरों पर दो अलूमिनियम के विद्युदग्र लगे रहते हैं। इस नली का सम्बन्ध एक ओर गैस के भण्डार व दूसरी ओर निर्वात पम्प से स्थापित कर सकते हैं। विद्युदग्रों के दोनों सिरों को क्रमशः प्रेरण मशीन (Induction coil) के

चित्र 55.1

दोनों सिरों से जोड़ दो। यदि परिपथ में एक गेल्वनोमापी भी लगाया जाये तो तुम देखोगे कि शुरू में जब गैस का दाब वायु मण्डल के बराबर हो तब, गैस में से कोई विद्युत प्रवाहित नही होगी। अब निर्वात पम्प के द्वारा गैस का दाब कम करते जाओ। तुम देखोगे कि,

1. जैसे ही दाब 1 से. मी. के आस पास होता है वैसे ही विद्युत का अव्यवस्थित प्रवाह गैस मे आरम्भ होता है। इस समय तुम देखोगे कि एक बैंगनी स्फुलिंग ऋणाग्र से धनाग्र की ओर टेढ़ी मेढी लकीरों में चलता है और हमें कुछ चटचट की आवाज भी सुनाई देती है।

2. जैसे दाब और कम होता है यह चटचट की आवाज बन्द सी हो जाती है। विद्युत का विसर्जन पहले से अधिक व्यस्थित और स्थिर होता है। गैस में उत्पन्न होने वाला रंग भी बदलता है। जब दाब 3 या 4 मि. मी. के लगभग होता है उस समय ऋणाग्र के आस पास एक दीप्ति उत्पन्न होती है जिसे ऋणाग्र दीप्ति (Cathode Glow) कहते हैं।

3. दाब और कम होने पर यह दीप्ति पूरी नली को व्याप्त कर लेती है और तब इसे धन स्तम्भ (Positive Column) कहते हैं।

(10) अतएव, इसकी संहति $m = \frac{e}{e/m} = \frac{1.6 \times 10^{-19}}{1.76 \times 10^{7}} = 9.06 \times 10^{-28}$ ग्राम

इन सब गुणों का अध्ययन करने से हमें पता लगता है कि ये ऋणाग्र किरणें न होकर कण हैं जिनकी संहति होती है और ऋण आवेश। ये सब पदार्थों के आवश्यक अंग हैं। इन्हें इलेक्ट्रान कहते हैं।

55.4. क्ष किरणें (X rays)—हम बता चुके हैं कि जब ऋणाग्र किरणें किसी पदार्थ पर गिरती हैं तब क्ष किरणें पैदा करती हैं। इनकी खोज रोंजन द्वारा एक अनोखित घटना द्वारा हुई। जब यह नली में से विद्युत विसर्जन का अध्ययन कर रहा था तब उसने देखा कि पास में रखी हुई कागज से ढकी हुई फोटो की फिल्में अन्धकार में रखी रहने पर भी प्रभावित हुईं। अवश्य ही कोई अज्ञात किरणें उत्पन्न हो रही होंगी। इन्हीं किरणों को क्ष किरणें (X rays) कहा गया।

अब हमें ज्ञात है कि 10^{-3} मि. मी. से कम दाब रखने पर जब ऋणाग्र किरणें किसी पदार्थ पर गिरकर जो जो किरणें उत्पन्न करती हैं उन्हें क्ष किरणें कहते हैं। चित्र में क्ष किरणों को उत्पन्न करने वाली एक नली बताई गई है। इसमें ऋणाग्र व धनाग्र के साथ साथ एक और अग्र लगा रहता है इसे विऋणाग्र (Anti cathode) कहते हैं। इसके लिए ऐसा पदार्थ लेते हैं जिसका गलनांक बहुत अधिक व परमाणुसंख्या भी अधिक हो। ऋणाग्र से निकली ऋणाग्र किरणें इस विऋणाग्र पर गिरकर चित्र में बताए अनुसार क्ष किरणों को उत्पन्न करती हैं। इस घटना में इतनी अधिक उष्मा उत्पन्न होती है कि विऋणाग्र के पदार्थ को पानी के द्वारा ठंडा रखना पड़ता है।

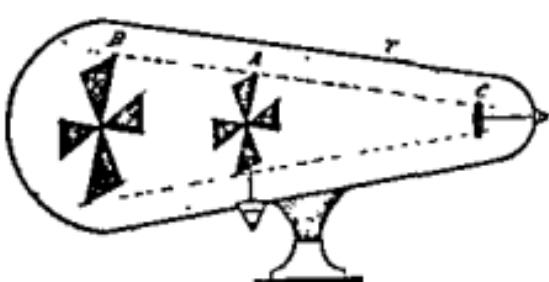
चित्र 55.6

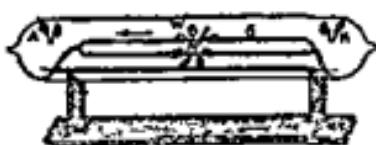
गुण:— 1. इनका सबसे मुख्य गुण यह है कि ये हल्के पदार्थों में से होकर आर-पार निकलती हैं जिनमें साधारणतया, प्रकाश आरपार नहीं जा सकता है।

2. ये फ़ोटो फिल्मों को प्रभावित करती हैं।

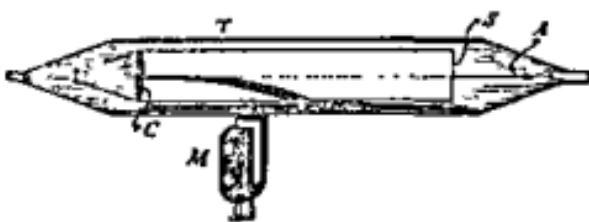
3. ये गैस का आयनीकरण करती है।

4. जिस पदार्थ पर ये गिरती हैं उनमें से इलेक्ट्रोनों को बाहर निकालती हैं।

(2) ये किरणें सीधी रेखाओं में चलती हैं। इनके चलने की दिशा धनाग्र की स्थिति पर निर्भर नहीं करती है। यह सिद्ध करने के लिये एक विशेष प्रकार की नली लो जो चित्र में बताई गई है। ऋणाग्र किरणों के मार्ग में एक अलूमिनियम की X आकार की पट्टिका रहती है। तुम देखोगे कि ये किरणें इसकी छाया बनाती हैं। यह तभी हो सकता है जब किरणें सीधी रेखा में चलें।

चित्र 55.3

(3) *इनमें द्रव्य के कण होते हैं प्रकाश की किरणें नहीं:*—इस प्रयोग के लिए चित्र के अनुसार नली लो। इसमें एक अलूमिनियम का हल्का पहिया ऋणाग्र किरणों के मार्ग में रखा जाता है। किरणों के गिरने से यह तेजी से घूमने लगता है। देखो चित्र 55.4, इससे सिद्ध होता है कि ये किरणें जिस वस्तु पर गिरती है उस पर बल डालती है। यह तभी सम्भव है जब इन किरणों में संवेग (momentum) हो अर्थात् इनकी कोई संहति हो व वेग हो।

चित्र 55.4

(4) ये किरणें जिस पदार्थ पर गिरती है उसे गर्म करती है।

(5) इनके द्वारा फोटो की फिल्म भी प्रभावित होती है।

चित्र 55.5

(6) ये जिस गैस में में से जाती है उसमें आयनीकरण उत्पन्न कर उसे विद्युत का सुचालक बनाती है।

(7) ये किरणें चुम्बकीय चेत्र द्वारा विक्षेपित होती है। इनका विक्षेप ऐसी दिशा में होता है जो यह बताता है कि इनमें ऋण विद्युत है। (देखो चित्र 55.4)

(8) ये किरणें विद्युतीय चेत्र से भी विक्षेपित होती हैं और विक्षेप भी ऊपर की बात की पुष्टि करता है। इस विक्षेप का अध्ययन कर हम इनके आवेश व संहति (e/m) के अनुपात को ज्ञात कर सकते हैं। प्रयोग द्वारा यह देखा गया है कि इसके लिए $e/m = 1{\cdot}76 \times 10^{7}$ वि. चु. इ. प्रति ग्राम।

(9) कुछ अन्य विधियों से इनका आवेश भी ज्ञात किया जाता है। यह $e = 1{\cdot}6 \times 10^{-20}$ वि.चु.इ. के बराबर होता है।

अध्याय 56

रेडियधर्मिता और परमाणु की बनावट

(Radioactivity and atomic structure)

56·1 प्रस्तावना:—सन् 1896 ई. में वैज्ञानिक हेनरी बेक्केरेल ने यूरेनियम लवणों से निकलने वाले एक विशेष विकिरण को खोज निकाला। यह विकिरण स्वतः स्फूर्त (spontaneous) होता है। यह विशेष यौगिकों में प्रतिदीप्ति (fluorescence) उत्पन्न करता है। यह विकिरण, फोटो कागज को पार कर फोटो पट्टिकाओं को प्रभावित करता है। किन्तु यह विकिरण सीसे के आरपार जाने में असमर्थ होता है। इस विकिरण को सर्व प्रथम बेक्केरेल किरणें कहा गया। ये किरणें गैसों में आयनीकरण भी उत्पन्न करती हैं। यूरेनियम, थोरियम इत्यादि पदार्थों से जिस गुण के द्वारा ये स्वयं स्फूर्त विकिरण निकलते हैं उसे रेडियधर्मिता कहते हैं।

इस रेडियधर्मिता पर काम करते हुए श्री व श्रीमती क्यूरी ने रेडियम नामक नवीनतम तत्व (element) को ढूंढ निकाला जिसमें यह गुण बहुत ही अधिकता से प्राप्त होता है।

56.2 रेडियधर्मिता:–इस गुण के अनुसार यूरेनियम, थोरियम और रेडियम जैसे पदार्थ स्वतः स्फूर्त हो एक विशिष्ट विकिरण को उत्सर्जित करते हैं। यह विकिरण विशेष यौगिकों में प्रतीदीप्ति उत्पन्न करता है, फोटो पट्टिकाओं को प्रभावित करता है, गैसों में आयनीकरण उत्पन्न करता है, भिन्न भिन्न पदार्थों में से भिन्न भिन्न मात्राओं में आरपार निकलता है। यह गुण ऐसा होता है जो किसी भी प्रकार की भौतिक अथवा रासायनिक क्रिया से बदलता नहीं है। पदार्थ को ठंडा अथवा गर्म करने से इस विकिरण में कोई परिवर्तन नहीं होता है। इस रेडियधर्मी विकिरण की प्रकृति को जानने के लिए लार्ड रुदरफोर्ड ने कई प्रयोग किये। प्रयोग द्वारा यह सिद्ध होता है कि रेडियधर्मी परमाणु सतत विघटित होकर दूसरे तत्वों के परिमाणु में बदलते रहते हैं। इस विघटन की क्रिया में जो विकिरण उत्सर्जित होता है वह तीन प्रकार के विकिरणों से बना हुआ होता है। ये विकिरण निम्न हैं।

1. अल्फा किरण (α rays)
2. बीटा किरण (β rays)
3. गामा किरण (γ Rays)

ऐसा देखा जाता है कि रेडियधर्मी पदार्थ के विघटन से अन्त में जो पदार्थ बनता है, वह एक प्रकार का सीसा होता है। भिन्न भिन्न रेडियधर्मी पदार्थों की भिन्न भिन्न आयु होती है। किन्हीं की सेकिन्ड या सेकिन्ड से भी कम होती है तो किन्हीं की हजारों वर्ष। अर्थात कुछ पदार्थ क्षण में ही विघटित होकर साधारण पदार्थ में बदल जाते हैं तो कुछ

5. ये स्फुरदीप्ति (Phosphorescence) उत्पन्न करती हैं। जिन्क सल्फाइड या बेरियम प्लेटिनो साइनाइड ऐसे पदार्थ हैं जिनके क्ष किरणों के अध्ययन के लिये परदे बनते हैं।

6. इनके ऊपर चुम्बकीय अथवा विद्युतीय क्षेत्र का प्रभाव नहीं पड़ता है अतएव, ये प्रकाश की किरणों जैसी होती हैं। अन्तर केवल इतना है कि इनकी तरंग दैर्घ्य (wave length) बहुत ही कम अर्थात् 1 आंगस्ट्राम इकाई (10^{-8} से. मी.) के आस पास होती है।

7. इनका शरीर पर अधिक मात्रा में गिरना हानिप्रद होता है।

उपयोगः—आरपार निकलने के गुण के कारण ये किरणें बहुत ही उपयोगी सिद्ध हुई हैं। मान लो यदि कोई हड्डी टूट गई है तो हम क्ष किरणों से फोटो खींच कर ज्ञात कर सकते हैं। यह इसलिये संभव हो सका है कि क्ष किरणें मासल भाग में आसानी से आरपार निकलती हैं किन्तु हड्डी में से नहीं। जिंक सल्फाइड के परदे पर क्ष किरणों द्वारा हम हड्डी का चित्र आसानी से देख सकते हैं। इस प्रकार यदि कोई बालक किसी सिक्के को निगल गया हो, अथवा बन्दूक की गोली अन्दर धंस गई हो तो हम इन किरणों की सहायता से उनकी यथार्थ स्थिति को ज्ञात कर सकते हैं। इन कारणों से क्ष किरणें शल्य चिकित्सा का एक आवश्यक अंग बन गई हैं।

चित्र 55.7

इनका उपयोग कारखानों में भी होता है। इसके द्वारा हम अध्ययन कर सकते हैं कि किसी पट्टिका की मुटाई एक सी है कि नहीं, कहीं कोई अशुद्धता अथवा अन्य खराबी तो नहीं रह गई है।

इन किरणों की सहायता से मणियों (crystals) की बनावट का भी ज्ञान होता है। वास्तव में यह एक बहुत उपयोगी खोज है।

प्रश्न

1. गैस विद्युत विसर्जन की घटना का पूर्ण विवरण दो। (देखो 55.2)
2. ऋणाग्र किरणें किसे कहते हैं इनके गुणों का वर्णन करो। (देखो 55.3)
3. क्ष किरणों के बारे में क्या जानते हो ? उसके गुणों का वर्णन करते हुए उनके उपयोग बताओ। (देखो 55.4)

(ख) इसकी भेदन शक्ति बहुत अधिक रहती है और कई से. मी. मोटे द्वारा भी यह अवशोषित नहीं होती है।

(ग) इसके द्वारा बहुत कम आयनीकरण होता है।

(घ) इसके द्वारा प्रतिदीप्ति उत्पन्न होती है, और ये फोटो पट्टिकाओं को प्रभावित करती है।

परमाण्विक संरचना

66.4 प्रस्तावना—सर्व प्रथम सन् 1809 ई. में डॉल्टन नामक वैज्ञानिक ने परमाणु सिद्धान्त को जन्म दिया। बाद में प्राउट ने यह घोषित किया कि प्रत्येक तत्व का परमाणु हाइड्रोजन गैस के परमाणु से बना है परन्तु परमाणु की भी रचना होती है। इस कल्पना के उद्गम का श्रेय वैज्ञानिक जे.जे. थामसन को है जिन्होंने इलेक्ट्रान की खोज की। वास्तव में अर्वाचीन परमाणु संरचना का श्रेय श्री रदरफोर्ड को है। संरचना की पूर्णता नील्स बोर के हाथों सन् 1914 ई. में हुई।

66.5. परमाण्विक संरचनाः—तत्व के सबसे छोटे कण को परमाणु कहते हैं। परमाणु का आकार साधारणतया गोलाकार माना गया है। इसकी त्रिज्या लगभग 10^{-8} से. मी. होती है। केन्द्र में परमाणु का सारा भार केन्द्रित होता है। इसे नाभिक कहते हैं, इसकी त्रिज्या लगभग 10^{-13} सें. मी. होती है।

नाभिक धन आवेश से आवेष्टित रहता है। कम परमाणु भार वाले परमाणु का नाभिक स्थिर रहता है। जैसे जैसे परमाणु भार बढ़ता जाता है वैसे ही नाभिक की अस्थिरता बढ़ती जाती है। इसीलिये हम देखते हैं कि यूरेनियम, रेडियम जैसे परमाणु का नाभिक स्वतः स्फूर्ति से विघटित होता है।

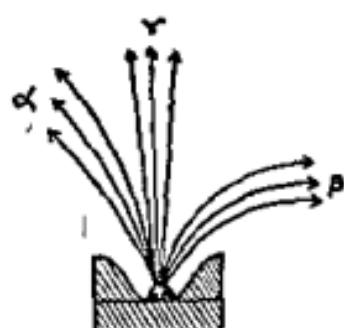
नाभिक में मुख्य रूप से दो कण होते हैं—प्रोटोन व न्यूट्रान। इन दोनों का भार लगभग एक सा होता है, किन्तु प्रोटोन धन आवेश से वेष्टित रहता है तो न्यूट्रान आवेश रहित।

किसी परमाणु में प्रोटोन की संख्या उसके परमाणु संख्या (atomic number) के बराबर होती है, और न्यूट्रान की संख्या परमाणु भार—प्रोटोन की संख्या के बराबर। उदाहरणार्थ, हाइड्रोजन में 1 प्रोटोन, हीलियम में 2 प्रोटोन व 2 न्यूट्रान, आक्सीजन में 8 प्रोटोन व 8 न्यूट्रान, यूरेनियम में 92 प्रोटोन व 146 न्यूट्रान इत्यादि।

प्रोटोन व न्यूट्रान को मिलाकर जो नाभिक बनता है उसका भार प्रोटोन व न्यूट्रान के अलग अलग भार के जोड़ से कम होता है। यह भार की कमी ऊर्जा में बदलती है और इसी ऊर्जा के कारण प्रोटोनों में आपस में प्रतिकर्षण होने पर भी वे एक दूसरे से किसी अज्ञात शक्ति द्वारा जुड़े रहते हैं। यह शक्ति हमें अभी भी पूर्ण रूप से ज्ञात नहीं है।

जिस प्रकार सूर्य के चारों ओर उसके ग्रह—मंगल, बुध, पृथ्वी इत्यादि चक्कर लगाते है, ठीक उसी प्रकार परमाणु के नाभिक के चारों ओर इलेक्ट्रान चक्कर लगाते

पदार्थों में यह विघटन सालों तक चलता रहता है। चूँकि रेडियधर्मी का गुण अबाध्य रूप से बिना किसी भौतिक अथवा रासायनिक परिवर्तन की पर्वाह किये चला करता है, अतएव, किसी पदार्थ की रेडियधर्मिता की आयु को ज्ञात कर हम पृथ्वी की आयु का मान ज्ञात करते हैं।

56.3 रेडियधर्मी विकिरणों के गुण:—चित्र में बताये अनुसार एक सीसे के बक्स में रेडियम पदार्थ को रखो। इस बक्स में एक छेद हो। इस छेद में से होकर रेडियधर्मी विकिरण निकलेंगे। उनके अभिलम्ब एक तीव्र चुम्बकीय क्षेत्र लगाओ। तुम देखोगे कि रेडियधर्मी विकिरण तीन भागों में विभाजित होगया है। यदि चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा पृष्ट के अभिलम्ब और अन्दर की ओर है तो, चित्र जैसी अवस्था प्राप्त होगी जो किरणें बाईं ओर मुड़ती हैं उन्हें अल्फा किरण, दाईं ओर मुड़ने वाली को बीटा किरण व प्रभावित न होकर सीधी निकलने वाली को गामा किरण कहते हैं।

चित्र 56.1

1. अल्फा किरण (α rays) :—(अ) ये आवेष्टित कण होते हैं। इनमें धन आवेश होता है। वास्तव में ये हीलियम तत्व के कण होते हैं जिनमें से दो इलेक्ट्रान निकल गये हैं। इन पर कुल आवेश $3{\cdot}1 \times 10^{-20}$ वि. चु. इ. होता है। इनके e/m का मान होता है $1{\cdot}45 \times 10^{-14}$ वि. चु. इ. प्रति ग्राम।

ब. जिस वेग से ये पदार्थ में से निकलते हैं वह भिन्न भिन्न पदार्थों के अल्फा किरणों के लिए भिन्न भिन्न होता है।

क. ये किरणें प्रतिदीप्ति और आयनी किरण उत्पन्न करती हैं।

ख. पदार्थों द्वारा ये किरणें शीघ्र ही अवशोषित हो जाती हैं।

स. इन्ही किरणो के अध्ययन से रदरफोर्ड ने परमाणु के नाभिक का ज्ञान प्राप्त किया।

2. बीटा किरण (β rays) : (अ) ये ऋण आवेश से आवेष्टित होते हैं और ऋणाग्र किरणों जैसे सब गुण इनमें विद्यमान होते हैं।

(ब) इनका वेग बहुत अधिक—लगभग प्रकाश वेग जैसा होता है। इसी कारण इनके e/m का मान एक नियत राशि नहीं रहता है।

(स) इनकी संहति कम होने के कारण इनमें ऊर्जा बहुत ही कम होती है और इस कारण आयनीकरण की शक्ति अल्फा किरणों की तुलना में नगण्य होती है।

(क) वेधन की शक्ति अल्फा किरणों से सौ गुनी अधिक होती है।

3. गामा किरण (γ rays) :—(अ) ये वास्तव में किरणें होती हैं जैसी कि एक्स किरणें। स्वभाविकत: इन पर कोई आवेश नहीं रहता है।

भारी परमाणु बनाना आज भी इस विखंडन (fission) या संलयन (fusion) क्रिया में मात्रा नष्ट होती है। आइन्स्टीन के सिद्धान्त के अनुसार इसी से हमें अनन्त ऊर्जा प्राप्त होती है। इसी सिद्धान्त पर परमाणु व हाइड्रोजन बम बने हैं। इसी क्रिया से शृंखलित क्रिया (chain reaction) बना कर आणविक भट्टी भी बनाई जाती है।

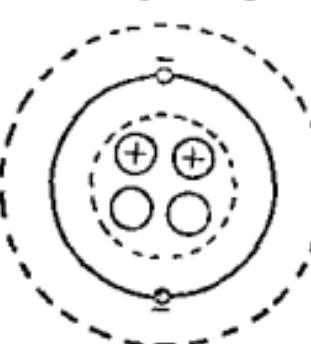
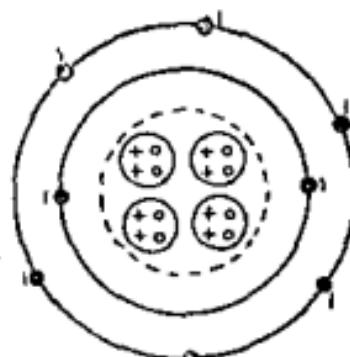
हमें मालूम ही है कि आज इस आणविक शक्ति ने हमारे जीवन में क्या उथल-पुथल मचा दी है।

प्रश्न

1. रेडियो सक्रिय गुण किसे कहते हैं ? इसका वर्णन करो। (देखो 56.2)
2. शरीर में रेडियधर्मी विकिरण का वर्णन करो। (देखो 56.3)
3. परमाणिक संरचना का वर्णन करो। (देखो 56.5)
4. परमाणिक ऊर्जा पर टिप्पणी लिखो। (देखो 56.6)

है। किसी भी परमाणु में इलेक्ट्रानों की संख्या उसमें के प्रोटोनों की संख्या के बराबर होती है। यह बराबर संख्या होने के कारण परमाणु संपूर्ण रूप से आवेश रहित होता है। हमें ज्ञात है ही कि इलेक्ट्रान ऋण आवेश से वेष्टित रहते हैं। एक इलेक्ट्रान का आवेश और एक प्रोटोन का आवेश सांख्यिक दृष्टि से बराबर होते हैं किन्तु प्रकृति में विरुद्ध।

वैज्ञानिक नील्स बोर के अनुसार सब इलेक्ट्रान नाभिक के चारों ओर भिन्न भिन्न त्रिज्या वाली विशिष्ट परिकक्षाओं (shells) में घूमते हैं। साधारणतया पहिली परिकक्षा में 2 से अधिक, दूसरी परिकक्षा में 8 से अधिक, तीसरी परिकक्षा में 18 से अधिक इत्यादि इत्यादि इलेक्ट्रान नहीं हो सकते। इन परिकक्षाओं का मान स्थिर रहता है। दो परिकक्षाओं के बीच का स्थान शून्य होता है-किन्तु उनमें इलेक्ट्रान जा नहीं सकता है। यह केवल, स्थान होने पर एक परिकक्षा से दूसरी परिकक्षा में कूद सकता है। इन परिकक्षाओं में भ्रमण करने वाले इलेक्ट्रानों की सहायता से हम सब प्रकार की रासायनिक क्रियाओं को समझ सकते हैं। जब इलेक्ट्रान एक परिकक्षा से दूसरी परिकक्षा में कूदता है तब वह या तो ऊर्जा को ग्रहण करता है या उसे उत्सर्जित करता है। यही उत्सर्जित ऊर्जा हमारा प्रकाश है।

नीचे कुछ परमाणुओं की संरचना चित्रित की गई है।

हिलियम, चित्र 56.2 आक्सीजन, चित्र 56.3

टिप्पणी:—चित्र में नाभिक को बहुत बड़ा बनाया गया है। परिकक्षाओं की त्रिज्या ठीक अनुपात में बताई नहीं गई है।

56.6 परमाण्विक ऊर्जा:—सन् 1905 ई. में सर्वश्रेष्ठ वैज्ञानिक आइन्स्टीन ने बताया कि प्रकृति और ऊर्जा में तुल्यता होती है। यदि m ग्रा. पदार्थ को नष्ट किया जाय तो उसके द्वारा E अर्ग ऊर्जा उत्पन्न होती है, जिससे कि $E = mC^2$,

यहां C प्रकाश का वेग बराबर 3×10^{10} से. मी. प्रति से. है। इस समीकरण से हम कल्पना कर सकते हैं कि केवल 1 ग्राम पदार्थ को नष्ट कर हम कल्पनातीत ऊर्जा उत्पन्न कर सकते हैं।

हम देख ही चुके हैं कि किस प्रकार परमाणु बनते समय संहति नष्ट होती है। ऐसा देखा गया है कि यदि किसी भारी परमाणु को साधारणतया दो बराबर भार वाले परमाणुओं में विघटित किया जाय अथवा दो बिल्कुल हल्के परमाणुओं को संघनित करके

भाग 6

ध्वनि

लेते हैं। उसका एक सिरा लगा रहता है और वह क्षैतिज दिशा में स्थिर रहता है। यदि हम दूसरे सिरे पर कुछ भार रखें तो वह झुक जायगा। जैसे जैसे हम भार बढ़ाते जाते हैं वैसे वैसे वह अधिकाधिक झुकता चला जाता है। अर्थात्, उसकी साम्यावस्था स्थिति में विक्षेप (deflection) बढ़ता जाता है। अब यदि एकायक हम भार हटावें तो पैमाने का सिरा अपनी मध्यमान स्थिति में लौट आता है। स्पष्ट है कि उसमें विक्षेप के कारण कुछ इस प्रकार के बल (forces) उत्पन्न हुए जो उसमें होने वाले विक्षेप का विरोध करते हैं। जब बाह्य बल हटा लेते हैं तो इस आंतरिक बल के कारण वह अपनी पूर्वावस्था में लौट आता है। इन बलों को प्रत्यावस्थान का बल (force of resitution) कहते हैं। पैमाने में यह बल उसकी प्रत्यास्थता (elasticity) के कारण उत्पन्न होता है। सरल लोलक (simplo pendulum) में यह बल गुरुत्व बल (gravitational force) के कारण उत्पन्न होता है।

विक्षेपित अवस्था में उत्पन्न हुए प्रत्यावस्थान के बल के कारण पैमाना धीरे धीरे अपनी मध्यमान स्थिति की ओर लौटता है। जैसे जैसे वह स्थिति के समीप आता जाता है प्रत्यावस्थान का बल तो धीरे धीरे कम हो जाता है, परन्तु उसमें संवेग (momentum) बढ़ता जाता है। इस प्रकार जब वह मध्यमान स्थिति (स्थिर स्थिति) पर पहुँचता है तो प्रत्यावस्थान का बल शून्य हो जाता है, परन्तु संवेग अधिकतम (maximum) होजाता है। इस संवेग के कारण, वह पैमाना उसी स्थान पर न ठहर कर ऊपर की ओर विक्षेपित होता है। ज्यों ही ऊपर को ओर जाने लगता है प्रत्यावस्थान का बल नीचे की ओर यानि उसकी साम्यावस्था की ओर कार्य करने लगता है। इसके फलस्वरूप उसका संवेग धीरे धीरे नष्ट हो जाता है और पैमाना ऊपर की ओर अपनी चरम सीमा पर पहुँच जाता है। इस स्थिति में संवेग शून्य होता है और प्रत्यावस्थान का बल अधिकतम। इस बल के कारण वह पैमाना पुनः नीचे की ओर चरम स्थिति तक पहुँच जाता है। इस प्रकार पैमाने को एक बार अपनी स्थिर स्थिति से विक्षेपित करने पर वह चिरकाल तक कंपन करता रहता है।

इस प्रकार की गति को सरल मावर्त गति कहते हैं इसमें निम्नलिखित शर्तें पूरी होनी चाहिये।

1. यह पूर्ण रूप से इधर-उधर (to and fro) वाली गति होनी चाहिये। वस्तु में कोई वृत्ताकार गति (revolution) अथवा घूर्णन (spinning) नहीं होनी चाहिये।

2. गति एक सरल रेखा में होनी चाहिये। इसके लिये यह आवश्यक है कि वस्तु का, स्थिर बिन्दु से चरम विक्षेप कम होना चाहिये।

3. प्रत्यावस्थान का बल और उससे उत्पन्न त्वरण सदा स्थिर स्थिति की ओर ही कार्य करना चाहिये।

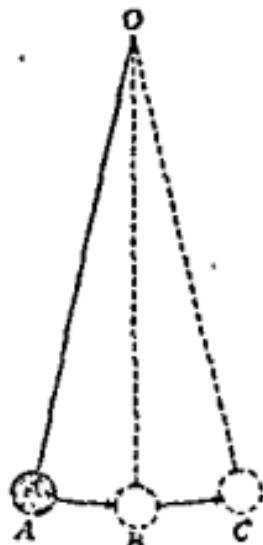
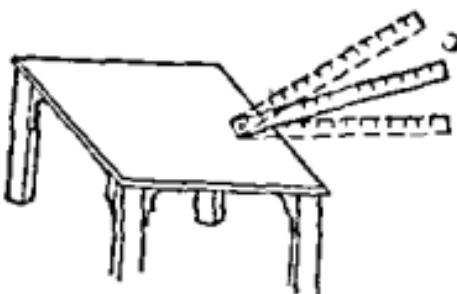
4. वस्तु में उत्पन्न त्वरण विस्थापन (displacement) के समानुपाती होना चाहिये।

अध्याय 57

सरल आवर्त गति

(Simple harmonic motion)

57.1. सरल आवर्त गति (Simple harmonic motion) :—

आप सबने दीवार पर लगी घड़ियों को देखा ही होगा। इसके नीचे एक पकड़ी लटकी हुई रहती है जो इधर-उधर हिलती रहती है। इसी प्रकार यदि हम एक धागे से

चित्र 57.1 (b)

चित्र 57.1 (a)

एक धातु का गोला बांध कर किसी खूंटी से लटका दें तो वह काफी समय तक इधर-उधर (to and fro) घूमता रहेगा। देखो चित्र 57.1(a)। ठीक इसी प्रकार यदि हम एक मीटर पैमाना लें और उसके एक सिरे को मेज की एक किनार पर दबाकर दूसरे सिरे पर धीरे से चोट मारें तो वह लम्बे समय तक कम्पन करता रहेगा। देखो चित्र 57.1 (b)। इसी प्रकार की गति स्वतन्त्रता पूर्वक लटका हुआ चुम्बक भी करेगा जब उसे साम्यावस्था से विक्षेपित कर छोड़ दिया जाय।

इन उपरोक्त प्रकार की गतियों में ठीक एक ही प्रकार की गति बार बार दुहराई जाती है। एक पूरा दोर निश्चित समय में सम्पन्न होता है जो कुछ बातों पर निर्भर करता है तथा कुछ से प्रभावित नहीं होता है। उदाहरणार्थ, लोलक का आवर्त काल (periodic time) उसकी लम्बाई पर निर्भर करता है परन्तु उसके आयाम (amplitude) पर निर्भर नहीं करता।

सरल आवर्त गति भी एक इसी प्रकार की आवर्त गति (periodic motion) है जो बार बार दुहराई जाती है। हम पुनः एक मेज पर रखे हुए मीटर पैमाने का उदाहरण

$$\text{त्वरण} = \frac{\text{बल}}{\text{संहति}} = \frac{\frac{mv^2}{a^2} \times x}{m} = \frac{v^2}{a^2} x$$

इस प्रकार त्वरण $= \frac{v^2}{a^2} \times$ विस्थापन .... (1)

हम जानते हैं कि वृत्त की परिधि $2\pi a$ से. मी. है, तथा P बिन्दु v से. मी. प्रति से. के वेग से इस परिधि को पार करता है। यदि एक चक्कर में लगने वाले समय को T से. से व्यक्त किया जाय तो,

$$T = \frac{2\pi a}{v} \quad .... \quad (2)$$

इस प्रकार यदि हम कोणीय वेग ω को लें तो, T से. मी. में वह 2π कोण घूमता है। अतएव,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad .... \quad (3)$$

समीकरण 2 और 3 को मिलाने से,

$$\frac{2\pi a}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

या $$v = a\omega$$

या $$\omega = \frac{v}{a} \quad .... \quad (4)$$

समीकरण 4 से ω का मान समीकरण 1 में रखने से

त्वरण $= \omega^2 \times$ विस्थापन .... (5)

चूंकि M की प्रत्येक स्थिति में ω स्थिरांक है अतएव,

त्वरण $\propto$ विस्थापन

जब विस्थापन x धनात्मक दिशा में होता है यानी O के दांई तरफ है तो, M' पर कार्य करने वाला बल O की तरफ लगेगा यानी बांई तरफ लगेगा तथा जब M' बांई तरफ हो तो यह बल दांई तरफ लगेगा।

इस प्रकार हम देखते हैं कि त्वरण और विस्थापन की दिशा विपरीत होती है।

अतएव, यह स्पष्ट है कि M' की गति सरल आवर्त गति की सभी शर्तें पूरी करती है।

अब पूरे वृत्त में घूमने का समय = पूरे आवर्त का समय,

$$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2}} \quad .... \quad (6)$$

यहां ω^2 स्थिरांक है। समीकरण 5 से,

ये सब शर्तें लगभग उपरोक्त सभी प्रकार की वस्तुओं की गति में पूरी होती है। अतएव, ये सरल आवर्त गति के उदाहरण हैं।

57.2. सरल आवर्त गति का रेखागणितीय आलेख (Gemetrical representation):—

देखो चित्र 57.2। P एक कण है जो वामावर्त दिशा में एक वृत्त पर चक्कर काट रहा है। वृत्त का अर्धव्यास a से. मी. है तथा P का रेखीय (linear) वेग v से. मी. प्रति से.। XX' और YY' दो लम्बवत दिशा में अक्ष हैं। मानलो जब P की स्थिति A पर है तो AM', A से XX' पर डाला हुआ लम्ब है।

जब P,B पर पहुँचेगा तो M', O पर पहुँचेगा। जब P, X' पर होगा तो M' भी X' पर होगा। जब P, Y' पर जायगा तो M' लौटकर O पर आ जायगा। और जब P, X पर आयगा तो M भी X पर आ जायगा। इस प्रकार जब P पूरा चक्कर काट कर पुनः अपने स्थान पर आयगा, उस समय M' भी एक रेखा में पूरा कम्पन कर पुनः अपने स्थान पर आ जायगा। हम यह सिद्ध करना चाहते हैं कि M' सरल आवर्त गति करेगा।

चित्र 57.2

चूँकि P एक वृत्त में चारों ओर घूम रहा है अतएव, उस पर अपकेन्द्र बल (centrifugal force) $\frac{mv^2}{a}$ के बराबर होगा। यह बल केन्द्र O की ओर कार्य करेगा। अतएव P के लम्ब बिन्दु M' पर भी इस बल का घटक (component) O की दिशा में कार्य करेगा।

यदि AO, P पर लगने वाले बल को व्यक्त करता है तो इसका घटक OX की तरफ M'O से व्यक्त होगा। मानलो OM' = x है और M, X से M' तक आने में t से. लेता है। यानी इस समय में P, X से A तक पहुंचता है।

चूँकि a से. मी. लम्बी भुजा $\frac{mv^2}{a}$ बल को व्यक्त करती है,

$\therefore$ 1 से. मी. लम्बी भुजा $\frac{mv^2}{a^2} \times \frac{1}{a}$ बल को व्यक्त करेगी।

$\therefore$ x से. मी. लम्बी भुजा $\frac{mv^2}{a^2} \times \frac{x}{1}$ बल को व्यक्त करेगी।

इस प्रकार M' को O की तरफ खींचने वाला घटक $\frac{mv^2}{a^2} \times x$ के बराबर होगा। यह M' पर कार्य करने वाला प्रत्यास्थान का बल है। अतएव, इस बिन्दु पर M' का त्वरण (acceleration) होगा,

आ जायगा। इस समय उसका विस्थापन $y = -a$ होगा। यह ऋणात्मक दिशा में चरम विस्थापन है। जब P पुनः प्रारम्भिक स्थिति में आ जायगा तो M भी O पर पहुँच जायगा। इस प्रकार P के साथ M भी अपना एक आवर्तन पूरा करेगा। यदि हम X अक्ष पर समय को प्रदर्शित करें और Y अक्ष पर M का विस्थापन, तो M की गति भिन्न भिन्न समय पर लेखा चित्र द्वारा प्रदर्शित की जा सकती है। चित्र 57.3 में यह लेखा चित्र इसी प्रकार खींचा गया है।

सरल आवर्त गति का गणितीय आलेख:—मानलो किसी क्षण t पर उत्पादक बिन्दु P की स्थिति A पर है। तो $\angle AOX = \omega t$ होगा और कोण AOM $= \left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)$ होगा। चित्र 57.3 देखो। यहाँ M, P का Y अक्ष पर लम्ब बिन्दु है। इस स्थिति में M का विस्थापन O से y है

समकोणिक त्रिभुज AOM से,

$$\cos AOM = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{OM}{OA}, \text{ इसमें } \angle AOM = \left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right),$$

$OM = y$ और $OA = a$ को स्थानापन्न करने से,

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = \frac{y}{a}$$

या

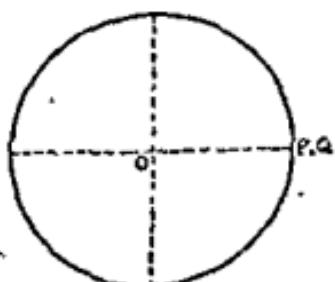
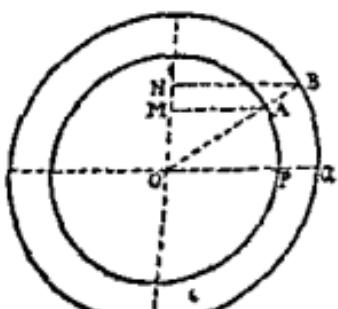
$$\sin \omega t = \frac{y}{a}$$

$$y = a \sin \omega t$$

$$= a \sin \frac{2\pi}{T} t \quad \dots\dots \quad (1)$$

$$\text{चूंकि } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

यह समीकरण (1) सरल आवर्त गति का समीकरण है। इसमें t का मान, $t = O, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$, आदि रखकर तत्कालीन विस्थापन y निकाल सकते हैं।

चित्र 57.4

चित्र 57.5

$$\omega^2 = \frac{\text{त्वरण}}{\text{विस्थापन}}$$

$\therefore$ T = $2\pi/\sqrt{\text{त्वरण और विस्थापन के अनुपात का स्थिरांक}}$

57.3. कतिपय परिभाषाएँ :—उपरोक्त आलेख में M' बिन्दु सरल आवर्त गति करता है।

M' अपनी चरम स्थिति X से O की ओर चल कर फिर बांई ओर चरम स्थिति X' से पुन: लौट कर जब X पर पहुंचता है तो एक दोलन अथवा कम्पन पूरा करता है।

इस एक दोलन अथवा कम्पन करने में उसे जितना समय लगता है उसे आवर्त काल (Periodic time) कहते हैं। यह T द्वारा व्यक्त किया जाता है।

एक सेकंड में M जितने दोलन करता है वह आवृत्ति (frequency) कहलाती है और n द्वारा व्यक्त की जाती है।

यदि एक सेकंड में कोई n आवर्तन करता है तो एक आवर्तन में $\frac{1}{n}$ समय लगेगा।

$$\therefore T = \frac{1}{n}$$

यानी आवर्त काल = आवर्तों का प्रतिलोम

M' का मध्य बिन्दु O से चरम विस्थापन OP, आयाम (amplitude) कहलाता है और a से व्यक्त किया जाता है।

57·4. सरल आवर्त गति का लेखा चित्र द्वारा आलेख :—

चित्र 57·3

उपरोक्त उदाहरण की तरह मानलो उत्पादक बिन्दु P एक वृत्त में घूम रहा है और उसका अभिलम्ब-बिन्दु M, Y अक्ष पर घूम रहा है। जब उत्पादक बिन्दु आरम्भ में यानी $t=0$ क्षण पर स्थान 1 पर है तो उसका अभिलंब बिन्दु M, O पर है। इस स्थिति में M का मध्य बिन्दु O से Y अक्ष पर विस्थापन $y = 0$ है। T/4 से. के बाद P स्थान 2 पर पहुंच जायगा और उसका लम्ब बिन्दु M भी $y = a$ पर होगा। यह उसकी चरम स्थिति है। तत्पश्चात् $\frac{T}{2}$ से.के बाद P, 3 पर आ जायगा और M,O पर आजायगा। इस समय पुन: $y = 0$ होगा। $\frac{3T}{4}$ से. के बाद P, 4 पर आजायगा और M भी 4 पर

इस प्रकार की भाँति N की गति,

$y = a \sin(\omega t + \theta)$ से व्यक्त की जायगी।

यहाँ $\angle \theta$ कलान्तर (phase difference) कहलाता है। इस उदाहरण में N की गति M की गति से आगे है तथा M की गति N की गति से पीछे। यदि $\angle \theta = 0$ हो तो दोनों गतियों का कलान्तर शून्य हो जाता है और हम कहेंगे कि वे एक ही कला में हैं।

यदि $\angle \theta = \pi$ हो तो दोनों गतियें विपरीत कला (opposite phase) में कहलाती हैं। इस स्थिति में जब एक बिन्दु धनात्मक दिशा में परम विस्थापन पर होगा तो दूसरा ऋणात्मक दिशा में परम विस्थापन पर होगा। जब एक मध्य बिन्दु O को दाईं ओर से बाईं ओर को पार करेगा तो दूसरा बाईं ओर से दाईं ओर को पार करेगा।

यदि एक ही बिन्दु पर दो सरल आवर्त्त गति आरोपित की जाय जो एक ही रेखा पर हों तो परिणमित गति भी सरल आवर्त्त गति होगी। यदि आरोपित दोनों सरल आवर्त्त गतियों का आवर्तन काल बराबर है और एक ही कला में है तो परिणमित गति भी उसी आवर्त्त काल की सरल आवर्त्त गति होगी और उसका आयाम दोनों के आयाम के योग के बराबर होगा। यदि दोनों गतियें विरोध कला में हों तो परिणमित गति का आयाम उनके आयाम के अन्तर के बराबर होगा। यदि उनके आयाम बराबर हों तो परिणमित गति का आयाम शून्य होगा अर्थात् बिन्दु स्थिर रहेगा।

यदि दोनों गतियों के आवर्त्त काल में अन्तर हो तो, गति क्लिष्ट (complicated) हो जायगी। कभी कभी तो परिणमित गति का आयाम दोनों के योग के बराबर होगा और दोनों के अन्तर के बराबर। इस प्रकार की गति से उत्पन्न होने वाले परिणाम को ध्वनि में हम संकर (beats) कहते हैं।

प्रश्न

1. सरल आवर्त्त गति किसे कहते हैं? इसके लक्षण बताओ तथा आवर्त काल के लिये सूत्र निकालो। (देखो 57.1 और 57.2)

2. परिभाषा दो:—(*i*) कंपन, (*ii*) आवर्तकाल, (*iii*) आवृत्ति, (*iv* आयाम और (*v*) कला। (देखो 57.3 और 57.5)

3. सरल आवर्त गति का गणितीय सूत्र अथवा लेखा चित्र द्वारा किस प्रकार प्रदर्शित करोगे? (देखो 57.4)

करो कि $T = 1/n$ होता है। (देखो 57.3)

कला (Phase)-मानलो दो उत्पादक बिन्दु P और Q (चित्र 59 4 और 59.5) वृत्त में घूम रहे हैं। मानलो इन दोनों का कोणीय वेग ω समान है तथा इनके वृत्त का अर्धव्यास भी समान है। M और N क्रमशः उनके Y अक्ष पर लम्ब बिन्दु हैं। M और N दोनों भिन्न भिन्न सरल आवर्त्त गति से चलेंगे जो सर्वदा एक दूसरे के समान होगी यानी उनका आवर्त्त काल और आयाम सब समान होगा। यदि P और Q पृथक पृथक वृत्त में घूमते हैं जिनका अर्धव्यास a और b है तो M और N सरल आवर्त्त गति करेंगे जिनका आयाम भिन्न भिन्न होगा। इन दोनों को हम निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त सकते हैं :

$$y = a \sin \omega t \quad \text{....} \quad (1)$$

और

$$y = b \sin \omega t \quad \text{....} \quad (2)$$

यहां हम यह मानते हैं कि दोनों सरल आवर्त्त गति की एक ही कला है (phase) है। कला से हमारा आशय उनकी मध्य बिन्दु O से अपेक्षाकृत स्थिति से है। यहां वे दोनों मध्य बिन्दु से, धनात्मक दिशा में चरम विस्थापन पर और ऋणात्मक दिशा में चरम विस्थापन पर एक साथ ही पहुँचेंगे, चाहे चरम विस्थापन का मान दोनों के लिये भिन्न भिन्न हो।

उदाहरण के लिये दो सरल लोलक लो जिनकी लम्बाई बराबर हो और उनको भिन्न २ दूरी से विस्थापित कर एक साथ छोड़ दो। ये दोनों लोलक जो सरल आवर्त्तगति करेंगे वह एक ही कला में होगी।

चित्र 57.6 a.   चित्र 57.6 b.

चित्र 57.6 में P और Q दो उत्पादक बिन्दु वृत्त पर भिन्न भिन्न स्थानों पर स्थित हैं। कोण POQ = θ है। अब ये साथ साथ घूमना प्रारम्भ करते हैं। इनका कोणीय वेग समान है तथा एक ही वृत्त पर घूम रहे हैं। इनके लम्ब बिन्दु M और N का अध्ययन करने से ज्ञात होगा कि यद्यपि दोनों एक ही आवर्त्त और आयाम की सरल आवर्त्त गति करते हैं तथापि उनकी अपेक्षाकृत स्थितियों में अन्तर होता है। समय $t = O$ पर जब M का विस्थापन शून्य है तब N का ON के बराबर है। t समय के पश्चात् जब P, O पर कोण ωt बनायगा तो Q कोण $(\omega t + \theta)$ बनायगा, चूंकि Q प्रारम्भ से ही θ कोण आगे है। इस कारण M और N का विस्थापन किसी भी समय समान नहीं होगा। जब N चरम विस्थापन पर पहुंचेगा तो M पीछे रह जायगा। यदि M की गति का समीकरण,

$$y = a \sin \omega t \quad \text{....} \quad (3)$$

अनुप्रस्थ तरंगों में माध्यम के कण हल-चल के संचारण की समकोणिक दिशा में कम्पन करते हैं।

अनुदैर्घ्य तरंगों में माध्यम के कण उसी दिशा में कम्पन करते हैं जिस ओर हल-चल का संचारण हो रहा हो।

इनके अन्य लक्षण अनुच्छेद 3 और 5 में दिये गये हैं।

इस प्रकार की तरंगों को (अनुप्रस्थ और अनुदैर्घ्य) जिनमें हल-चल आगे बढ़ती है प्रगामी तरंगें (progressive waves) कहते हैं।

593. अनुप्रस्थ प्रगामी तरंगों का संचारण (Propagation of transverse progressive wave):—यदि हम एक अनन्त खिंचा हुआ तार लें और उसके एक सिरे को कम्पित करें तो हम देखेंगे कि हल-चल तार में दूसरे सिरे को

अध्याय 58

तरंग गति

(Wave motion)

58.1. तरंग गति (Wave motion) :—लहरों अथवा तरंगों से कौन परिचित नहीं है। जब हम तालाब में पत्थर फेंकते हैं तो एक हलचल उत्पन्न हो जाती है। जिस स्थान पर पत्थर गिरता है वहां पर हलचल उत्पन्न होती है और फिर वहां से चारों ओर फैलती है। यदि हम पानी पर एक कागज अथवा कॉर्क का टुकड़ा डाल दें तो हम देखेंगे कि वह टुकड़ा एक ही स्थान पर ऊपर नीचे होगा परन्तु आगे की ओर नहीं चलेगा। इससे स्पष्ट है कि यद्यपि हम को ऐसा प्रतीत होता है कि पानी आगे बढ़ रहा है परन्तु वास्तव में ऐसा नहीं होता। प्रत्येक स्थान पर पानी केवल ऊपर नीचे उठता है और गिरता है। केवल लहरें आगे चलती हैं और उनके साथ साथ हल-चल भी। यदि हम एक खिंची हुई रस्सी लें और उसके एक सिरे को हाथ में पकड़ कर झटका दें तो एक लहर सी उत्पन्न हो जायगी जो दूसरे सिरे की ओर चलित होगी। इस प्रकार की गति को जिसमें माध्यम का कोई कण तो एक स्थान से दूसरे स्थान पर पूर्ण रूप से स्थानान्तरित नहीं होता वरन हल-चल एक स्थान से दूसरे स्थान पर पहुंच जाती है तरग कहते हैं। इस प्रकार की तरंग गति में माध्यम का प्रत्येक कण अपनी साम्यावस्था (equilibrium) के इधर-उधर कंपन करता है और हल-चल कण प्रति कण आगे प्रसारित होती है। परन्तु इसके साथ माध्यम के कण सर्वदा स्थानान्तरित नहीं होते। इस प्रकार, इस गति में हल-चल द्वारा ऊर्जा (energy) एक स्थान से दूसरे स्थान पर संचारित (propagate) होती है और माध्यम में स्थानान्तरण नहीं होता।

इस प्रकार की तरंग गति में हम निम्नलिखित लक्षण देखते हैं:—

1. ऊर्जा (हल-चल) माध्यम के एक सिरे से दूसरे सिरे तक जाती है।

2. इसमें माध्यम आवश्यक है। निर्वात (vacuum) में तरंगें उत्पन्न नहीं की जा सकतीं।

3. माध्यम के कणों में हल-चल उत्पन्न हो जाती है। ये कण अपनी साम्यावस्था की स्थिति के इधर-उधर सरल आवर्त गति से कंपन करते हैं।

4. माध्यम के कण एक स्थान से दूसरे स्थान पर स्थाई रूप से विस्थापित नहीं होते।

58.2. तरंगों के भेद—संचारण की विधि और उत्पन्न करने की विधि के अनुसार ये तरंगे दो प्रकार की होती हैं।

(1) अनुप्रस्थ (Transverse)

(2) अनुदैर्घ्य (Longitudinal)

इस प्रकार धीरे २ यह हल-चल आगे बढ़ती जाती है।

इस प्रकार की हल-चल में हम निम्नलिखित प्रेक्षण करते हैं :—

1. सब कण एक ही आवर्तकाल और आयाम की सरल आवर्त गति करते हैं। इस आवर्त गति की दिशा हल-चल संचारण की दिशा के समकोणिक (perpendicular) है।

2. कण 1 और 13 एक ही कला में कम्पन करते हैं, और 1 से 13 के बीच में स्थित कणों का कालान्तर उत्तरोत्तर बढ़ता जाता है। इस प्रकार, एक ही कला में कम्पन करने वाले दो कणों के बीच की दूरी को हम तरंग दैर्घ्य (wave length) कहते हैं। साथ २ हम यह भी देखते हैं कि जितने समय में कण 1 अपना पूरा कम्पन समाप्त करता है यानी T से. में हलचल कण 13 तक पहुँच जाती है। इस प्रकार एक आवर्त काल में जितनी दूरी से हलचल आगे बढ़ती है उसे तरंग दैर्घ्य कहते हैं। यह, चिह्न λ (लेम्डा) द्वारा व्यक्त की जाती है। यदि कण 7 को लें तो वह 1 और 13 के बीच में है। यानी 1 से उसकी दूरी $\lambda/2$ है। इस प्रकार दो कणों के बीच जो विपरीत कला में है $\lambda/2$ की दूरी है।

3. चित्र 58.1 (7a) से 58.1 (7f) तक का अध्ययन करने से हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि माध्यम में विकृति (distortion) हो गई है। यानी तरंग के संचारण से माध्यम के रूप में परिवर्तन हो गया है। चित्र 58.1 (7f) में सबसे ऊपर उठे हुए भाग जो कण 1 और 13 पर है वे शृंग (crest) कहलाते हैं तथा कण 7 पर का भाग गर्त (trough)। ध्यान पूर्वक देखने से हमको मालूम होगा कि ये शृंग और गर्त आगे बढ़ते रहते हैं। प्रत्येक कण बारी बारी से शृंग और गर्त बनता जाता है। इस प्रकार अनुप्रस्थ तरंग शृंग और गर्त के रूप में आगे संचारित होती है।

4. दो कणों के बीच की दूरी में कोई परिवर्तन नहीं होता है अर्थात न तो वे समीप आते हैं न दूर। दूसरे शब्दों में हम कह सकते हैं कि माध्यम के घनत्व में कोई अन्तर उत्पन्न नहीं होता है।

5. इस प्रकार के विलक्षण गुणों के कारण अनुप्रस्थ तरंगें उसी माध्यम में उत्पन्न की जा सकती हैं जिसमें दृढ़ता (rigidity) का गुण हो।

6. कण 1 से 13 तक के सब कणों में कालान्तर बढ़ता जाता है और इनमें से कोई भी एक कला में नहीं कम्पित होते।

58.4 तरंग दैर्घ्य, आवर्तकाल अथवा आवृति और वेग में सम्बन्ध (Relation between wave length, periodic time or frequency and velocity):—

जिस गति से हल-चल आगे संचारित होती है उसे हम तरंग का वेग (velocity) कहते हैं। इसको V द्वारा बताया जाता है।

हम ऊपर देख चुके हैं कि,

T से. मी. में हल-चल λ से. मी. से आगे बढ़ती है।

तरंग का संचारण ठीक तरह से समझने के लिये हम एक अवास्तविक माध्यम की कल्पना करेंगे जिसमें प्रत्यास्थता का गुण हो। यद्यपि माध्यम लगातार होता है फिर भी हम उसे कई कणों 1,2,3. ···· ···· ···· आदि का बना हुआ मानकर दर्शित करेंगें। ये कण सब एक रेखा में हैं। देखो चित्र 58.1 (7a)। ये सब कण एक दूसरे से दृढ़ता पूर्वक सलग्न हैं।

मानलो हम कण 1 पर सरल आवर्त गति आरोपित करते हैं। चूंकि कण 1 सरल आवर्त गति उत्पादक से सलग्न है, इसलिये यह भी उसी आवर्ती (frequency) और आयाम (amplitude) की स. आ. ग. (सरल आवर्त गति) करेगा। मानलो इसका आवर्तन काल T से. है और आयाम a से. मी.।

चित्र 58.1(7a), $t = O$ क्षण पर सब कणों की स्थिति दर्शित करता है जबकि वे आरम्भ मे स्थिर अवस्था में है। चित्र 58.1 (7b) यह $t=T/4$ समय के पश्चात कणों की दशा बताता है। इस काल मे कण 1 ऊपर की ओर चरम सीमा a तक विस्थापित हो चुका है। कण 2 भी 1 से सम्बन्धित है। अतएव वह भी 1 के साथ साथ कम्पन करना आरम्भ कर देता है परन्तु उसमें कुछ कालान्तर (phase difference) होगा। इस प्रकार कण 2 कण 1 का अनुसरण करेगा। इसी प्रकार कण 3 भी अनुसरण करेगा परन्तु उसका कालान्तर और भी बढ जायगा। इस प्रकार करते करते मानलो कण 4 ऐसे स्थान पर स्थित है कि वह $t = T/4$ से. पर अपनी गति आरम्भ करने ही वाला है। इस प्रकार T/4 से. में 1 से 4 तक के कण विस्थापित हो चुके हैं और आगे के कण स्थिर हैं।

चित्र 58.1 (7c), $t= T/2$ से. के बाद कणों की स्थिति बताता है। इस समय में कण 1 अपना आधा कम्पन समाप्त कर चुका है और नीचे की ओर चलने को प्रस्तुत है। कण 2 भी अपनी चरमावस्था से लौटकर 1 का अनुसरण कर रहा है। इस प्रकार कण 4 इस समय अपनी चरमावस्था में है। 4 से लगाकर 7 तक की स्थिति वही है जो पहिले 1 से लगाकर 4 तक की थी। कण 7 अपनी हल-चल आरम्भ करने ही वाला है। आगे के कण अभी शान्त हैं। T/2 से. में हल-चल कण 7 तक पहुँच चुकी है। चित्र 58.1 (7d) मे कणों की स्थिति स्पष्ट है। 1 नीचे की ओर चरमावस्था में हैं, 4 मध्य बिन्दु पर है, 7 ऊपर की ओर चरमावस्था मे है और कण 10 चलने ही वाला है। चित्र 58.1 (7e) t=T से. के बाद सब कणों की स्थिति बताता है। अब कण 1 अपना पूरा कंपन समाप्त कर चुका है और दूसरा दौर आरम्भ करने वाला है। इसी प्रकार कण 13 भी ऊपर की ओर चलना आरम्भ करने वाला है। इस समय मे हल-चल कण 13 तक पहुँच चुकी है।

चित्र 58.1 (7f) मे यह स्पष्ट है कि कण 1 और 13 साथ साथ चलते है। इनमें कालान्तर (phase differnce) शून्य है। वास्तव में कण 1 कण 13 से एक कम्पन आगे है। अतएव, हम कह सकते है कि उसका कालान्तर 2π है। इस प्रकार के कण जिनका कालान्तर 2π, 4π, 6π···· $2n\pi$ हो (यहा n=1,2,3,····) उन्हें एक ही कला (phase) मे कहते है। ठीक इसी प्रकार कण 7 की स्थिति इसके विपरीत है, और हम कहते है कि इनमें π का कालान्तर है अथवा विपरीत कला मे है।

चित्र 58.2 (8b) में समय = T/4 से. के बाद की स्थिति चित्रित की गई है। कण 1 दाईं ओर अपने चरम विस्थापन पर पहुँच गया है। इस क्रिया में यह कण, कण 2 को आगे ढकेल देता और 2, 3 को। इस प्रकार यह धक्का मानलो कण 4 तक पहुँच चुका है।

चित्र 58.2 (8c) में $t=T/2$ से. के बाद की स्थिति का चित्रण किया गया है। इसमें जो ढकेले कणों को पहिले 1 और 4 के बीच थी वह अब 4 से 7 के बीच हो गई है। कण 1 अपनी साम्यावस्था स्थिति में पहुँच गया है और बाईं ओर यात्रा करने वाला है। कण 4 दाईं ओर चरम विस्थापन पर है।

चित्र 58.2 (8d) मे कण 1 बाईं ओर चरम विस्थापन पर पहुँच चुका है और इस-बल कण 10 तक पहुँच चुकी है। चित्र 58.2(8e) में $t=T$ समय के पश्चात की स्थिति को दर्शित किया है। इसमें कण 1 अपना पूरा कम्पन कर मध्य बिन्दु पर आ गया है और इस-बल कण 13 तक पहुँच चुकी है। अब कण 1 दाईं ओर कम्पन प्रारंभ करेगा और ठीक उसी कला में कण 13 भी। केवल अन्तर यह है कि कण 1 अपना एक कम्पन पूरा कर चुका है और 13 अपना पहला कम्पन आरम्भ करने वाला है। इस प्रकार इनमें 2π का कलान्तर है। 1 और 13 के बीच की दूरी को तरंग दैर्घ्य कहते हैं। यह दूरी एक आवर्त काल T में तरंग द्वारा सञ्चारित की गई दूरी के भी बराबर है। कण 1 और 13 के बीच सब कणों में उत्तरोत्तर कालान्तर बढ़ता जाता है।

इस प्रकार हम देखते है कि कम्पन की यह प्रणाली, अनुप्रस्थ प्रणाली के समान ही है केवल इनमें निम्न लिखित अन्तर है,

1. सब कण उसी दिशा में सरल आवर्त गति करते हैं जिस दिशा में तरंग का अर्थात् इस बल का संचारण होता है।

2. माध्यम में कोई विकृति उत्पन्न नहीं होती किन्तु कुछ स्थानों पर कण एक दूसरे के अधिक समीप आ जाते हैं तथा अन्य स्थानों पर अधिक दूर। शृंग और गर्त के स्थान पर यहां संपीडिका (compression) और विरलिका (rarefaction) उत्पन्न होते हैं। ये तरंग के संचारण के साथ साथ आगे बढ़ते जाते हैं। जिस प्रकार अनुप्रस्थ तरंग में एक शृंग और दूसरे शृंग के बीच की दूरी एक तरंग दैर्घ्य (λ) के बराबर होती है उसी प्रकार यहां एक संपीडिका और दूसरे संपीडिका के बीच दूरी λ के बराबर होती है।

3. अनुदैर्घ्य तरंगें उन सब माध्यमों में उत्पन्न की जा सकती हैं जिनमें आयतन प्रत्यास्थता (bulk modulus) का गुण हो। यह आवश्यक नहीं है कि माध्यम में दृढ़ता (rigidity) हो।

58.6. अनुदैर्घ्य तरंग का रेखा चित्र द्वारा आलेख:—अनुदैर्घ्य तरंग का चित्रण भी उसी प्रकार करते हैं जिस प्रकार कि अनुप्रस्थ तरंग का। दोनों का आलेख ... होता है। इसमें भी कणों का विस्थापन समकोणिक दिशा में ही बताते हैं ... में बताना सम्भव नहीं है। दाईं ओर के विस्थापन को ऊपर की दिशा ... है और बाईं ओर का नीचे की दिशा में। अन्तर केवल इतना ही है कि ... में केवल माध्यम का वास्तविक चित्र होता है परन्तु अनुदैर्घ्य में यह

$\therefore$ 1 से. में हल चल λ/T से. मी. आगे बढ़ेगी,

इस प्रकार $V = \lambda/T$ से. मी. प्रति से. हुआ । .... (1)

चूंकि $1/T = n$ होता है, अतएव,

$V = n\lambda$ .... (2)

या वेग = आवर्ती × तरंग दैर्ध्य

58.5. अनुदैर्घ्य प्रगामी तरंग का संचारण (Propagation of longitudinal progressive wave):—अनुप्रस्थ तरंगों का उदाहरण देना सहज है क्योंकि उनमें माध्यम की विकृति समकोणिक दिशा में होती है जिसे हम देख सकते हैं । इसके विपरीत अनुदैर्घ्य तरंगों में कणों का विस्थापन तरंग संचारण की दिशा में ही होता है जिसे हम देख नहीं सकते । इसलिए इनका उदाहरण देना कठिन है । फिर भी कतिपय कल्पित उदाहरणों से हम इस प्रकार की तरंगों का अनुमान लगा सकते हैं । मानलो हम कमानी को एक सिरे से लटका कर दूसरे सिरे पर एक भार लटका दें । तदुपरान्त, भार को थोड़ा नीचे खींच कर छोड़ दें । तब हम देखेंगे कि भार ऊपर नीचे ऊर्ध्वाधर दिशा में कम्पन करता है और उसी प्रकार कमानी का प्रत्येक भाग भी ऊपर नीचे कम्पन करता है । आपने देखा होगा कि जब लम्बी रेलगाड़ी में झटके के साथ इंजन जुड़ता है तो डिब्बा थोड़ी देर इधर-उधर कम्पन करता है ।

अनुदैर्घ्य तरंगों को समझने के लिये हम उसी प्रकार माध्यम के कणों का कल्पित उदाहरण लेते हैं जैसा कि हमने अनुप्रस्थ तरंगों में लिया है । अन्तर केवल इतना है कि यहां कण ऊपर नीचे कम्पन न कर आजू बाजू में इधर उधर कम्पन करेंगे ।

चित्र 85.2

चित्र 58.2(८a) में सब कण स्थिर अवस्था में बताये गये हैं । अब कण 1 पर इसी रेखा में कार्य करने वाली सरल आवर्त गति आरोपित की जाती है । कण 1 उत्पादक स्रोत के साथ सरल आवर्त गति करेगा ।

अध्याय 59

ध्वनि तरंग के रूप में

(Sound as a wave motion)

59.1 ध्वनि:—यह एक साधारण सी बात है कि जब किसी धातु के पात्र पर चोट दी जाती है तो ध्वनि उत्पन्न होती है। प्रत्येक बालक अपनी शाला की घन्टी से परिचित है। यदि आप उसे ध्यान पूर्वक देखें तो ज्ञात होगा कि पीटने पर वह कंपन करती है और उसी के फलस्वरूप ध्वनि उत्पन्न होती है। यदि आप उस पर हाथ रख कर उसका कम्पन रोक दें तो उसकी ध्वनि भी यकायक बन्द हो जायगी। इस प्रकार यदि आप एक बड़ा पानी का पात्र लेकर उसको पीटकर ध्वनि उत्पन्न करें तो आप देखेंगे कि ध्वनि के साथ २ पानी पर तरंगें भी उत्पन्न होंगी। एक स्वरित्र को गद्दी पर मारने से ध्वनि उत्पन्न होती है और उसके कम्पन स्पष्ट रूप से दृष्टिगोचर होते हैं। किसी सुरभारी के खिंचे हुए तार को छेड़ने से वह कम्पन करता है और उसके फलस्वरूप ध्वनि भी उत्पन्न होती है। उपरोक्त उदाहरणों से यह सिद्ध होता है कि जब कोई वस्तु कम्पन करती है तो ध्वनि उत्पन्न होती है। इसमें यह बात आवश्यक है कि उसकी आवृत्ति एक सीमा में होनी चाहिए। यदि आवृत्ति बहुत कम है तो ध्वनि नहीं होगी और यदि आवृत्ति अधिक है तो भी हम ध्वनि कान से नहीं सुन सकेंगे। साथ ही हम यह देखते हैं कि उपरोक्त उदाहरणों में जितना जोर से हम उपकरण को पीटेंगे उतना ही उसका आयाम अधिक होगा और उतनी ही उसकी ध्वनि तेज होगी।

ध्वनि एक प्रकार का कान का विलक्षण संवेदन है। यानी ध्वनि हम उसे कहते हैं जो कान से सुनाई दे। कान के परदे को कंपित करने से ध्वनि सुनाई पड़ती है। कम्पन उत्पन्न करने के लिए हमें ऊर्जा की आवश्यकता पड़ती है। ध्वनि भी एक प्रकार की ऊर्जा है।

ध्वनि विज्ञान के तीन प्रमुख पहलू हैं : (1) ध्वनि किस प्रकार उत्पन्न होती है ? (2) ध्वनि किस प्रकार उद्गम स्थान से हमारे कान तक संचारित होती है ? और (3) हम किस प्रकार उसे सुनते हैं ? इनमें से प्रथम पहलु का उत्तर हम ऊपर अनुच्छेद 1 में दे चुके हैं। तीसरे पहलू का अध्ययन हम आगे जाकर करेंगे। यहां हम दूसरे प्रश्न पर अधिक विस्तार से विचार करेंगे।

59.2. ध्वनि तरंग के रूप में :—कल्पना करो कि एक कागज की नाव पानी की सतह पर कुछ दूर तैर रही है। हम उस नाव को ध्वंस करना चाहते हैं। इसको हम निम्न दो विधियों से कर सकते हैं:—

1—एक पत्थर या ऐसी ही किसी वस्तु को फेंक कर सीधा उस पर मार दें।

अथवा

2—किनारे के पास ही हाथ से पानी को थपथपा कर उसमें छोटी छोटी तरंगें

केवल कणों के विस्थापन का परिमाण और उनकी अपेक्षाकृत स्थिति का चित्रण करता है, वास्तविक स्थिति का नहीं।

प्रश्न

1. अनुप्रस्थ तरंग किसे कहते हैं ? इसका संचारण किस प्रकार होता है ? इसके विविध लक्षणों का चित्रण करो। [देखो 58.2 और 58.3]

2. तरंग दैर्घ्य, आवृत्ति और तरंग के वेग की परिभाषा दो। ये राशियां किस प्रकार सम्बन्धित हैं ? [देखो 58.4]

3. अनुदैर्घ्य तरंग के लक्षण और संचारण विधि को समझाते हुए उनकी अनुप्रस्थ तरंग से तुलना करो। [देखो 58.5]

संख्यात्मक प्रश्न

1. एक स्वरित्र (tuning fork) द्वारा, जिसकी आवृत्ति 256 है उत्पन्न ध्वनि तरंगों का तरंग दैर्घ्य ज्ञात करो। ध्वनि का वेग 332 मीटर प्रति सेकंड है।
[उत्तर 129.7 से॰ मी॰]

2. एक स्वरित्र द्वारा उत्पादित ध्वनि तरंगों का तरंग दैर्घ्य 30 इन्च है। यदि तरंग का वेग 1100 फीट प्रति सेकंड है, तो स्वरित्र की आवृत्ति ज्ञात करो।
[उत्तर 440 प्रति सेकंड]

3. पानी में चलने वाली ध्वनि तरंगों का तरंग दैर्घ्य 580 से॰ मी॰ है। यदि पानी में ध्वनि का वेग 145,000 से॰ मी॰ प्रति से॰ है तो ध्वनि की आवृत्ति ज्ञात करो। [250 प्रति सेकंड]

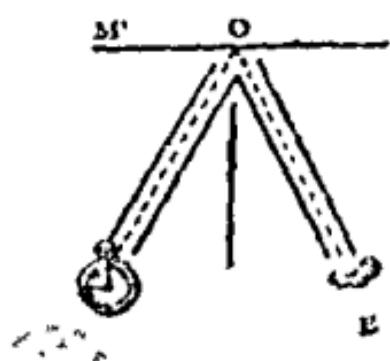
4. किसी तरंग की आवृत्ति 1000 कम्पन प्रति सेकंड है। यदि तरंग दैर्घ्य 1 फुट है तो तरंग का वेग ज्ञात करो। [उत्तर 1000 फीट प्रति सेकंड]

(ख) माध्यम की आवश्यकता :–चित्र 59.2 के अनुसार उपकरण जमाओ। एक कांच के पात्र J में विद्युत घंटी रखी हुई है। घंटी का बटन पात्र से बाहर होने से, यह बाहर से बजाई जा सकती है। पात्र के पेंदे में एक नली लगी होती है जिसकी सहायता से हम पात्र की हवा निकाल सकते हैं। जब पात्र में हवा है तो घंटी बजाने पर उसकी ध्वनि स्पष्ट सुनाई देती है। हवा निकालने पर यद्यपि हमें घंटी बजती हुई दिखाई देगी परन्तु उसकी आवाज सुनाई नहीं देगी। इससे सिद्ध होता है कि ध्वनि को चलने के लिये माध्यम की आवश्यकता होती है।

चित्र 59.2

जब प्रयोग द्वारा ध्वनि का वेग ज्ञात किया जाता है तो वह साधारणतः332 मीटर प्रति सैकंड या लगभग 760 मील प्रति घंटा आता है। यह वेग इतना कम है कि आजकल हमारे पास इस प्रकार के हवाई जहाज हैं जो ध्वनि से भी तेज रफ्तार से चलते हैं।

(ग) ध्वनि को चलने में समय लगता है:—खिलाड़ी लोग इस बात से भली भांति परिचित हैं कि किसी दौड़ का समय निकालने वालों को, दौड़ प्रारम्भ कराने वाले के पिस्तौल का धुंआ देखते ही घड़ी चला देनी चाहिये; आवाज आने तक उसकी प्रतीक्षा नहीं करनी चाहिये क्योंकि आवाज को आने में विलम्ब होगा। बन्दूक द्वारा छोड़ी गई गोली, आवाज सुनने से पहले ही व्यक्ति को लग जाती है। बिजली की गड़गड़ाहट, बिजली दिखने के काफी बाद सुनाई देती है। इस प्रकार यह स्पष्ट है कि ध्वनि को एक स्थान से दूसरे स्थान तक जाने में समय लगता है।

(घ) परावर्तन (Reflection)—प्रकाशिकी में आप परावर्तन का अध्ययन कर चुके हैं। ठीक इसी प्रकार ध्वनि भी परावर्तित होती है। साथ ही ध्वनि का परावर्तन उन सब नियमों का पालन करता है जो प्रकाशिकी में लागू होते हैं। चित्र 59.3 (a) और 59.3 (b) में यह प्रयोग द्वारा दिखाया गया है। यहाँ टिक टिक करने वाली घड़ी ध्वनि के उद्गम का काम करती है और कान परिचायक का। चित्र 59.3(a) में घड़ी की आवाज नली द्वारा एक पर्दे पर आपतित की जाती है। दूसरी नली के मुँह पर कान लगा कर हम ध्वनि सुनते हैं। हम देखते कि जब दोनों नलियों का कोण [illegible] ध्वनि स्पष्ट सुनाई देती है।

59.3 (a)

चित्र 59.3 (b) में घड़ी को एक अवतल परावर्तक M के फोकस (focus) पर रखा गया है। M' एक दूसरा अवतल परावर्तक है जो उसी अक्ष पर रखा हुआ है। [illegible]

उत्पन्न कर दें । ये तरंगें चारो ओर प्रसारित हो कर नाव तक पहुंचेंगी और उसको डावां-डोल कर देंगी ।

इस प्रकार पहिली विधि में ऊर्जा सीधी हाथ से नाव तक पत्थर द्वारा ले जाई जाती है । दूसरी अवस्था में यह ऊर्जा लहरों द्वारा ले जाई जाती है । इसमें पानी एक स्थान से दूसरे स्थान तक सर्वदा के लिये स्थानान्तरित नही होता है । ठीक इसी प्रकार प्रत्येक ऊर्जा एक स्थान से दूसरे स्थान तक इन्ही दो विधियों में से एक के द्वारा संचारित होती है । ध्वनि भी इसी प्रकार संचारित होती है । अब प्रश्न यह उठता है कि ध्वनि कौन सी विधि का अनुसरण करती है ? हम यह सिद्ध करेंगे कि ध्वनि तरंगों द्वारा आगे बढ़ती है ।

59.3 ध्वनि का तरंगों द्वारा सचारित होने का प्रमाणः—हम यह जानते हैं कि तरंगों के निम्नलिखित मुख्य २ लक्षण होते हैं :

(क) तरंग उत्पादन के लिये एक कंपन युक्त उद्गम की आवश्यकता होती है ।

(ख) तरगो को चलने के लिये माध्यम की आवश्यकता होती है । तरंगें निर्वात में नही चल सकती ।

(ग) एक स्थान से दूसरे स्थान तक जाने में तरगों मे समय लगता है ।

(घ) तरंगें परावर्तित होती हैं । (reflected)

(ङ) तरगे वर्तित (refracted) होती है ।

(च) दो तरगें परस्पर एक दूसरे को नष्ट कर सकती हैं (interference)

(छ) तरगे किनारों और छेदो से गुजरने के बाद इधर उधर फैल जाती है । (diffraction)

अब हम सिद्ध करेंगे कि ध्वनि का संचारण इन सब लक्षणों का प्रतिपादन करता है ।

(क) कंपन युक्त उद्गम—यह पहिले अनुच्छेद 1 में समझाया गया है । चित्र

चित्र 59.1

59.1 में एक घंटी द्वारा उत्पन्न तरंगें चित्रित की गई हैं । गहरे भाग सनीडिम (compression) और हल्के भाग विरलिका (rarefaction) बताते है ।

एक सुनने वाली नली को कान से लगाकर धरातल की मध पर चलाएं तो हमें ज्ञात होगा

चित्र 59.3 (b)

कि जब नली का मुंह M' के संगम पर होगा तब ध्वनि काफी तीव्र सुनाई देगी। इस प्रकार के प्रयोग से प्रकाशिकी में भ्राप परिचित ही हैं।

प्रति ध्वनि (Echo):—साधारणतया आप प्रति ध्वनि से परिचित होंगे। जब कभी हम एक बड़े हाल, गहरे कुएं अथवा बड़ी इमारत के सामने बोलते हैं तो कुछ समय पश्चात् हमें पुनः एक आवाज सुनाई देती है। यह ध्वनि जो कुछ समय बाद सुनाई देती है और स्पष्ट रूप से परावर्तन के कारण उत्पन्न होती है, प्रति ध्वनि कहलाती है। जब कभी एक माध्यम में चलती हुई ध्वनि दूसरे माध्यम के धरातल पर गिरती है, तो परावर्तन होता है चाहे वह माध्यम सघन हो अथवा विरल।

साधारणतया जो ध्वनि कान पर पड़ती है उसका संवेदन लगभग 1/10 से. तक कान में रहता है। इसलिये जब हम किसी छोटे कमरे में बोलते हैं अथवा जब परावर्तक तल हमारे पास होता है तो वहां से परावर्तित ध्वनि 1/10 से. से पहिले ही हमारे कान में पहुँच जाती है और उसकी सीधी ध्वनि के साथ साथ ही सुनाई देती है। उससे अलग नहीं। परन्तु जब हाल बड़ा हो अथवा परावर्तक तल अधिक दूर हो, जिससे परावर्तित ध्वनि को लौट कर आने में अधिक समय लगे, तो वह सीधी ध्वनि के समाप्त हो जाने के पश्चात् कान में पहुँचेगी और हमें एक बार और वही ध्वनि सुनाई देगी। हम जानते हैं कि ध्वनि का वेग लगभग 1120 फीट प्रति सैकंड है। यदि ध्वनि परावर्तन के बाद कम से कम 1/10 से. के बाद आती है तो इस समय में वह 112 फीट दूरी पार करेगी। इस प्रकार परावर्तक तल कम से कम 56 फीट दूर होना चाहिये, ताकि जाने-आने में 112 फीट दूर हो जाय। यहां हमने यह मान लिया है कि ध्वनि उत्पादक ध्वनि उत्पन्न करने में कोई समय नहीं लेता है और यकायक ध्वनि बन्द हो जाती है। परन्तु यदि वह ध्वनि हमारी ही आवाज है तो इस गणना में अन्तर हो जाता है। हम किसी शब्दांश को बोलने में 1/5 से. लेते हैं। यदि परावर्तित ध्वनि इससे पहले लौट कर आ जाती है तो कान में सीधी ध्वनि और परावर्तित ध्वनि साथ २ पहुँचेगी। यदि परावर्तित ध्वनि इसके बाद पहुँचे तो उसे 1/5 से. के बाद आना चाहिये। इसके लिये परावर्तक तल की दूरी 112 फीट होना आवश्यक है। इस अवस्था में हमें केवल अन्तिम शब्दांश सुनाई देगा। यदि हम दो शब्दांश सुनना चाहते हैं तो दूरी उसकी दुगनी होनी चाहिये।

प्रायः संगीतज्ञ बन्द कमरे में गाना पसन्द करते हैं, खुली हवा में नहीं। इसका कारण यह है कि परावर्तक ध्वनि से उनके संगीत में सहायता मिलती है।

2. एक पत्थर को सीधे कुएँ में छोड़ दिया जाता है। उसके पानी पर गिरने की आवाज 1 से. बाद सुनाई देती है। यदि ध्वनि का वेग 1100 फीट प्रति सेकंड है तो कुएँ की गहराई ज्ञात करो। (उत्तर 15·2 फीट)

3. किसी परावर्तक तल को कम से कम कितनी दूरी होनी चाहिए ताकि एक ध्वनि की प्रतिध्वनि सुनाई दे। (ध्वनि का वेग 332 मीटर प्रति सेकंड है) (उत्तर 16.6 मीटर)

4. एक आदमी दो समान्तर पहाड़ की कतारों के बीच खड़ा होकर एक बन्दूक चलाता है। वह पहिली प्रतिध्वनि 2 से. के बाद और दूसरी 5 सेकंड के बाद सुनता है। उसकी पहाड़ों के बीच क्या स्थिति है और तीसरी प्रतिध्वनि कब सुनेगा?

(उत्तर—वह दोनों पहाड़ों के बीच की दूरी को 2:5 के अनुपात में विभाजित करता है, 7 सेकंड)

तरंगें एक ही कला (phase) में अर्थात 2π के कालान्तर से पहुँचती है तो वे एक दू
को समर्थित करेंगी और ध्वनि की तीव्रता बढ़ जायगी। इसका विस्तार पूर्वक व
आगे के अध्याय में पढ़ोगे।

(घ) विवतन (Diffraction):—यह भी तरंग गति की विशेष ि
है। जब तरंग किसी रुकावट के पास से गुजरती है तो दूसरी ओर मुड़कर उस रुक
की ज्यामितीय छाया (geometrical shadow) में फैल जाती है। यदि वह
रेखीय राह का अवलम्बन करती तो इस छाया में कदापि नहीं पहुँचती। हम जानते है
जब हम कमरे में बोलते हैं तो आवाज दरवाजे द्वारा अथवा खिड़की में से होकर ब
फैल जाती है और दीवार के पीछे भी सुनाई देती है। यह तभी सम्भव है जब कि ध
तरंग द्वारा चलती है, जिससे कि वे बाहर निकलकर विस्तारित हो जाय। यदि यह प
फेंकने वाली क्रिया से संचारित होती, तो ध्वनि का दीवार को फाड़ के पहुँ
असम्भव था।

उपरोक्त प्रयोगों और उदाहरणों से यह सिद्ध होता है कि ध्वनि त
विधि से आगे चलती है।

59.4 ध्वनि की तरंगें अनुदैर्घ्य होती है :—अब प्रश्न यह उठता है
ध्वनि किस प्रकार की तरंगों से चलती है – अनुप्रस्थ अथवा अनुदैर्घ्य। इस प्रश्न का उ
हम दूसरे (indirect) रूप से देखें। हम जानते है कि ध्वनि को चलाने के लिए मा
की आवश्यकता होती है और वह हवा में भी चल सकती है। हवा में दृढ़ता का अभाव
अतएव, उसमें अनुप्रस्थ तरंगें उत्पन्न नहीं हो सकती है। इसलिए हम यह निष्कर्ष निक
है कि ध्वनि अनुदैर्घ्य तरंगों से चलती है।

ध्वनि उत्पादक के कंपन अनुप्रस्थ भी हो सकते हैं और अनुदैर्घ्य भी। प
उसके कारण हवा में जो तरंगें उत्पन्न होंगी वे अनुदैर्घ्य ही होंगी। जब ये अनु
तरंगे हमारे कान के पर्दे पर गिरती है तो उनमें भी अनुप्रस्थ कम्पन उत्पन्न कर देत
जिससे हमें ध्वनि की अनुभूति होती है।

प्रश्न

1. सिद्ध करो कि ध्वनि अनुदैर्घ्य तरंगों से चलती है। (देखो 59.2 और 59.
2. हवा में ध्वनि तरंगों का वर्तन किस प्रकार होता है ? (देखो 59.
3. प्रति ध्वनि किसे कहते है ? प्रतिध्वनि के लिए गहरे कुंए की क्यों आवश्यक
होती है ? (देखो 59.
4. ध्रुविकरण से क्या आशय समझते हो ? (देखो 59.

संख्यात्मक प्रश्न

1. एक कुंआ 78·4 मीटर गहरा है। उसमें पत्थर डालने पर, उसके पानी
गिरने की आवाज 4·23 सेकंड के बाद सुनाई देती है। ध्वनि का वेग ज्ञात कर
($g = 980$ से.मी./से.^{2}) (उत्तर 347·57 मीटर प्रति से

अध्याय 60

ध्वनि का वेग

(Velocity of sound)

60·1 *न्यूटन का सूत्र:*—आप पहिले के अध्याय में पढ़ चुके है कि ध्वनि हवा *में अनुदैर्ध्य तरंगों द्वारा संचारित होती है। जब एक अनुदैर्ध्य तरंग आगे बढ़ती है तो वह* माध्यम में संपीडिका और विरलिका उत्पन्न करती है। ये संपीडिका और विरलिका एक के बाद एक लगातार बनते जाते हैं। आगे जाकर आप पढ़ेंगे कि अनुदैर्ध्य तरंगों का वेग निम्नलिखित सूत्र द्वारा व्यक्त किया जाता है,

$$V = \sqrt{\frac{E}{d}} \quad \ldots \quad (1)$$

यहाँ V तरंग का वेग है, E प्रत्यास्थता गुणांक है और d माध्यम का घनत्व। ठोस पदार्थों के लिये E के स्थान पर यंग का प्रत्यास्थता गुणांक Y लेते हैं और वेग होता है,

$$V = \sqrt{\frac{Y}{d}} \quad \ldots \quad (2)$$

द्रवों के लिये आयतन प्रत्यास्थता गुणांक (K) लेते हैं जिससे,

$$\text{वेग } V = \sqrt{\frac{K}{d}} \quad \ldots \quad (3)$$

गैस अथवा हवा के लिये भी आयतन प्रत्यास्थता गुणांक लेते हैं। परन्तु जैसा कि आप पढ़ चुके हैं गैसों में दो प्रत्यास्थता होती हैं, एक समतापीय और दूसरी स्थिरोष्म।

न्यूटन ने यह ग्रहीत किया, कि इन हलचलों के कारण हवा के ताप में कोई अन्तर नहीं होता है, अर्थात् उन्होंने इनको समतापीय परिवर्तन मान लिया और माध्यम की प्रत्यास्थता के स्थान पर समतापीय आयतन प्रत्यास्थता का उपयोग किया।

हम जानते हैं कि गैस की समतापीय प्रत्यास्थता गैस पर लगने वाले बाह्य दाब के बराबर होती है। अतएव,

$$V = \sqrt{\frac{P}{d}} \quad \ldots \quad (4)$$

इस समीकरण में $P = 76 \times 13{\cdot}6 \times 980$ डाइन प्रति व. से. मी. और $d = 0{\cdot}001293$ ग्राम प्रति घ. से. मी. का मान रखने पर,

$$V = \frac{1}{100}\sqrt{\frac{76 \times 13{\cdot}6 \times 980}{0{\cdot}001293}} = 280 \text{ मीटर/से.}$$

60·2. लेपलास का संशोधन:—जब प्रयोग द्वारा हवा में ध्वनि का वेग निकाला जाता है तो लगभग 332 मीटर/से. आता है। इस प्रकार दोनों मानों में 332−280=52 मीटर प्रति सेकंड का अन्तर है। इतना अधिक अन्तर प्रयोग में निहित त्रुटियों के कारण नहीं हो सकता।

आप यह बात भली भाँति जानते हैं कि जब हम किसी गैस को एकाएक दबाते हैं

अध्याय 60

ध्वनि का वेग

(Velocity of sound)

60·1 न्यूटन का सूत्र:—आप पहिले के अध्याय में पढ़ चुके हैं कि ध्वनि हवा में अनुदैर्ध्य तरंगों द्वारा संचारित होती है। जब एक अनुदैर्ध्य तरंग आगे बढ़ती है तो वह माध्यम में संपीडिका और विरलिका उत्पन्न करती है। ये संपीडिका और विरलिका एक के बाद एक लगातार बनते जाते हैं। आगे जाकर आप पढ़ेंगे कि अनुदैर्ध्य तरंगों का वेग निम्नलिखित सूत्र द्वारा व्यक्त किया जाता है,

$$V = \sqrt{\frac{E}{d}} \quad .... \quad (1)$$

यहाँ V तरंग का वेग है, E प्रत्यास्थता गुणांक है और d माध्यम का घनत्व। ठोस पदार्थों के लिये E के स्थान पर यंग का प्रत्यास्थता गुणांक Y लेते हैं और वेग होता है,

$$V = \sqrt{\frac{Y}{d}} \quad .... \quad (2)$$

द्रवों के लिये आयतन प्रत्यास्थता गुणांक (K) लेते हैं जिससे,

$$\text{वेग } V = \sqrt{\frac{K}{d}} \quad .... \quad (3)$$

गैस अथवा हवा के लिये भी आयतन प्रत्यास्थता गुणांक लेते हैं। परन्तु जैसा कि आप पढ़ चुके हैं गैसों में दो प्रत्यास्थता होती हैं, एक समतापीय और दूसरी स्थिरोष्म।

न्यूटन ने यह ग्रहीत किया, कि इन हलचलों के कारण हवा के ताप में कोई अन्तर नहीं होता है, अर्थात् उन्होंने इनको समतापीय परिवर्तन मान लिया और माध्यम की प्रत्यास्थता के स्थान पर समतापीय आयतन प्रत्यास्थता का उपयोग किया।

हम जानते हैं कि गैस की समतापीय प्रत्यास्थता गैस पर लगने वाले बाह्य दाब के बराबर होती है। अतएव,

$$V = \sqrt{\frac{P}{d}} \quad .... \quad (4)$$

इस समीकरण में P = 76 × 13·6 × 980 डाइन प्रति व. से. मी. और *d* = 0·001293 ग्राम प्रति घ. से. मी. का मान रखने पर,

$$V = \frac{1}{100}\sqrt{\frac{76 \times 13·6 \times 980}{0·001293}} = 280 \text{ मीटर/से.}$$

60·2. लेपलास का संशोधन:—जब प्रयोग द्वारा हवा में ध्वनि का वेग निकाला जाता है तो लगभग 332 मीटर/से. आता है। इस प्रकार दोनों मानों में 332–280=52 मीटर प्रति सेकंड का अन्तर है। इतना अधिक अन्तर प्रयोग में निहित त्रुटियों के कारण नहीं हो सकता।

आप यह बात भली भाँति जानते हैं कि जब हम किसी गैस को एकाएक दबाते हैं

60·3. भिन्न २ तथ्यों का वेग पर प्रभावः—निम्नलिखित तथ्य ध्वनि के वेग को प्रभावित करते हैं ।

(क) आर्द्रता (Humidity), (ख) दाब (Pressure), (ग) (Temperature), (घ) घनत्व (Density), (ङ) हवा (Wind), (च) व्यक्तिगत (Personal)

(क) आर्द्रता:—जब हवा की आर्द्रता में परिवर्तन होता है तो माध्यम का घनत्व भी परिवर्तित होगा । यहां हम अन्य तथ्यों को स्थिर मान लेते हैं । चूंकि वाष्प हवा से हल्की होती है अतएव, आर्द्रता बढ़ने से हवा का घनत्व कम हो जायगा और सूत्र $V = \sqrt{\gamma P/d}$ के अनुसार, वेग V बढ़ जायगा ।

यही कारण है कि वर्षा के दिनों में हम अधिक तेजी से सुनते हैं ।

(ख) दाब:—बॉयल के नियमानुसार यदि दूसरे तथ्य स्थिर रहें तो $P \propto d$, और $P/d = K$ एक स्थिरांक होता है । इस प्रकार यदि दाब बढ़ेगा तो घनत्व भी बढ़ जायगा और दाब कम होगा तो घनत्व भी । चूंकि ध्वनि का वेग $V = \sqrt{\gamma P/d}$ होता है अतएव, V राशि, P/d स्थिर रहने से सर्वदा स्थिर रहेगी ।

अतएव, दाब का ध्वनि के वेग पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता ।

(ग) तापः—ताप का ध्वनि के वेग पर अत्यधिक प्रभाव पड़ता है । इसको भली प्रकार समझने के लिये हमें गैस-समीकरण का अध्ययन करना होगा ।

गैस समीकरण के अनुसार,

$$\frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2}$$

यदि गैस की संहति m है, दाब P_1 और P_2 है तथा d_1 और d_2 उसका घनत्व क्रमशः ताप t_1 और t_2 पर है, तो, चूंकि $v = m/d$ और $T = 273 + t$

$$\therefore \quad \frac{P_1 m}{d_1 (273 + t_1)} = \frac{P_2 m}{d_2 (273 + t_2)}$$

दोनों के हर में 273 का भाग देने से,

$$\frac{P_1 m}{\frac{d_1 (273 + t_1)}{273}} = \frac{P_2 m}{\frac{d_2 (273 + t_2)}{273}}$$

$$\text{या} \quad \frac{P_1 m}{d_1 \left(1 + \frac{t_1}{273}\right)} = \frac{P_2 m}{d_2 \left(1 + \frac{t_2}{273}\right)}$$

$1/273 = \alpha$ (आयतन प्रसार गुणांक) रखकर और m को हटाने से,

$$\frac{P_1}{d_1 (1 + \alpha t_1)} = \frac{P_2}{d_2 (1 + \alpha t_2)}$$

यदि गैस का दाब 0° से. ग्रे. पर P_0 है और घनत्व d_0 है तो

समीकरण 2 से Y का मान 1 में रखने पर, $V = \sqrt{\frac{MgL}{\pi r^2 l} \times \frac{1}{d}}$ ....(3)

यहाँ $\pi r^2 = 1$ वर्ग इन्च $= \frac{1}{12 \times 12}$ वर्ग फीट, $\frac{l}{L} = \frac{1}{10,000}$, $d = 480$

M = 3000 पौंड तथा $g = 32$ फीट प्रति से. प्रति से. है।

इन राशियों का मान समीकरण (3) में रखने पर,

$$V = \sqrt{\frac{3000 \times 32 \times 10,000}{\frac{1}{12 \times 12} \times 480}}$$

$$= \sqrt{\frac{3000 \times 32 \times 10,000}{480} \times 12 \times 12}$$

= 17000 फीट प्रति सेकंड (लगभग)

2. 0° से. ग्रे. ताप पर पानी में ध्वनि का वेग ज्ञात करो। पानी का प्रत्यास्थता गुणांक $2 \cdot 1 \times 10^{10}$ डाइन प्रति वर्ग से.मी. और घनत्व 1 ग्राम प्रति घ.से.मी. है।

$$V_o = 332\,(1 + \tfrac{1}{2} \times 1/273 \times t)$$

या $V_o = 332 + 332 \times \frac{1}{2} \times 1/273 \times t$

$= 332 + 0{\cdot}6 \times t$

$= V_o + 0{\cdot}6 \times t$ ....(7)

जब V और V_o का मान मीटर में हो तो उपरोक्त समीकरण प्रयुक्त होगा।

(घ) घनत्व—मानलो ध्वनि का वेग एक गैस में V_1 है और दूसरी में V_2। d_1 और d_2 इनका घनत्व है। दोनों का दाब और ताप समान मान लिया गया है।

ध्वनि के सूत्र से, $V_1 = \sqrt{\frac{\gamma P}{d_1}}$ ....(1)

और $V_2 = \sqrt{\frac{\gamma P}{d_2}}$ ....(2)

समीकरण 1 में 2 का भाग देने से

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{d_2}{d_1}} \quad ....(3)$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि ध्वनि के वेग का मान उनके घनत्व के वर्ग मूल का प्रतिलोमानुपाती होता है।

(ङ) हवा—मानलो हवा का वेग W है। यदि हवा उसी दिशा में बह रही है जिस दिशा में ध्वनि, तो परिणमित वेग V + W हो जायगा और यदि विपरीत दिशा में बह रही है तो परिणमित वेग V − W होगा।

(च) व्यक्तिगत—यह प्रयोगकर्ता पर निर्भर करती है और एक दूसरे के लिए भिन्न भिन्न होती है।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक लोहे की छड़ को उसकी लम्बाई का 1/10,000 वें भाग से प्रसारित करने के लिये 3000 पौंड का बल लगाना पड़ता है। यदि उसका अनुप्रस्थ काट 1 वर्ग इन्च हो तो, लोहे में ध्वनि का वेग ज्ञात करो। (1 घन फुट लोहे का भार 480 पौंड है और $g = 32$ फीट प्रति से. प्रति से.)

ठोस में ध्वनि का वेग, $V = \sqrt{\frac{Y}{d}}$ ....(1)

साथ ही यंग का प्रत्यास्थता गुणांक $Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l}$ ....(2)

6. किस ताप पर हवा में ध्वनि का वेग उसके 0° से. ग्रे. ताप पर के वेग का दुगुना हो जायगा ?

मानलो ध्वनि का वेग 0° से. ग्रे. ताप पर V_0 और t° से. ग्रे. ताप पर V_t है, तो,

$$\frac{V}{V_0} = \sqrt{\frac{273 + t}{273}}$$

$$\therefore \quad 2 = \sqrt{\frac{273 + t}{273}} \text{ या } 4 = \frac{273 + t}{273}$$

या $273 + t = 4 \times 273$ या $t = 273\,(4 - 1) = 273 \times 3$
$= 819°$ से. ग्रे.।

7. आक्सीजन और नाइट्रोजन का आपेक्षिक घनत्व 16 : 14 के अनुपात में है। आक्सीजन में किस ताप पर ध्वनि का वेग वही होगा जो नाइट्रोजन में 15° से. ग्रे. पर है ?

किसी गैस के लिए, $PV = \frac{m}{M} \times RT$ या $\frac{PV}{m} = \frac{RT}{M} = \frac{P}{d}$

यहां M गैस का आणविक (molecular) भार है, m गैस का भार है, P उसका दाब है और d घनत्व।

$\therefore$ ध्वनि का वेग $V = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}} = \sqrt{\frac{\gamma . RT}{M}}$

मानलो आक्सीजन में वांछित ताप x° से. ग्रे. है तो,

$$\frac{V_o}{V_n} = \sqrt{\frac{\gamma R\,(273 + x)}{M_o} \times \frac{M_n}{\gamma R\,(273 + 15)}} = 1 \quad (\because V_o = V_n)$$

$$\therefore \frac{273 + x}{288} = \frac{M_o}{M_n} = \frac{16}{14} \qquad (\because M \propto d)$$

$\therefore 273 + x = 16/14 \times 288$

या $1911 + 7x = 2304$

$$\therefore \quad x = \frac{2304 - 1911}{7} = \frac{393}{7} = 56{\cdot}1° \text{ से. ग्रे.}$$

60.4 हवा में ध्वनि का वेग प्रयोग द्वारा ज्ञात करना।—ध्वनि की अपेक्षा से प्रकाश का वेग अनन्त माना जाता है। दो ऊंची पहाड़ियों पर ऐसे स्थान चुने जाते हैं जो एक दूसरे से साफ दिखाई दें। प्रत्येक स्थान पर एक तोप और विराम घड़ी (stop watch) रखी जाती है। स्थान A से तोप चलाई जाती है। इसके धुएं को देखते ही B स्थान पर विराम घड़ी चलादी जाती है। जब आवाज B पर पहुंचती है तो घड़ी बन्द करदी जाती है। इससे ध्वनि को A से B तक चलने में जो समय लगता है उसे ज्ञात कर जाता है। इसी प्रकार B पर तोप चलाकर उसकी आवाज A तक पहुंचने का समय

4. N.T.P. पर एक लीटर हाइड्रोजन का भार 0·0896 ग्राम है। यदि हाइड्रोजन का ताप 16° से. ग्रे. और दाब 750 मि. मी. है तो उसमें ध्वनि का वेग ज्ञात करो। ($\gamma = 1·4$, पारे का घनत्व 13·6, $g = 980$)

पहिले हम हाइड्रोजन में ध्वनि का वेग 0° से. ग्रे. ताप पर ज्ञात करेंगे। फिर 16° से.ग्रे. पर।

सूत्र $V_o = \sqrt{\dfrac{\gamma P}{d}}$ में राशियों का मान रखने पर,

$$V_o = \sqrt{\frac{1·4 \times 76 \times 13·6 \times 980 \times 1000}{0·0896}}$$

मानलो ध्वनि का वेग 16° से. ग्रे. पर V_t है तो,

$$\frac{V_t}{V_o} = \sqrt{\frac{T}{T_o}} \text{ या } V_t = V_o\sqrt{\frac{T}{T_o}}$$

$$\therefore V_t = \sqrt{\frac{1·4 \times 76 \times 13·6 \times 980 \times 1000}{0·0896}} \times \sqrt{\frac{273+16}{273}}$$

$$= \sqrt{\frac{1·4 \times 76 \times 13·6 \times 980 \times 1000 \times 289}{0·0896 \times 273}}$$

= 129400 से. मी. प्रति से.

= 1294 मीटर प्रति से.

0·0896	= $\bar{2}$·9523
273	= 2·4362
योग हर	= 1·3885
लग 1·4	= 0·1461 लग
लग 76	= 1·8808 लग
लग 13·6	= 1·1335
लग 980	= 2·9912
लग 1000	= 3·0000
लग 289	= 2·4609
योग अंश	= 11·6125
योग हर	= 1·3885
अन्तर	10·2240
$\frac{10·2240}{2}$	= 5·1120
प्रतिलग 5·1120	= 129400

चूंकि केवल दाब को बदलने से ध्वनि के वेग में कोई अन्तर नहीं होता अतएव, 16° से. ग्रे. और 750 मि. मी. दाब पर भी ध्वनि का वेग यही रहेगा।

5. यदि ध्वनि का वेग हवा में 332 मीटर प्रति से. है तो हाइड्रोजन में ध्वनि का वेग ज्ञात करो। (हवा का घनत्व 1·293 और हाइड्रोजन का घनत्व 0·0896 ग्राम प्रति लीटर है)

$$\frac{V_h}{V_a} = \sqrt{\frac{d_a}{d_h}} = \sqrt{\frac{1·293}{0·0896}}$$

$$\therefore V_h = V_a\sqrt{\frac{1·293}{0·0896}} = 332\sqrt{\frac{1·293}{0·0896}} = \frac{332 \times \sqrt{1·293}}{\sqrt{0·0896}}$$

= 1261 मीटर प्रति से.

लग 332	= 2·5211
$\frac{1}{2}$ लग 1·293	= 0·0558
योग अंश	= 2·5769
$\frac{1}{2}$ लग 0·0896	= $\bar{1}$·4761
अन्तर	= 3·1008
प्रतिलग 3·1008	= 1261

3. यदि 16° से. ग्रे. ताप पर हवा में ध्वनि का वेग 340 मीटर प्रति सेकंड है तो 51 से. ग्रे. पर 120 आवृति के स्वरित्र द्वारा उत्पन्न तरंग का तरंग दैर्ध्य ज्ञात करो। [उत्तर 300 से. मी.]

4. यदि 0° ताप और 76 से. मी. दाब पर हवा में ध्वनि का वेग 1090 फीट प्रति सेकंड है तो 20° से. ग्रे. ताप और 77 से. मी. दाब पर वेग क्या होगा ? [उत्तर 1130 फीट/से.]

5. एक कुंए में ऊपर से पत्थर डालने पर उसकी पानी पर गिरने की आवाज 4·1 से. के बाद सुनाई देती है। यदि कुंए की गहराई 240 फीट है और g का मान 32 फीट प्रति से. है तो ध्वनि का वेग ज्ञात करो। [उत्तर 1044 फीट प्रति सेकंड]

6. 0° से. ग्रे. ताप पर और 76 से. मी. दाब पर ध्वनि का वेग 330 मीटर प्रति सेकंड है। यदि हवा का प्रसार गुणांक 0·003665 हो, तो 27° से. ग्रे. ताप और 74 से. मी. दाब पर खुली हवा में ध्वनि का वेग ज्ञात करो। [उत्तर 346·3 मीटर]

7. यदि हवा में ध्वनि का वेग 0° से ग्रे. ताप पर और 76 से. मी. दाब पर 330 मीटर प्रति सेकंड है तो 50° से. ग्रे. ताप और 70 से. मी. दाब पर ध्वनि का वेग ज्ञात करो। [उत्तर 360·19 मीटर/सेकंड]

8. यदि 0° से. ग्रे. ताप पर ध्वनि का वेग 332 मीटर प्रति सेकंड है तो 30° से. ग्रे. पर 512 आवृति वाले स्वरित्र द्वारा उत्पन्न ध्वनि का तरंग दैर्ध्य ज्ञात करो। [उत्तर 68·6 से. मी.]

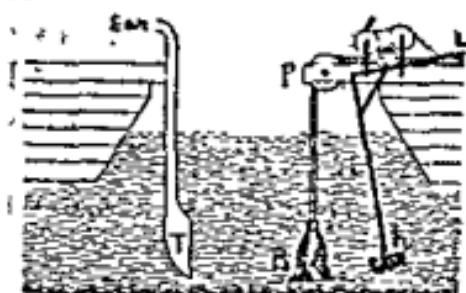
9. एक प्रतिध्वनि में 6 अक्षर सुनाई देते हैं। यदि ध्वनि का वेग 1120 फीट प्रति सेकंड है तो परावर्तक तल की दूरी ज्ञात करो।

(सूचना : एक अक्षर की प्रतिध्वनि सुनने के लिए परावर्तक तल की दूरी 112 फीट होनी चाहिये। अतएव छः अक्षर सुनने के लिये परावर्तक तल की दूरी 6 × 112 = 672 फीट होनी चाहिये।)

10. वायु में 16° से. ग्रे. ताप पर ध्वनि का वेग 340 मीटर प्रति से. हो तो वायु में 16° से. ग्रे. और 51° से. ग्रे. पर उस ध्वनि का तरंग दैर्ध्य ज्ञात करो, जिसका कम्पन 680 प्रति सेकंड है। (राज 1962)

(उत्तर 50 cm., $50 \times \sqrt{324/289}$ cm.)

भी ज्ञात कर लिया जाता है। दोनों समय का मध्यमान समय t ज्ञात कर लिया जाता है। A से B की दूरी x मानली जाती है। ध्वनि का वेग सूत्र $v = x/t$ से ज्ञात किया जाता है। फिर उसमें भिन्न भिन्न प्रकार के संशोधन लगाकर N.T.P. पर प्रमाणिक मान ज्ञात कर लिया जाता है।

60.5 ध्वनि का वेग पानी में ज्ञात करना:—पानी के अन्दर ध्वनि का वेग सर्वप्रथम कोलेडन और स्टर्म द्वारा ज्ञात किया गया था। पानी के अन्दर एक निश्चित दूरी पर दो नावें डाल दी जाती हैं। एक नाव से पानी के अन्दर एक इस प्रकार की घन्टी B लटकादी जाती है जिसको ऊपर से बजाया जा सकता है। साथ ही इस प्रकार का सम्बन्ध कर दिया जाता है कि ज्योंही घन्टी बजे ऊपर यन्त्र में रखे बारूद में आग लग जाने से धुंआ उत्पन्न हो जाता है। दूसरी नाव में एक यन्त्र T पानी में लटका दिया जाता है जिसकी नली ऊपर निकली रहती है और नीचे का चौड़ा मुँह घंटी की तरह पर रहता है। ऊपर नली में कान रखने से पानी में आने वाली ध्वनि साफ साफ सुनाई देती है। ज्योंही इस नाव पर बैठे आदमी को धुंआ दिखाई दे वह अपनी विराम घड़ी चला देता है। और ज्योंही उसके कान में आवाज पहुँचे वह घड़ी बन्द कर देता है। इस प्रकार एक नाव से दूसरी नाव तक चलने में ध्वनि को जितना समय (t) लगता है यह मालूम हो जाता है। दोनों नावों की दूरी D ज्ञात कर ध्वनि का वेग सूत्र $V = D/t$ की सहायता से ज्ञात किया जा सकता है।

चित्र 60.1

प्रश्न

1. हवा में ध्वनि के वेग के लिए न्यूटन का सूत्र बताओ, और समझाओ कि लेपलास ने उसे किस प्रकार संशोधित किया ? (देखो 60.1 और 60.2)

2. हवा में ध्वनि के वेग पर दाब, आर्द्रता, ताप तथा घनत्व का क्या प्रभाव पड़ता है ? (देखो 60.3)

3. सिद्ध करो कि हवा में ध्वनि का वेग परम ताप के वर्गमूल के समानुपाती होता है। (देखो 60.3)

संख्यात्मक प्रश्न

1. यदि 0° से. ग्रे ताप और 75 से. मी. दाब पर ध्वनि का वेग 330 मीटर प्रति सेकंड है तो 27° से. ग्रे. ताप पर और 74 से. मी. दाब पर क्या वेग होगा ?

[उत्तर 345·9 मीटर]

2. वह ताप ज्ञात करो जिस पर हाइड्रोजन गैस में ध्वनि का वेग उतना ही हो जितना कि आक्सीजन में 1000° से. ग्रे. पर है ? आक्सीजन का घनत्व हाइड्रोजन से 16 गुना अधिक है। [उत्तर–193·44° से. ग्रे.]

अतः हम कह सकते हैं कि यदि किसी बिन्दु पर दोनों तरंगें एक ही कला अर्थात् 2π, 4π, 6π ......आदि के कलान्तर में पहुँचती हैं तो वे एक दूसरे की सहायता करेंगी और यदि वे विपरीत कला यानी 3π, 5π, 7π......आदि के कलान्तर में पहुँच रही हैं तो एक दूसरे को नष्ट कर देंगी।

यदि हम दो सर्वथा समान ध्वनि उत्पादक लें तो इस क्रिया को प्रयोग द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं। यह क्रिया व्यतिकरण कहलाती है।

क्विंके की नली (Quincke's tube) द्वारा व्यतिकरण का प्रदर्शन :-

चित्र 61.2

चित्र 61.2 के अनुसार उपकरण लो। ABC और PQR दो धातु की बनी अर्धवृत्ताकार यू (U) के आकार की नलियां हैं। PQR नली ABC से रबर की नली द्वारा D और E पर जुड़ी रहती है। रबर की नली का यह जोड़ इस प्रकार होता है कि हम PQR को इच्छानुसार अन्दर या बाहर कर सकते हैं। इससे दूरी PQR को दूरी ABC की अपेक्षा में इच्छानुसार बदल सकते हैं। PQR नली पर P और R सिरे पर पैमाना अंकित होता है। A और C पर दो खुले मुँह होते हैं। इन पर हम क्रमशः ध्वनि का स्रोत और परिचायक रख सकते हैं। A पर ध्वनि उत्पादक को रखो। यहां से चलने वाली ऊर्जा दो मार्गों ABC और PQR में विभाजित होकर C पर पहुँचेगी। इस प्रकार C पर दो सर्वथा समान तरंगें एक साथ पहुँचेंगी। यदि पथ ABC, पथ PQR के बराबर है, तो तरंगें C पर एक ही कला में पहुँचेंगी और ध्वनि अधिकतम होगी। इस स्थिति में PQR का पाठ्यांक पैमाने पर ले लो। अब धीरे-धीरे PQR को बाहर खींचो। इससे पथ PQR बढ़ता जायगा। ज्यों ही यह दूरी ABC से $\lambda/2$ अधिक हो जायगी तो C पर दोनों तरंगें विपरीत कला में पहुँचेंगी और ध्वनि न्यूनतम होगी। P और R का पुनः पाठ्यांक लेकर हम पथ में वृद्धि ज्ञात कर सकते हैं कुल $\lambda/2$ की वृद्धि के लिये प्रत्येक सिरा $\lambda/4$ से खिसकेगा। इस प्रकार हम व्यतिकरण को प्रयोग द्वारा दर्शित करते हैं।

उपरोक्त प्रयोग से हम λ का मान भी ज्ञात कर सकते हैं। इसके लिये PQR की स्थिति का लगातार कई अधिकतम ध्वनि की स्थितियों में पाठ्यांक लिया जाता है और प्रत्येक से λ की गणना कर मध्यमान λ निकाला जा सकता है।

इस प्रकार तरंगों का व्यतिकरण होने के लिये निम्न बातें आवश्यक हैं:—

1. दोनों तरंगें एक सी हों—अर्थात् दोनों का उद्गम एक जैसे उत्पादकों से हो।

अध्याय 61

व्यतिकरण और अप्रगामी तरंगें

(Interference and Stationary waves)

[इस अध्याय को पढ़ने से पूर्व कक्षा x की ध्वनि का भाग दुहरा लो]

61.1 प्रस्तावना:-हम पिछली कक्षा में प्रगामी तरंगों के विषय में पढ़ चुके है। हम देख चुके हैं कि किस प्रकार प्रगामी तरंगें एक स्थान से दूसरे स्थान की ओर संचारित होती है। हमें यह भी ज्ञात है कि ध्वनि अनुदैर्ध्य तरंगों के रूप में एक स्थान से दूसरे स्थान को संचारित होती है। इस कारण ध्वनि में वे सभी गुण विद्यमान हैं जो तरंगों में होते हैं।

61.2 व्यतिकरण (Interference) :—व्यतिकरण, तरंग गति का एक महत्वपूर्ण और परिचायक लक्षण है। दो सर्वदा समान तरंगें इस क्रिया को जन्म देती हैं। अब इस प्रकार की तरंगें दो भिन्न उद्गम स्थानों से एक ही दिशा में चलकर किसी बिन्दु पर पहुंचती हैं तो उस बिन्दु पर ध्वनि का स्तर परिवर्तित हो जाता है। यदि दोनों तरंगें $T/2$ के कालान्तर से अर्थात् विपरीत कला में पहुंचती हैं तो वे एक दूसरे के प्रभाव को नष्ट कर देंगी और उस बिन्दु पर कोई ध्वनि सुनाई नहीं देगी। इसके विपरीत यदि वे तरंगें एक ही कला (phase) में अर्थात् 2π कलान्तर से पहुंचती हैं तो वे एक दूसरे को समर्थित करेंगी, और ध्वनि की तीव्रता बढ़ जायगी।

चित्र 61.1 में A और B दो बिन्दु ध्वनि उत्पादक हैं। मानलो O एक बिन्दु है, जो A और B से समान दूरी पर है। A और B से चलने वाली तरंगें O पर एक साथ एक ही कला में पहुंचेंगी और वह बिन्दु द्विगुणित आयाम से कम्पन करेगा। वहां पर ध्वनि की तीव्रता अधिक हो जायगी। इसके विपरीत मानलो M एक दूसरा बिन्दु है।

चित्र 61.1

इसकी दूरी BM, दूरी AM से $\lambda/2$ से अधिक है, (यहां λ तरंग दैर्घ्य है) तो, दोनों तरंगें वहां विपरीत कला में पहुंचेंगी। अर्थात् यदि A से आने वाली तरंगों के कारण M एक ओर विस्थापित होता है तो B से आने वाली तरंगों के कारण उसके विपरीत दिशा में। फलतः M विस्थापित नहीं होगा।

उत्पन्न होगी । इस ध्वनि की तीव्रता (loudness) के चढ़ाव (maximum sound) व उतार (minimum sound) को ही हम विस्पंदन अथवा संकर (beat) कहते हैं। दो अधिकतम ध्वनियों के बीच के समय को निस्पंदन काल (beat period) कहते है। उपर्युक्त उदाहरण में प्रत्येक 1/5 सेकंड बाद अधिकतम ध्वनि एवं संकर उत्पन्न होगा और इसलिए पूरे 1 सेकंड में 5 विस्पंदन । इस प्रकार प्रति सेकंड विस्पंदनों की संख्या दोनों स्वरित्रों की आवृत्ति के बीच के अन्तर के बराबर होती है ।

मानलो दो स्वरित्रों की आवृत्ति क्रमशः m व n है । मानलो $m>n$, इसलिये 1 सेकन्ड में पहिला स्वरित्र दूसरे से ($m-n$) कंपन अधिक करेगा,

($m-n$) कंपन अधिक करेगा 1 सेकन्ड में,

1 ,, ,, ,, $1/(m-n)$ सेकन्ड में

इस प्रकार $1/(m-n)$ से. में 1 कंपन अधिक करने से दोनों स्वरित्र एक ही कला में रहेंगे । अतएव, इस समय बाद पुनः अधिकतम ध्वनि उत्पन्न होगी या दूसरे शब्दों में एक विस्पंदन उत्पन्न होगा ।

चूंकि $1/(m-n)$ से. में 1 विस्पंदन उत्पन्न होता है ।

∴ 1 ,, ,, ($m-n$) विस्पंदन उत्पन्न होंगे ।

अर्थात् प्रति सेकन्ड विस्पंदनों की संख्या दोनों स्वरित्रों की आवृत्ति के अन्तर के बराबर होती है।

आवृत्ति ज्ञान में विस्पंदन का उपयोग—संकर की सहायता से हम किसी अज्ञात स्वरित्र की सही सही आवृत्ति ज्ञात कर सकते हैं । मानलो हम एक ऐसा स्वरित्र लेते हैं जिसकी आवृत्ति हमें ज्ञात है । इस स्वरित्र की आवृत्ति अज्ञात स्वरित्र की आवृत्ति के लगभग बराबर होनी चाहिये । अब दोनों स्वरित्रों को एक साथ बजाओ । दोनों की आवृत्तियों में अन्तर होने के कारण संकर पैदा होंगे । एक सैकन्ड में होने वाले विस्पंदनों की संख्या ज्ञात कर लो । मानलो यह x है । यदि ज्ञात स्वरित्र की आवृत्ति n है तो अज्ञात की आवृत्ति होगी $n \pm x$ । उदाहरणार्थ, मानलो संकर संख्या 5 है और ज्ञात स्वरित्र की आवृत्ति 100 है । तो अज्ञात की आवृत्ति 105 या 95 अर्थात् 100 ± 5 हो सकती है। दोनों दशाओं में आवृत्ति अन्तर 5 है, अतएव, विस्पंदन संख्या 5 ही होगी । यह निश्चित करने के लिये कि आवृत्ति $n+x$ (अर्थात् 100 + 5) या $n-x$ (अर्थात् 100 − 5) है, हमें निम्न विधि काम में लानी पड़ती है ।

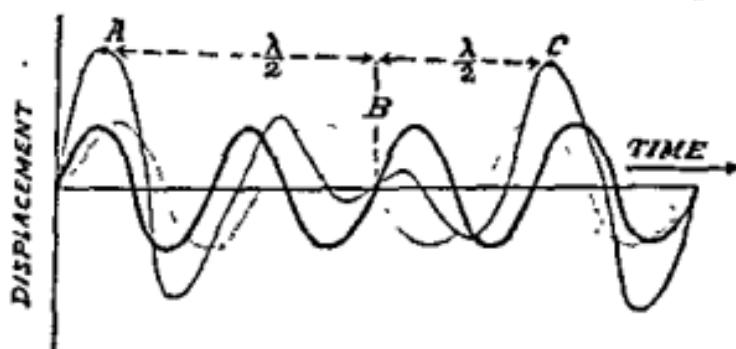
> अज्ञात स्वरित्र के एक नोंक पर जरा सा मोम लगा दो । मोम लगाने से स्वरित्र भार बढ़ जायगा और उसकी आवृत्ति पहिले से जरा सी कम हो जायगी । अब दोनों को फिर से बजाओ व संकर संख्या ज्ञात करो । यदि विस्पंदन संख्या में वृद्धि हुई ज्ञात स्वरित्र की आवृत्ति $n-x$ होनी चाहिये । यदि विस्पंदन संख्या कम हुई आवृत्ति $n+x$ होनी चाहिये । उदाहरणार्थ, उपर्युक्त उदाहरण में मानलो विस्पंदन 5 से घटकर 3 हो गई है । यह तभी सम्भव होगा जब अज्ञात की आवृत्ति 100 + 5 थी मोम लगने से वह कम होकर 103 हो जायगी । यदि आवृत्ति 100 − 5 = 95

2. दोनों तरंगों की आवृत्ति व आयाम एक से हों।

3. दोनों तरंगों के उत्पादक या तो एक ही कला में हों या उनका कालान्तर सदा स्थिर रहे।

4. व्यतिकरण के लिये दोनों तरंगों का लगभग एक ही रेखा में किसी बिन्दु पर एक ही साथ पहुँचना आवश्यक है।

5. यदि दोनों तरंगें एक ही कला में हों अथवा यदि कालान्तर 2π, 4π, 6π···· $2n\pi$ हो तो, दोनों तरंगों के आयाम जुड़ जायेंगे और ऊर्जा बढ़ जायगी। यदि कालान्तर विपरीत है अर्थात् π, 3π, 7π········$(2n+1)\pi$ है तो परिणमित आयाम दोनों आयामों का अन्तर होगा। और इस कारण वहां ऊर्जा कम होगी। यदि दोनों तरंगों के आयाम बराबर हैं तो परिणमित आयाम शून्य होगा।

61.3 संकर (Beats)—मानलो हमारे पास दो ऐसे स्वरित्र हैं जो एक ही आयाम की ध्वनि उत्पन्न करते हैं। किन्तु उनकी आवृत्ति बिलकुल एक सी न होकर तनिक सा अन्तर है। उदाहरणार्थ, यदि एक स्वरित्र की आवृत्ति 100 कम्पन प्रति सेकंड है तो दूसरे की 105 कम्पन प्रति सैकंड। मानलो दोनों ही एक साथ कम्पन आरम्भ करते हैं। शुरू में दोनों ही एक ही कला में ध्वनि उत्पन्न करेंगे। अतएव, व्यतिकरण के कारण दोनों ध्वनियां आपस में जुड़ कर एक तीव्र ध्वनि उत्पन्न होगी। दूसरे क्षण ही, चूंकि एक की आवृत्ति दूसरे की आवृत्ति से अधिक है,अतएव दोनों ध्वनियों में कालांतर उत्पन्न होगा। 1/10 सेंकंड के उपरान्त जब एक स्वरित्र 10 कंपन कर चुका होगा उस क्षण दूसरे के 10·5

चित्र 61.3

कंपन पूरे हुए होंगे। अर्थात् दूसरे स्वरित्र ने आधा कंपन अधिक किया होगा। इस कारण दोनों ध्वनियें एक दूसरे से विरुद्ध कालान्तर में रहेंगी और आपस में नष्ट होकर परिणमित ध्वनि शून्य उत्पन्न होगी। फिर और 1/10 सेकंड बाद याने कुल 1/5 सेकन्ड बाद जब एक 20 कंपन कर चुका होगा दूसरे के 21 कंपन होंगे। अतएव, पूरा एक कंपन अधिक होने के कारण दोनों एक ही कला में माने जायेंगे। इस बार पुनः अधिकतम तीव्र ध्वनि होगी।

इस प्रकार जैसे जैसे समय व्यतीत होता जायेगा, ध्वनि कभी अधिकतम व कभी न्यूनतम उत्पन्न होगी। जब जब दूसरा स्वरित्र पहिले से 1/2,3/2, 5/2 कंपन अधिक करेगा तब न्यूनतम ध्वनि और जब जब 1, 2, 3 कंपन अधिक, तब तब अधिकतम ध्वनि

इस प्रकार के परावर्तन में, संपीडन संपीडन जैसे, और विरलन, विरलन जैसे परावर्तित होता है। परावर्तन बिन्दु पर चिन्ह परिवर्तन होता है अर्थात् आपाती तरंग व परावर्तित तरंग में स्थानांतर (displacement) विरुद्ध दिशा में होता है। अतएव, इस बिन्दु पर दोनों तरंगें विरुद्ध कला में होंगी। इस कारण यहां व्यतिकरण के कारण परिणमित स्थानान्तर शून्य होगा।

उपर्युक्त उदाहरण में हमने अनुदैर्ध्य प्रगामी तरंग को लिया है। इसके स्थान पर अनुप्रस्थ प्रगामी तरंग लेने से भी इसी प्रकार का परावर्तन होगा। शृंग (crest) और गर्त (trough), शृंग और गर्त जैसे ही परावर्तित होते हैं और चिह्न में परिवर्तन होता है।

मान लो, अब तरंग सघन माध्यम से विरल माध्यम की ओर जाने का प्रयास कर रही है।

c b a A B C D E

o o o o o O O O O O

चित्र 61·5

मानलो कोई संपीडन E से D, D से C ...... इत्यादि होता हुआ A तक पहुँचा है। अब A इस संपीडन को विरल माध्यम के कण a को देगा। किन्तु a कण अत्यन्त विरल होने के कारण अपने स्थान से आवश्यकता से अधिक स्थानांतरित होगा और इस कारण A बहुत अधिक आगे बढ़ जायेगा। इस प्रकार A के स्थान पर विरलन होगा। इसको दूर करने के लिए B कण उसी दिशा में स्थानांतरित होकर अपने स्थान पर विरलन करेगा। इस स्थान पर C आयेगा और इस प्रकार संपीडन परावर्तित होकर विरलन के रूप में लौटेगा। परावर्तन बिन्दु पर आपाती और परावर्तित तरंग में स्थानांतर एक ही दिशा में हो रहा है। अतएव, दोनों तरंगें इस बिन्दु पर एक ही कला में होंगी और स्थानांतर अधिकतम होगा। इस प्रकार हम कहते हैं कि जब परावर्तन सघन माध्यम से विरल माध्यम में होता है तब,

संपीडन, विरलन जैसे और विरलन, संपीडन जैसे परावर्तित होता है। परावर्तन से स्थानांतर का चिन्ह वही रहता है और इस कारण व्यतिकरण से दोनों तरंगों के स्थानांतर उस स्थान पर जुड जाते हैं।

61.5 अप्रगामी तरंगें (stationary waves) :—अनुच्छेद 2 में हम पढ़ चुके हैं कि किस प्रकार परावर्तन के कारण परावर्तित तरंगें बनती हैं। ये तरंगें सब प्रकार से आपाती तरंगों के अनुरूप होती हैं। अन्तर केवल इतना होता है कि ये तरंगें [illegible]रुद्ध दिशा में संचारित होती हैं। चूंकि आपाती और परावर्तित तरंगें बिलकुल [illegible]क दूसरे के अनुरूप होती हैं और अभिलम्ब आपतन (normal incidence) [illegible] एक ही रेखा पर चलती हैं अतएव, उनमें व्यतिकरण होता है। इस व्यति-[illegible]करण के फलस्वरूप जो परिणमित तरंगें बनती हैं उन्हें अप्रगामी तरंगें कहते [illegible]।

होती तो मोम के कारण यह कम होकर शायद 93 हो जाती और ऐसा होने से संकर संख्या 5 के बजाय 7 हो जाती।

इस प्रकार हम देखते हैं कि विस्पंदन संख्या का ज्ञान प्राप्त कर हम अज्ञात स्वरित्र की यथार्थ आवृत्ति ज्ञात कर सकते हैं।

संख्यात्मक उदाहरण 1.—एक स्वरित्र को 256 आवृत्ति वाले स्वरित्र के साथ बजाने पर 8 संकर प्रति सेकन्ड बनते हैं। यदि उसे 243 आवृत्ति वाले स्वरित्र के साथ बजाया जाय तो 5 संकर प्रति सेकन्ड बनते हैं। स्वरित्र की आवृत्ति ज्ञात करो।

256 आवृत्ति के साथ स्वरित्र 8 संकर देता है। अतएव, उसकी आवृत्ति हुई 256 + 8 अथवा 256 − 8 यानी 264 अथवा 248।

243 आवृत्ति के साथ वह 5 संकर देता है। अतएव, उसकी आवृत्ति हुई 243 + 5 अथवा 243 − 5 यानी 258 अथवा 248। दोनों स्थितियों में 248 समान है अतः स्वरित्र की आवृत्ति 248 हुई।

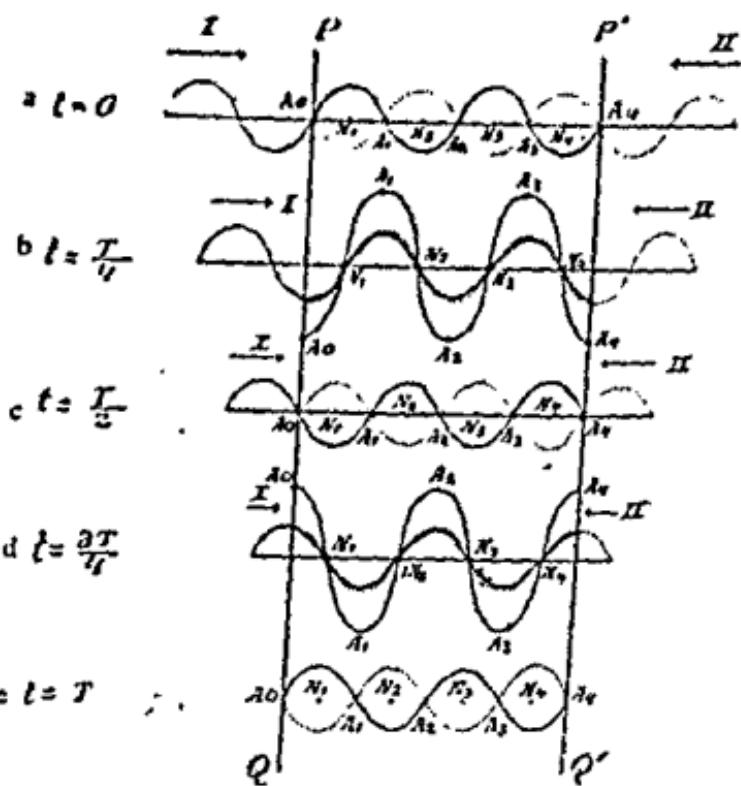
61.4 तरंगों का परावर्तन (Reflection)—ध्वनि की तरंगों के परावर्तन के बारे में हम पहिले पढ़ ही चुके हैं। ध्वनि की तरंगें जब एक माध्यम में से होती हुई दूसरे माध्यम में जाने का प्रयास करती हैं तब दोनों माध्यमों की सीमा रेखा पर उनमें परावर्तन होता है और वे वापिस पहिले माध्यम में ही लौट पड़ती हैं। इस परावर्तन को अच्छी तरह समझने के लिये निम्न कल्पित उदाहरण को समझने का प्रयत्न करो।

C B A a b c d e f g h i
O O O o o o o o o o o o

चित्र 61.4

मानलो C, B, A, एक घने माध्यम के कण हैं और a, b, c, ... इत्यादि एक विरल माध्यम के। ध्वनि की तरंग दाहिनी ओर से विरल माध्यम में होती हुई बाईं ओर संचारित हो रही है। इस संचारण के लिये i कण h को, h कण g को .... b कण a को क्रमशः अपने कम्पन देते जाते हैं और प्रगामी तरंग i से लेकर a तक बढ़ती है। जब इस प्रकार की हलचल विरल माध्यम से बढ़कर सघन माध्यम से टकराती है तब a अपने कम्पन सघन माध्यम के A कण को देना चाहता है। A कण, a कण से बहुत ही भारी होता है। अतएव वह a के कम्पन के कारण अपने स्थान से न हटकर a कण को वापिस लौटने को बाध्य करता है। इस प्रकार a कण b कण से प्राप्त संपीडन (compression) को A को देने में असमर्थ होकर वापिस लौटकर उसे b कण को ही देता है। फिर b कण उसे c कण को, c उसे d को ...क्रमशः देते जाते हैं। और इस प्रकार जो संपीडन i से a की ओर बढ़ रहा था वह सीमा पर वापिस लौटकर उसी प्रकार किन्तु विरुद्ध दिशा में a से i की ओर चलता है। जो दशा संपीडन की होती है वही दशा विरलन (rarefaction) की भी। इस प्रकार संपीडन व विरलन से बनी अनुदैर्ध्य प्रगामी तरंग सीमा से टकराकर वापिस लौटती है।

और $N_1, N_2, N_3 \cdots N_4$ पर न्यूनतम। ये बिन्दु N_1, N_2, N_3, N_4 आदि इस

चित्र 61.6

समय भी अपनी मध्यमान स्थिति में हैं क्योंकि दोनों तरंगों के कारण इनका विस्थापन शून्य है। अतएव, परिणमित विस्थापन भी शून्य है।

चित्र (c) में तरंगें अपनी २ दिशा में $\lambda/4$ से पुनः आगे बढ़ गई हैं और फिर सब बिन्दुओं पर दोनों तरंगें विपरीत कला में हैं। अतः सब कण अपनी मध्यमान स्थिति में हैं। परिणमित तरंग A_0, A_4 के बीच सीधी रेखा द्वारा व्यक्त होगी।

चित्र (d) में पुनः तरंगें एक ही कला में हैं परन्तु इस बार कणों का चरम विस्थापन (b) से विपरीत दिशा में है। इस चित्र को ध्यान से देखने पर ज्ञात होगा कि $N_1, N_2, N_3 \cdots N_4$ कण इस समय भी अपनी मध्यमान स्थिति में हैं।

चित्र (e) में स्थिति वही है जो चित्र (a) में है।

इस प्रकार इन चित्रों में प्रत्येक कण की स्थिति पूरे कम्पन काल में दिखाई गई है। हम यह देखते हैं कि भिन्न २ कणों के कम्पन का आयाम भिन्न २ होता है। A_0 पर सबसे अधिक होता है अर्थात् कम्पन करते हुए इसका चरम विस्थापन सबसे अधिक

61.6 अप्रगामी तरंगों का जनन (production):—हम पिछले अध्याय में पढ़ चुके हैं कि किस प्रकार एक प्रगामी तरंग (progressive wave) सचारित होती है। चित्र 61.6 (a) में इस प्रकार की एक अनुप्रस्थ प्रगामी तरंग पूरी रेखा द्वारा बताई गई है। यह तरंग बाईं ओर से दाईं ओर को चल रही है। इस क्षण को t=O मानलो। यदि तरंग का दोलन काल T है तो t = T/4 समय के पश्चात उसकी स्थिति चित्र 61.6 (b) में दिखाई गई है। 61.6 (c) में इसकी स्थिति t = T/2 समय के बाद दिखाई गई है। अब इस प्रकार के चित्र कैसे खींचे गये? इस बात को समझने के लिये चित्रों को ध्यान पूर्वक देखो। पहले चित्र में तरंग एक बिन्दु से प्रारम्भ होती है। वह उसकी मध्यमान स्थिति में है। A_0 मध्यमान स्थिति में है, N_1 ऊपर की ओर चरम विस्थापन पर है। अब T/4 से. के पश्चात तरंग $\lambda/4$ से आगे बढ़ जायगी। अब इसे उस बिन्दु से प्रारम्भ किया गया है जो पहिले चरमावस्था पर था। वह बिन्दु अब मध्यमान स्थिति में है। A_0 नीचे की ओर चरमावस्था पर है तथा N_1 मध्यमान स्थिति में है। इस प्रकार प्रत्येक बिन्दु की स्थिति बदल गई है। इस सब परिवर्तन को समझने के लिये हम यह मानलें कि (a) में सारी तरंग के चित्र को (b) में $\lambda/4$ से आगे खिसका दिया गया है। इसी प्रकार (c) में $\lambda/4$ और आगे खिसका दिया गया है।

मानलो PQ और P'Q' दो माध्यमों की सीमाएं हैं। किसी क्षण t = O पर एक तरंग बाईं ओर से दाईं ओर को चल रही है। यह पूरी रेखा से दर्शाई गई है। जब यह तरंग P'Q' पर आपाती होती है तो वहां से परावर्तित (reflected) होकर पुनः लौट जाती है और दाईं ओर से बाईं ओर चलने लगती है। इसको बिन्दुमय रेखा द्वारा दर्शित की गई है। इस प्रकार PQ और P'Q' के बीच आपाती और परावर्तित तरंगें परस्पर विपरीत दिशा में चलती हैं। परावर्तन बिन्दु पर आपाती और परावर्ती तरंगें विपरीत कला में हैं। इस प्रकार माध्यम के प्रत्येक बिन्दु पर ये तरंगें भिन्न भिन्न कालान्तर से पहुंचती हैं। इन दोनों तरंगों के व्यतिकरण के फलस्वरूप जो परिणमित आयाम होता है उससे माध्यम के कण कम्पन करते हैं। इस तरह से जो परिणमित तरंग बनेगी वह मोटी रेखा से दिखाई गई है। अतः इस परिणमित तरंग का भिन्न-भिन्न समय पर अध्ययन करो।

चित्र (a) में प्रत्येक बिन्दु पर दोनों तरंगें विपरीत कला में हैं। अतएव, प्रत्येक बिन्दु अपनी मध्यमान स्थिति में होगा व परिणमित विस्थापन शून्य होगा। परिणमित तरंग A_0 और A_4 को मिलाने वाली सीधी रेखा होगी।

चित्र (b) में पूरी रेखा वाली तरंग $\lambda/4$ से दाईं ओर बढ़ गई है और बिन्दु मय रेखा वाली तरंग $\lambda/4$ से बाईं ओर। इस प्रकार ये दोनों तरंगें सब बिन्दुओं पर एक ही कला में पहुंचती हैं। इससे विस्थापन सर्वाधिक होगा जैसे A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 पर दिखाया गया है। यही नहीं, इस समय प्रत्येक कण अपने चरम विस्थापन पर होगा। यद्यपि इन चरम विस्थापन का मान (आयाम) भिन्न २ है, A_0, A_1 ... A_4 पर यह सर्वाधिक है,

प्रगामी और अप्रगामी तरंगों की तुलना

प्रगामी तरंग (Progressive waves)	अप्रगामी तरंग (Stationary waves)
1. किसी भी प्रकार के सरल आवर्त-गति वाले कंपन के कारण यह बनती है।	1. विरुद्ध दिशा में एक ही रेखा पर चलने वाली दो अनुरूप प्रगामी तरंगों द्वारा यह बनती है।
2. माध्यम के प्रत्येक बिन्दु पर इन का आयाम एक सा होता है।	2. माध्यम के दो विशिष्ट बिन्दुओं के बीच भिन्न २ आयाम होता है। निस्पन्द पर शून्य और प्रस्पन्द पर सर्वाधिक आयाम होता है।
3. तरंग दैर्घ्य की दूरी के बीच सभी बिन्दु भिन्न २ कला में कम्पन करते हैं।	3. दो निस्पन्दों के बीच के सभी बिन्दुओं पर कम्पन एक ही कला में होते हैं।
4. क्रमशः सभी बिन्दुओं पर समयानुसार सर्वाधिक संपीडन और विरलन होता है।	4. हमेशा निस्पंद पर सर्वाधिक संपीडन व विरलन होता है और प्रस्पंद पर घनत्व एक सा रहता है।
5. इसमें ऊर्जा का प्रचारण होता है।	5. इसमें ऊर्जा स्थानीय (localised) होती है।

प्रश्न

1. ध्वनि के व्यतिकरण से तुम क्या समझते हो ? व्यतिकरण के लिए आवश्यक दशाएं कौन सी हैं ? विस्पंदन किसे कहते हैं ? ये कैसे उत्पन्न होते हैं ? इसके ज्ञान से किसी स्वरित्र की आवृत्ति कैसे मालूम करोगे ? (देखो 61.2 और 61.3)

2. अप्रगामी तरंग किसे कहते हैं ? यह किस प्रकार उत्पन्न की जा सकती है ? उसके विभिन्न लक्षणों का वर्णन करते हुए प्रगामी तरंगों से तुलना करो।
(देखो 61.3 और 61.5)

3. परिभाषा दो:—प्रस्पन्द, निस्पन्द, प्रगामी तरंग और अप्रगामी तरंग।
(देखो 61.4 और 61.5)

होगा। इसके पास वाला कण किसी भी समय A_0 के बराबर विस्थापित नहीं होगा। इस प्रकार कण कण आगे बढ़ने पर विस्थापन का मान कम होता जाता है और अन्त में N_1 पर वह सर्वदा शून्य रहता है। प्रगामी तरंगों में इस प्रकार नहीं होता। जैसे केवल पूरी रेखा द्वारा दर्शित तरंग को लो तो इससे चित्र (a) में N_1 चरम विस्थापन पर और A_1 शून्य विस्थापन पर, कुछ समय बाद N_1 शून्य स्थिति में आजयगा और A_1 अपनी चरमावस्था में पहुंच जायगा और दोनों का चरम विस्थापन बराबर होगा। केवल अन्तर यह है कि ये भिन्न २ समय पर चरम विस्थापन पर पहुंचेंगे अर्थात वे कण कालान्तर से कम्पन करते हैं। इसके विपरीत दोनों तरंगें होने पर सब कणों का कालान्तर शून्य हो जाता है अर्थात कण एक साथ ही चरम विस्थापन पर पहुंचेंगे परन्तु यह चरम विस्थापन भिन्न २ होगा।

इस प्रकार हम निम्नलिखित निष्कर्ष निकालते हैं :

1. आपाती (incident) और परावर्तित (reflected) तरंगों में व्यतिकरण (Interference) होने से जो परिणमित तरंग बनती है उसे अप्रगामी (stationary) तरंग कहते हैं। इसे अप्रगामी इसलिए कहते है कि प्रत्येक कण की दशा एक रहती है। उसमें क्रमशः परिवर्तन नहीं होते हैं जैसा कि आगे स्पष्ट किया गया है।

2. N_1, N_2, N_3 ··· इत्यादि ऐसे बिन्दु हैं जहां पर परिणमित तरंग का आयाम (amplitude) हमेशा शून्य रहता है। इन बिन्दुओं को निस्पन्द (nodes) कहते हैं। दो निस्पन्दों के बीच की दूरी $\lambda/4$ होती है।

3. A_1, A_2, A_3 ····इत्यादि ऐसे बिन्दु है जहां पर आयाम सर्वाधिक रहता है। इन बिन्दुओं को प्रस्पन्द (atinode) कहते हैं। दो प्रसपन्दो के बीच की दूरी $\lambda/2$ व प्रस्पन्द और निस्पन्द के बीच की दूरी $\lambda/4$ होती है।

4. निस्पन्द से प्रस्पन्द तक आयाम धीरे धीरे शून्य से बढ़ कर सर्वाधिक हो जाता है। इस प्रकार के प्रत्येक बिन्दु पर कम्पन के भिन्न २ आयाम होते हैं।

5. दो निस्पन्दों के बीच सब बिन्दु एक ही कला (phase) में कम्पन करते हैं। अर्थात $\lambda/2$ दूरी तक एक कला में कम्पन करते है और बाद में फिर $\lambda/2$ दूरी तक विरुद्ध कला में पहिले कणों की अपेक्षा।

6. जब परावर्तन सघन माध्यम की सीमा से होता है तब हमेशा परावर्तित बिन्दु निस्पन्द रहता है। जब परावर्तन विरल माध्यम से होता है तब यह बिन्दु प्रस्पन्द होता है।

7. जब आपाती तरंग अनुप्रस्थ (transverse) होती है तब अप्रगामी अनुप्रस्थ तरंग बनती है और अनुदैर्ध्य होने से अनुदैर्ध्य अप्रगामी तरंग।

अनुप्रस्थ अप्रगामी तरंग में निस्पन्द बिन्दु पर स्थानान्तर शून्य होता है और प्रस्पन्द पर सर्वाधिक।

अनुदैर्ध्य अप्रगामी तरंग में निस्पन्द पर माध्यम के घनत्व में सर्वाधिक परिवर्तन होते है जब कि प्रस्पंद पर हमेशा घनत्व एक जैसा ही रहता है।

सबसे स्वाभाविक स्थिति में A और B जहां से परावर्तन होता है, निस्पंद होते हैं और मध्य में प्रस्पंद। देखो चित्र 62.1। अतएव, यदि इस प्रकार बनने वाली तरंग का तरंग दैर्घ्य λ हो तो चूंकि A व B पर निस्पन्द बनते हैं।

$\therefore l = \lambda/2$ या $\lambda = 2l$ (चित्र 62.1 में तीसरा चित्र देखो) ....(1)

उपर्युक्त डोरी में जो अनुप्रस्थ प्रगामी तरंगें बनती हैं उनकी गति V के लिये सूत्र होता है,

$V = \sqrt{T/m}$ .... (2) (इस सूत्र को आपको गृहीत करना होगा)

यहाँ m इकाई से. मी. तार की संहति (mass) है। यदि T डाइन में हो और m ग्राम प्रति से. मी. में तो V का मान से. मी. प्रति सेकंड में आता है।

हम पहिले पढ़ चुके हैं कि किसी तरंग के लिए,

$V = n\lambda$ .... (3)

यहाँ n, कंपन की आवृत्ति (frequency) है।

समीकरण 2 और 3 की सहायता से,

$n\lambda = \sqrt{T/m}$ या $n = (1/\lambda)\sqrt{T/m}$

किन्तु समीकरण (1) के अनुसार $\lambda = 2l$,

अतएव,

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad .... \quad (4)$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि $n \propto 1/l$, $n \propto \sqrt{T}$ और $n \propto 1/\sqrt{m}$

इन तीनों को डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियम (Laws of transverse vibrations of strings) कहते हैं।

नियम 1:—यदि किसी डोरे का तनाव व प्रति इकाई संहति नियत हो तो, उसकी आवृत्ति, अपनी लम्बाई की प्रतिलोमानुपाती (*inversely proportional*) होती है अर्थात्,डोरी की लम्बाई छोटी होने से उसकी आवृत्ति बढ़ जायगी।

नियम 2:—यदि किसी डोरे की लम्बाई व प्रति इकाई संहति नियत हो तो, उसकी आवृत्ति अपने तनाव के वर्गमूल को समानुपाती (*proportional*) होती है।

नियम 3:—यदि किसी डोरे का तनाव व लम्बाई नियत हो तो, उसकी आवृत्ति अपने प्रति इकाई लम्बाई की संहति के वर्गमूल के प्रतिलोमानुपाती होती है।

62.4. सुरमापी और उसका किसी स्वरित्र की आवृत्ति नापने में उपयोग—

सुरमापी (Sonometer):—बनावट:—यह एक हल्की लकड़ी का लम्बा खोखला बक्स होता है। यह बक्स सब ओर से बन्द होता है—केवल सामने की दीवार

अध्याय 62

डोरी के कंपन और सुरमापी

(Vibrations of strings and sonometer)

62·1 प्रस्तावना:—प्रत्येक वस्तु में उसकी भौतिक अवस्था व प्रत्यास्थता गुणों के अनुसार कम्पन करने की शक्ति होती है। यदि किसी धातु के पात्र में हम चोट करें तो हम देखते हैं कि वह कम्पन करने लगता है। स्वरित्र (tuning fork) में भी हम देख चुके हैं कि वह चोट खाने पर कुछ विशिष्ट आवृत्ति के कंपन करने लगता है। उसकी भुजाओं (prongs) की लम्बाई घटाने या बढ़ाने से या उस पर कुछ भार रखने से हम उसकी आवृत्ति में सहज ही परिवर्तन कर सकते हैं वस्तु के इस प्रकार के कंपनों का ज्ञान कई बातों के लिये आवश्यक होता है।

62.2. तीन प्रकार के कंपन:—साधारणतया हम कहते हैं कि वस्तु तीन प्रकार के कंपन कर सकती है—1. स्वतन्त्र 2. आरोपित (forced) और 3. अनुनादित (resonant)। किसी वस्तु को केवल एक बार चोट लगाने से अर्थात् उसको अपने साम्यावस्था के स्थान से स्थानान्तरित करने से वह जिस प्रकार के कंपन करती है उन्हें उसके स्वतन्त्र कम्पन कहते हैं। कई बार हम किसी वस्तु को उसके इच्छानुसार कम्पन न करने देकर किसी बाहरी बल के कंपनो के अनुसार कंपित कराना चाहते हैं। अल्पकाल में वस्तु का आवृत्तिकाल और बाहरी बल का आवृत्तिकाल एक जैसा नहीं होता है, परन्तु जब बाहरी बल दीर्घकाल तक कार्य करता रहता है तब वस्तु, आरोपित बल की आवृत्ति से कंपन करने लगती है। बाहरी बल के हट जाने पर ये कंपन भी बन्द हो जाते हैं। इस प्रकार के कम्पनों का आयाम भी बहुत छोटा रहता है। इन कंपनों को आरोपित कंपन कहते हैं। जब बाहरी बल का आवृत्ति काल, वस्तु के स्वतन्त्र कम्पन के आवृत्ति काल के बराबर रहता है तब वस्तु बहुत ही शीघ्रता व इच्छापूर्वक कम्पन करना शुरू करती है। इस प्रकार के कंपनों का आयाम भी बहुत अधिक होता है। ऐसे कम्पनों को अनुनादित (resonant) या संवेदित (sympathetic) कम्पन कहते हैं।

62.3. डोरी के स्वतन्त्र कम्पन:—मानलो AB एक l से. मी. लम्बी डोरी है और उसमें T डाइन का तनाव है। यदि मध्य से उसके भाग को हम जरा सा खींच कर छोड़ दें तो हम देखेंगे कि वह कम्पन करने लगती है। ये अनुप्रस्थ कंपन हैं और उसमें अनुप्रस्थ प्रगामी तरंग बनती है। ये दोनों तरंगें मध्य से दोनों ओर चलती हैं। A और B बिन्दु पर से जहां डोरी जुड़ी (fixed) हुई है, ये प्रगामी तरंगें परावर्तित होती है और इस प्रकार डोरी में विरुद्ध दिशा में दो अनुरूप तरंगों के प्रचारण के कारण अप्रगामी तरंगें बनती हैं।

A B C D
A E B
A B

चित्र 62.1

के ऊपर रखो तो नीचे गिर जायगा। ऐसी दशा में हम कहते हैं कि स्वरित्र की आवृत्ति, AB भाग की आवृत्ति के बराबर है। कागज के टुकड़े को मध्य में रखना इसलिए आवश्यक है कि इस स्थान पर प्रस्पन्दी कंपनों के कारण प्रस्पंद बनता है वहां पर कंपनों का आयाम सर्वाधिक होता है।

तार की अनुनादित लम्बाई संकर (beats) विधि से भी मालूम की जाती है। इस विधि में कागज के टुकड़े की आवश्यकता नहीं होती। तार को AB के मध्य से पकड़ कर अंगुली के नरम भाग से कंपित करते हैं और साथ ही स्वरित्र को भी। इन स्वर के दो उद्गमों के कारण व्यतिकरण से संकर बनते हैं। तार और स्वरित्र की आवृत्ति में जितना अधिक अन्तर होता है उतने ही अधिक संकर प्रति सेकण्ड सुनाई देते हैं। अब तार की लम्बाई को इस प्रकार घटाया या बढ़ाया जाता है कि इन संकरों की संख्या कम कम होकर बिलकुल शून्य हो जाय। संकर शून्य होने पर हम कहते हैं कि स्वरित्र की आवृत्ति और AB तार की आवृत्ति बराबर हो गई है। राइडर विधि से यह विधि अधिक सुग्राही और सही है। संकरों को ज्ञात करने के लिए हमें हमारे कानों पर निर्भर रहना पड़ता है और इसका सही ज्ञान केवल अनुभव से ही होता है। अतएव, साधारण कामों के लिए साधारण विद्यार्थी को राइडर विधि से तार की लम्बाई का संतुलन करना अधिक सरल मालूम होता है।

इस प्रकार तार की अनुनादित लम्बाई l को ज्ञात कर सूत्र,

$n = (1/2l)\sqrt{Mg/m}$ की सहायता से n को मालूम किया जाता है। m को मालूम करने के लिए सुरमापी में लगे तार को एक सुग्राही तुला द्वारा तोल लिया जाता है। बाद में उसकी लम्बाई मालूम कर प्रति से. मी. संहति ज्ञात कर ली जाती है। M पलड़े व उसमें रखे बाट की संहति है। इस प्रकार अनुनादित तार की आवृत्ति n ज्ञात की जाती है जो कि स्वरित्र की आवृत्ति के बराबर है।

63.5 डोरी के अनुप्रस्थ कंपनों के नियमों का सत्यापन करना:—प्रथम नियम:—किसी डोरे की आवृत्ति उसकी लम्बाई की प्रतिलोमानुपाती होती है-यदि उसका तनाव व प्रति से. मी. संहति नियत रहे। अर्थात्

$n \propto 1/l$ या $n = K.\ 1/l$ या $nl = K$, यह एक स्थिरांक है।

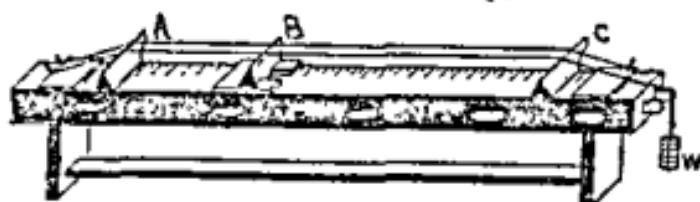
इस नियम को सिद्ध करने के लिए एक सुरमापी लो। उसमें तनाव T व प्रति से. मी. संहति स्थिर रखो। अनुच्छेद 3 में समझाए अनुसार भिन्न भिन्न आवृत्ति वाले स्वरित्र लेकर उनसे सम्बन्धित अनुनादित तार की लम्बाई ज्ञात करो। मानलो n_1, n_2, n_3 आवृत्ति वाले स्वरित्रों के लिए क्रमशः तार की लम्बाई l_1, l_2, l_3 से. मी. हैं। तब $n_1\ l_1 = n_2\ l_2 = n_3\ l_3 \cdots\cdots$ होने से नियम का सत्यापन होगा।

द्वितीय नियम:—किसी डोरे की आवृत्ति उसके तनाव के वर्गमूल की समानुपाती होती है जब उसकी लम्बाई व प्रति से. मी. संहति नियत रहती हैं। अर्थात्

$n \propto \sqrt{T}$ या $n = K\ \sqrt{T}$ या $n/\sqrt{T} = K$

या $n/\sqrt{Mg} = K$, या $n/\sqrt{M} = \sqrt{g}\ K = K'$ यहां K' एक स्थिरांक है।

में कई छेद रहते हैं। इन छेदों के होने से अन्दर की हवा का सम्पर्क बाहरी हवा से बना रहता है।

बक्स के ऊपर दो सेतु A और B होते हैं। बक्स के ऊपर एक तार बंधा रहता है जो इन सेतुओं के ऊपर से जाता है। तार का दूसरा सिरा एक घिर्री पर होता हुआ नीचे लटकता है। इस पर एक तुला या पलड़ा लगा हुआ रहता है जिस पर भार रख सकते हैं। सेतुओं की स्थिति बक्स पर आसानी से बदली जा सकती है।

चित्र 62.2

सिद्धान्त व कार्य:—मानलो पलड़े में भार M ग्रा. है। इसके कारण डोरी का तनाव होगा Mg डाइन। यहां g गुरुत्व जनित त्वरण (acceleration due to gravity) है। तार कंपित होने पर यदि सेतुओं A और B के बीच की दूरी l से. मी. हो, और m ग्राम एक से. मी. लम्बी डोरी की संहति हो, तो,

$$n = (1/2l)\sqrt{T/m} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{Mg}{m}}$$

यहां n तार की आवृत्ति है।

मानलो हम सुरमापी की सहायता से किसी स्वरित्र की आवृत्ति ज्ञात करना चाहते हैं। इसके लिए कागज का एक छोटा सा टुकड़ा लो और उसे तार AB के मध्य में रखो।

इस कागज के टुकड़े को राइडर (rider) कहते हैं। अब दिए हुए स्वरित्र (tuning fork) को लेकर उसमें कंपन पैदा करो।

जब वह कंपन कर रहा हो तब उसे बक्स पर सीधा राइडर (rider) के पास खड़ा करो। चूंकि स्वरित्र कंपन कर रहा है वह अपने कंपन बक्स को देगा। इस कारण बक्स व उसके अन्दर की हवा इन्हीं कम्पनों से कंपित होगी परिणामस्वरूप, बक्स पर लगा तार भी कंपित होगा। यदि स्वरित्र की आवृत्ति तार की आवृत्ति के बराबर है तो तार अपनी इच्छा से सहज ही अनुनादित (resonant) कंपन करने लगेगा। यदि तार की आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति के बराबर नहीं है तो तार में, आरोपित कंपन (forced vibration) होंगे, जिनका आयाम बहुत ही छोटा रहता है। आयाम इतना छोटा रहता है कि तार पर रखा हुआ कागज का टुकड़ा भी कंपित होता हुआ नहीं दिखाई देता। अतएव, सेतु A अथवा B की स्थिति बदलकर तार की लम्बाई को इस प्रकार समंजित करो कि डोरी के स्वतन्त्र कंपनों की आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति के बराबर हो जाय। इस स्थिति पर आने से अनुनादित कंपन होने लगेंगे और AB के बीच के तार के कंपन का आयाम इतना अधिक बढ़ जायगा कि उसके बीच में रखा कागज का टुकड़ा स्वरित्र को बक्स

करो। XY सेतुओं को इस प्रकार समंजित करो कि उसके बीच के तार की आवृत्ति तार से अनुनादित हो जाए। मानलो XY तार की आवृत्ति n_1 है। तब चूंकि AB की आवृत्ति भी n_1 होगी।

$\therefore n_1 \sqrt{m_1} = K$ .... (2) (समीकरण 1 के अनुसा

यहां xy तार की आवृत्ति $n_1 = (1/2l_1)\sqrt{T/m'}$ इस सूत्र में l_1, तार की लम्बाई, T उसका तनाव व m' उसकी प्रति से. मी. संहति है। चूंकि T व m' को नियत रखा जाता है।

इसलिये $\frac{1}{2}\sqrt{T/m'}$ के स्थान पर k' स्थिरांक लिखने से $n_1 = k'/l_1$ (
n_1 का मान समीकरण 2 में रखने से,

$$\frac{\sqrt{K'}}{l_1}\sqrt{m_1} = K$$

या $\sqrt{m_1}/l_1 = K/\sqrt{K'} = Z$, यहां Z दूसरा स्थिरांक है।

अतएव, जब Q तार को बदल कर m_1 के स्थान पर m_2 प्रति से. मी. संहति वाला तार लिया जाए, तब उसको अनुनादित करने के लिये मानलो XY तार की दूरी l_2 है। इसलिए, $\sqrt{m_2}/l_2 = Z$

इस प्रकार यदि Q में लगे m_1, m_2, m_3 ग्राम प्रति से. मी. संहति वाले तारों को अनुनादित करने के लिये यदि XY की दूरी क्रमशः l_1, l_2, l_3 पाये तो,

$\frac{\sqrt{m_1}}{l_1} = \frac{\sqrt{m_2}}{l_2} = \frac{\sqrt{m_3}}{l_3} = \cdots Z$, होने से तृतीय नियम का सत्यापन होगा।

तार का घनत्व ज्ञात करना:—

चूंकि हमें मालूम है कि $n = (1/2l)\sqrt{T/m} = (1/2l)\sqrt{Mg/m}$

यहां हम m के स्थान पर $\pi r^2.1.\ d$ भी लिख सकते हैं। r तार का अर्धव्यास और d घनत्व है। अतएव,

$n = 1/2l\ \sqrt{Mg/\pi r^2\ d}$, इस सूत्र से हम तार का अर्धव्यास, या घनत्व भी ज्ञात कर सकते हैं यदि दूसरी संख्यायें ज्ञात हों।

संख्यात्मक उदाहरण 1:—एक 50 से. मी. लम्बी डोर 10 किलोग्राम के भार से खिंची हुई है। यदि 1 मीटर लम्बी डोरी का भार 2.45 ग्राम हो तो उस डोरी द्वारा उत्पन्न स्वर की आवृत्ति ज्ञात करो।
($g = 980$ से. मी./से^{2})

दी हुई राशियां:—$l = 50$ से. मी., $T = Mg = 10 \times 1000 \times 980$ डाइन

$m = \frac{2.45}{100} = 0.0245$ ग्राम, $N = ?$

दी हुई राशियों को सूत्र, $N = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{Mg}{m}}$ में रखने पर,

इस प्रयोग के लिये दोनों सेतुओं A और B के बीच की दूरी नियत रखो और भिन्न भिन्न कम्पनों वाले स्वरित्रों के लिये तार को अनुनादित करने के लिये उसमें के तनाव M को बदल कर समंजित करो। मानलो n_1, n_2, n_3 आवृत्ति के स्वरित्रों के लिये बाट M_1, M_2, M_3 क्रमशः रखना पड़ें। तब,

$n_1/\sqrt{M_1} = n_2/\sqrt{M_2} = n_3/\sqrt{M_3}$ ......होने से नियम का सत्यापन होगा।

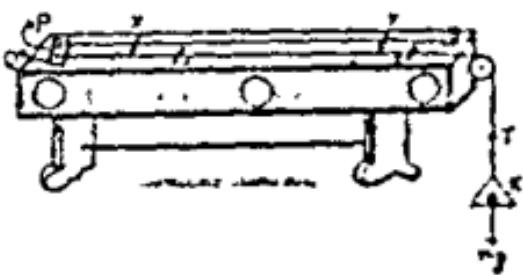
इस प्रयोग के लिये प्रायः दूसरे प्रकार का सुरमापी काम में लाया जाता है। इसमें एक तरफ तार का सिरा खूंटी में लगा रहता है (जैसा आपने सितार आदि में देखा होगा) दूसरा सिरा एक कमानी तुला P से। खूंटी S को कम या अधिक घुमाकर तार का तनाव समंजित किया जाता है।

चित्र 62.3 (a)

खूंटी को अधिक घुमाने से तार अधिक खिंचेगा और इस कारण कमानी तुला का सूचक अधिक तनाव बतायगा।

तृतीय नियम—किसी डोरी की आवृत्ति उसकी प्रति से. मी. संहति के वर्ग-मूल के प्रतिलोमानुपाती होती है जब कि उसकी लम्बाई व तनाव नियत हो, अर्थात् $n \propto 1/\sqrt{m}$

या $n = K. 1/\sqrt{m}$ या $n\sqrt{m} = K$, यहां K कोई स्थिरांक है। (1)

पहिले दो प्रयोगों में हमने ज्ञात आवृत्ति के स्वरित्रों को लेकर दूसरी संख्या में परिवर्तन किया था। किसी तार की प्रति सेमी संहति को धीरे धीरे नहीं बदला जा सकता है। तार लेते ही उसका m नियत हो जाता है। अतएव, किसी नियत लम्बाई व तनाव वाले तार को अनुनादित करने के लिये हमें स्वरित्र की आवृत्ति को धीरे-धीरे बदलना होगा जो असंभव है। अतएव इस प्रयोग के लिये हम स्वरित्र का उपयोग न कर उसके स्थान पर एक दूसरे तार का ही प्रयोग करते हैं। देखो चित्र 62.3 (b). इस सुरमापी में दो तार लगे हुए हैं। P तार का उपयोग हम ज्ञात स्वरित्र जैसा करेंगे और दूसरे Q का उपयोग भिन्न-भिन्न m वाले तारों जैसा। पहले तार में लगे सेतु A और

चित्र 62.3 (b)

B की दूरी को नियत रखो और उसके तनाव को भी। केवल तार को बदलते जाओ जिससे m बदलकर m_1, m_2, m_3 इत्यादि होता जाए। अब P तार पर कोई उपयुक्त स्वरक

$$\frac{W_1}{W_2} - 1 = 1{\cdot}147 - 1 = 0{\cdot}147$$

या $\frac{W_1 - W_2}{W_2} = 0{\cdot}147$ ...(4) और $\frac{W_1}{W_2} = 1{\cdot}147$ ... . (5)

(5) में (4) का भाग देने पर,

$$\frac{W_1}{W_2} \times \frac{W_2}{W_1 - W_2} = \frac{1{\cdot}147}{0{\cdot}147} \text{ या } \frac{W_1}{W_1 - W_2} = 7{\cdot}8$$

या $\frac{\text{हवा में भार}}{\text{पानी में भार की कमी}} = 7{\cdot}8$ अतएव, आपेक्षिक घनत्व $= 7{\cdot}8$

4. एक पीतल का तार दो खूंटियों के बीच खींच हुआ है जिनकी दूरी 90 से. मी. है। खिंचाव के कारण तार को लम्बाई में 0·05 से. मी. प्रति मीटर की विततो (strain) है। यदि यंग के प्रत्यास्थता गुणांक का मान $9{\cdot}8 \times 10^{11}$ डाइन प्रति वर्ग से. मी. है और उसका घनत्व 8·5 है। तो, तार द्वारा उत्पन्न स्वर की आवृत्ति ज्ञात करो।

मानलो तार में खिंचाव T डाइन का हो तो,

$Y = \frac{T}{\pi r^2} \times \frac{L}{l}$ में राशियों का मान रखने पर,

$$9{\cdot}8 \times 10^{11} = \frac{T}{\pi r^2} \times \frac{100}{0{\cdot}05} \therefore \frac{T}{\pi r^2} = \frac{9{\cdot}8 \times 10^{11} \times 0{\cdot}05}{100}$$

सूत्र $N = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\pi r^2 d}}$ में दी हुई राशियों $l = 90$ और $d = 8{\cdot}5$ का मान रखने प

$$N = \frac{1}{2 \times 90}\sqrt{\frac{9{\cdot}8 \times 10^{11} \times 0{\cdot}05}{100 \times 8{\cdot}5}} = 42{\cdot}2$$

5. एक सितार का 90 से. मी. लम्बा तार 256 आवृत्ति का स्व उत्पन्न करता है। इस तार को ऊपर से कितनी दूरी पर दबायें कि स्वर की आवृत्ति 384 हो जाय ?

चूंकि यहां T और m स्थिर है अतएव,

सूत्र $N_1 l_1 = N_2 l_2$ में राशियों का मान रखने पर,

$$256 \times 90 = 384 \times l_2$$

$$\therefore \quad l_2 = \frac{256 \times 90}{384} = 60.$$

अतएव तार को ऊपर से $90 - 60 = 30$ से. मी. की दूरी पर दबाना चाहिये।

62.6. अनुसंवाद स्वर (Harmonics)—उपरोक्त वर्णन में हमने डोरी में केवल एक ही स्वर माना है। इसमें दोनों पुलियों पर निष्पन्द (nodes) बनते हैं।

$$N = \frac{1}{2 \times 50}\sqrt{\frac{10 \times 1000 \times 980}{0.0245}} = \frac{10000}{100}\sqrt{\frac{980}{245}}$$
$$= 100 \times 2 = 200$$

2. एक खिंची हुई डोरी की आवृत्ति 200 कम्पन प्रति सेकंड है। यदि उसकी आवृत्ति दुगुनी करना चाहें तो खिंचाव में कितना परिवर्तन करना होगा?

मानलो पहिली स्थिति में खिंचाव T_1 और आवृत्ति N_1 है और दूसरी स्थिति में खिंचाव T_2 और आवृत्ति N_2 है तो सूत्र में इनका मान रखने पर,

$$N_1 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_1}{m}} \quad (1) \text{ और } N_2 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_2}{m}} \quad \dots \quad (2)$$

समीकरण (2) में (1) का भाग देने पर,

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_2}{m}} \times \frac{2l}{1}\sqrt{\frac{m}{T_1}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$\therefore \quad 2 = \sqrt{T_2/T_1} \; (\because N_2/N_1 = 2)$

या $\quad T_2/T_1 = 4 \; \therefore \; T_2 = 4\,T_1$

अतएव, खिंचाव को 4 गुना बढ़ाना पड़ेगा।

3. एक स्वरित्र (tuning fork), स्वरमापी के 100 से. मी., लम्बे तार के कम्पन से अनुनादित है। यदि खिंचाव उत्पन्न करने वाले भार को पानी में डुबा दिया जाय तो वही स्वरित्र अब 93·4 से. मी. लम्बाई से अनुनादित होता है। तो भार का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करो।

मानलो पहिली स्थिति में भार का मान W_1 है और दूसरी स्थिति उसे पानी में रखने पर W_2 है। मानलो स्वरित्र की आवृत्ति N है।

सूत्र $\quad N = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$ में राशियों का मान रखने से,

$$N = \frac{1}{2 \times 100}\sqrt{\frac{W_1 g}{m}} \quad \dots \quad (1)$$

और
$$N = \frac{1}{2 \times 93.4}\sqrt{\frac{W_2 g}{m}} \quad \dots \quad (2)$$

1 और 2 की तुलना करने से, $\frac{\sqrt{W_1}}{100} = \frac{\sqrt{W_2}}{93{\cdot}4}$

या
$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{(100)^2}{(93{\cdot}4)^2} = 1{\cdot}147 \quad \dots \quad (3)$$

यदि $\frac{V}{2l}$ को 1 मानलें तो $2 \times \frac{V}{2l} = 2$ होगा, $\frac{3 \times V}{2l} = 3$ होगा और $4 \times \frac{V}{2l} = 4$ होगा। इस प्रकार हम देखते हैं कि,

$n_1 : n_2 : n_3 : n_4 = 1 : 2 : 3 : 4$

उदाहरणार्थ, यदि मूल स्वर की आवृत्ति 100 है तो वही तार 200, 300, 400 आवृत्ति के स्वर भी उत्पन्न कर सकता है।

संख्यात्मक उदाहरण 6:—दो स्वरित्र (tuning forks) एक साथ बजाने पर 4 संकर प्रति से. उत्पन्न करते हैं। उनमें से पहिला एक खिंचे हुए तार की 96 से. मी. लम्बाई से एक स्वर (unison) है तथा दूसरा उसी तार की 97 से. मी. लम्बाई से। दोनों स्वरित्रों की आवृत्ति ज्ञात करो।

डोरी के कम्पन के नियमानुसार ($n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$), n और l प्रतिलोमानुपाती है। अतः यदि दूसरा स्वरित्र 97 से. मी. की लम्बाई के साथ अनुनादित है तो उसकी आवृत्ति पहिले से कम होगी। मानलो पहिले की आवृत्ति n है तो दूसरे की $n-4$ होगी। चूंकि 4 संकर प्रति से. बनते हैं। इसका मान उपरोक्त सूत्र में रखने पर,

$$(i)\ n = \frac{1}{2 \times 96}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad (ii)\ n-4 = \frac{1}{2 \times 97}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\therefore \quad \frac{(i)}{(ii)} = \frac{n}{n-4} = \frac{1}{2 \times 96}\sqrt{\frac{T}{m}} \times \frac{2 \times 97}{1} \times \sqrt{\frac{m}{T}} = \frac{97}{96}$$

या $\quad 96\,n = (n-4)\,97 \quad$ या $\quad 97\,n - 96\,n = 4 \times 97$

$\therefore \quad n = 388 \quad$ तथा दूसरे की $388 - 4 = 384$

7. एक स्वर मापी और स्वरित्र को एक साथ बजाने पर 4 संकर प्रति सेकण्ड बनते हैं जब कि तार की लम्बाई 60. से. मी. अथवा 61 से. मी. हो तो स्वरित्र और तार की दोनों स्थितियों में आवृत्ति ज्ञात करो।

जैसा कि ऊपर बताया गया है तार की लम्बाई बढ़ाने से उसकी आवृत्ति कम हो जाती है। मानलो स्वरित्र की आवृत्ति n है तो तार की आवृत्ति होगी $n-4$ अथवा $n+4$। दूसरी स्थिति में भी आवृत्ति होगी $n-4$ अथवा $n+4$। चूंकि दूसरी बार की आवृत्ति पहिली बार से कम है अतएव तार की आवृत्ति हुई $n+4$ तथा $n-4$.

दोनों स्थितियों में डोरी के कम्पन के नियम लगाने पर,

$$(i)\ n+4 = \frac{1}{2 \times 60}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad (ii)\ n-4 = \frac{1}{2 \times 61}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\therefore \quad \frac{(i)}{(ii)} = \frac{n+4}{n-4} = \frac{1}{2 \times 60}\sqrt{\frac{T}{m}} \times \frac{2 \times 61}{1}\sqrt{\frac{m}{T}} = \frac{61}{60}$$

और मध्य में प्रस्पंद (antiode)। इस स्वर को मूल स्वर (fundamental) कहते हैं। तार की यही लम्बाई और भी कई आवृत्ति के स्वर उत्पन्न कर सकती है। वे संनादी स्वर कहलाते हैं। चित्र 62.4 में तार की एक ही लम्बाई भिन्न भिन्न रूप में कम्पन करती हुई दिखाई गई है। प्रत्येक स्थिति में अन्तिम सिरे निस्पंद ही बनते हैं। सारी डोरी एक, दो, तीन अथवा चार खंडों (loops) में विभाजित हो जाती है।

मानलो इन स्थितियों में स्वर की आवृत्ति, क्रमशः n_1, n_2, n_3, n_4 ···इत्यादि है। चूंकि तनाव T और प्रति से. मी. संहति m स्थिर है, इसलिये प्रत्येक दशा में तरंग का वेग $V = \sqrt{T/m}$ वही होगा। हम यह भी जानते हैं कि एक निस्पंद और उसके पास वाले निस्पंद की दूरी $\lambda/2$ होती है। जैसा कि चित्र में दर्शाया है उसी दूरी में निस्पंदों और प्रस्पंदों की संख्या उत्तरोत्तर बढ़ती जाती है अतएव, λ का मान परिवर्तित (कम) होता जाता है और आवृत्ति बढ़ती जाती है। मानलो इन दशाओं में $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ ···आदि तरंग दैर्ध्य (wave length) हैं। साथ ही मानलो तार की लम्बाई (घुड़िया के बीच) l से. मी. है।

(a) (b) (c) (d)

चित्र 62.4

पहिली स्थिति में, $\lambda_1/2 = l$ $\quad \therefore \lambda_1 = 2l$

दूसरी स्थिति में, $\lambda_2 = l$ $\quad \therefore \lambda_2 = 2l/2$

तीसरी स्थिति में, $3\lambda_3/2 = l$ $\quad \therefore \lambda_3 = 2l/3$

चौथी स्थिति में, $4\lambda_4/2 = l$ $\quad \therefore \lambda_4 = 2l/4$

सूत्र $n\lambda = V$ में n और λ का मान रखने पर,

(1) $$n_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{2l}$$

(2) और $$n_2 = \frac{V}{\lambda_2} = \frac{V}{\frac{2l}{2}} = \frac{2V}{2l}$$

(3) इसी प्रकार $$n_3 = \frac{V}{\lambda_3} = \frac{V}{\frac{2l}{3}} = \frac{3V}{2l}$$

(4) और $$n_4 = \frac{V}{\lambda_4} = \frac{V}{\frac{2l}{4}} = \frac{4V}{2l}$$

इसको कुछ भार से खींच कर बजाते हैं तो 240 आवृत्ति का स्वर उत्पन्न करता है। इसी पदार्थ के एक दूसरे तार पर भी उतना ही भार लगाकर कम्पित किया जाता है। यदि इस दूसरे तार की लम्बाई 40 से. मी. और व्यास 0·6 मि. मी. है तो इसमें उत्पन्न मूल स्वर की आवृत्ति ज्ञात करो। (उत्तर 300

5. दो स्वरित्रों को एक साथ बजाने पर 5 संकर प्रति से. उत्पन्न होते हैं एक गुरमापी की 24 से.मी. लम्बाई उनमें से एक के साथ अनुनादित होती है। यदि तार की लम्बाई 1 से. मी. से बढ़ा दी जाय तो वह दूसरे के साथ अनुनादित होगी। स्वरित्रों की आवृत्ति ज्ञात करो। (उत्तर 125 और 120

6. एक स्वरित्र और गुरमापी को एक साथ बजाया जाता है। जब तार की लम्बाई 95 अथवा 100 से. मी. हो तो 6 संकर प्रति से. बनते हैं। स्वरित्र की आवृत्ति ज्ञात करो। (उत्तर 234

या $60\ (n+4) = 61\ (n-4)$ या $60\,n + 240 = 61\,n - 244$
या $n = 240 + 244 = 484$
तथा तार की आवृत्ति $484 + 4 = 488$ तथा 480

8. एक स्वरित्र किसी सुरमापी के साथ बजाने पर 15 संकर प्रति से. उत्पन्न करता है जब कि सुरमापी के तार की लम्बाई 20 से.मी. है। और 20 संकर प्रति से. उत्पन्न करता है जब उसकी लम्बाई 25 से. मी. है। यदि तार का खिचाव 1·25 कि. ग्राम है और प्रति से. मी. संहति 0·025 ग्राम है तो स्वरित्र की आवृत्ति ज्ञात करो।

पहिली स्थिति में तार की आवृत्ति $n_1 = \frac{1}{2 \times 20}\sqrt{\frac{1{\cdot}25 \times 1000 \times 980}{{\cdot}025}}$

अथवा $n_1 = 175$

$\therefore$ स्वरित्र की आवृत्ति $= 175 + 15 = 190$ अथवा $175 - 15 = 160$

दूसरी स्थिति में $n_2 = \frac{1}{2 \times 25}\sqrt{\frac{1{\cdot}25 \times 1000 \times 980}{0{\cdot}025}} = 140$

$\therefore$ स्वरित्र की आवृत्ति=140+20 अथवा 140−20 यानि 160 अथवा 120 चूंकि 160 दोनों में समान है,

अतएव स्वरित्र की आवृत्ति = 160 कम्पन प्रति सेकंड।

प्रश्न

1. स्वरमापी का वर्णन करो तथा उसकी सहायता से किसी स्वरित्र की आवृत्ति किस प्रकार ज्ञात करोगे ? (देखो 62.4)

2. डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियमों का उल्लेख करो तथा उनका किस प्रकार सत्यापन करोगे ? (देखो 62.3 और 62.5)

3. मूल स्वर और प्रसंवादी स्वरों में क्या अन्तर है, समझाओ। एक खिंची हुई डोरी में किस प्रकार प्रसंवादी स्वर उत्पन्न होते हैं ? (देखो 61.6)

संख्यात्मक प्रश्न:—

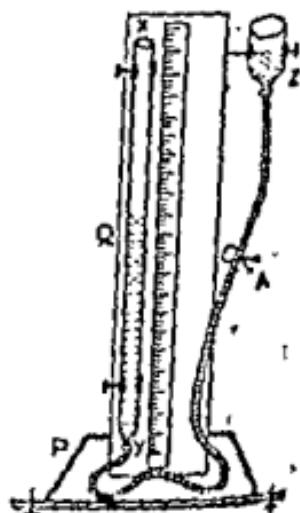
1. दो, एक मीटर लम्बे तार क्रमश: 10 किलोग्राम और 1 किलोग्राम के भार से खिंचे हुए हैं। यदि उनका व्यास समान है और घनत्व 7·8 : 1 के अनुपात में है, तो उनकी आवृत्ति का अनुपात ज्ञात करो। (उत्तर 1·13 : 1)

2. एक स्वरित्र 128 से. मी. लम्बे खिंचे हुये तार से अनुनादित है। यदि इसी तार पर तनाव दुगुना कर दिया जाय तो वह 256 आवृत्ति वाले स्वरित्र से अनुनादित हो जाता है। पहिले स्वरित्र की आवृत्ति ज्ञात करो। (उत्तर : 181)

3. एक 25 से. मी. लम्बी डोरी 3 कि. ग्राम के भार से खिंची हुई है। यदि उसकी प्रति से. मी. संहति 0·003 ग्राम है तो उसके मूल स्वर की आवृत्ति ज्ञात करो। (उत्तर : 626)

4. एक तार की लम्बाई 60 से. मी. है तथा व्यास 0·5 मि. मी.। जब

बंद नली के मुंह पर एक स्वरित्र (tuning fork) रखा हुआ है। यह कंपन कर रहा है। चित्र (i) में $t = 0$ समय पर इसकी स्थिति ऐसी है कि इसके द्वारा संघनन (condensation) उत्पन्न हो रहा है। स्वरित्र की आवृत्ति नलिका के मूलस्वर के बराबर है। $t = T/4$ समय पश्चात् (यहां T, यह स्वरित्र द्वारा एक कंपन पूर्ण करने का समय है) संघनन नलिका के Y सिरे तक पहुँच कर वहां के बंद मुंह से संघनन जैसे ही परावर्तित होता है। चित्र (iii) में बताये अनुसार $t = T/2$ समय बाद, यह संघनन खुले मुंह से विरलिका जैसे परावर्तित होता है। ठीक इसी समय स्वरित्र की भी स्थिति ऐसी है कि वह भी विरलिका उत्पन्न करता है। अतएव, दोनों विरलिका एक दूसरे के सहायक सिद्ध होते हैं। ठीक इसी प्रकार $t = T$ समय बाद परावर्तन से उत्पन्न संघनन व स्वरित्र से उत्पन्न संघनन एक साथ ही उत्पन्न होते हैं। इस कारण अनुनादन होता है और तीव्र ध्वनि सुनाई देती है। यदि स्वरित्र की आवृत्ति भिन्न होती तो अनुनादन इस लम्बाई पर नहीं होता। और हमें नलिका की लम्बाई बदलनी पड़ती। जिस तरह से हम नलिका की लम्बाई सरलता से बदल सकते हैं उसका वर्णन नीचे किया गया है।

बनावट—चित्र 63.5 में बताए अनुसार एक लकड़ी का तख्ता P है जिसे समतल पेचों द्वारा क्षैतिज किया जा सकता है। इसके ऊपर ऊर्ध्वाधर एक दूसरी पट्टिका Q रहती है जिस पर एक पैमाना अंकित रहता है। पैमाने के सहारे ही एक 2–3 से. मी. व्यास वाली 150–200 से. मी. लम्बी कांच की नलिका XY रहती है Y मुंह पर यह एक रबर की नलिका से जुड़ी रहती है। इस रबर की नलिका की दूसरी ओर एक पात्र Z रहता है। यह पात्र एक स्तम्भ पर नीचे ऊपर खिसक सकता है। पात्र Z व नलिका का कुछ हिस्सा पानी से भरा रहता है। पात्र Z को ऊपर नीचे करके हम XY नलिका में इच्छानुसार पानी का तल बदल सकते हैं। इस प्रकार Y सिरा ऊपर नीचे होता है और हवा के स्तम्भ XY की दूरी हम बदल सकते हैं। रबर की नली में एक चुटकी (pinch cock) A लगी रहती है। इसके द्वारा हम Y और Z में पानी का सम्बन्ध तोड़ या जोड़ सकते हैं।

चित्र 63.5

कार्य—(अधिक जानकारी के लिये "प्रायोगिक भौतिकी" लेखकों द्वारा देखो) स्वरित्र को पैड पर ठोक कर कंपित करके नलिका के ऊपर X के पास रखो। पात्र Z को नीचे करके पानी के तल को नलिका में नीचे करो। XY वायु स्तम्भ की लम्बाई को बढ़ाते हुये स्वरित्र को कंपित करते जाओ। तुम देखोगे स्तम्भ XY की किसी एक लम्बाई पर नलिका अनुनादित होगी और नलिका में से तीव्र ध्वनि आवेगी। जिस स्थिति में अधिकाधिक तीव्र ध्वनि आवे वही वायुस्तम्भ की सही लम्बाई है। मानलो XY अब l

अध्याय 63

वायुस्तम्भों का कम्पन

(Vibrations of air columns)

63.1 प्रस्तावना—जिस प्रकार संगीत उपकरणों में तार के कंपनों का अत्यन्त महत्व होता है उसी प्रकार कई उपकरणों में हवा के कंपनों का भी महत्व होता है। अतएव, किसी खुली अथवा बंद नली में परिवेष्टित हवा में होने वाले ध्वनि कंपनों का अध्ययन महत्वपूर्ण है। इन कंपनों के अध्ययन से हम हवा में ध्वनि की गति को भी मालूम कर सकते हैं।

63.2 बंद नली के कंपन—हमें ज्ञात है कि प्रत्येक वस्तु का उसके गुणानुसार एक मूल स्वर (note) होता है जिसे हम स्वाभाविक अथवा नैज आवृति (natural frequency) कहते हैं। जिस प्रकार किसी निश्चित तार के लिये-उसके विभिन्न गुणानुसार-एक आवृत्ति होती है, उसी प्रकार यदि हम कोई नली लें-दोनो ओर खुले मुंह वाली अथवा एक ओर खुले व दूसरी ओर बंद मुंह वाली-तो ऐसी नली की एक निश्चित आवृत्ति रहेगी। यह आवृत्ति उस नली की लम्बाई तथा गैस के गुण पर निर्भर रहेगी।

चित्र में बताये अनुसार एक बंद मुंह वाली नली X Y लो। इसकी लम्बाई l है। X मुंह खुला हुआ है और Y सिरा बंद है। यदि इसे कंपित किया जाय तो X सिरे से चलने वाला कंपन Y से परावर्तित होगा। चूंकि Y सिरा बंद है इसलिये, यह परावर्तन ऐसे होगा मानलो कि सघन माध्यम पर हो रहा है। अतएव, संपीडन, (compression) संपीडन जैसे, और विरलिका, विरलिका (rarefaction) जैसे परावर्तित होंगे। परावर्तन के कारण स्थानान्तर का चिन्ह बदल जाता है और इस कारण Y सिरा पहिले अध्याय में समझाये अनुसार निस्पंद बन जाता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि नली में आपाती व परावर्तित तरंगे बनती हैं। Y सिरे से आने वाली परावर्तित तरंगें X सिरे पर आकर पुनः परावर्तित हो जाती हैं। X सिरे को हमें विरल माध्यम की सीमा मानना चाहिये। इसका कारण यह है कि नली के अन्दर की परिवेष्टित हवा बाहर की खुली हवा से अधिक घनी समझना चाहिये। इस कारण संपीडन (compression), विरलिका (rarefaction) और विरलिका, संपीडन जैसे परावर्तित होंगे। चूंकि परावर्तन के कारण यहां स्थानान्तर का चिन्ह नही बदलेगा, इसलिये यह सिरा प्रस्पंद (antinode) जैसे कार्य करेगा। इस प्रकार नली के अन्दर अप्रगामी तरंगें बन जायेंगी और खुला मुंह X प्रस्पंद व बंद सिरा Y निस्पंद बनेगा। सबसे स्वाभाविक व मौलिक कंपनों के लिये केवल X पर एक प्रस्पंद व

X A Y N

चित्र 63.1

Foot note:—यह अध्याय पाठ्यक्रम में नहीं है।

इस प्रकार हमें निम्न दो समीकरण प्राप्त होते हैं,

$\lambda/4 = l + x$ ....(4)

और $3\lambda/4 = l' + x$ ....(5)

समीकरण 4 को 5 में से घटाने पर

$\lambda/2 = l' - l$

या $\lambda = 2(l' - l)$

इसलिये $V = n\lambda = 2n(l' - l)$ ....(6)

समीकरण 6 की सहायता से कमरे के ताप पर ध्वनि के वेग का मान निकालते हैं। यदि हमें O° से. ग्रे. पर मान निकालना हो तो,

$V_o = V - 60t$

जब t से. ग्रे. में कमरे का ताप है और V को से. मी. प्रति सेकन्ड में निकाला है।

63.7 सिरा संशोधन ज्ञात करना—समीकरण 4 को 3 से गुणा करने पर

$3\lambda/4 = 3l + 3x$ ....(7)

समीकरण 7 में से समीकरण 6 को घटाने पर,

$0 = 3l + 3x - l' - x$ ....(8)

या $2x = (l' - 3l)$

या $x = (l' - 3l)/2$

l' व l का मान ज्ञात कर हम सिरा संशोधन का मान ज्ञात कर सकते हैं।

प्रश्न

1. बंद व खुली नली में होने वाले कंपनों को समझाते हुये उनकी तुलना करो। (देखो 63.3 और 63.4)

2. नली में अनुनादन कैसे होता है? समझाइये। अनुनाद नलिका से ध्वनि का वेग कैसे ज्ञात करते हैं? (देखो 63.5)

3. सिरा संशोधन किसे कहते हैं? यह क्यों होता है? इसे कैसे ज्ञात करते हैं? (देखो 63.6)

l से. मी. है और स्वरित्र की आवृत्ति n है। चूंकि अनुनादन हो रहा है, अतएव, वायुस्तम्भ के कंपन की आवृत्ति भी वही होगी। और इस कारण—

$$n = V/\lambda = V/4l \qquad ....(1)$$

63.6 ध्वनि वेग को अनुनाद नलिका से ज्ञात करना—अनुच्छेद 5 में समझाये अनुसार किसी ज्ञात आवृत्ति n वाले स्वरित्र से वायुस्तम्भ को अनुनादित कर हम समीकरण 1 में बताये अनुसार ध्वनि वेग $V = 4nl$ को ज्ञात कर सकते हैं। यहाँ n, स्वरित्र की आवृत्ति व l वायुस्तम्भ की लम्बाई है।

इस सूत्र से हम ध्वनि वेग का सही मान ज्ञात करने में असमर्थ होते हैं। हमने यहाँ यह गृहीत किया है कि नली के बंद मुँह Y पर निस्पंद होता है और खुले मुँह X पर प्रस्पद। और इसी कारण $l = \lambda/4$ है। किन्तु यह मानना कि प्रस्पंद बराबर नलिका के मुँह पर होता है त्रुटिपूर्ण है। नलिका के अन्दर परिवेष्टित (enclosed) हवा और बाहर की हवा में कोई स्पष्ट सीमा नहीं है। माध्यम में सिरे पर अचानक बदल नहीं होता है और इस कारण ध्वनि का परावर्तन बिलकुल ठीक सिरे पर नहीं होता है। यह परावर्तन नलिका के कुछ ऊपर की ओर होता है। ऐसा सिद्ध किया गया है कि यह परावर्तन सिरे से 0.6D दूरी पर होता है जबकि D नलिका का अन्दरूनी व्यास है। इस कारण प्रस्पंद A बिलकुल ठीक किनारे पर न होकर सिरे से ऊपर 0.6 D दूरी पर स्थित रहता है। इसे सिरा संशोधन (end correction) कहते हैं। इसे यदि $0.6\ D = x$ कहा जाय तो प्रस्पंद व निस्पंद के बीच की दूरी $\lambda/4 = l + x$ होगी न कि $\lambda/4 = l$. इस कारण,

$$n = V/\lambda = V/4(l + x) \qquad ....(2)$$

चूंकि सिरा संशोधन x का मान यथार्थ रूप से ज्ञात नहीं होता है इसलिये समीकरण 2 की सहायता से हम ध्वनि का वेग ज्ञात नहीं कर सकते हैं। अतएव, हमें ऐसा सूत्र ज्ञात करना चाहिये जिसमें x का मान मालूम होना आवश्यक नहीं है।

हमें मालूम है कि बंद नलिका का यदि मूलस्वर n हो तो प्रथम अधस्वरक $3n$ पर होगा। अतएव, यदि कोई नलिका n आवृत्ति वाले स्वरित्र से भी अनुनादित होगी तो उसी लंबाई की नलिका $3n$ आवृत्ति वाले स्वरित्र से भी अनुनादित होगी। इसी प्रकार यदि n आवृत्ति वाले स्वरित्र से l लम्बाई वाली नलिका अपने मूलस्वर के साथ अनुनादित हो रही हो और यदि इसी n आवृत्ति वाले स्वरित्र से उसे प्रथम अधस्वरक से अनुनादित करना हो तो, उसकी लम्बाई लगभग तीन गुनी अधिक अर्थात् $3l$ करनी होगी। $3l$ लम्बाई वाले वायुस्तंभ का मूलस्वर $n/3$ होगा, और इस कारण यही वायुस्तम्भ n आवृत्ति वाले स्वरित्र से भी अनुनादित होगा।

इस प्रकार यदि हम उसी स्वरित्र को रखते हुये वायुस्तंभ की लम्बाई l को बढ़ा कर लगभग तीन गुनी अधिक कर दें—अर्थात् $3l = l'$ के लगभग कर दें तो पुनः अनुनादन की स्थिति आवेगी। परन्तु इस स्थिति में ध्वनि की तीव्रता प्रथम स्थिति से कम होगी।

चूंकि इस दूसरी स्थिति में प्रथम अधस्वरक स्वर से अनुनादन हो रहा है इसलिये,

$$3\lambda/4 = l' + x \qquad ....(3)$$

(ग) विशेषता (Quality or Timbre)

(क) उद्घोषता (Loudness):—एक स्वरित्र लें
गद्दे पर मार कर उठा लो। उसके कम्पन की आवाज सुनाई देगी औ
हो जायगी। अब उसी स्वरित्र को जोर से मारो। पुनः उसी आवृत्ति व
परन्तु इस बार वह जोर से सुनाई देगी। दोनों अवस्थाओं में स्वर की
ncy) एक ही है परन्तु दूसरी अवस्था में उद्घोषता अधिक है। प्र
उद्घोषता किस पर निर्भर करती है? उपरोक्त उदाहरणों से यह स्प
भुजायें जितनी अधिक विस्थापित होंगी अर्थात कम्पन का आयाम
जितना अधिक होगा उतनी ही कम्पित हवा में उत्पन्न तरंगों का
और उनके द्वारा कम्पित कान के पर्दे का आयाम अधिक होगा।
आवृत्ति का स्वरित्र लें जिसका आकार बड़ा हो और उसको उसी आय
तो इस बार उद्घोषता अधिक होगी क्योंकि उसका कम्पन करने
विस्तृत होने से वह माध्यम के बड़े भाग को हल चल युक्त कर सकेगा।

यदि हम दो भिन्न २ आवृत्तियों के स्वरित्र लें और उनको
ध्वनित करें तो हम देखेंगे कि जिस स्वरित्र की आवृत्ति अधिक है
देगी।

उद्घोषता कम्पन स्रोत की दूरी पर निर्भर करती है। यह परि
के बीच की दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होती है।

उद्घोषता को नापने की इकाई, डेसीबल (*decibel*) क
ध्वनि की उद्घोषता इतनी हो कि वह केवल सुनाई दे तो उसका मान
मानते हैं। कान में जो हम फुसफुसाहट करते हैं उसकी मात्रा 10 या 2
हैं और साधारण बात चीत की 60–65।

यदि इसकी मात्रा 130 से ऊपर निकल जाती है तो कर्ण कटु
उद्घोषता का परिणाम कान की सुग्राहिता पर भी निर्भर करता है। अतएव,
विषय है। हम इसको ऊर्जा के रूप में भी परिमापित कर सकते हैं। त
(intensity) कहते हैं।

यदि हम ध्वनि को तरंग दिशा में लम्ब रूप एक इकाई क्षे
करें, तो प्रति इकाई सेकन्ड में, जितनी ऊर्जा उस क्षेत्र में होकर
ध्वनि की तीव्रता कहलाती है।

उद्घोषता तीव्रता की समानुपाती है।

(ख) तारत्व (Pitch):—ध्वनि के तीखेपन और मोटेपन को हम
हैं। जंगल में दहाड़ते हुए शेर की आवाज की उद्घोषता मच्छर की आवाज
में कई गुना अधिक होती है परन्तु फिर भी मच्छर की आवाज अधिक तीखी
मोटर की पों पों और इंजन की सीटी का अन्तर आपको मालूम ही है। इन
तारत्व कहते हैं। यह स्रोत की आवृत्ति पर निर्भर करता है। जितनी आवृत्ति
उतनी ही अधिक आवाज तीखी होगी। स्त्री की आवाज पुरुष की अपेक्षा अधिक

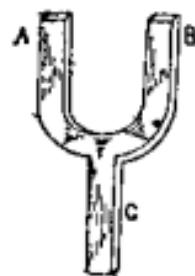
अध्याय 64

संगीतमय स्वर के विशिष्ट गुण

Characteristics of Musical sound

64 1. आपने देखा होगा कि जब सीढ़ियें उतरते हुए हमारे हाथ से धातु की तस्तरी गिर जाती है तो वह एक एक करके प्रत्येक सीढी पर गिरती जाती है और एक भीषण ध्वनि उत्पन्न होती है। कभी २ तो यह इतनी कर्ण कटु होती है कि हम हठात् अपने कान बन्द कर लेते हैं। इसके विपरीत कई कटोरियों में भिन्न भिन्न मात्रा में पानी भर कर यदि उन्हें एक विशेष क्रम में पीटा जाय तो अत्यन्त मधुर स्वर उत्पन्न होता है। इस प्रकार पहिली स्थिति मे जो कर्कश स्वर उत्पन्न होता है उसे हम हेल्ला (Noise) कहते है। और दूसरी स्थिति मे उत्पन्न स्वर जो हमें कर्ण प्रिय लगता है, उसे संगीत (Music) कहते हैं। जब ध्वनि उत्पादक के कम्पनों की आवृत्ति किसी निश्चित क्रमानुसार होती है अथवा जब आवृत्ति स्थिर रहती है (एक ही स्वर के लिए) तो ध्वनि सुरीली होगी अन्यथा बेसुरी। इस अध्याय में हम सुरीले स्वरों का ही अध्ययन करेंगे।

64.2 स्वरित्र (Tuning fork)–ध्वनि के प्रयोगों में स्वरित्र का विशेष स्थान है अतः हम इसका अध्ययन करेंगे। यह चित्र में बताया गया है। यह एक ऐसे धातु का बना हुआ होता है जिसमे प्रत्यास्थता (elasticity) का गुण हो। यह एक विशिष्ट रूप का और आकार का बनाया जाता है। A और B इसकी भुजायें (prongs) कहलाती है और C हत्था। जब हम इसके हत्थे को पकड़ कर धीरे से किसी रबर के गट्टे पर मारते हैं तो इसकी भुजायें कम्पन करती हैं और एक विशिष्ट आवृत्ति का स्वर निकलता है। यह आवृत्ति उसकी भुजाओं की लम्बाई तथा उनकी बनावट पर निर्भर करती है। साधारणतः ये 256, 288, 310, 341.3 384, 426.7, 480 और 512 आवृत्ति के बनते है। कुछ इस प्रकार के भी होते हैं जिनकी आवृत्ति क्रमशः इनकी दुगुनी होती है। ये आवृत्तियें एक निश्चित क्रम के अनुसार चुनी गई है जिसे सुर ग्राम (Musical scale) कहते हैं।

A B C

चित्र 64·1

सुरीली ध्वनि के उत्पादक अन्य उपकरणों को आपने देखा ही होगा। उदाहरणार्थ, सितार, सारंगी तम्बूरा, तबला, हारमोनियम आदि २। इनमें कुछ में खिंची हुई डोरी के कम्पन से स्वर उत्पन्न होता है, कुछ में चमड़े की झिल्ली के कम्पन से तथा कुछ में रीड के कम्पन से।

64.3. सुर के विशिष्ट गुण:—साधारण रूप मे प्रत्येक सुरीले स्वर के तीन लक्षण प्रधान होते हैं जिनसे हम उनको पहचान सकते हैं और एक दूसरे में अन्तर कर सकते हैं। ये हैं—

(क) उद्घोषता (Loudness)

(ख) तारत्व (Pitch)

है। बहुधा तारत्व और आवृत्ति एक दूसरे के लिये प्रयुक्त होते हैं। हमारा कान सब आवृत्ति के लिये समान सुग्राही नहीं होता। सबसे निम्न मान 30 कंपन प्रति सेकंड का है और ऊपर की सीमा उम्र के साथ परिवर्तित होती है। लगभग 13000 से लगाकर 20,000 कम्पन प्रति से. की ध्वनि के लिये हमारा कान यथेष्ट सुग्राही होता है। जब आवृत्ति 20,000 से ऊपर पहुँच जाय तो हमें ध्वनि नहीं सुनाई देगी। इस प्रकार की ध्वनि को (ultra-sonic) ध्वनि कहते हैं। इसी सिद्धान्त पर हम एक विशेष प्रकार की सीटी (whistle) का उपयोग करते हैं जिसकी ध्वनि मनुष्य नहीं सुन सकता परन्तु कुत्ते सुन सकते हैं। आजकल इन तरंगों से बड़े बड़े काम हो रहे हैं, जैसे बिना पानी के कपड़े धोना, बिना चाकू के आपरेशन करना आदि।

(ग) विशेषता (Quality or Timbre):— यदि हम एक सितार और पियानो लें और दोनों में एक ही आवृत्ति के स्वर समान तीव्रता से बजायें तो भी हम उनकी ध्वनि में विवेक कर सकते हैं। इसको ध्वनि की विशेषता कहते हैं। साधारणतः प्रत्येक स्रोत कई आवृत्तियों के स्वर देता है। एक मूल स्वर कहलाता है जो प्रधान होता है और उसके साथ साथ दुगुनी तिगुनी आवृत्ति के स्वर भी देता है। ये प्रसंवादी (harmonics) कहलाते हैं। इनकी भिन्न भिन्न मात्रा में उपस्थिति ध्वनि को विशेषता प्रदान करती है। दो स्रोत के मूल स्वर एक ही आवृत्ति के होने पर भी उनमें प्रसंवादी का मिश्रण पृथक पृथक होने से वे हमें भिन्न भिन्न लगेंगे।

प्रश्न

1. संगीत और बेसुरी ध्वनि में अन्तर समझाओ।　　(देखो 64.1)
2. संगीतमय ध्वनि के विशिष्ट गुणों का वर्णन करो।　　(देखो 64.3)